Universidad Autónoma de Yucatán
Facultad de ingeniería

Introducción al Caos

Examen 3

Erick Al. Casanova Cortés
Matricula: 15014866

Docente
Dr. Cesar Acosta

Fecha de entrega: 6 Febrero 2021

Índice general

0.1. Primer ejercicio

Dada la función del espacio de fase $f(x) = x + cx^2 + x^3 + 3$, halle el diagrama de bifurcación, seleccionando de modo adecuado el rango de validez del parámetro "c", así como el rango de validez de "x". Establezca los puntos en donde se daban las bifurcaciones (puntos de silla de montar), así como las ventanas (rango entre dos puntos de silla de montar).

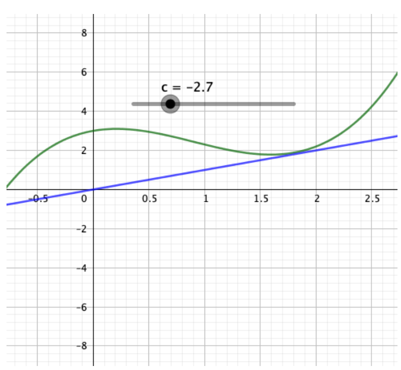

Figura 1: Función $f(x)$ con valor c que genera un punto silla de montar

Lo primero que se hizo fue graficar en geogebra la función $f(x)$, generando un deslizador c para probar con distintos valores hasta encontrar uno que nos genere un punto de silla de montar. Este valor fue cercano a $c = -2.7$

como podemos apreciar en la figura 1

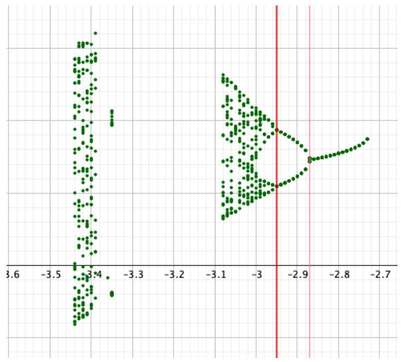

Figura 2: Diagrama de bifurcación

Igual podemos apreciar que dicho punto de silla de montar se encuentra en $x \sim 1.72$. Ahora, para realizar el diagrama de difamación se tuvo que hacer un rango que incluya los valores de c, se optó por usar el rango $-4 \leq c \leq -2$, y se optó por un rango en x de $1 \leq x \leq 3$, ya que dentro de este rango se encuentra el valor de x que vimos anteriormente.

Se realizó una secuencia de puntos con el comando

```
Sequence(Sequence((c, Iteration(x + c x^2 + x^3 + 3, p, 100)),
 c, -4, -2, 0.01), p, 1, 3, 0.1)
```

Cuyo resultado se puede ver en la figura 2

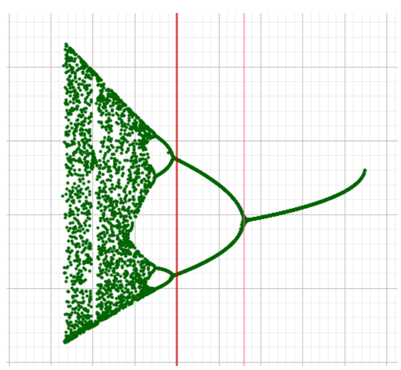

Figura 3: Vista aumentada de la región

Igual se puede apreciar en la figura 2 dos rectas, esas rectas están ubicados en los puntos de bifurcación del diagrama, ambas fueron aproximadas con dos deslizadores con el fin de tener una precisión mayor a solo ubicarlas, las rectas se encuentran en $x = -2.95$ y en $x = -2.87$. Por lo que la distancia entre ambas bifurcaciones puede ser calculada como:

$$\begin{aligned} d &\sim |-2.95 - (-2.87)| \\ &\sim 0.08 \end{aligned}$$

También se puede apreciar de mejor manera el diagrama de bifurcación en la figura 3, en esta parte se le hizo un aumento a la gráfica donde se encuentran las bifurcacinoes

0.2. Segundo ejercicio

Dada la función del espacio de fase $f(x) = \lambda x(1-x)$, halle el diagrama de bifurcación, seleccionando de modo adecuado el rango de validez del parámetro "λ", así como el rango de validez de "x". Establezca los puntos en donde se dan las bifurcaciones (puntos de silla de montar), así como las ventanas (rango entre dos puntos de silla de montar)

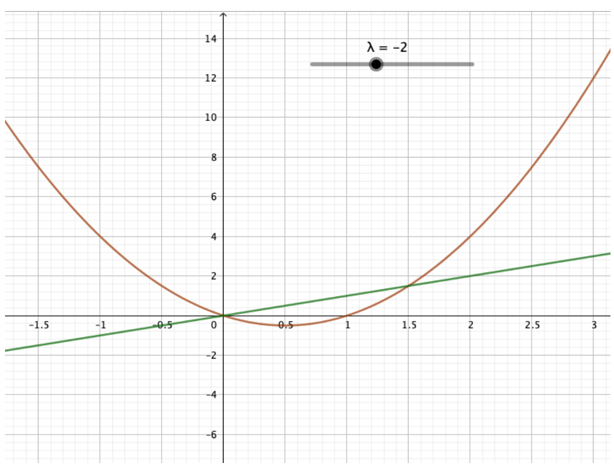

Figura 4: Función $f(x)$ con $\lambda = -2$

Como en el anterior ejercicio se graficó la función $f(x)$ en geogebra. Una vez analizado el comportamiento de la función se encontró que en el rango de $-2 \leq \lambda \leq 4$ se encuentra el menor numero de puntos periódicos, y podemos ver que fuera de este intervalo, tanto como superior o inferior se genera una gran cantidad de puntos periódicos, lo cual se ve más adelante. En la figura

4 se puede ver la gráfica de la función para un $\lambda = -2$, la cual se encuentra justo en el límite del intervalo propuesto, igual que el ejercicio anterior se uso el comando en geogbra para generar el diagrama de bifurcación, y se optó por valores de $-1 \leq x \leq 2$, esto por la magnitud de los puntos críticos obtenidos por la función en el rango de λ.

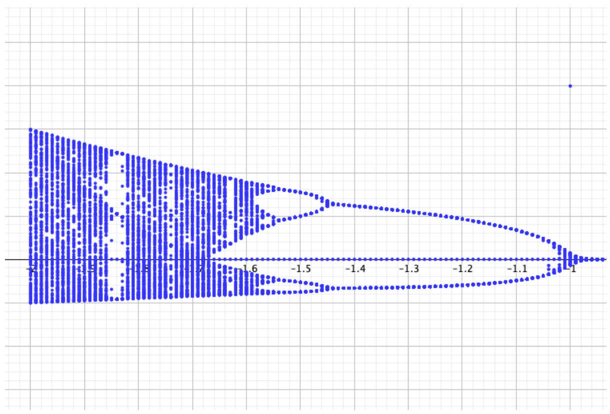

Figura 5: Diagrama de bifurcación de lado izquierdo

Como se mencionó anteriormente, se puede ver que tiene un diagrama de ambos lados, analizando el del lado izquierdo, podemos apreciar su comportamiento en la figura 5. De igual manera podemos ver las rectas que pasan por los puntos en los que se bifurca en la figura 6

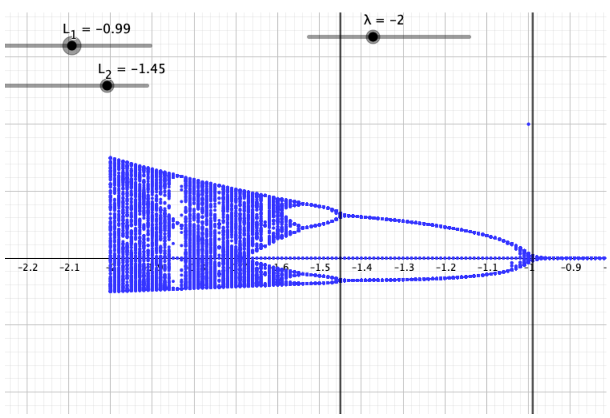

Figura 6: Diagrama de bifurcación con rectas

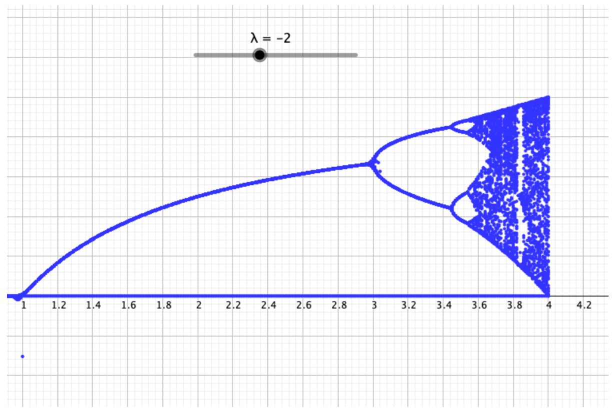

Figura 7: Diagrama de bifurcación de lado derecho

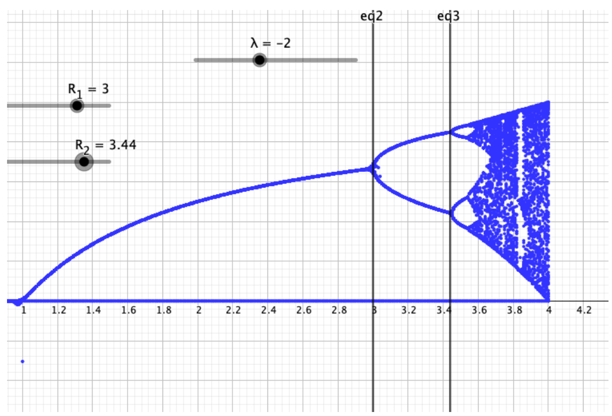

Figura 8: Diagrama de bifurcación con rectas

El comportamiento del lado derecho se puede ver en la figura 7, así como las rectas que pasan por los puntos de bifurcación en la figura 8

Ahora calculando las distancias de las bifurcaciones

$$\begin{aligned} d_1 &\sim |-1.45-(-0.99)| \\ &\sim 0.46 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_2 &\sim |2.99-3.44| \\ &\sim 0.45 \end{aligned}$$

Podemos ver que ambas distancias tienen magnitudes bastante similares

0.3. Tercer ejercicio

Dada la función del espacio de fase $f(x) = c\sin(x)$, halle el diagrama de bifurcación para $0 \leq c \leq 8\pi$, en donde el rango de validez de ”$x.^{es}$ $0 \leq x \leq 2\pi$. Establezca los puntos en donde se dan las bifurcaciones (puntos de silla de montar), así como las ventanas (rango entre dos puntos de silla de montar)

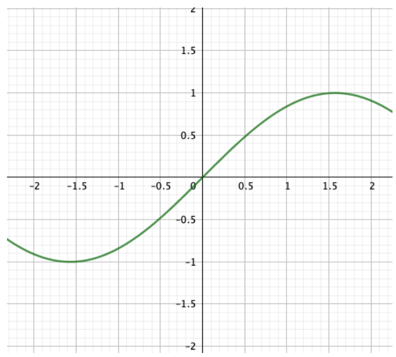

Figura 9: Función $f(x) = c\sin(x)$

A diferencia de los problemas anteriores, en este ejercicio ya nos establecieron los rangos para c y x, la función se puede ver en la figura 9

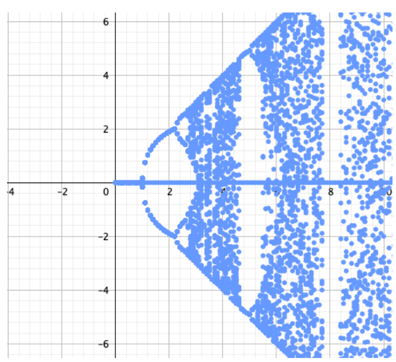

Figura 10: Diagrama de bifurcación

En este caso solo fue generar el diagrama de bifurcación para los rangos pedidos, el cual se puede ver en la figura 10. También se encontraron los puntos en donde se bifurca el diagrama, se encontraron con unas rectas de apoyo, las cuales se pueden ver en la figura 11. Por último, se pasará a calcular la distancia de las bifurcaciones:

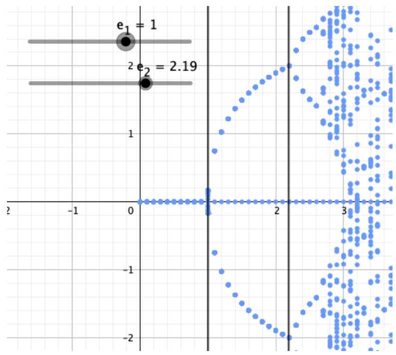

Figura 11: Diagrama de bifurcación con lineas

$$
\begin{aligned}
d &\sim |1 - 2.19| \\
&\sim 1.19
\end{aligned}
$$

0.4. Cuarto ejercicio

Dada la función del espacio de fase $f(x) = 5\cos(x)$, en donde el rango de validez de "x."es $-2\pi \leq x \leq 2\pi$. Establezca el itinerario para puntos de la quinta iteración y aplique a estos puntos la función σ (mapa shift), muestre los resultados tanto en el sistema binario como en el sistema decimal.

:(