Universidad Autónoma de Yucatán
Facultad de ingeniería

Introducción al Caos

Tarea2

Erick Al. Casanova Cortés
Matricula: 15014866

Docente
Dr. César Acosta

Fecha de entrega: Febrero 8, 2021

Utilice el análisis gráfico para describir en cada función las posiciones de los puntos fijos, establecer un rango de trabajo, encontrar (si existen) los puntos de silla de montar, así como algunos puntos posteriores donde se observe bifurcación. Encuentre las funciones de la segunda, tercera y cuarta iteración y para estas halle los puntos periódicos, en donde utilizando el criterio de la derivada de la primera iteración diga si son de atracción o de repulsión, verifique sus resultados con la evaluación de la derivada de la propia iteración.

$f(x) = x^3 + c$

$f(x) = cx^2 + x$

$f(x) = x^3 + cx^2 + x$

$f(x) = c\sin(x)$

Dada la función $f(x) = x^3 + c$*, halle la función de la cuarta iteración, encuentre los puntos periódicos para esta ecuación, tomando una secuencia de periodicidad 4 y utilizando las bases 2 y 3 describa en que iteración se encuentra cada dígito de esa serie 4-periódico, utilizando al menos 5 dígitos de precisión.*

Dada la función $f(x) = c\sin(x)$*, halle la función de la séptima iteración, encuentre los puntos periódicos para esta ecuación, tomando una secuencia de periodicidad 7 y utilizando las bases 2 y 3 describa en que iteración se encuentra cada dígito de esa serie 7-periódico, utilizando al menos 5 dígitos de precisión*

Dada la función $f(x) = x^3 + cx^2 + x$*, halle la función de la décima iteración y tome una secuencia de números periódicos cualquiera y utilizando las bases 2 y 3 describa en que iteración se encuentra cada dígito de esa serie n-periódico, utilizando al menos 5 dígitos de precisión*

Sea $f(x) = x^3 + c$*, tome algunos (4) números cualesquiera como semilla halle la suerte de esta en la centésima iteración y verifique si alguno se volvió periódico y utilizando las bases 2 y 3 describa en que iteración se encuentra cada dígito elegido, utilizando al menos 5 dígitos de precisión*

Utilizando la expansión ternaria (utilice series), encuentre los números racionales que corresponda

0.212121...

$$
\begin{aligned}
0.212121 &= \frac{2}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \cdots \\
&= \frac{2}{3^1}\left(\frac{2}{3^0} + \frac{2}{3^2}\right) + \frac{1}{3^2}\left(\frac{1}{3^0} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots \\
&= \frac{7}{9}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^{2i} \\
&= \frac{8}{27}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{9}\right)^{i} \\
&= \frac{7}{9}\left(\frac{1/9}{1-1/9}\right) \\
&= \frac{7}{9} \times \frac{9}{8} \\
&= 0.875
\end{aligned}
$$

0.022022022...

$$
\begin{aligned}
0.022022022 &= \frac{0}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \frac{0}{3^4} + \cdots \\
&= \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \frac{2}{3^5} + \frac{2}{3^6} + \cdots \\
&= \frac{2}{3^2}\left(\frac{1}{3^0} + \frac{1}{3^3}\right) + \frac{2}{3^2}\left(\frac{1}{3^0} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots \\
&= \frac{8}{27}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^{3i} \\
&= \frac{8}{27}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{27}\right)^{i} \\
&= \frac{8}{27}\left(\frac{1/27}{1-1/27}\right) \\
&= \frac{8}{27} \times \frac{27}{28} \\
&= 0.307692
\end{aligned}
$$

0.00222...

$$
\begin{aligned}
0.00222 &= \frac{0}{3^1} + \frac{0}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \frac{2}{3^4} + \cdots \\
&= \frac{2}{3^3} + \frac{2}{3^4} + \frac{2}{3^5} + \cdots \\
&= \frac{2}{3^3}\left(1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \cdots\right) \\
&= \frac{8}{27}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^i \\
&= \frac{2}{27} \times \frac{3}{2} \\
&= 0.111
\end{aligned}
$$

0.212010101...

$$
\begin{aligned}
0.212010101 &= \frac{2}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \frac{0}{3^4} + \cdots \\
&= \frac{2}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{2}{5^5} + \frac{1}{3^6} + \frac{1}{3^5} + \cdots \\
&= \frac{2}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \frac{1}{3^5}\left(\frac{1}{3^0} + \frac{1}{3^2} + \cdots\right) \\
&= 23/27 + \frac{1}{3^5}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^{2i} \\
&= 23/27 + \frac{1}{243}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{9}\right)^i \\
&= 23/27 + \frac{1}{243} \times \frac{9}{8} \\
&= 0.8564
\end{aligned}
$$

0.0101101101...

$$
\begin{aligned}
0.0101101101 &= \frac{0}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \frac{0}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \cdots \\
&= \frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \cdots \\
&= \frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^4}\left(\frac{1}{3^0} + \frac{1}{3^3} + \cdots\right) + \frac{1}{3^5}\left(\frac{1}{3^0} + \frac{1}{3^3} + \cdots\right) \\
&= 1/3^2\left(\frac{1}{3^4} + \frac{1}{3^5}\right)\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^{3i} \\
&= 1/9\left(\frac{1}{243}\right)\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{27}\right)^{i} \\
&= 1/9 + \frac{1}{243} \times \frac{27}{26} \\
&= 0.11538
\end{aligned}
$$