

実力完成模擬試験問題

中学校数学 V



試験時間：50分

注意事項

開始の合図があるまで、この問題用紙を開いてはいけません。

問題用紙は表紙を除いて 5ページ あります。

受験番号・氏名は、解答用紙の決められた欄に必ず記入してください。

計算には問題用紙の余白を利用しても構いません。

答えの書き方について、特に指示がない場合は以下のようにしなさい。

- ・円周率は π を用いること。
- ・根号（ $\sqrt{}$ ）を含む数は、根号の中を最も小さい整数にすること。
- ・分数は既約分数（それ以上約分できない分数）で答えること。

終了の合図があったら、すぐに筆記用具を置き、回答を止めなさい。

問 1 次の(1)～(5)の計算をしなさい。また、方程式を解きなさい。

(1) $9999 \times 10001 - 9998 \times 10002$

(2) $\frac{x^2 - y^2}{x - y} \div \frac{x^2 + xy}{xy} - \frac{y^2}{x}$

(3) $(\sqrt{2025} - \sqrt{2024})(\sqrt{2025} + \sqrt{2024}) - (\sqrt{5} - 2)^{2024}(\sqrt{5} + 2)^{2024}$

(4) $a^2 - b^2 - 4a + 4$ を因数分解しなさい。

(5) 2次方程式 $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) - 8 = 0$ を解きなさい。

問2 次の(1)～(5)の問い合わせに答えなさい。

(1) $x : y = 2 : 3$ かつ $y : z = 4 : 5$ のとき、 $(x + z) : y$ をもつとも簡単な整数の比で表しなさい。

(2) 関数 $y = ax^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域が $b \leq y \leq 8$ であった。このとき、定数 a, b の値を求めなさい。

(3) $\sqrt{360 - 12n}$ が整数となるような自然数 n の個数を求めなさい。

(4) 異なる5つの自然数からなるデータがある。このデータの平均値は12、中央値は13である。このとき、このデータに含まれる最大の数のとりうる値のうち、もっとも大きい値を求めなさい。

(5) 大小2つのさいころを同時に投げ、出た目の数をそれぞれ a, b とする。座標平面上の点 (a, b) が、関数 $y = \frac{12}{x}$ のグラフよりも上側（グラフ上を含まない）にある確率を求めなさい。

問3 次の問いに答えなさい。

連続する2つの奇数の2乗の差は、ある数の倍数になることが知られている。
例えば、 $5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$ 、 $7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$ である。 m, n を連続する2つの奇数（ただし $m > n > 0$ ）とするとき、

- (1) $m^2 - n^2$ が必ず割り切れるもっとも大きい自然数 k を答えなさい。
- (2) $m^2 - n^2 = 320$ となるとき、これら2つの奇数 m, n の値を求めなさい。

問4 次の問い合わせに答えなさい。

座標平面上に2つの放物線 $C_1 : y = x^2$ 、 $C_2 : y = -\frac{1}{2}x^2$ がある。

C_1 上に2点 A, B をとり、そのx座標をそれぞれ $a, -a$ とする(ただし $a > 0$)。

また、 C_2 上に2点C,Dをとり、線分ACと線分 BD がともにy軸と平行になるようにする。四角形ABDCをつくるとき、

(1) 線分 ACの長さを a を用いて表しなさい。

(2) 四角形ABDC が正方形となるとき、 a の値を求めなさい。

(3) 四角形ABDC の面積が 24 となるとき、点Aの座標を求めなさい。

問5 次の問い合わせに答えなさい。

高さが十分にあり、底面積が S である円柱状の水槽がある。この水槽の中に、底面積が $\frac{1}{3}S$ で高さが 30cm の直方体の鉄のおもりが置かれている。この水槽に、毎分一定の割合で水を入れていく。水を入れ始めてから 9 分後 に、水位がおもりの高さ (30cm) と同じになった。

(1) 水を入れ始めてから x 分後の水位を y cm とする。 $0 \leq x \leq 9$ のとき、 y を x の式で表しなさい。

(2) 水位がおもりの高さより 10cm 高くなるのは、水を入れ始めてから何分後か求めなさい。

(3) 水を入れ始めてから x 分後 ($0 < x < 9$) に水を止め、すぐにおもりを取り出したところ、水位が 5cm 下がった。このときの x の値を求めなさい。

(4) (3)でおもりを取り出した後、再び水を入れ始め、水位がおもりの高さ (30cm) と同じになるまで水を入れた。このときに入れた水の量と同じ量の水を、もし「おもりを取り出さずに」(3)の直後の状態から入れた場合、水位は何cmになるか求めなさい。

(問題は、これで終わりです。)