

# Écoulements biologiques

Tiago Lobato Gimenes  
Chongmo Liu

9 mai 2014

## Introduction

TODO : ecrire introduction

## 1 Problème proposé

Le problème proposé a été d'étudier les écoulements biologiques, plus précisément, l'écoulement sanguin dans des petites artères.

Le modèle mathématique proposé pour résoudre ce problème a eu une évolution au cours du modal. Premièrement nous avons commencé avec un modèle simple d'écoulement d'un fluide incompressible dans un tube avec des parois fixes. Nous avons aussi supposé que le nombre de Reynolds de l'écoulement est petit et que les forces volumiques sont négligeables, ce que nous a permis d'utiliser le modèle suivante :

$$\begin{aligned} -\nu \Delta u + \nabla p &= 0 \\ -\operatorname{div} u &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Nous avons décidé, d'abord, de commencer par simulant le problème 1 dans le rectangle  $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ t.q. } 0 \leq x \leq L, -R/2 \leq y \leq R/2\}$ . Les conditions aux limites du problème que nous avons utilisé ont été :

$$\begin{aligned} \underline{u}(x, -R/2) &= \underline{0} \\ \underline{u}(x, R/2) &= \underline{0} \\ \underline{u}(0, y) &= \left( -\frac{1}{2} \left( y - \frac{R}{2} \right)^2 + \frac{R^2}{4}, 0 \right) \\ \nu \frac{\partial \underline{u}}{\partial n}(L, y) &= p \underline{n} \end{aligned} \tag{2}$$

La formulation variationnelle du problème 1 avec les conditions 2 devient, donc, la suivante :

$$\nu \int_{\Omega} \nabla \underline{u} \nabla \underline{v} \, d\Omega - \int_{\Omega} p \nabla \underline{v} \, d\Omega = 0 \tag{3}$$

où  $v$  est une fonction nulle sur tous les bords du rectangle  $\Omega$  sauf sur la bord où  $x = L$ .

En faisant la simulation du problème 1 avec les conditions aux limites 2 nous avons comme résultat :

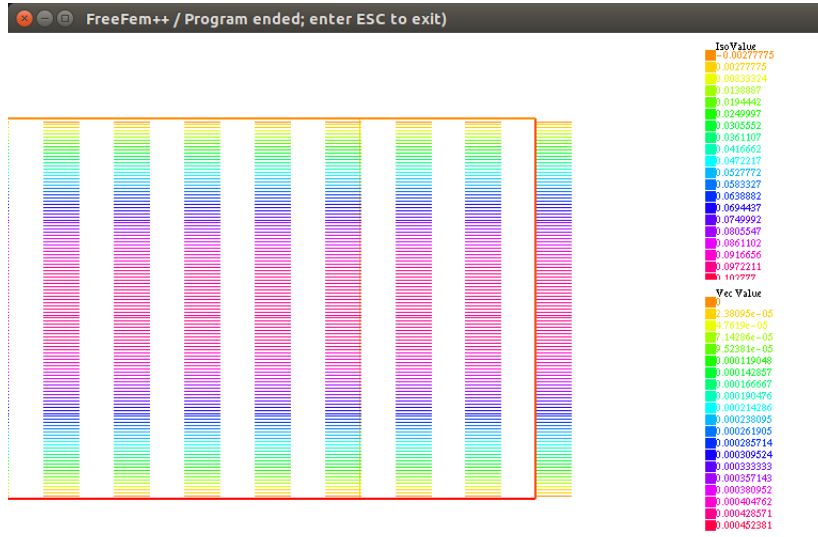


FIGURE 1 – Vision de la vitesse pour le problème 1 avec les conditions 2

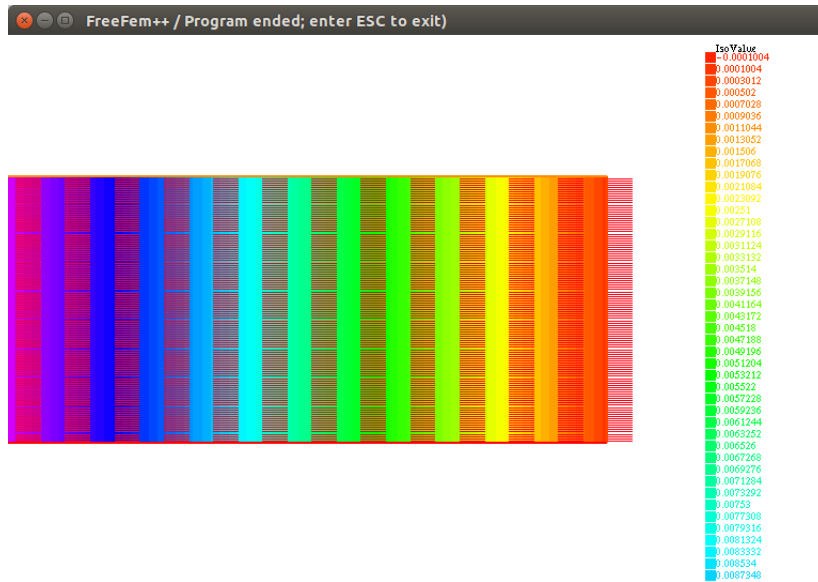


FIGURE 2 – Vision du gradient de pression pour le problème 1 avec les conditions 2