

# Étude des effets d'inertie et de frottements dans les systèmes d'essuie-glace

Présenté par:

Loubna TALEB et Zélie BESANCENET

Le 21/03/25

Tuteur entreprise: Sébastien JALLET

Tuteur académique: Gilles LEBORGNE

# L'entreprise Valeo

- Entreprise française d'équipement automobile
- Fondée en 1923 par Eugène Buisson
- Dirigé depuis 2022 par Christophe Périllat
- En 2021, Valeo emploie 103 300 salariés dans 31 pays
- Le système d'essuyage fait parti du 3e pôle d'activité: la division *Light*. (Autres divisions: *Brain* et *Power*)



# Motivation du projet

- Actuellement, Valeo néglige les effets d'inertie dans la modélisation des essuie-glaces et considère seulement les frottements sur le pare-brise.

## **Objectif:**

→ Montrer que les effets d'inertie ne sont pas négligeables.

# Chronologie de la présentation

- I. Introduction et présentation du porte-balai
- II. Calculs analytiques et modélisations
  - A. Notions fondamentales de mécanique
  - B. Modélisation avec le cylindre et la sphère
  - C. Calcul de la matrice d'inertie
  - D. Application au cas du cylindre
- III. Comparaisons avec les résultats du simulateur SimCenter
  - A. Erreur logicielle du changement de masse
  - B. Calcul des moments d'inertie de chaque pièce
  - C. Mesures du couple – sans frottements
  - D. Mesures du couple – avec frottements
- IV. Conclusion

# Équations de Newton

- Expression du couple et de la force au centre de masse dans un repère galiléen:

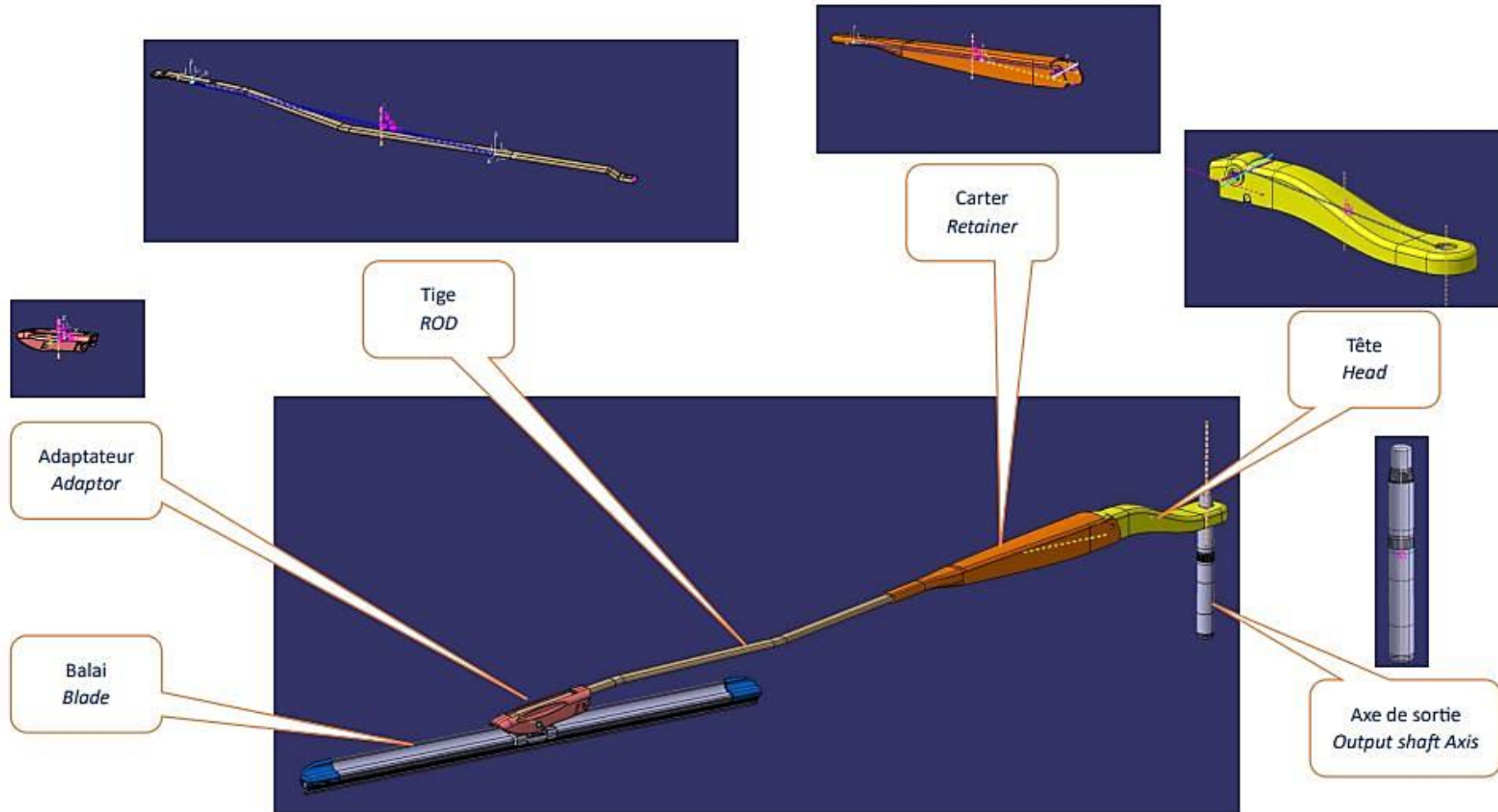
The diagram illustrates the equations of motion for a rigid body in a Galilean frame. It consists of two equations grouped by a large left curly brace. The first equation is  $F = m \cdot a_{cm}$ , and the second is  $\tau = [I_{cm}] \cdot \alpha + \omega \wedge [I_{cm}] \cdot \omega$ . Blue arrows point from descriptive labels to the variables in the equations: 'Force totale' points to  $F$ , 'Masse' points to  $m$ , 'Accélération du centre de masse' points to  $a_{cm}$ , 'Couple total' points to  $\tau$ , 'Matrice d'inertie' points to  $[I_{cm}]$ , 'Accélération angulaire' points to  $\alpha$ , and 'Vitesse angulaire' points to  $\omega$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} F = m \cdot a_{cm} \\ \tau = [I_{cm}] \cdot \alpha + \omega \wedge [I_{cm}] \cdot \omega \end{array} \right.$$

Labels and arrows:

- Force totale (points to  $F$ )
- Masse (points to  $m$ )
- Accélération du centre de masse (points to  $a_{cm}$ )
- Couple total (points to  $\tau$ )
- Matrice d'inertie (points to  $[I_{cm}]$ )
- Accélération angulaire (points to  $\alpha$ )
- Vitesse angulaire (points to  $\omega$ )

# Présentation du porte-balai



# Notions de mécanique

## Moment d'inertie

$$I = \int_S r^2 dm$$

- $I$ : moment d'inertie ( $kg.m^2$ )
- $S$ : solide
- $r$ : distance au centre de masse ( $m$ )

## Couple de forces

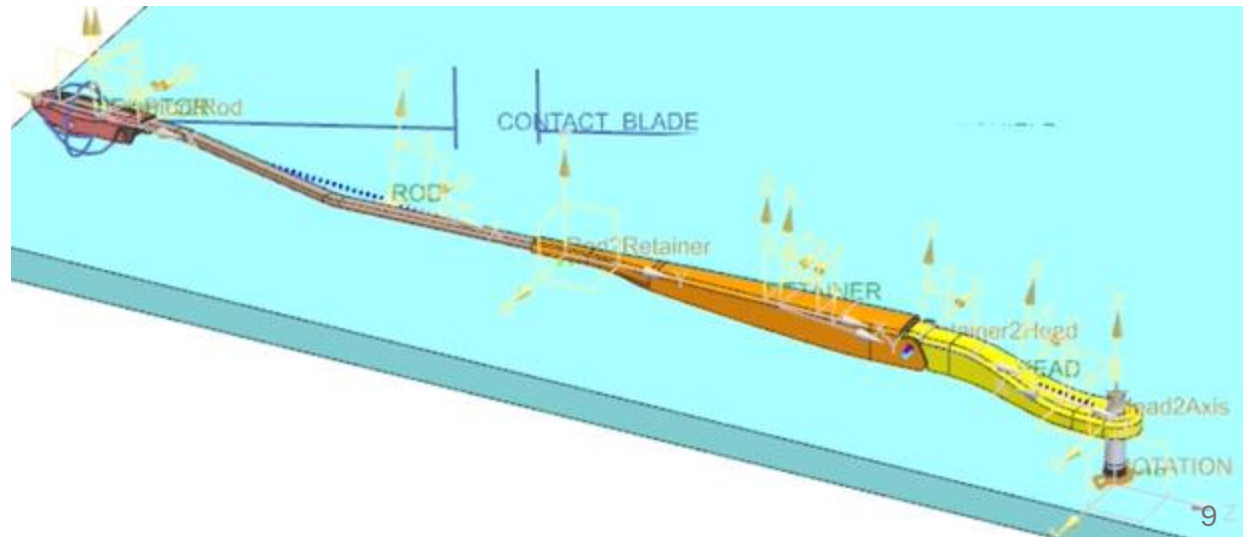
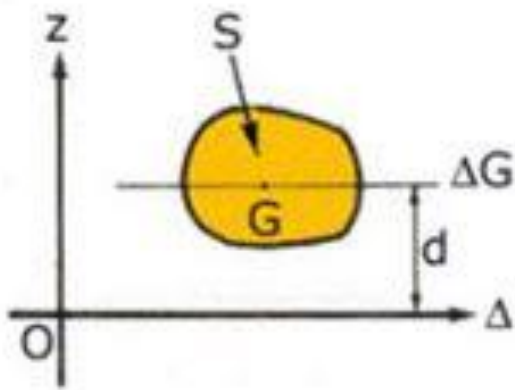
$$\tau = I \times \alpha$$

- $\tau$ : couple de force ( $N.m$ )
- $I$ : moment d'inertie ( $kg.m^2$ )
- $\alpha$ : accélération angulaire ( $rad/s^2$ ) du solide par rapport à un axe fixe.

# Théorème de Huygens

$$I_{\Delta} = I_{\Delta G} + md^2$$

- $I_{\Delta}$ : moment d'inertie par rapport à l'axe  $\Delta$  ( $kg.m^2$ )
- $I_{\Delta G}$ : moment d'inertie par rapport à l'axe  $\Delta G$  ( $kg.m^2$ )
- $m$ : masse ( $kg$ )
- $d$ : distance entre les axes  $\Delta$  et  $\Delta G$  ( $kg$ )





# Matrice d'inertie dans le cas général:

$$I_{\Delta}(S) = \int_{P \in S} r^2 dm$$

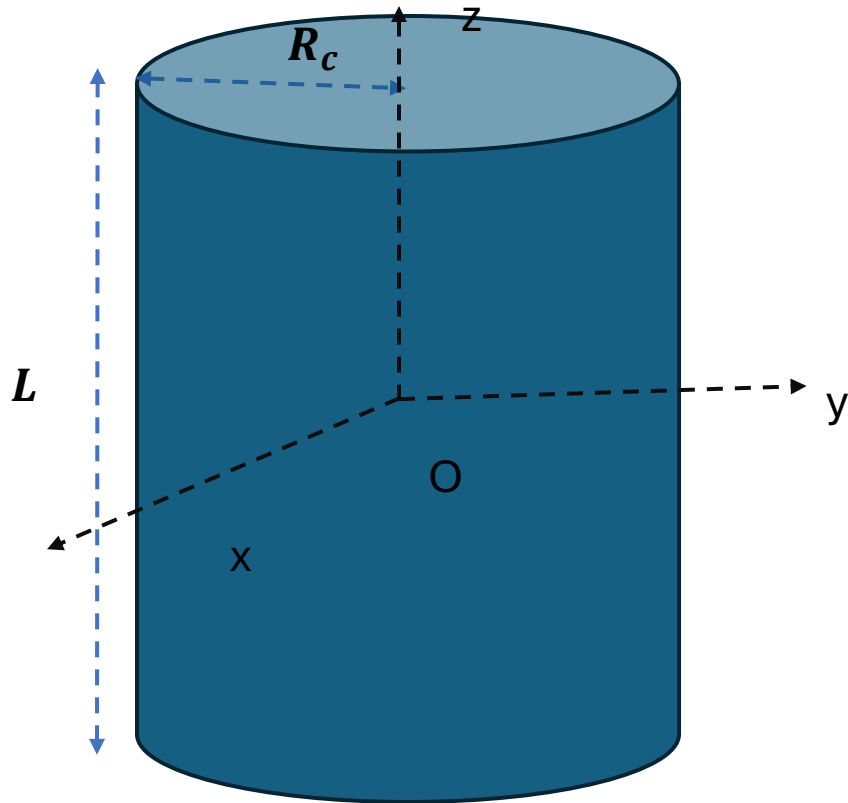


$$I_{\Delta}(S) = \vec{i} \cdot \iiint_{P \in S} (\overrightarrow{OP} \wedge (\vec{i} \wedge \overrightarrow{OP})) dm$$



$$[I_{\Delta}(S)] = \begin{pmatrix} \int_{P \in S} (y^2 + z^2) dm & \int_{P \in S} -xy dm & \int_{P \in S} -xz dm \\ \int_{P \in S} -xy dm & \int_{P \in S} (x^2 + z^2) dm & \int_{P \in S} -yz dm \\ \int_{P \in S} -xy dm & \int_{P \in S} -yz dm & \int_{P \in S} (x^2 + y^2) dm \end{pmatrix}$$

# Modélisation du cylindre



Expression de la matrice d'inertie dans le repère  $(O, x, y, z)$ :

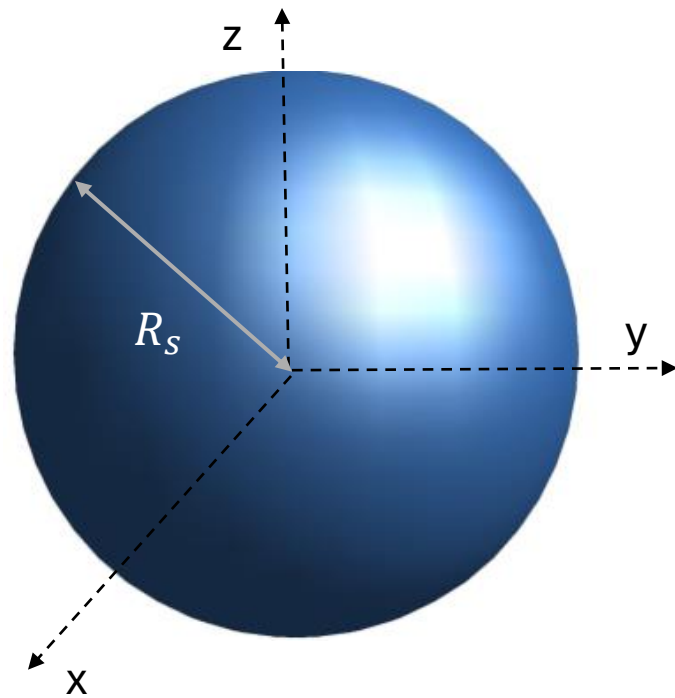
$$I_{\text{cylindre}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{12}m_c(3R_c^2 + L^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m_c(3R_c^2 + L^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}m_cR_c^2 \end{bmatrix}$$

Avec:

- $m_c = 2,47\text{g}$  : masse du cylindre
- $L = 100\text{mm}$  : longueur du cylindre
- $R_c = 1\text{mm}$  : rayon du cylindre

Vidéo du couple du cylindre seul

# Modélisation de la sphère



Expression de la matrice d'inertie dans le repère  $(O, x, y, z)$ :

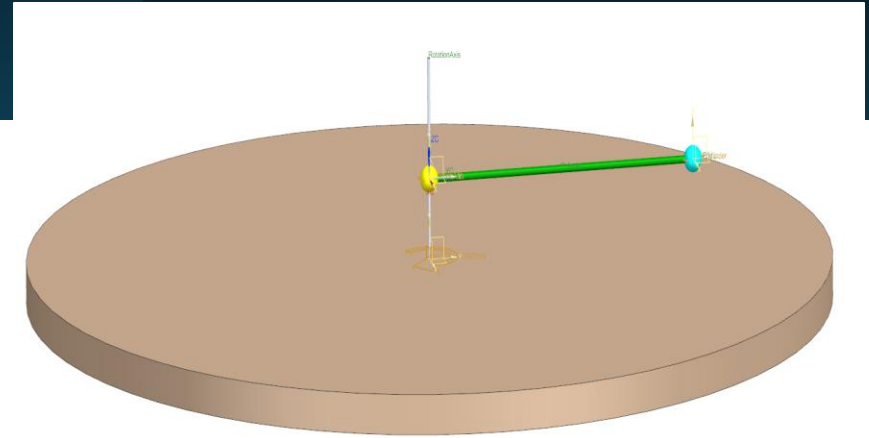
$$I_{\text{sphère}} = \begin{bmatrix} \frac{2}{5}m_s R_s^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{5}m_s R_s^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{5}m_s R_s^2 \end{bmatrix}$$

Avec:

- $m_s = 1,24\text{g}$  : masse de la sphère
- $R_s = 3,35\text{mm}$  : rayon de la sphère

# Le moment d'inertie total

- $R_c \ll L$
- Le théorème de Huygens avec  $d_c = \frac{L}{2}$  et  $d_s = L$
- $I_{cm} = I_{sphere} + I_{cylindre} + m_s L^2 + \frac{m_c L^2}{4}$



$$I_{cm} = \begin{bmatrix} \frac{2m_s R_s^2}{5} + L^2(m_s + \frac{m_c}{3}) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2m_s R_s^2}{5} + L^2(m_s + \frac{m_c}{3}) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2m_s R_s}{5} + L^2(m_s + \frac{m_c}{4}) \end{bmatrix}$$

Le couple :

$$\tau_{timonerie} = \left( \frac{2m_s R_s^2}{5} + L^2(m_s + \frac{m_c}{3}) \right) \alpha + N \cdot R \cdot C_f$$

Vidéo du couple du cylindre avec la balle

# Incohérence du logiciel

Expression du couple d'inertie du cylindre seul:

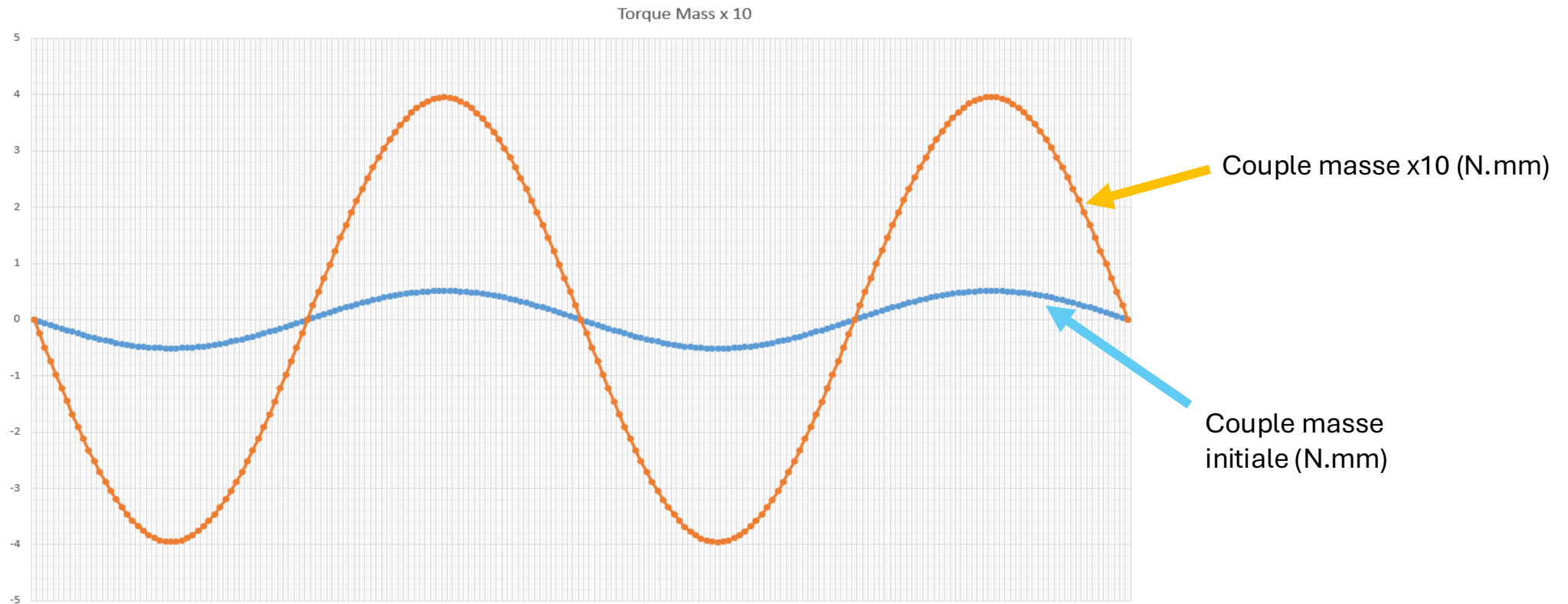
$$\tau_{\text{cylindre}} = I_{\text{cylindre}} \cdot \alpha = \left( \frac{m_c}{12} (3R_c^2 + L^2) + m_c \cdot \frac{L^2}{4} \right) \cdot \alpha$$

Masse x10

$$\tau_{\text{cylindre\_10}} = 10 \cdot \left( \frac{m_c}{12} (3R_c^2 + L^2) + m_c \cdot \frac{L^2}{4} \right) \cdot \alpha = 10 \cdot \tau_{\text{cylindre}}$$

# Couple avec Masse x10

Un cylindre 10 fois plus lourd → Couple multiplié par 10 ✖



Calcul dans le logiciel:  $\tau_{cylindre\_10} = ? \cdot I_{cylindre} \cdot \alpha + 10 \cdot m_c \cdot \frac{L^2}{4}$



# Erreur logiciel du changement de masse

**Motion Body**

▼ Motion Body Objects

✓ Select Object (1)

▼ Mass Properties Option

Automatic

▼ Mass and Inertia

Update Display Values

✓ Center of Mass

✓ CSYS of Inertia

Mass	0.0024661502	kg
Ixx	2.05574	kg-mm <sup>2</sup>
Iyy	2.05574	kg-mm <sup>2</sup>
Izz	0.00123	kg-mm <sup>2</sup>
Ixy	0	kg-mm <sup>2</sup>
Ixz	0	kg-mm <sup>2</sup>
Iyz	0	kg-mm <sup>2</sup>

▼ Settings

☐ Fix the Motion Body without Joint

▼ Name

Cylinder

OK Cancel

Multiplication de la masse par 10

**Motion Body**

▼ Motion Body Objects

✓ Select Object (1)

▼ Mass Properties Option

User Defined

▼ Mass and Inertia

Apply Automatic Values

✓ Center of Mass

✓ CSYS of Inertia

Mass	0.024661502	kg
Ixx	2.05574	kg-mm <sup>2</sup>
Iyy	2.05574	kg-mm <sup>2</sup>
Izz	0.00123	kg-mm <sup>2</sup>
Ixy	0	kg-mm <sup>2</sup>
Ixz	0	kg-mm <sup>2</sup>
Iyz	0	kg-mm <sup>2</sup>

▼ Settings

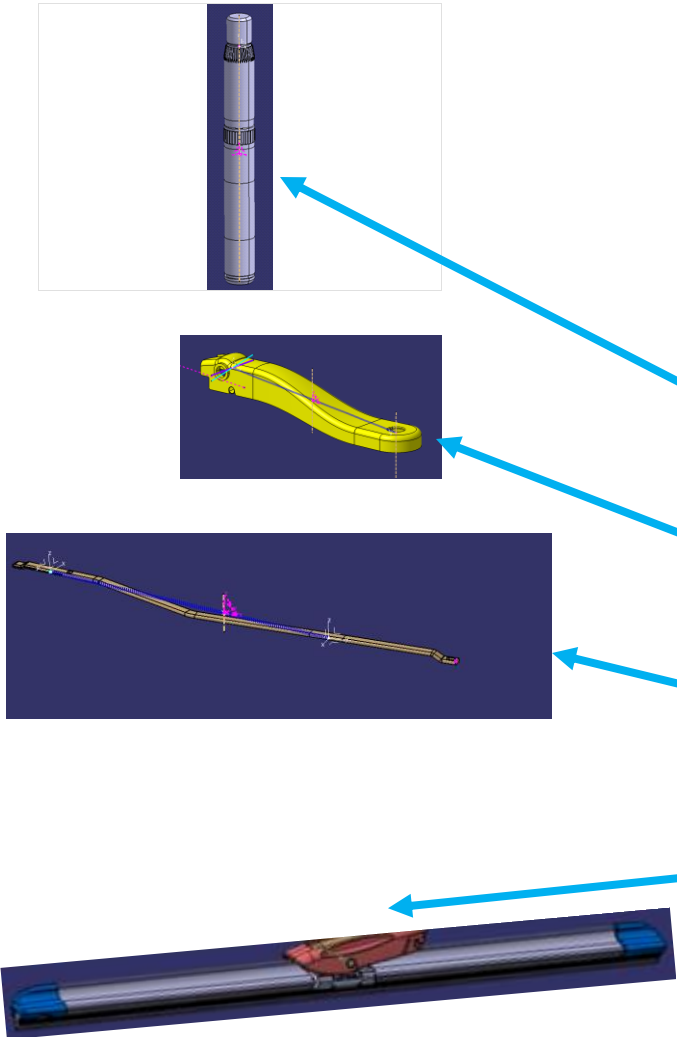
☐ Fix the Motion Body without Joint

▼ Name

Cylinder

OK Cancel

# Calcul des moments d'inertie de chaque pièce



Pièce	Moment d'inertie au centre de gravité de chaque pièce	Masse (g)	Distance (mm)	Moment d'inertie à l'axe de sortie (g.mm <sup>2</sup> )
Axe de sortie	1,59 <sup>e3</sup>	92,3	0	1,59 <sup>e3</sup>
entraîneur	2,33 <sup>e5</sup>	115,7	62,95	6,92 <sup>e5</sup>
Tige	2,79 <sup>e6</sup>	131,5	463,9	3,11 <sup>e7</sup>
Balai (masse ponctuelle dans l'adaptateur)	5,45 <sup>e3</sup>	130	676,3	5,95 <sup>e7</sup>

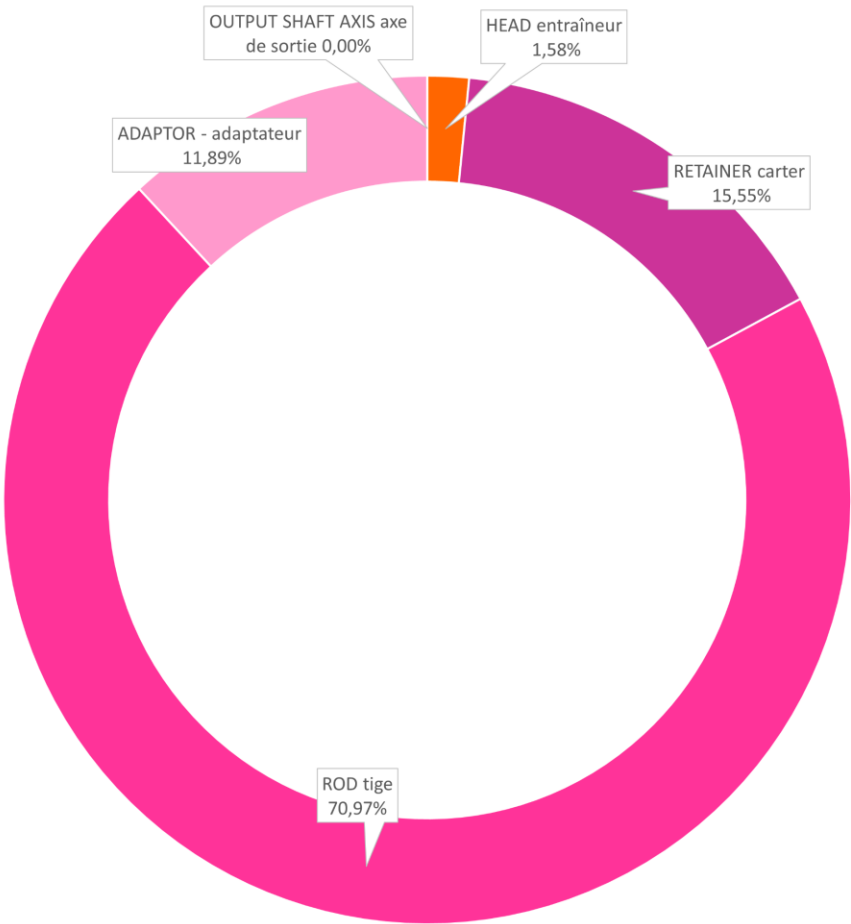
**x3**

**x11**

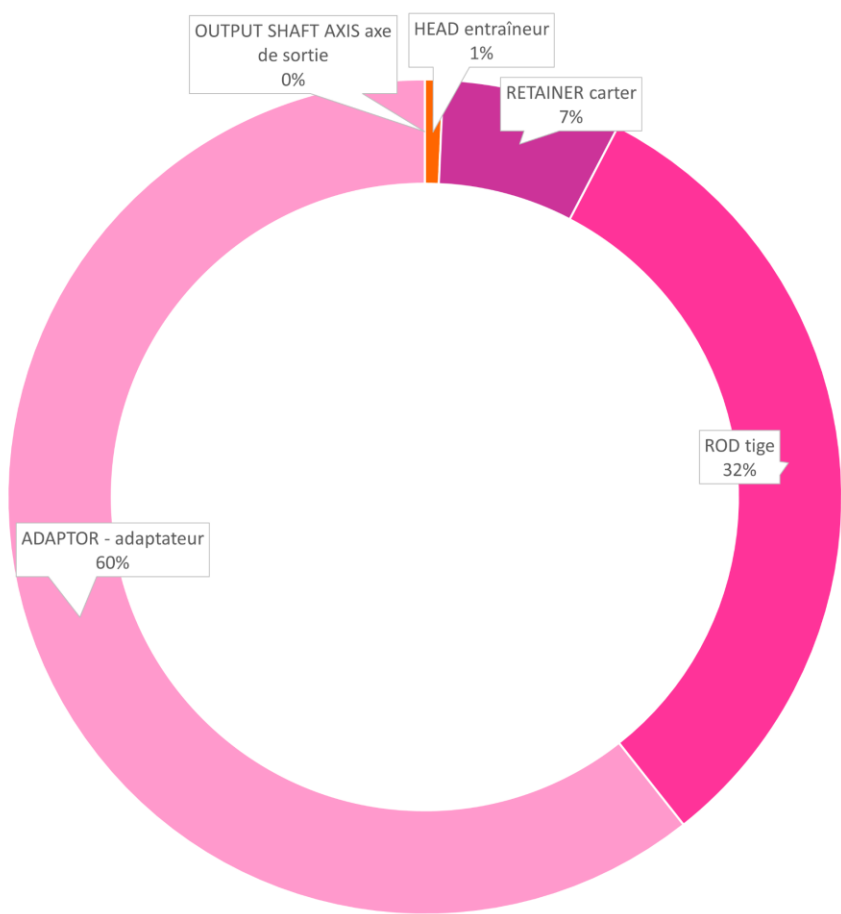
**x11000**

# Calcul des parts des moments d'inertie de chaque pièce dans le moment total

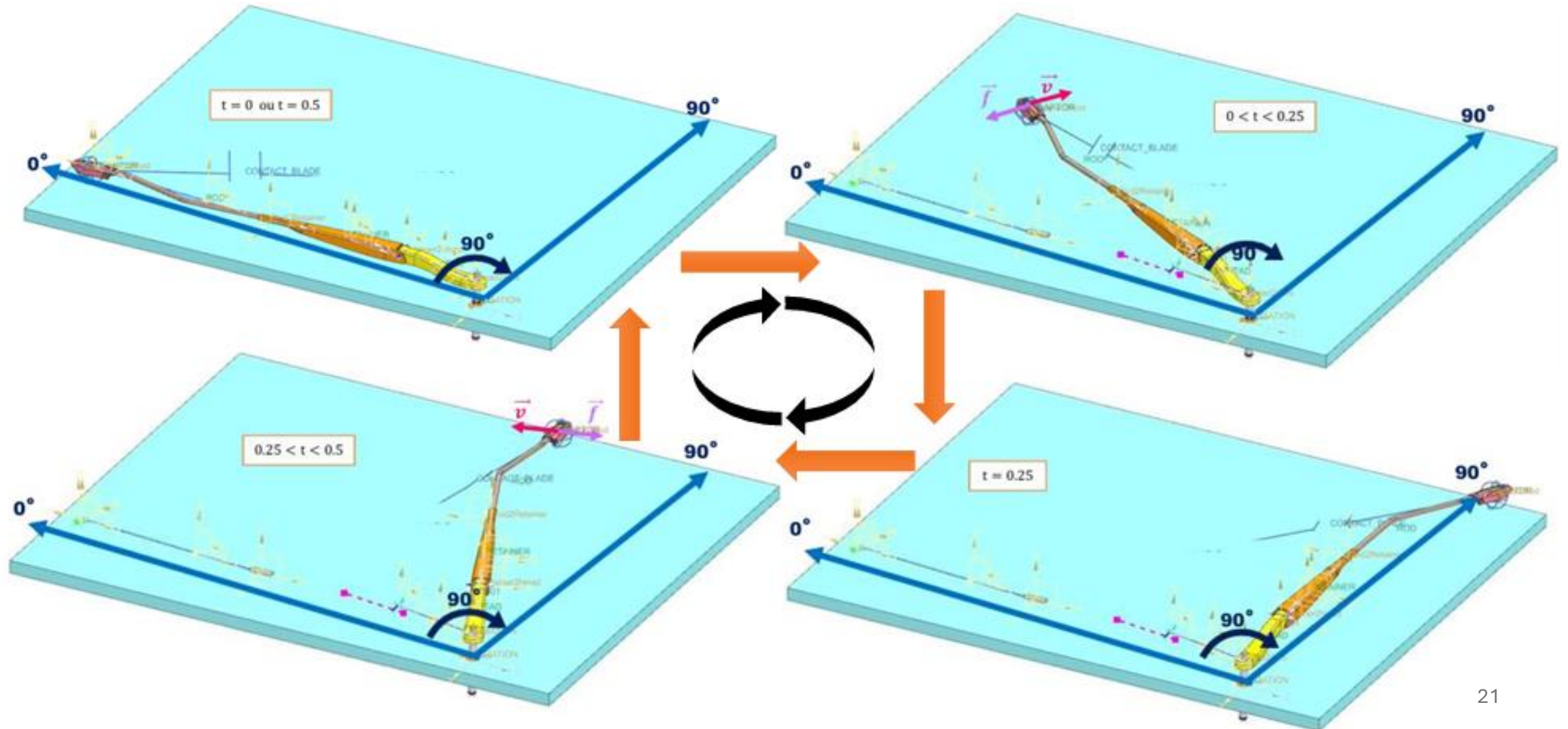
%age d'influence du moment de chaque pièce sur le moment total NO BLADE



%age d'influence du moment de chaque pièce sur le moment total BLADE

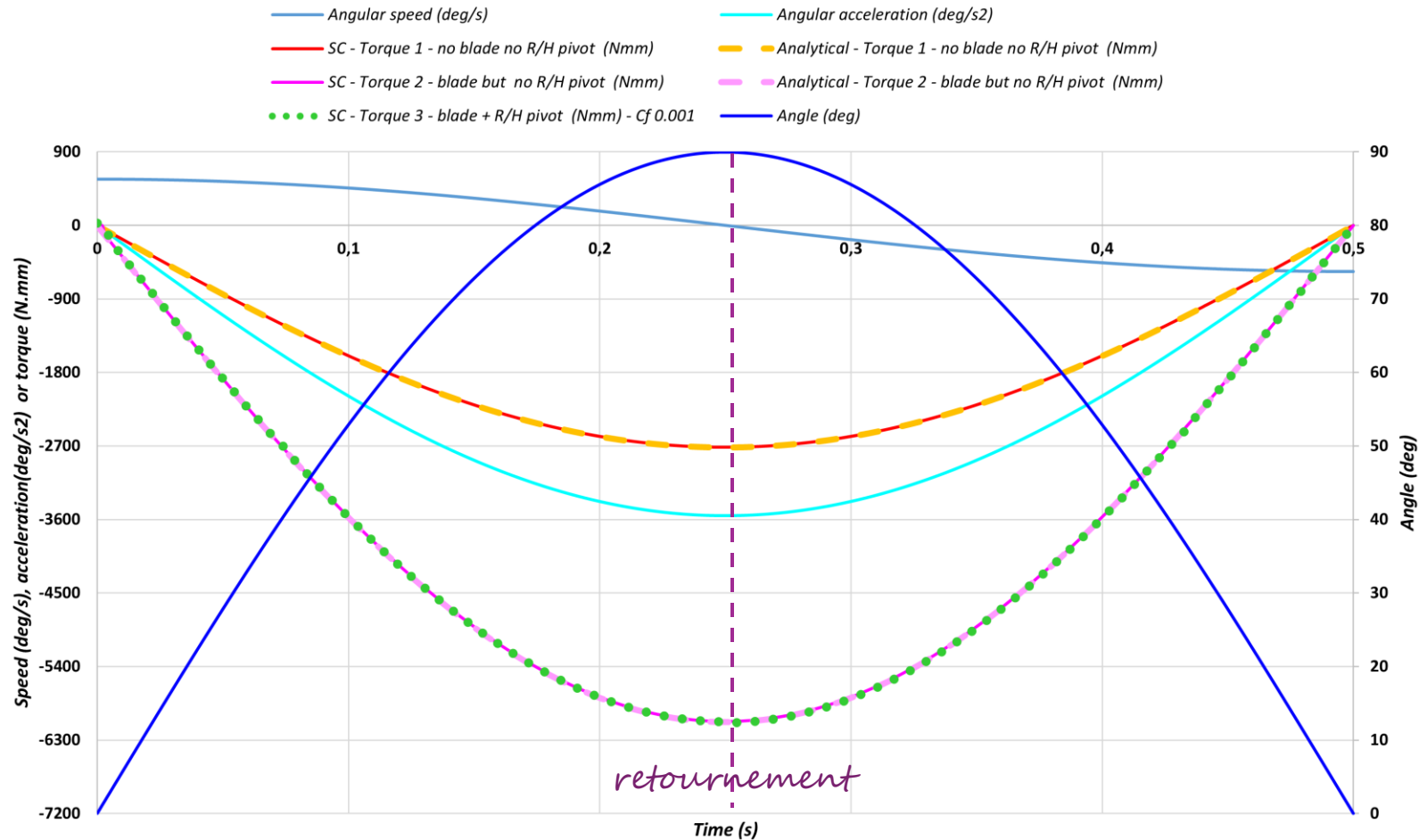


# Mouvement périodique du porte-balai



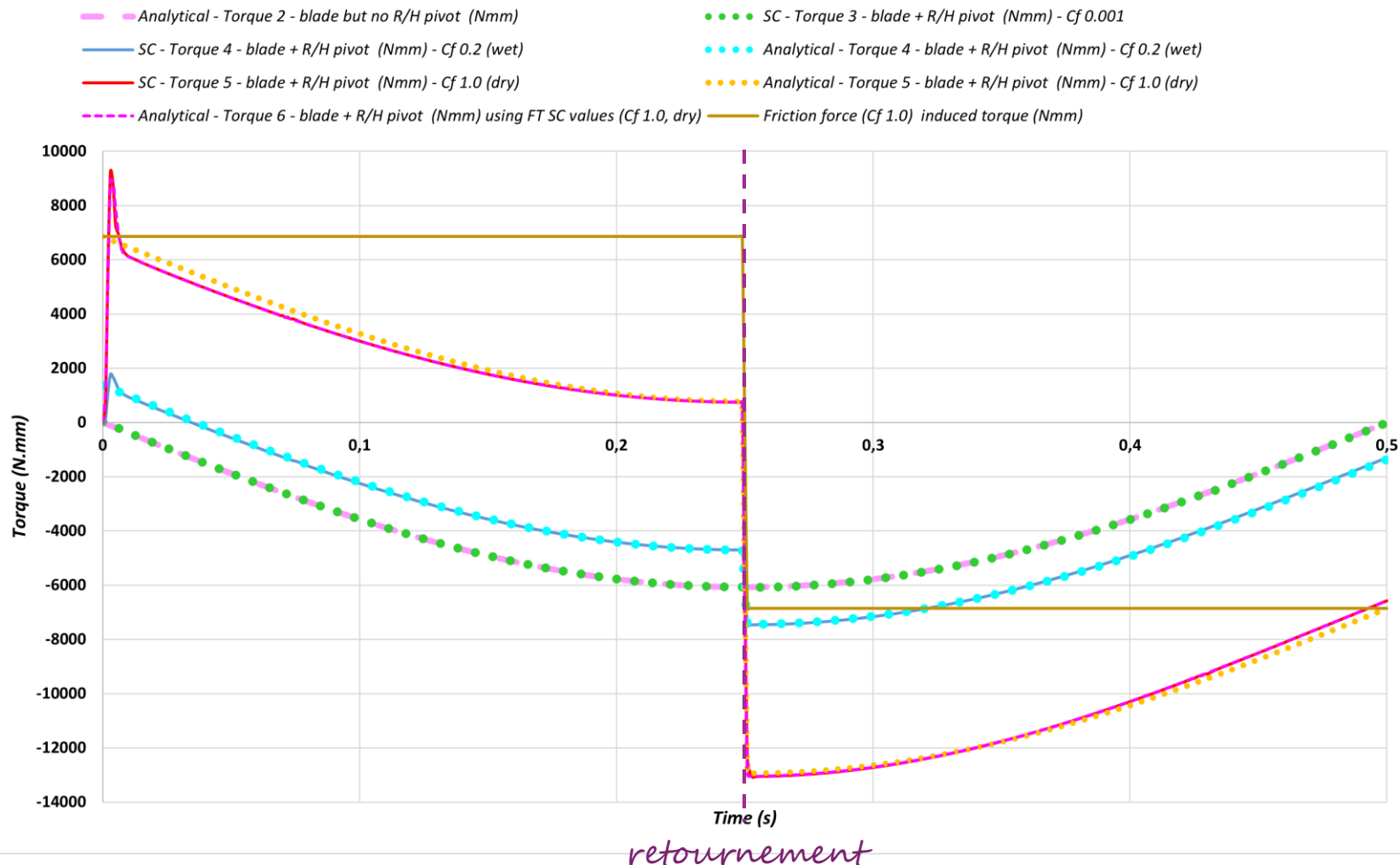
# Mesures expérimentales et théoriques des couples – sans frottements

## Comparaison des différents couples - sans frottements



# Mesures expérimentales et théoriques des couples – avec frottements

## Comparaison des différents couples - avec frottements



# Conclusion

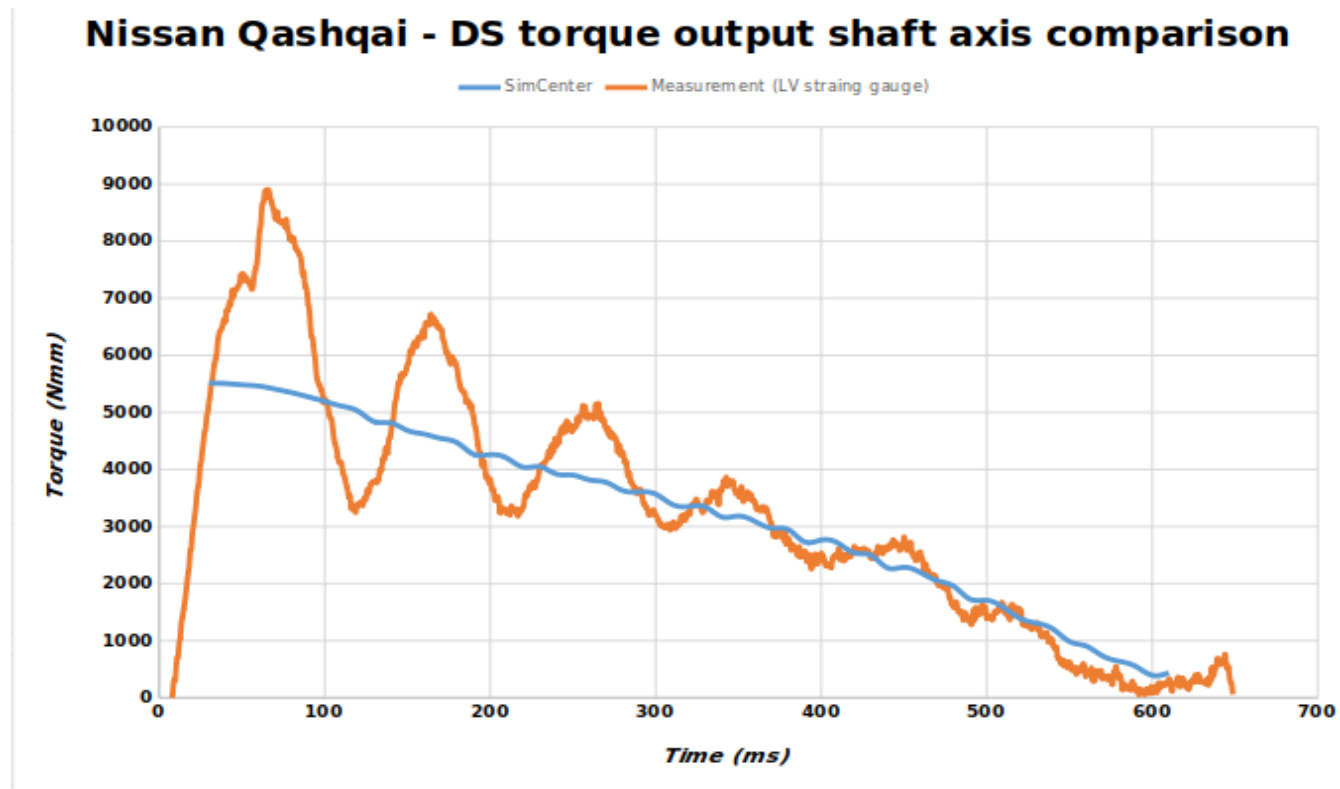
- **Problématique** : Comment les effets d'inertie influencent-ils le couple d'un système d'essuie-glace ?

- **Réalisations** :
  - ✓ Analyse théorique et simulations sous SimCenter et Catia
  - ✓ Validation de l'influence du moment d'inertie et des frottements sur le couple calculé autour de l'axe de sortie.



# Conclusion

- **Perspectives:** oscillations du couple autour de l'axe de sortie, deux phénomènes:
  - ❖ Écrasement de la lame
  - ❖ Stick-slip





**Merci**

