

0.1. Muestreo Sub-Nyquist

En esta sección vamos a estudiar como es posible preservar información contenida en una señal aunque esta sea muestreada por debajo de la frecuencia de Nyquist. En la sección sobre **FAA** fue analizada la importancia de muestrear nuestra señal de interés de tal forma de que no se produzca *aliasing* en el espectro. Principalmente se estableció que la mínima frecuencia de muestreo admisible tal que no se produzca aliasing es $f_{sampling} = 2 * f_{max}$. De esta forma podemos asegurar que los espectros no se solaparan. No obstante, en la practica es necesario dejar un espacio de guarda por sobre los limites impuesto por la frecuencia de Nyquist. Esto se debe a que los filtros *anti-aliasing* y *recuperadores* no son ideales sino que tienen un cierto roll-off que debe ser tenido en cuenta.

Si se trabajan con señales del orden de los MHz o superiores entonces generar muestras a una frecuencia del doble de la de entrada impone limitaciones sobre el ancho de banda de los canales de transmisión y sobre los ADC o FPGA que tratan estas muestras luego.

Como fue mencionado en la sección previa la señal a analizar es la siguiente:

$$X_c = A_{MAX} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \cos(2\pi(1.8f_{in})t) + \cos(2\pi(2f_{in})t) + \frac{1}{2} \cdot \cos(2\pi(2.2f_{in})t) \right] \quad (1)$$

Por requisito de la consigna de ahora en más

$$f_{in} = 0.8 \cdot f_p$$

Por lo tanto

$$f_{portadora} = 2.4KHz$$

$$f_{moduladora} = 240Hz$$

La señales de AM son un ejemplo de las llamadas señales **pasabanda**. Estas son señales cuyo contenido espectral esta acotado dentro de una banda **B**.

0.1.1. Elección de la tasa de muestreo

Para obtener la tasa de muestreo Sub-Nyquist optima utilizamos la siguiente expresión:

$$\frac{2f_c - B}{m} < f_s < \frac{2f_c + B}{m + 1} \quad (2)$$

donde m representa la cantidad de repeticiones del espectro y B el ancho de banda, en nuestro caso $480KHz$

m	$\frac{2f_c - B}{m}$	$\frac{2f_c + B}{m + 1}$	f_s optima
1	4320	2640	2640
2	2160	1760	1760
3	1440	1320	1320
4	1080	1056	1056
5	864	880	No valido
6	720	754.29	No valido

Tabla 1: Búsqueda iterativa de la frecuencia optima de muestreo Sub-Nyquist

La menor frecuencia admisible es de $1056Hz$. Es decir caso unas 5 veces menor que que la frecuencia de Nyquist $f_{nyquist} = 4800Hz$. Esto supone una gran ventaja en cuanto a aprovechamiento del espacio espectral.

0.1.2. Análisis sin FAA ni recuperador usando muestreo natural

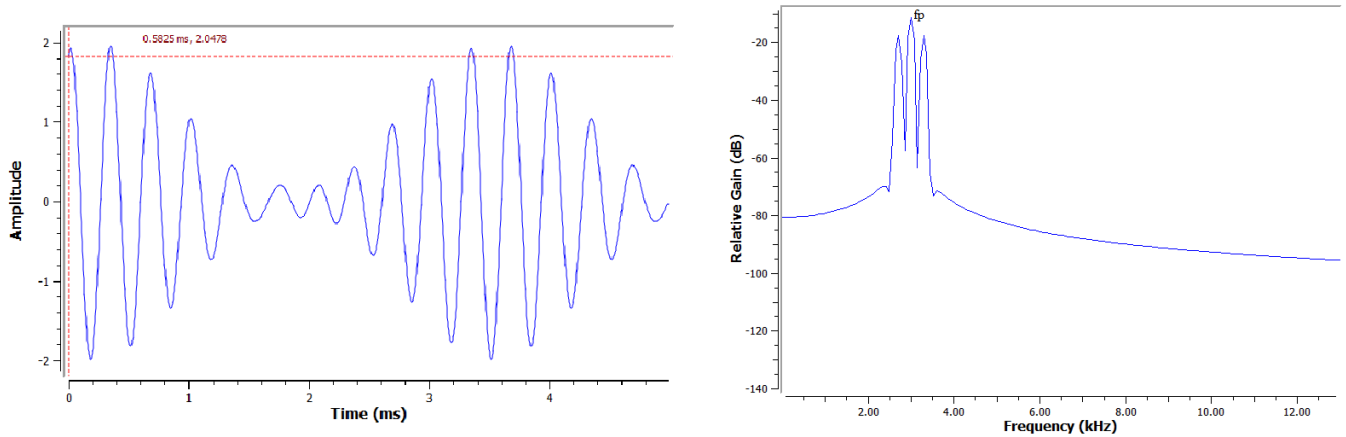


Figura 1: Señal original

En la figura 1 podemos observar la señal AM tanto en el dominio del tiempo como en la frecuencia donde se están presentes la señal portadora (lóbulo central) y la moduladora en los lóbulos laterales.

Debajo se encuentran las imágenes obtenidas mediante *LTSpice*

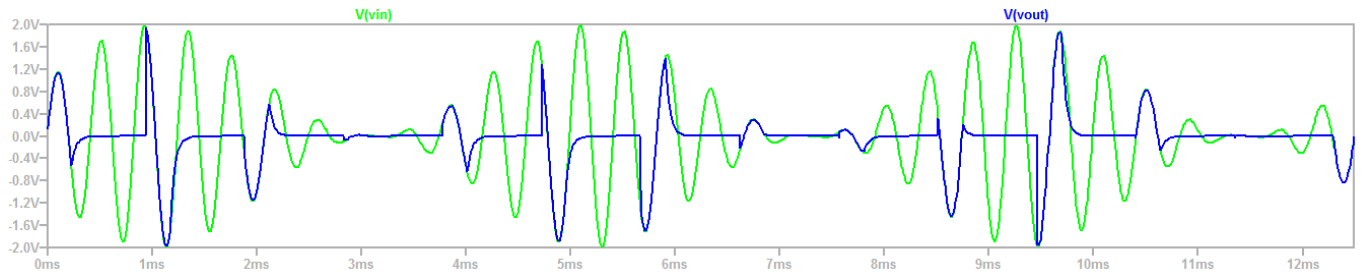


Figura 2

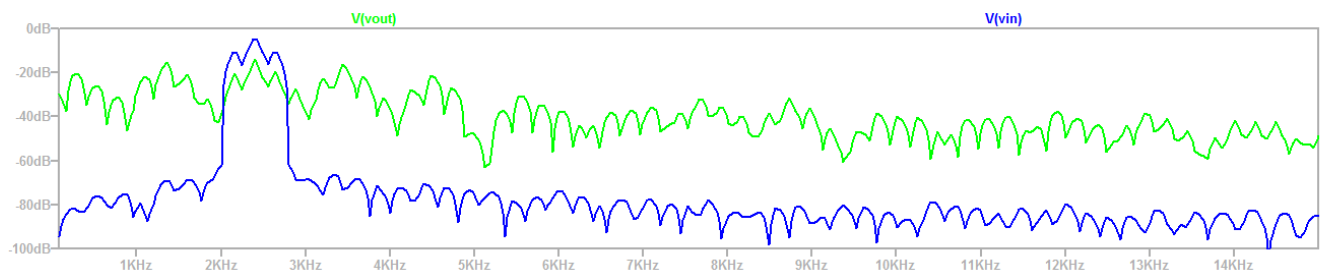


Figura 3: FFT de la señal muestreada a 1056 muestras por segundo

Como se puede apreciar en la figura 3 se ha conservado el espectro y este ha sido trasladado a un espacio espectral por debajo de 1KHz , además como se utilizó $m = 4$ (es decir un valor **par**) no hay inversión espectral en los espectros de numeración impar

A continuación las imágenes obtenidas mediante nuestro entorno de simulación

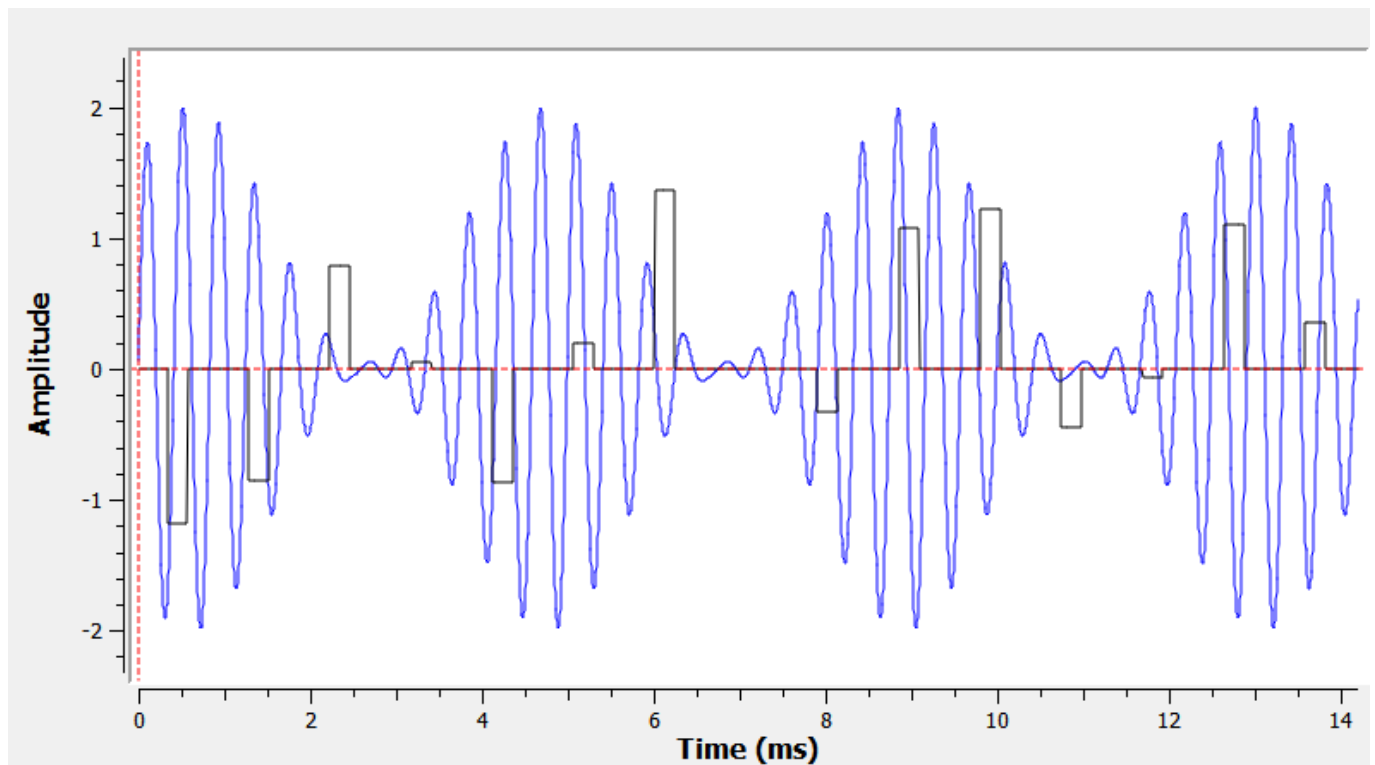


Figura 4: Señal muestreada a 1056 muestras por segundo en el entorno de simulación

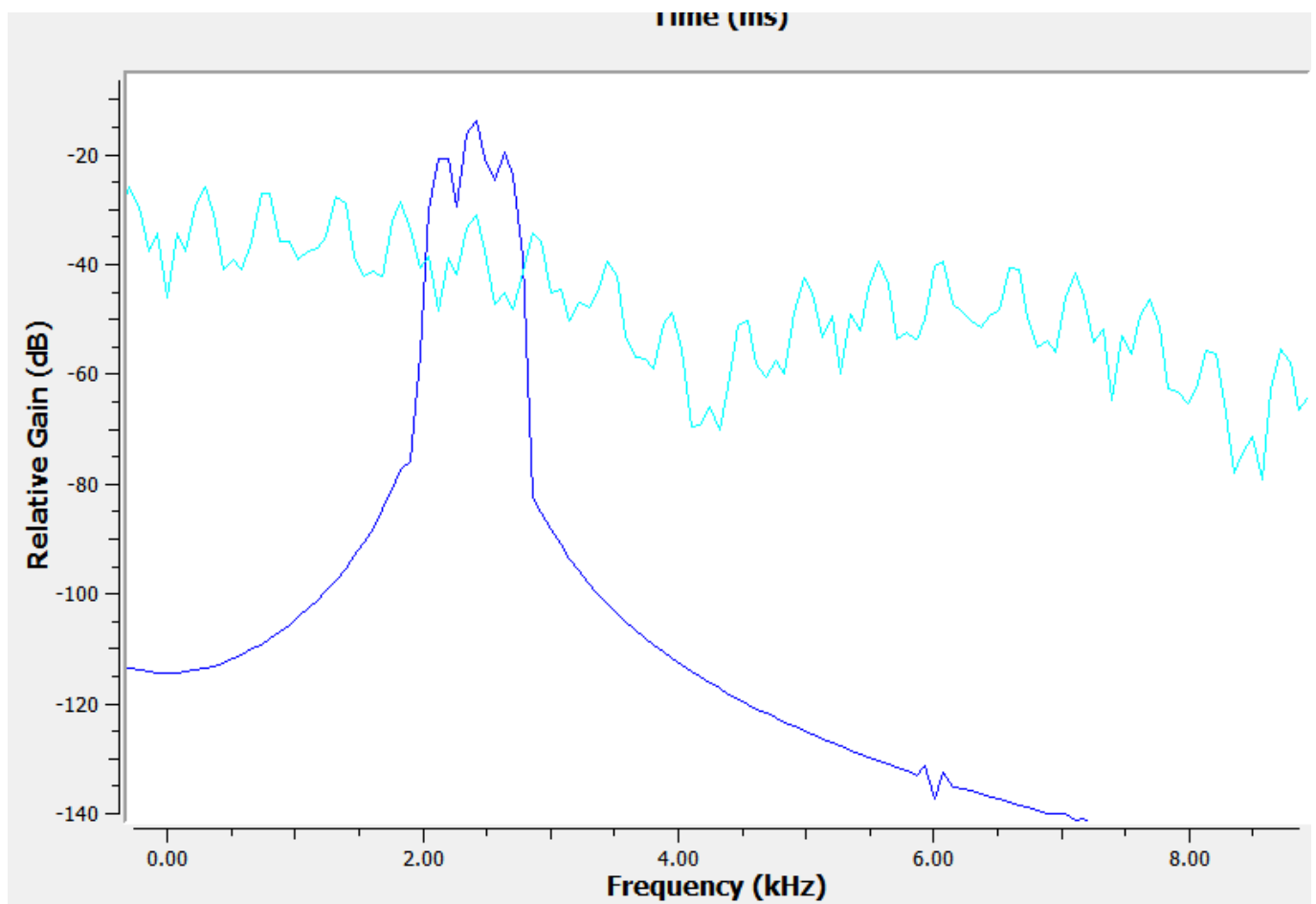


Figura 5: FFT de la señal muestreada a 1056 muestras por segundo en el entorno de simulación

Nuevamente se utilizó *LTSpice* para simular la utilización del módulo *Sample and Hold*

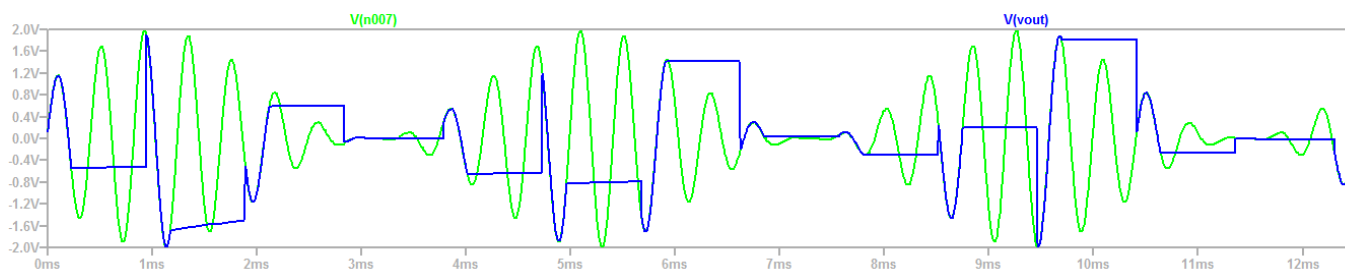


Figura 6: Señal de AM muestreada con Sample and Hold

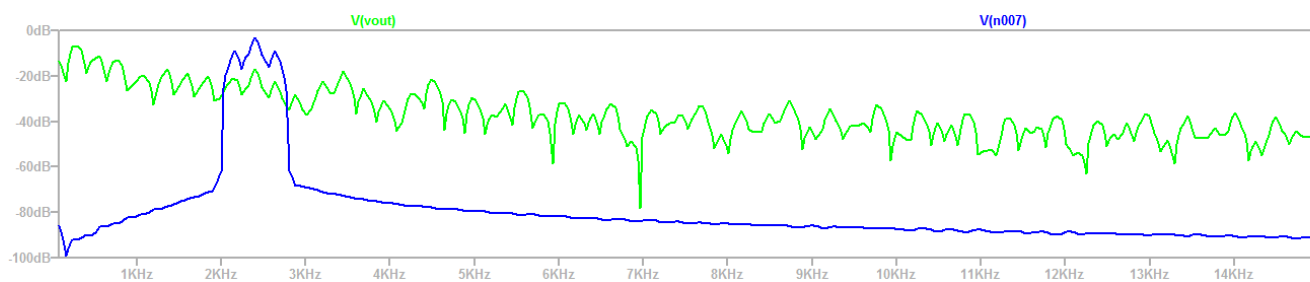


Figura 7: FFT de la señal de AM muestreada a 1056 muestras por segundo

En esta ocasión podemos observar un espectro mucho más propenso a sufrir de aliasing.

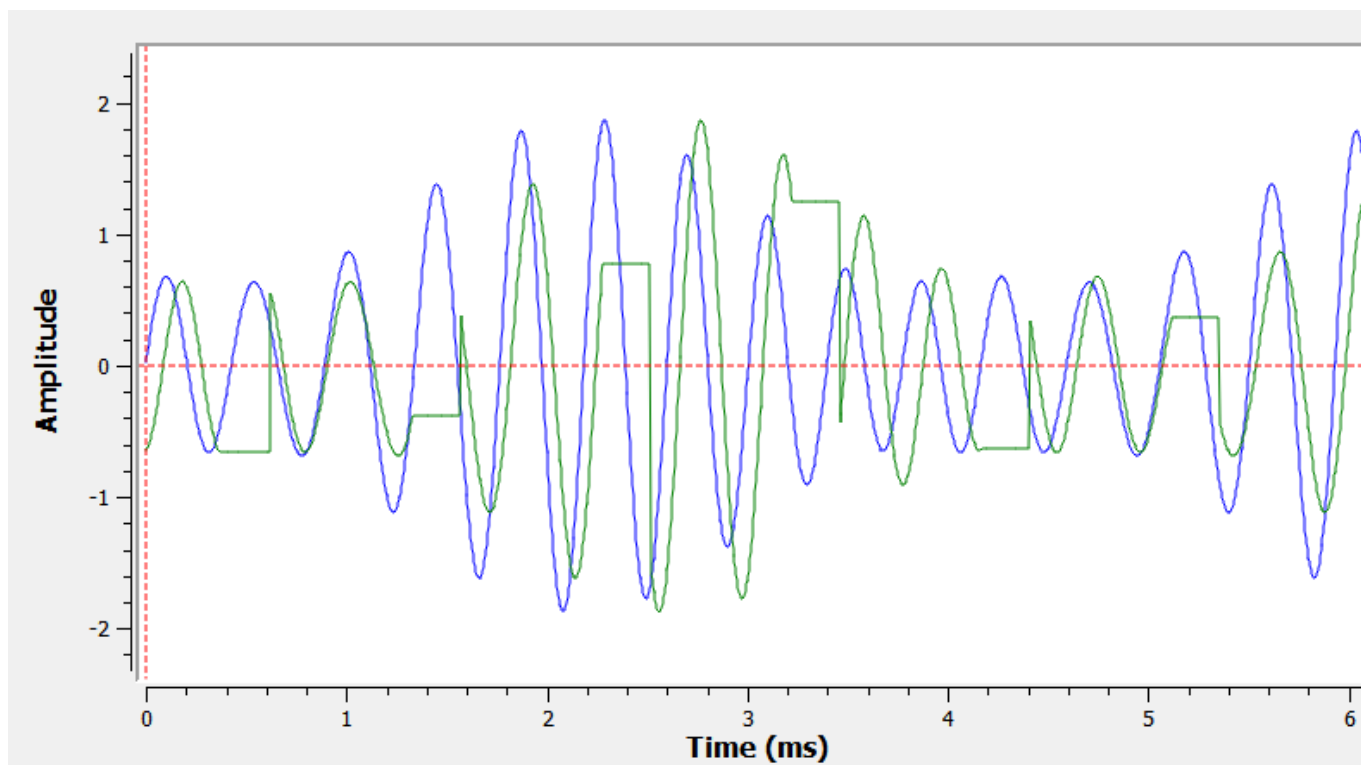


Figura 8: Sample and Hold simulado en el entorno de simulación

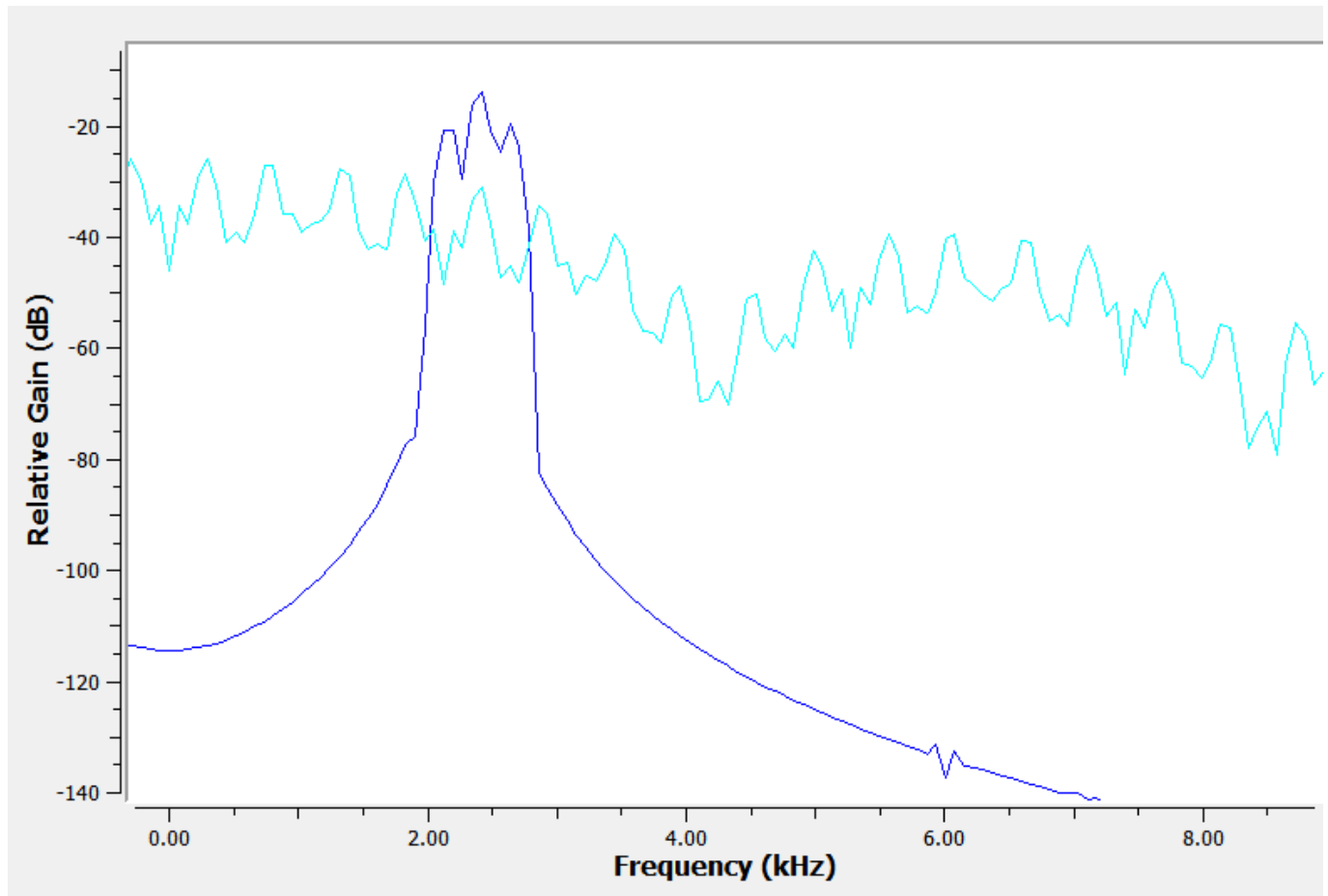


Figura 9: FFT de la señal luego del Samplen and Hold a 1056 muestras por segundo en el entorno de simulación

Podemos concluir que la utilización cuidadosa del método de sub-muestreo facilita el diseño de sistemas para que estos trabajen a frecuencias menores, además permite ahorrar el costo de circuitos analógicos que trasladan las señales de interés a frecuencias menores en equipos de radio.

al mismo tiempo que practica la economía de ancho de banda, un recurso limitado a la hora de transmitir información.

Por último, recomendamos la lectura de *Application Report Why use Oversampling when Undersampling can do the Job?* de Texas Instruments.