

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.05 ANÁLISIS DE SEÑALES Y SISTEMAS DIGITALES

Guía de ejercicios N°1

Grupo 3

MECHOULAM, Alan	58438
LAMBERTUCCI, Guido Enrique	58009
RODRIGUEZ TURCO, Martín Sebastian	56629
LONDERO BONAPARTE, Tomás Guillermo	58150

Profesores

Jacoby, Daniel Andres
Belaustegui Goitia, Carlos F.
Iribarren, Rodrigo Iñaki

Presentado: ??/??/20

Ejercicio 1

d) $\mathbf{R}[x(nT)] = 5nTx^2(nT)$

Invariancia:

$$R[x(nT - kT)] = 5nTx^2(nT - kT)$$

$$T[R[x(nT)]] = T[5nTx^2(nT)] = 5(nT - T)x^2(nT - kT)$$

No es tiempo invariante.

Causalidad: Es causal ya que no depende de entradas futuras.

Linealidad:

$$R[ax_1(nT) + bx_2(nT)] = 5nT(ax_1^2 + bx_2^2)(nT) \neq aR[x_1(nT)] + bR[x_2(nT)]$$

No es un sistema lineal.

e) $\mathbf{R}[x(nT)] = 3x(nT + 3T)$

Invariancia:

$$R[x(nT - T)] = 3x(nT + 3T - kT)$$

$$T[R[x(nT)]] = T[3x(nT + 3T)] = 3x(nT + 3T - kT)$$

Es tiempo invariante.

Causalidad: No es causal ya que depende de entradas futuras.

Linealidad:

$$R[ax_1(nT) + bx_2(nT)] = 3[ax_1(nT + 3T) + bx_2(nT + 3T)] = a3x_1(nT + 3T) + b3x_2(nT + 3T) = aR[x_1(nT)] + bR[x_2(nT)]$$

Es un sistema lineal.

i) $\mathbf{R}[x(nT)] = x(nT + T)e^{-nT}$

Invariancia:

$$R[x(nT - kT)] = x(nT + T - kT)e^{-nT}$$

$$T[R[x(nT)]] = T[x(nT + T - kT)e^{-nT+kT}] = x(nT + T - kT)e^{-nT+kT}$$

No es tiempo invariante.

Causalidad: No es causal ya que depende de entradas futuras.

Linealidad:

$$R[ax_1(nT) + bx_2(nT)] = [ax_1(nT) + bx_2(nT)]e^{-nT+T} = ax_1(nT)e^{-nT+T} + bx_2(nT)e^{-nT+T} = aR[x_1(nT)] + bR[x_2(nT)]$$

Es un sistema lineal.

Ejercicio 2b

La ecuación en diferencia del sistema se vale de la función auxiliar $e(nT)$.

1. $e(nT) = x(nT) + e(nT - T) - 0.5e(nT - 2T)$

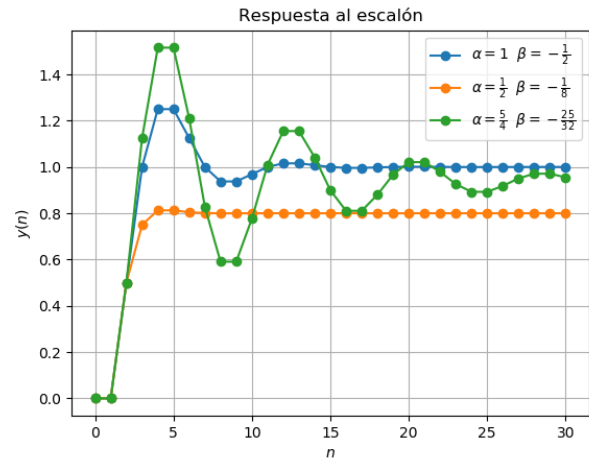
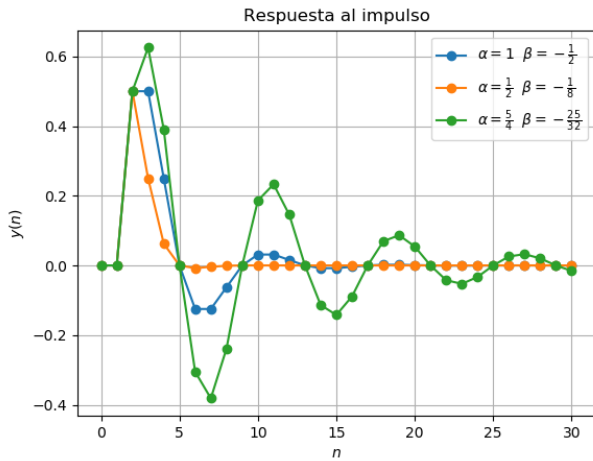
2. $y(nT) = e(nT) + e(nT - T)$

Ejercicio 9

La ecuación en diferencia del sistema es

$$y(nT) = 0.5x(nT - 2T) + \alpha y(nT - T) + \beta y(nT - 2T)$$

De esta formase obtienen los siguientes resultados.



Se puede determinar la frecuencia de oscilación para los casos de $\alpha = 1$ y $\beta = -\frac{1}{2}$ y $\alpha = \frac{5}{4}$ y $\beta = -\frac{25}{32}$, tanto de la respuesta al impulso como del escalón. Para todos los casos se obtiene $f_o = \frac{125}{T}$.

Para estimar la respuesta en frecuencia en el caso de a...

Ejercicio 11

La ecuación en diferencia del sistema es:

$$y(n) = 0.4y(n-1) + 0.4x(n)$$

Siendo este un sistema relajado, se busca $y(n)$ con $x(n) = \delta(n)$:

$$h(0) = 0.4x(0) + 0.4h(-1) = 0.4$$

$$h(1) = 0.4x(1) + 0.4h(0) = 0.4^2$$

$$h(2) = 0.4x(2) + 0.4h(1) = 0.4^3$$

...

$$h(n) = 0.4^{n+1}$$

Se busca que la salida quede expresada de la forma:

$$y(n) = y_{zi}(n) + y_{zs}(n)$$

Donde

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y(n) = \lim_{x \rightarrow \infty} y_{zi}(n) + y_{zs}(n) \rightarrow h(n) * x(n) + 0$$

Asumiendo excitación senoidal $x(nt) = \cos(n\omega T) = \frac{e^{jn\omega T}}{2j} + \frac{e^{-jn\omega T}}{2j}$

$$y(nT) = R[x(nT)] = \frac{1}{2j}R[e^{jn\omega T}] + \frac{1}{2j}R[e^{-jn\omega T}] = \frac{1}{2j}y_1(\omega T) + \frac{1}{2j}y_2(\omega T)$$

Tomando

$$y_1(\omega T) = \sum_{k=0}^n x_1(n-k)h(k) = \sum_{k=0}^n e^{j(n-k)\omega T} 0.4^{k+1} = 0.4 \sum_{k=0}^n e^{j(n-k)\omega T} e^{k \ln(0.4)} = 0.4 e^{jn\omega T} \sum_{k=0}^n e^{j(-k)\omega T \ln(0.4)}$$

Sabiendo que es una serie geométrica

$$y_1(\omega T) = 0.4 e^{jn\omega T} \frac{e^{[\ln(0.4) - jk\omega T](n+1)} - 1}{e^{\ln(0.4) - jk\omega T} - 1}$$

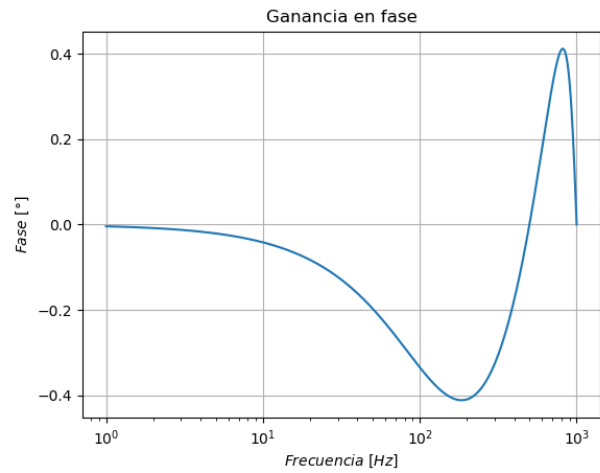
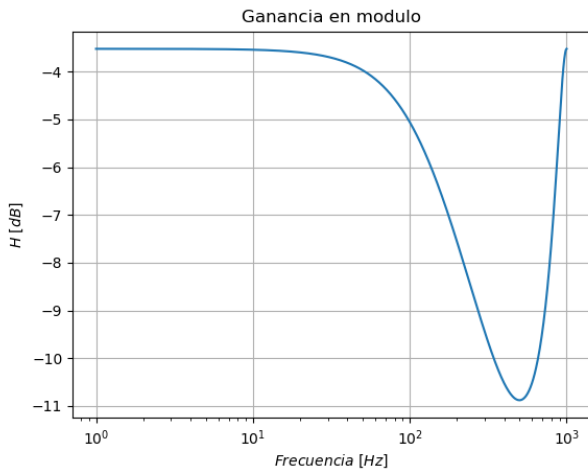
$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_1(n) = e^{jn\omega T} \frac{0.4}{1 - e^{\ln(0.4) - jk\omega T}} = \tilde{y}_1(n)$$

$$H(j\omega) = \frac{0.4}{1 - e^{\ln(0.4) - jk\omega T}}$$

Siendo así:

$$|H(j\omega)| = \frac{0.4}{\sqrt{1 + 0.4^2 - 0.8\cos(\omega T)}} \quad (1)$$

$$\angle H(j\omega) = \arctan\left(\frac{0.4\sin(\omega T)}{0.4\cos(\omega T) - 1}\right) \quad (2)$$



Evaluando (1) en 0, se obtiene $H(0) = \frac{2}{3}$. Ahora se busca la frecuencia tal que $|H(j\omega)| = \frac{2}{3\sqrt{2}}$. Despejando, se obtiene $f = \frac{0.99}{2\pi T} = 157.31 \text{ Hz}$.