Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.05 Análisis de Señales y Sistemas Digitales

Guía de ejercicios N°1

Grupo 3

Mechoulam, Alan	58438
Lambertucci, Guido Enrique	58009
Rodriguez Turco, Martín Sebastian	56629
Londero Bonaparte, Tomás Guillermo	58150

Profesores

Jacoby, Daniel Andres
Belaustegui Goitia, Carlos F.
Iribarren, Rodrigo Iñaki

Presentado: ??/??/20

Ejercicio 1

d) $\mathbf{R\left[x\left(nT\right)\right] = 5nTx^2\left(nT\right)}$

Invariancia:

$R\left[x\left(nT-\alpha\right)\right] = 5nTx^2\left(nT-\alpha\right)$

$T\left[R\left[x\left(nT\right)\right]\right] = T\left[5nTx^2\left(nT\right)\right] = 5(nT-T)x^2\left(nT-\alpha\right)$

No es tiempo invariante.

Causalidad: Es causal ya que no depende de entradas futuras.

Linealidad:

$R\left[ax_1\left(nT\right)+bx_2\left(nT\right)\right] = 5nT\left(ax_1{}^2+bx_2^2\right)\left(nT\right) \neq aR\left[x_1\left(nT\right)\right]+bR\left[x_2\left(nT\right)\right]$

No es un sistema lineal.

e) $\mathbf{R\left[x\left(nT\right)\right] = 3x\left(nT+3T\right)}$

Invariancia:

$R\left[x\left(nT-T\right)\right] = 3x\left(nT+3T-\alpha\right)$

$T\left[R\left[x\left(nT\right)\right]\right] = T\left[3x\left(nT+3T\right)\right] = 3x\left(nT+3T-\alpha\right)$

Es tiempo invariante.

Causalidad: No es causal ya que depende de entradas futuras.

Linealidad:

$R\left[ax_1\left(nT\right)+bx_2\left(nT\right)\right] = 3\left[ax_1\left(nT+3T\right)+bx_2\left(nT+3T\right)\right] = a3x_1\left(nT+3T\right)+b3x_2\left(nT+3T\right) = aR\left[x_1\left(nT\right)\right]+bR\left[x_2\left(nT\right)\right]$

Es un sistema lineal.

i) $\mathbf{R\left[x\left(nT\right)\right] = x\left(nT+T\right)e^{-nT}}$

Invariancia:

$R\left[x\left(nT-\alpha\right)\right] = x\left(nT+T-\alpha\right)e^{-nT}$

$T\left[R\left[x\left(nT\right)\right]\right] = T\left[x\left(nT+T-\alpha\right)e^{-nT+\alpha}\right] = x\left(nT+T-\alpha\right)e^{-nT+\alpha}$

No es tiempo invariante.

Causalidad: No es causal ya que depende de entradas futuras.

Linealidad:

$R\left[ax_1\left(nT\right)+bx_2\left(nT\right)\right] = \left[ax_1\left(nT\right)+bx_2\left(nT\right)\right]e^{-nT+T} = ax_1\left(nT\right)e^{-nT+T}+bx_2\left(nT\right)e^{-nT+T} = aR\left[x_1\left(nT\right)\right]+bR\left[x_2\left(nT\right)\right]$

Es un sistema lineal.

Ejercicio 2b

La ecuación en diferencia del sistema se vale de la función auxiliar $e(nT)$.

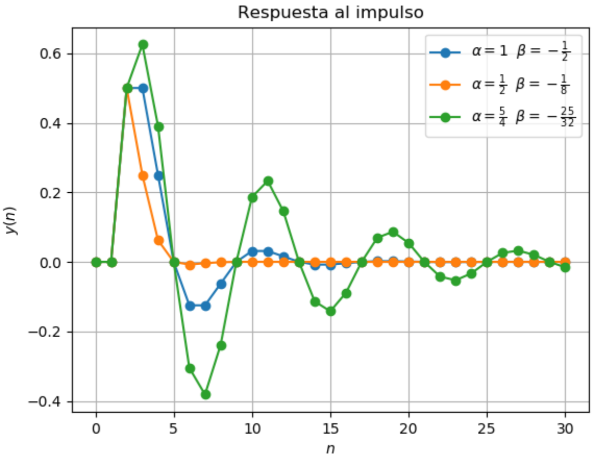
1. $e(nT) = x(nT)+e(nT-T)-0.5e(nT-2T)$
2. $y(nT) = e(nT)+e(nT-T)$

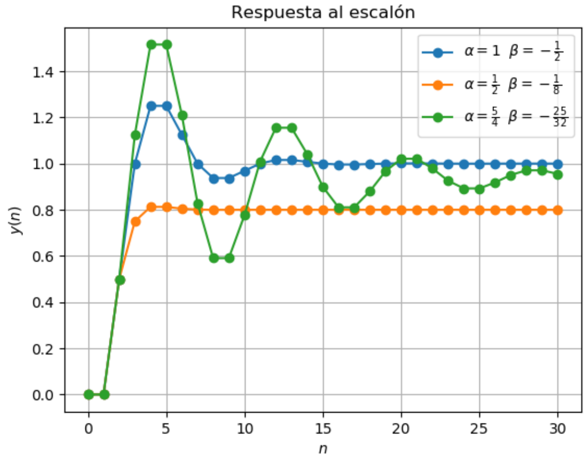
Ejercicio 9

La ecuación en diferencia del sistema es

$$y(nT) = 0.5x(nT-2T)+\alpha y(nT-T)+\beta y(nT-2T)$$

De esta formase obtienen los siguientes resultados.





Se puede determinar la frecuencia de oscilación para los casos de $\alpha = 1$ y $\beta = -\frac{1}{2}$ y $\alpha = \frac{5}{4}$ y $\beta = -\frac{25}{32}$, tanto de la respuesta al impulso como del escalón. Para todos los casos se obtiene $f_o = \frac{125}{T}$.
Para estimar la respuesta en frecuencia basta con proveer al sistema con sinusoides de distinta frecuencia, y obteniendo el autovalor asociado, donde dicho autovalor es la respuesta en frecuencia evaluada para aquella frecuencia, obteniendo varios puntos de estos, se logra estimar la respuesta en frecuencia.

Ejercicio 11

La ecuación en diferencia del sistema es:

$$y(n) = 0.4y(n-1) + 0.4x(n)$$

Siendo este un sistema relajado, se busca $y(n)$ con $x(n) = \delta(n)$:

$$h(0) = 0.4x(0) + 0.4h(-1) = 0.4$$

$$h(1) = 0.4x(1) + 0.4h(0) = 0.4^2$$

$$h(2) = 0.4x(2) + 0.4h(1) = 0.4^3$$

$$...$$

$$h(n) = 0.4^{n+1}$$

Se busca que la salida quede expresada de la forma:

$$y(n) = y_{zi}(n) + y_{zs}(n)$$

Donde

$$\lim_{n\to\infty} y(n) = \lim_{x\to\infty} y_{zi}(n) + y_{zs}(n) \longrightarrow h(n) * x(n) + 0$$

Asumiendo excitación senoidal $x(nt) = cos(n\omega T) = \frac{e^{jn\omega T}}{2j} + \frac{e^{-jn\omega T}}{2j}$

$$y(nT) = R[x(nT)] = \frac{1}{2j}R\left[e^{jn\omega T}\right] + \frac{1}{2j}R\left[e^{-jn\omega T}\right] = \frac{1}{2j}y_1(\omega T) + \frac{1}{2j}y_2(\omega T)$$

Tomando

$$y_1(\omega T) = \sum_{k=0}^{n} x_1(n-k)h(k) = \sum_{k=0}^{n} e^{j(n-k)\omega T} 0.4^{n+1} = 0.4 \sum_{k=0}^{n} e^{j(n-k)\omega T} e^{ln(0.4)} = 0.4e^{jn\omega T} \sum_{k=0}^{n} e^{j(-k)\omega T\ ln(0.4)}$$

Sabiendo que es una serie geométrica

$$y_1(\omega T) = 0.4e^{jn\omega T} \frac{e^{[ln(0.4) - jk\omega T](n+1)} - 1}{e^{ln(0.4) - jk\omega T} - 1}$$

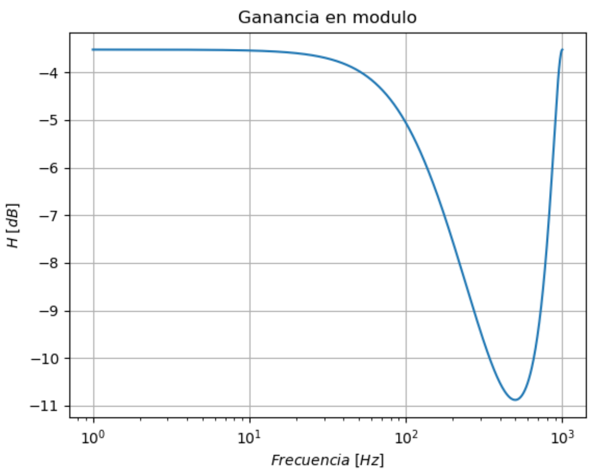
$$\lim_{n\to\infty} y_1(n) = e^{jn\omega T}\frac{0.4}{1-e^{ln(0.4)-jk\omega T}} = \tilde{y}_1(n)$$

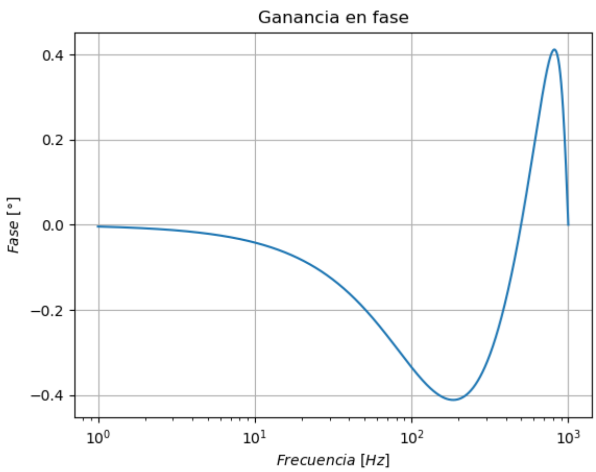
$$H(j\omega) = \frac{0.4}{1-e^{ln(0.4)-jk\omega T}}$$

Siendo así:

$$|H(j\omega)| = \frac{0.4}{\sqrt{1+0.4^2-0.8cos(\omega T)}} \quad (1)$$

$$\angle H(j\omega) = arctan\left(\frac{0.4sen(\omega T)}{0.4cos(\omega T)-1}\right) \quad (2)$$





Evaluando (1) en 0, se obtiene $H(0) = \frac{2}{3}$. Ahora se busca la frecuencia tal que $|H(j\omega)| = \frac{2}{3\sqrt{2}}$. Despejando, se obtiene $f = \frac{0.99}{2\pi T} = 157.31\ Hz$.