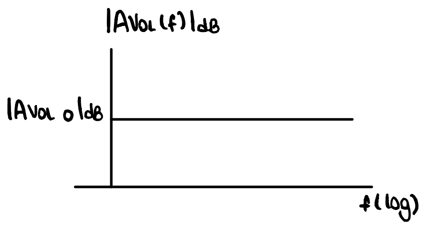
UNIDAD 4: Respuesta en frecuencia de circuitos realimentados negativamente.
Estabilidad
Compensación
"Slew-Date"

NUEVA NOTACIÓN: como hay frecuencia, al realimentador le llamaremos "B"

$$PE = \frac{1}{B} \cdot \frac{\overbrace{aB}^{|T|}}{1+\underbrace{aB}_{|T|}}$$

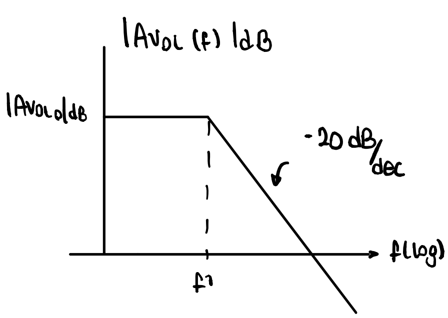
- Hasta ahora supusimos:



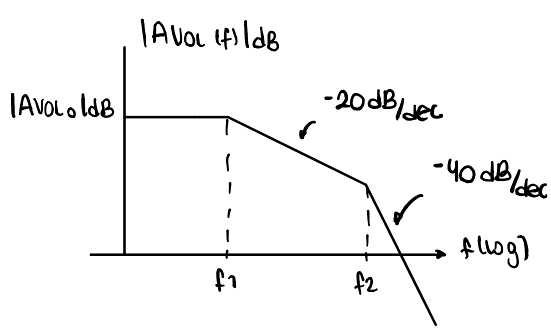
VALE SOLO PARA BAJAS FRECUENCIAS

Regla general: cada capacitor produce un polo y un cero.

En los manuales:

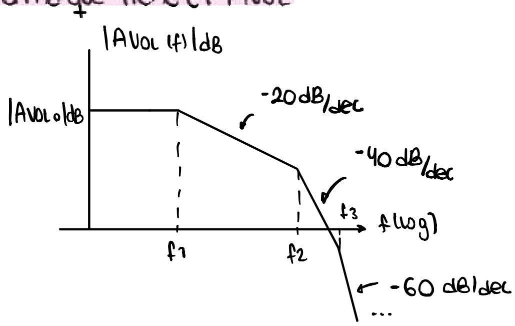


APROXIMACIÓN A UN POLO SIMPLE



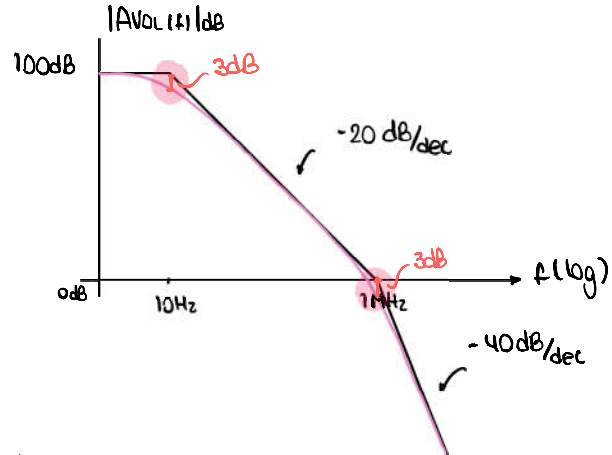
APROXIMACIÓN A DOS POLOS SIMPLES

Forma que tiene el AvoL



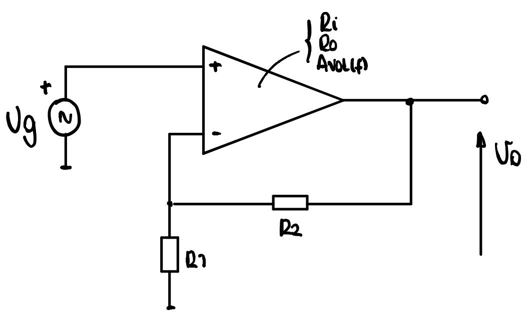
Todos los ceros están en el infinito.

Ejemplo típico:

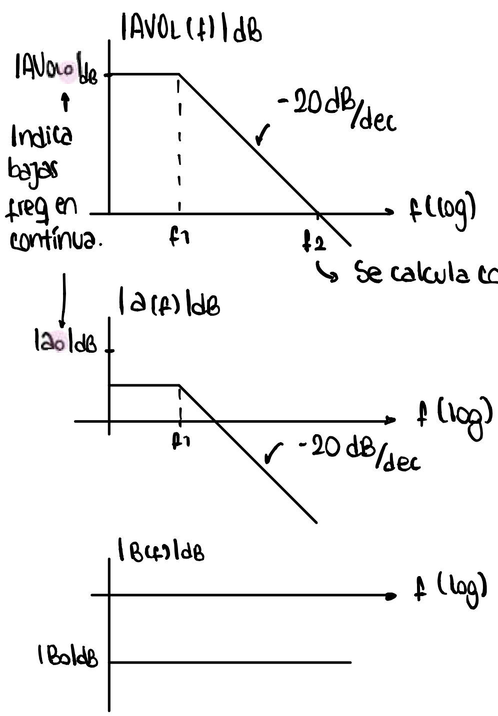


→ SIEMPRE ES RTA DE SEÑALES SINUSOIDALES

1) Encontrar PE(f).

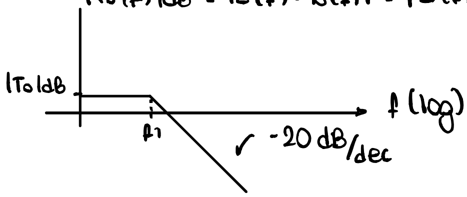


HIPÓTESIS: se utiliza la aproximación A UN POLO para AVOL(f)
el realimentador es resistivo puro



↳ Se calcula como AVOL0 en veces · f1

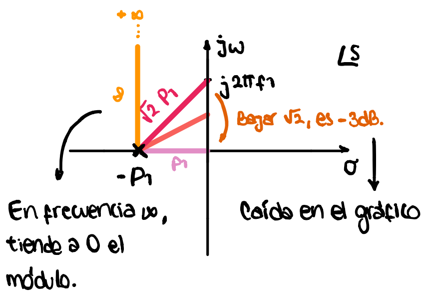
$$|T_o(f)|_{dB} = |a(f)\cdot B(f)| = |a(f)|_{dB} + |B(f)|_{dB}$$



- Calculamos el parámetro estabilizado.

$$PE(s) = \frac{a(s)}{1 + a(s)\cdot B} \quad ; \quad a(s) = \frac{a_0}{1 + \frac{s}{P_1}} = \frac{a_0 \cdot P_1}{P_1 + s} = \frac{a_0 \cdot P_1}{s + P_1}$$

$P_1 \rightarrow 2\pi f_1$



Da infinito en $(-)P_1$ la transferencia, aunque el polo está en $(+)P_1$. ¿Por qué?

Cuando calculo no estoy sobre el polo, estoy sobre el eje $j\omega$, pero el polo está sobre el otro eje. Ambos están relacionados, pero no es el polo.

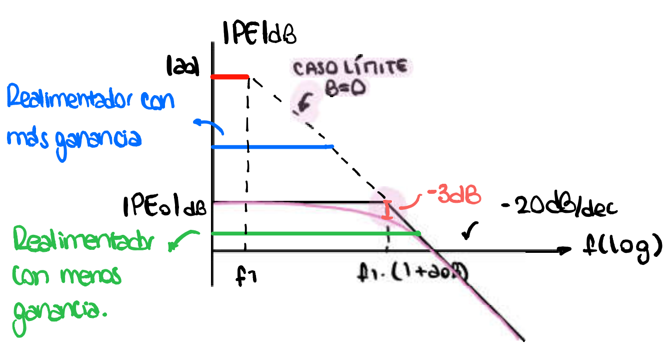
- Los polos de un sistema implementable deben ser estables o complejos conjugados.
- Estabilidad → todos los polos en el semiplano izquierdo.
- Un sistema de orden 1, siempre tendremos el polo en el semiplano negativo.

$$\Rightarrow PE(s) = \frac{\frac{a_0}{1+s/P_1}}{1 + \frac{a_0 \cdot B}{1 + s/P_1}} = \frac{a_0}{1 + s/P_1 + a_0 \cdot B}$$

→ La transferencia también es de orden 1.

$$= \frac{a_0}{(1 + a_0 \cdot B) + \frac{s}{P_1}} = \underbrace{\frac{a_0}{1 + a_0 \cdot B}}_{PE_o} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{P_1(1 + a_0 B)}}$$

$P_1(1+a_0B) \rightarrow$ POLO



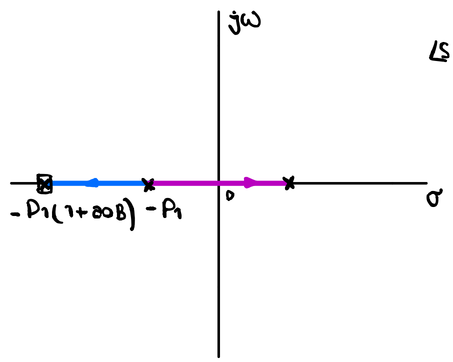
La ganancia baja en $(1 + a_0 B)$, pero el ancho de banda aumenta en $(1 + a_0 B)$

El producto ganancia por ancho de banda da siempre constante.

GANANCIA × ANCHO DE BANDA = cte. ⇒ $\frac{a_0}{(\cancel{1+a_0B})} \times f_1 \cdot (\cancel{1+a_0B}) = a_0 \cdot f_1$

"ROOT LOCUS": lugar de las raíces.

Muestra cómo se mueven los polos del sistema realimentado.

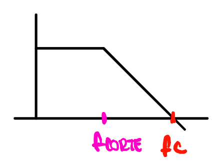


: con realimentación negativa.

: con realimentación positiva.
↳ puede volverse inestable.

Frecuencias importantes

- FRECUENCIA DE CRUCE DEL SISTEMA: f_c
- FRECUENCIA DE CORTE: f_{CORTE}



Cálculo de la frecuencia de cruce

$$|T(j\omega)|\Big|_{\omega = \omega_1 \cdot (1+|T_0|)} = ?$$

$$T(s) = \frac{T_0}{1 + \frac{s}{P_1}} \quad (P_1 \sim 2\pi f_1 = \omega_1) \Rightarrow T(j\omega) = \frac{T_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}} \Rightarrow |T(j\omega)| = \frac{|T_0|}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2}}$$

T_0: $\alpha |A_{VOL0}|$ → debe ser muy alto.

$$\Rightarrow |T(j\omega)|\Big|_{\omega = \omega_1 \cdot (1+|T_0|)} = \frac{|T_0|}{\sqrt{\cancel{1} + (\cancel{1} + |T_0|)^2}} \simeq 1$$

↑ si $|T_0| >>> 1$

Entonces: $\omega_c \simeq \omega_1 \cdot (\cancel{1} + |T_0|) \simeq \omega_1 \cdot |T_0|$

$f_c \simeq f_1 \cdot |T_0|$ → Solo para sistemas de orden 1.

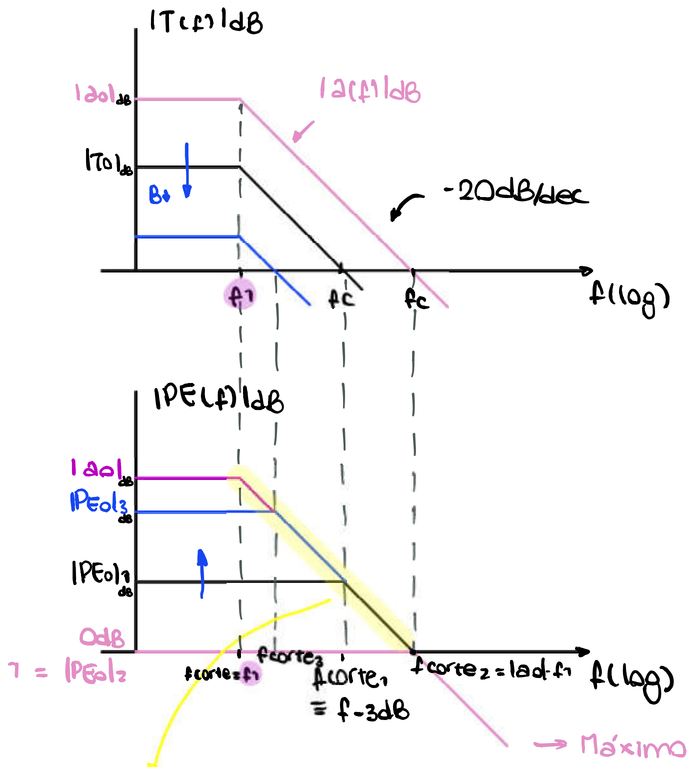
(Para el ejemplo anterior: $f_c = a_0 \cdot f_1$)

Observación: En un sistema de 1° orden (o sea de un solo polo), la frecuencia de corte del PE coincide con la frecuencia de cruce del sistema.

$$\underbrace{f_{CORTE}}_{\equiv f_{-3dB}} \equiv f_c$$

Tarea

HACER 1° |T| Y ABAJO EL DE |PE| VARIANDO EL B



→ Máximo ancho de banda posible

Si $B = 1 \Rightarrow T_f = a \cdot B = a$

$\Rightarrow |PE_0| \approx \frac{1}{B} = 1$

↑ Si $|T_0| >> 1$

Si $B < 1$

Si $B = 0$

¿POR QUÉ TODAS COINCIDEN EN LA MISMA RECTA?

Porque $|PE_0| \cdot f_{corte} = cte = |a_0| \cdot f_1$

y la constante debe ser la misma.

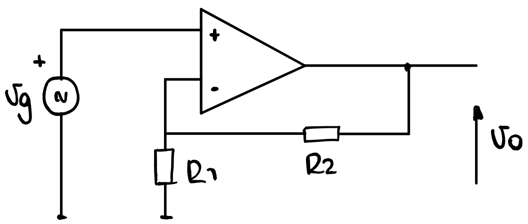
¿QUÉ PASA SI B=0?

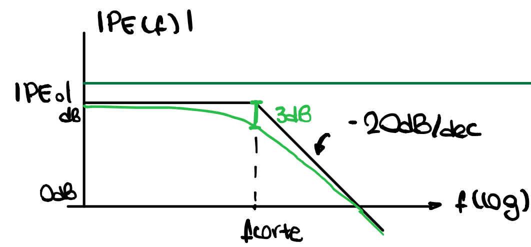
No hay realimentador, el lazo queda abierto

$f_{corte} = f_1$ ← del $|T|$ vs $f(log)$ y la ganancia va a ser $|a_0|dB$

(Frecuencia de cruce del sistema: donde $|T| = 1$)

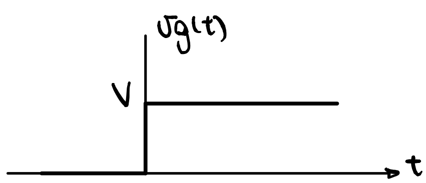
RESPUESTA AL ESCALÓN DE UN SISTEMA DE 1º ORDEN



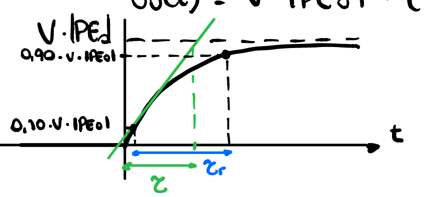


Para que la salida sea un escalón, debería tener frecuencia infinita.

· Si $v_g(t)$ es un ESCALÓN:



$$v_o(t) = V \cdot |PE_o| \cdot (1 - e^{-t/\tau})$$



RESPUESTA AL ESCALÓN → Donde:

↓ Saco la derivada

$$v_o'(t) = V \cdot |PE_o| \cdot e^{-t/\tau} \cdot \frac{1}{\tau}$$

$$\Rightarrow v_o'(0) = \frac{V \cdot |PE_o|}{\tau}$$

TAU: constante de tiempo $\tau = \dfrac{1}{2\pi \cdot f_{corte}}$

RISE-TIME: Lapso de tiempo que tarda $v_o(t)$ del 10% al 90%. Es conocido también como el "tiempo de crecimiento".

$$\tau_r = 2{,}2\,\tau = \frac{0{,}35}{f_{corte}}$$

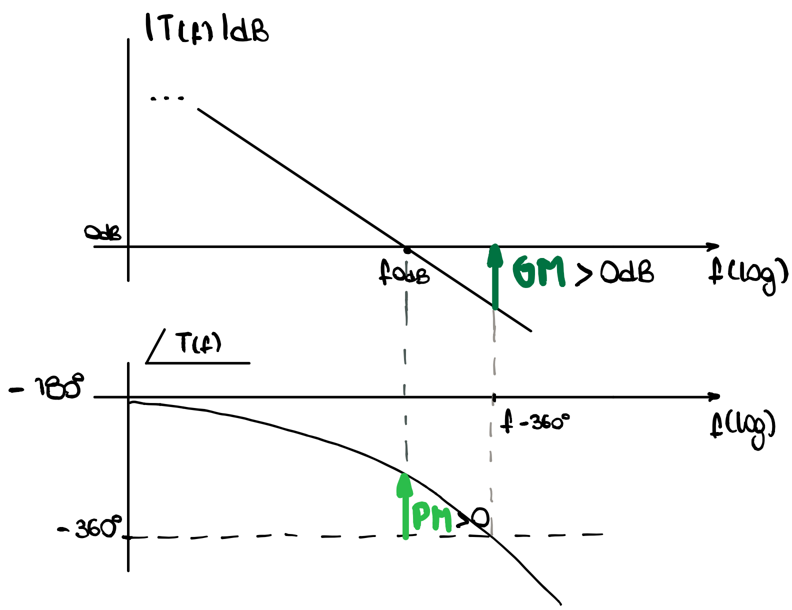
FIGURAS PARA MEDIR LA ESTABILIDAD DE UN SISTEMA

Margen de fase y margen de ganancia

Condición de oscilación de un sistema : $T(f^*) = 1$ $\begin{cases} |T(f^*)| = 1 \\ \underline{/T(f^*)} = 0° \end{cases}$ → para que se mantenga y sea estable.

Estas figuras lo que hacen es medir qué tan cerca estamos de esa condición.

NOTA: lo que puede generar inestabilidad son los datos.



PM: Phase Margin

GM: Gain Margin

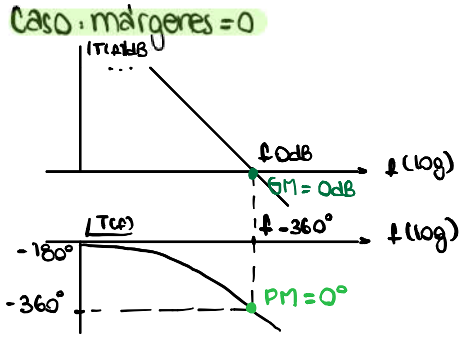
- SI LOS MÁRGENES SON POSITIVOS → sistema ESTABLE
  - NEGATIVOS → sistema INESTABLE
  - = CERO → sistema OSCILADOR → margen de estabilidad

↓

Con chequear un margen ya alcanza, el otro va a ser igual. → Por la forma que tienen las gráficas.

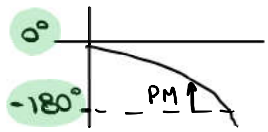
- EN ELECTRÓNICA SE TRABAJA CON EL MARGEN DE FASE

Caso: márgenes = 0

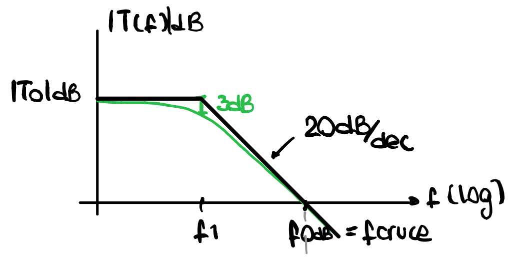


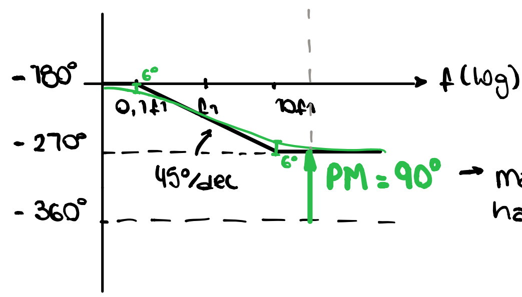
Oscilador a frecuencia : $f_{osc} = f_{0dB} = f_{-360°} = f_{cruce}$

* Libro Sedra / Smith



Cálculo de PM y GM en un sistema de 1º orden



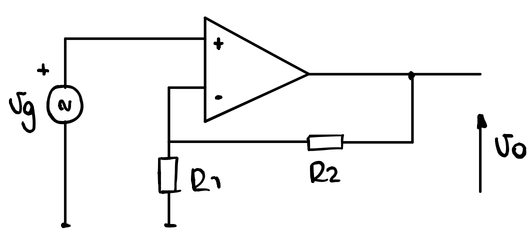


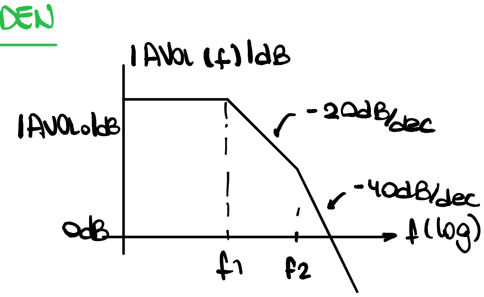
→ margen muy grande hasta empezar a oscilar

GM = ∞ → nunca podrá oscilar el sistema.

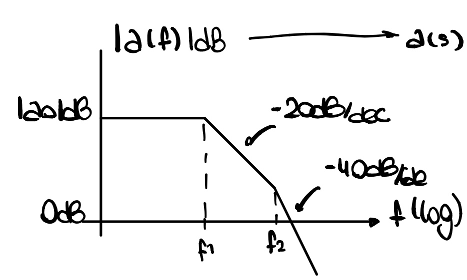
Como PM = 90°, GM = ∞ } el sistema es SÚPER ESTABLE

APROXIMACIÓN A SISTEMA DE 2º ORDEN





$|P_E(f)| = ?$



$$a(s) = \frac{a_0}{\left(1+\frac{s}{p_1}\right)\left(1+\frac{s}{p_2}\right)}$$

$$PE(s) = \frac{a(s)}{1+a(s)\cdot B} = \frac{\dfrac{a_0}{\left(1+\frac{s}{P_1}\right)\left(1+\frac{s}{P_2}\right)}}{1+\dfrac{a_0\cdot B}{\left(1+\frac{s}{P_1}\right)\left(1+\frac{s}{P_2}\right)}} = \frac{\dfrac{a_0}{\cancel{\left(1+\frac{s}{P_1}\right)\left(1+\frac{s}{P_2}\right)}}}{\dfrac{\left(1+\frac{s}{P_1}\right)\left(1+\frac{s}{P_2}\right)+a_0\cdot B}{\cancel{\left(1+\frac{s}{P_1}\right)\left(1+\frac{s}{P_2}\right)}}}$$

$$= \frac{a_0}{\frac{s^2}{P_1\cdot P_2} + s\left(\frac{1}{P_1}+\frac{1}{P_2}\right) + (1+a_0\cdot B)}$$

$$PE(s) = \frac{a_0\cdot P_1\cdot P_2}{s^2 + s\underbrace{(P_1+P_2)}_{\frac{\omega_0}{Q}} + \underbrace{(1+a_0\cdot B)\cdot P_1\cdot P_2}_{\omega_0^2}}$$

→ FORMA STANDARD DE LA ECUACIÓN CARACTERÍSTICA

Frecuencia natural de oscilación

$$\omega_0 = \sqrt{(1+a_0\cdot B)\cdot \omega_1\cdot\omega_2} \Rightarrow f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

Factor Q para los polos del amplificador realimentado

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_1+\omega_2} = \frac{\sqrt{(1+a_0\cdot B)\cdot\omega_1\cdot\omega_2}}{\omega_1+\omega_2}$$

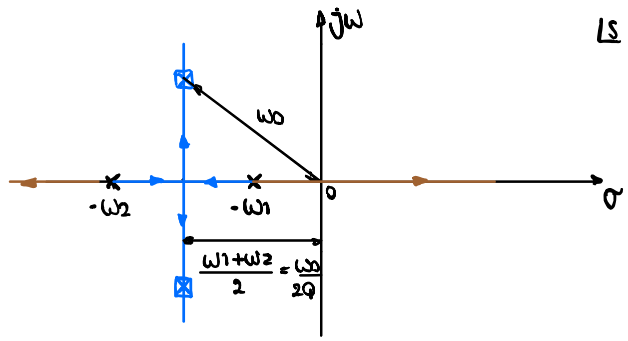
Factor de amortiguamiento

$$\xi = \frac{\omega_1+\omega_2}{2\omega_0} = \frac{1}{2Q}$$

Los polos de |T| son los polos de a que son los polos de AVOL

El ROOT LOCUS debe quedar bien simétricos y pueden ser reales o complejos conjugados

"ROOT LOCUS" o lugar de las raíces



— : con realimentación negativa
— : con realimentación positiva

ω_0: frecuencia natural de oscilación

Q : factor para los polos

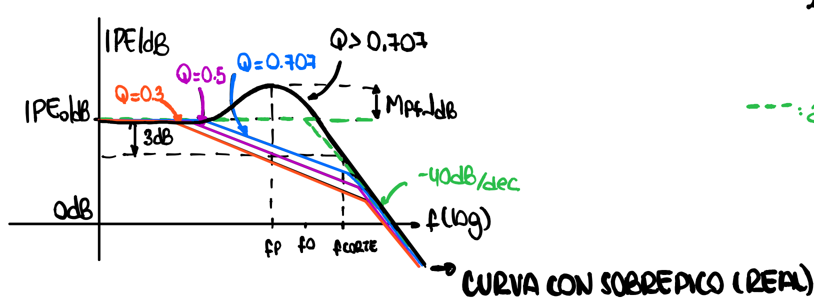
ξ : factor de amortiguamiento

RECORDAR:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2(1+a_0B)}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_1+\omega_2} = \frac{\sqrt{\omega_1\omega_2(1+a_0B)}}{\omega_1+\omega_2}$$

$$\xi = \frac{\omega_1+\omega_2}{2\omega_0} = \frac{1}{2Q}$$



- - - : asíntotas de Bode

Para que haya sobrepico $Q > 0.707$

Casos

- Los polos a lazo cerrado son complejos conjugados si $Q > 0{,}5$ $(\xi < 1)$
- No hay sobrepico en la respuesta en frecuencia si $Q \leq 0{,}707$
- $Q = 0{,}707$ (polos a 45°) produce una respuesta de máxima planicidad ⇒ lo más constante posible

Fórmulas útiles

Frecuencia de pico: $f_p = f_0\sqrt{1-2\xi^2}$

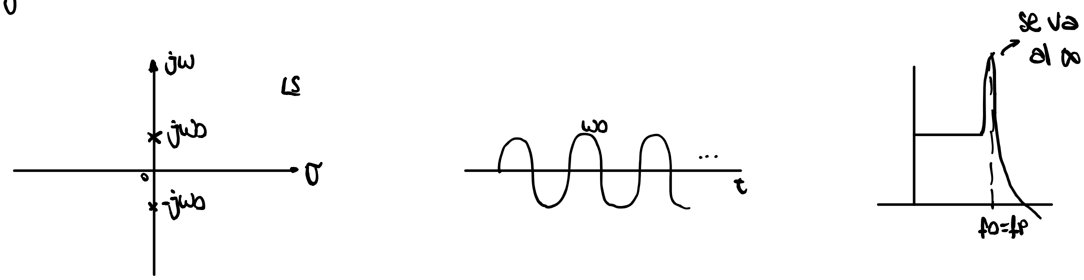
Sobrepico de la respuesta en frecuencia: $M_{pf} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$

Frecuencia de corte: $f_{CORTE} = f_0\left[1-2\xi^2+\sqrt{(2\xi^2-1)^2+1}\right]^{1/2}$

Frecuencia de cruce: $f_c = f_0 \sqrt{(4\xi^4+1)^{1/2} - 2\xi^2}$

Margen de fase : $PM = \operatorname{arctg}\left[\dfrac{4\xi^2}{(4\xi^2+1)^{1/2} - 2\xi^2}\right]^{1/2}$

- Si tengo un oscilador...



$\xi \to 0 \Rightarrow Q \to \infty$. Entonces:

$f_p \to f_0$ FRECUENCIA NATURAL DE OSCILACIÓN: si el sistema pudiera oscilar lo haría a esa frecuencia.

$M_{pf} \to \infty$

Polos a lazo cerrado : $\dfrac{w_0}{2Q} \to 0$

NO HAY AMORTIGUAMIENTO.

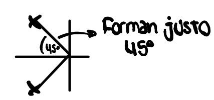
EL LUGAR DE LOS POLOS CAMBIA LA RESPUESTA EN FRECUENCIA

Cuando $Q < 0{,}5$ los polos son reales

$Q = 0{,}5$ coinciden los polos y hay polo doble

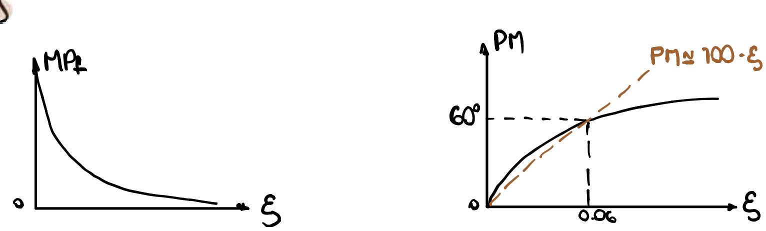
$Q > 0{,}5$ tengo polos complejos conjugados pero no hay sobrepico $(\xi < 1)$

$Q = 0{,}707$ tengo máxima planicidad y sigue sin haber sobrepico

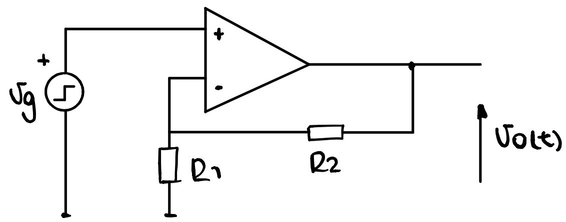


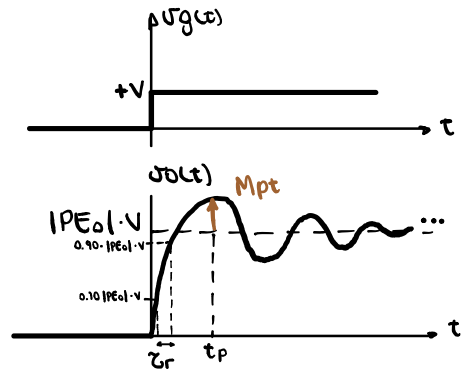
$Q > 0{,}707$ hay sobrepico, se van acercando al eje jw

Curvas



Respuesta en tiempo: RESPUESTA A UN ESCALÓN DE UN SISTEMA DE 2º ORDEN

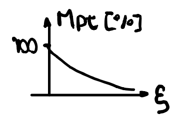




Fórmulas útiles

Tiempo de pico: $t_p = \dfrac{1}{2\cdot f_0 \cdot \sqrt{1-\xi^2}}$

Sobrepico de la respuesta al escalón: $M_{pt} = 100 \cdot e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ [%]

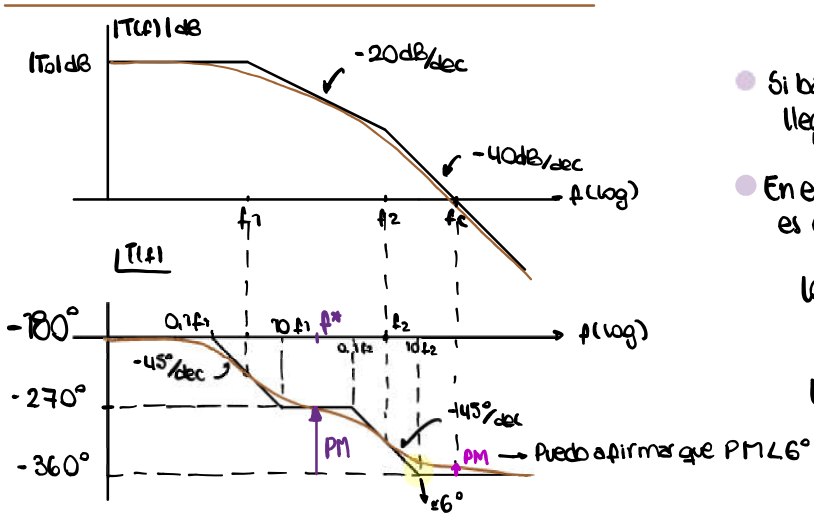


Tiempo de crecimiento ('RISE TIME'): $\tau_r \approx \dfrac{0.2}{f_c}$

Características

- Es más rápido que el de orden 1. Llega muy rápido al valor final
- Las fluctuaciones dependen del ξ
- Muy usados en control
- No es conveniente en aplicaciones de audio porque el sobrepico distorsiona el audio

MARGEN DE FASE PARA CIRCUITOS DE ORDEN 2.



- Si bajo la curva de $|T_o(f)|$ podría llegar a tener un PM ≈ 90°
- En el único punto en el que PM = 90° es en f^*

$$\log_{10} f^* = \frac{\log_{10} f_1 + \log_{10} f_2}{2}$$

$$\log_{10} f^* = \log_{10} \sqrt{f_1 \cdot f_2}$$

$\Rightarrow f^* = \sqrt{f_1 \cdot f_2}$ → Media geométrica

- Analizando los gráficos:
  - Si $f_C > f_2$: $PM < 45°$
  - Si $f_C > 10 f_2$: $PM < 6°$
  - Si $f_C = \sqrt{f_1 \cdot f_2}$: $PM = 90°$
  - Si $f_C < \sqrt{f_1 \cdot f_2}$: $PM > 90°$

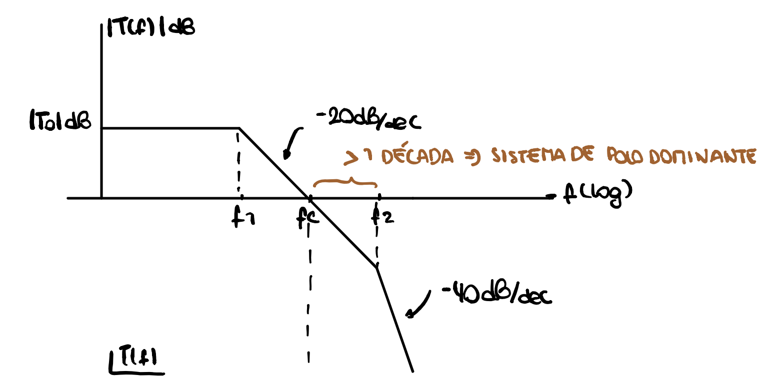
- NO EXISTE UN SISTEMA DE ORDEN 2 OSCILADOR
- NO ME SIRVE QUE EL PM SEA MUY CHICO.

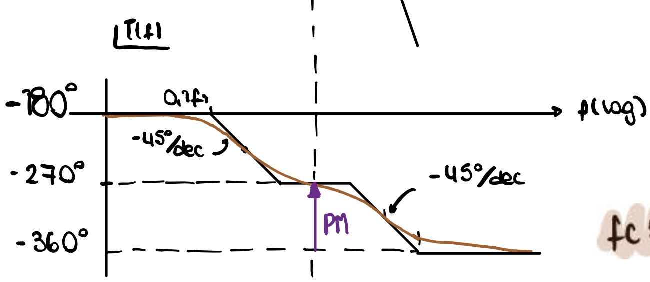
Condición para que un sistema pueda ser considerado como de 1° orden o un sistema de polo dominante

$$\boxed{f_C \leq 0{,}10 \times f_2}$$

Luego: $PM \gtrsim 90°$ $(PM \geq 84°)$

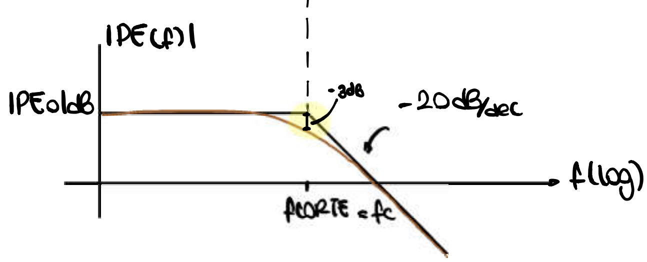
A los efectos prácticos se ignorará el 2° polo.



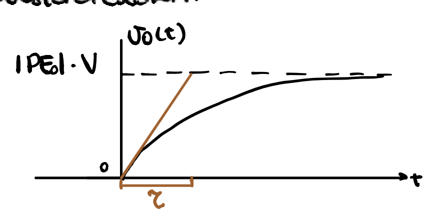


$$\angle T(f) = -180° - \arctan\left(\frac{f}{f_1}\right) - \arctan\left(\frac{f}{f_2}\right)$$

$f_C \cong |T_0| \cdot f_1$ → Aproximo directamente por esto.

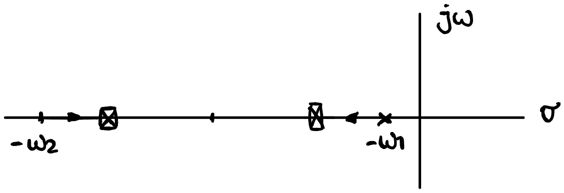


Respuesta al escalón:

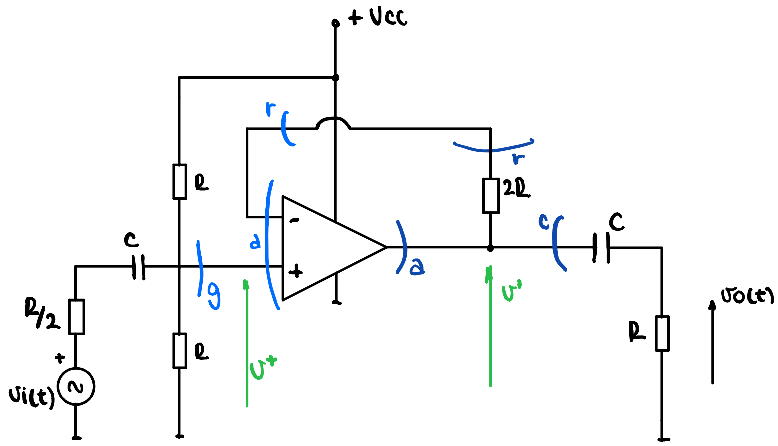


¿Dónde se ubicarían los polos?

SON SI O SÍ REALES



Ejercicio



Características del OPAMP:

$A_{VOL0} = 100dB$

$R_i = \infty$, $R_O = 0$

Polos simples en 10Hz y 10MHz

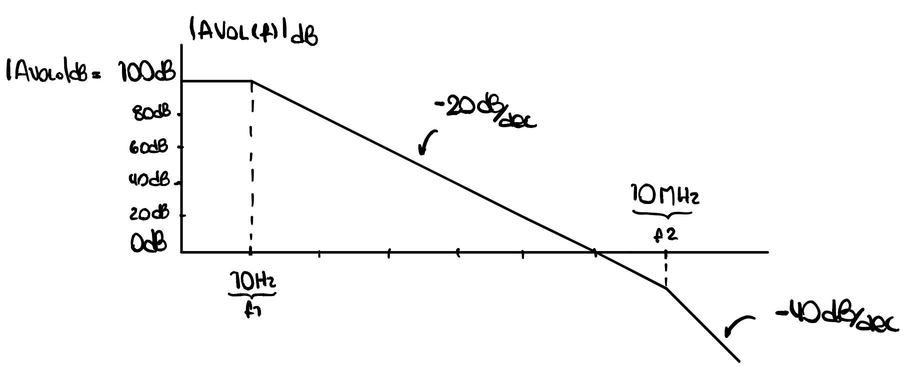
- Calcular la respuesta en frecuencia de $\frac{V_O}{V_i}$ (magnitud y fase) sabiendo que a 1KHz LA GANANCIA REAL de $\frac{V_O}{V_i}$ es 6dB menor que a frecuencias medias.

- HAY UN LAZO DE REALIMENTACIÓN NEGATIVA

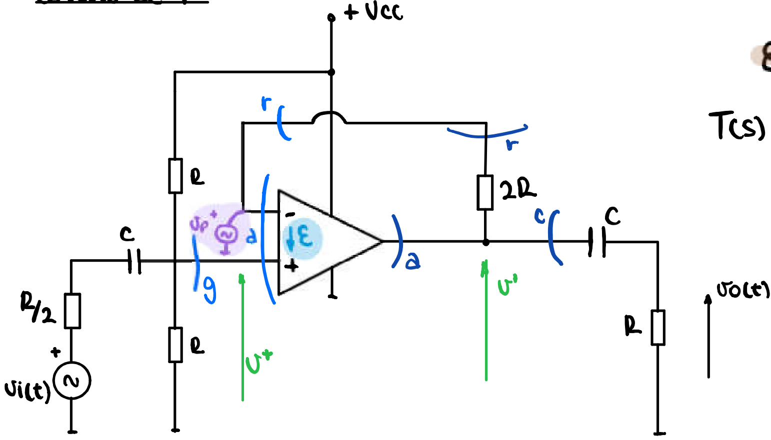
$$\left.\begin{array}{l}\cdot MV \\ \cdot SV\end{array}\right\} \Rightarrow PE = \frac{V'}{V^+}$$

$$\text{Luego: } \frac{V_o}{V_i}(s) = \frac{V_+}{V_i}(s) \cdot \frac{V'}{V_+}(s) \cdot \frac{V_o}{V'}(s)$$

Cálculo del PE(s)



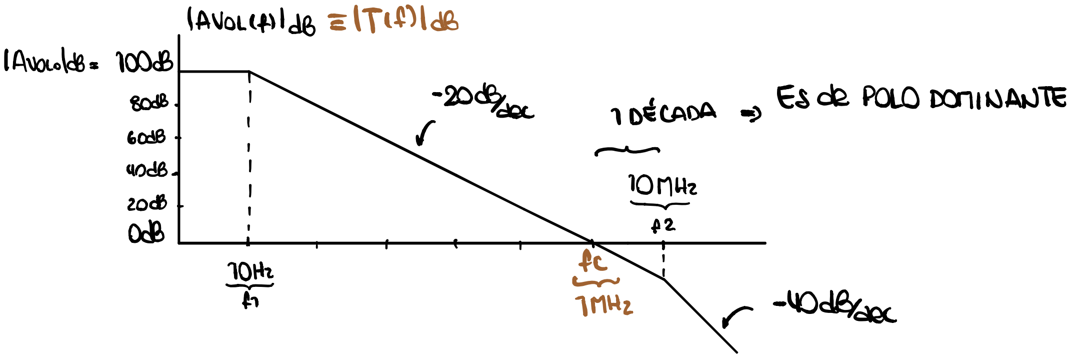
Cálculo de T



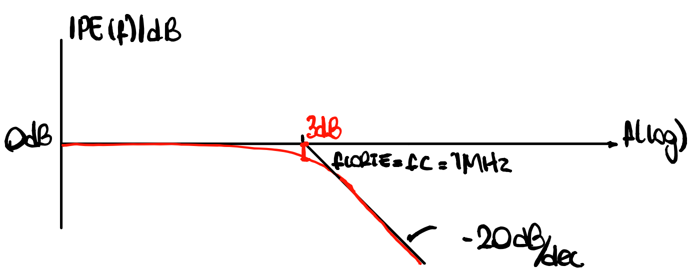
$\varepsilon = -V_P$

$$T(s) = \frac{V}{V_P}(s) = -A_{VOL}(s)\cdot 1 = -A_{VOL}(s)$$

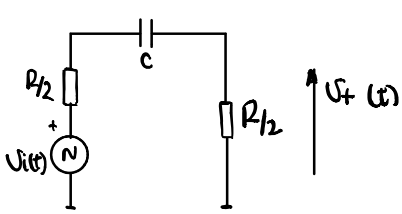
Luego: $|T(f)| = |A_{VOL}(f)|$



29/04

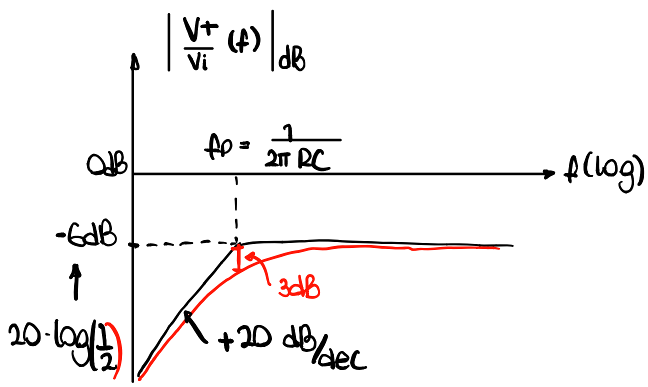


Cálculo de $\frac{V_+}{V_i}(f)$



$$\frac{V_+}{V_i}(s) = \frac{R/2}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{sC(R/2)}{sCR+1} = \frac{RC\,\frac{s}{2}}{RC\left(s + \frac{1}{RC}\right)}$$

$$\frac{V_+}{V_i}(s) = \frac{s/2}{s + \frac{1}{RC}}$$



REGLA NEMOTÉCNICA

- Para un circuito que contenga un único capacitor y busco tensión de entrada y de salida:

$$f_z = \frac{1}{2\pi \cdot C \cdot R_{\text{VISTA POR C HACIENDO CERO LA SALIDA Y ABRIENDO LA ENTRADA}}}$$

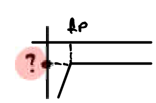
ASOCIADO A UN CAPACITOR SIEMPRE HAY UN CERO Y UN POLO

- Para el circuito del ejemplo: $f_z = \frac{1}{2\pi C \cdot \infty} = 0$

$$f_p = \frac{1}{2\pi \cdot C \cdot R_{\text{VISTA POR C HACIENDO CERO LA ENTRADA}}}$$

- Para el circuito del ejemplo: $f_p = \frac{1}{2\pi C R}$

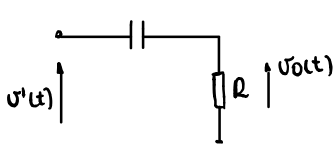
- Como ya sé que tiene un cero en continua y un polo en fp. Para poder ver el valor en el que se estabiliza debo ver la TRANSFERENCIA en frecuencia infinita:



$$\frac{V_+}{V_i}(f \to \infty) = \frac{1}{2}$$

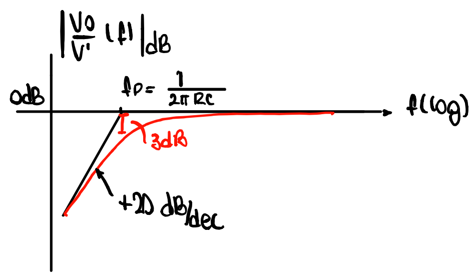
($H(\infty) \rightarrow$ capacitor es un corto; DC $\rightarrow$ capacitor es un abierto)

- Cálculo de $\frac{V_o}{V'}(f)$



$$\frac{V_o}{V'}(s) = \frac{R}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{sCR}{sCR+1} = \frac{RC}{RC}\,\frac{s}{\left(s + \frac{1}{RC}\right)}$$

$$\frac{V_o}{V'}(s) = \frac{s}{s + \frac{1}{RC}}$$

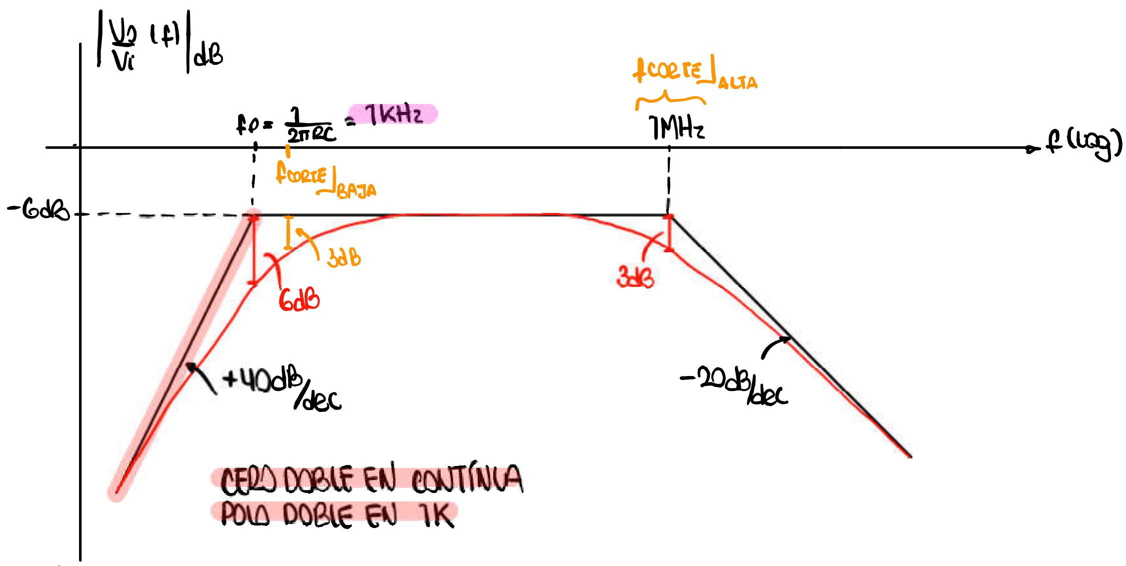


$$f_z = \frac{1}{2\pi RC_\infty} = 0$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi CR}$$

$$\frac{V_o}{V'}(f \to \infty) = 1 \Rightarrow 0dB$$

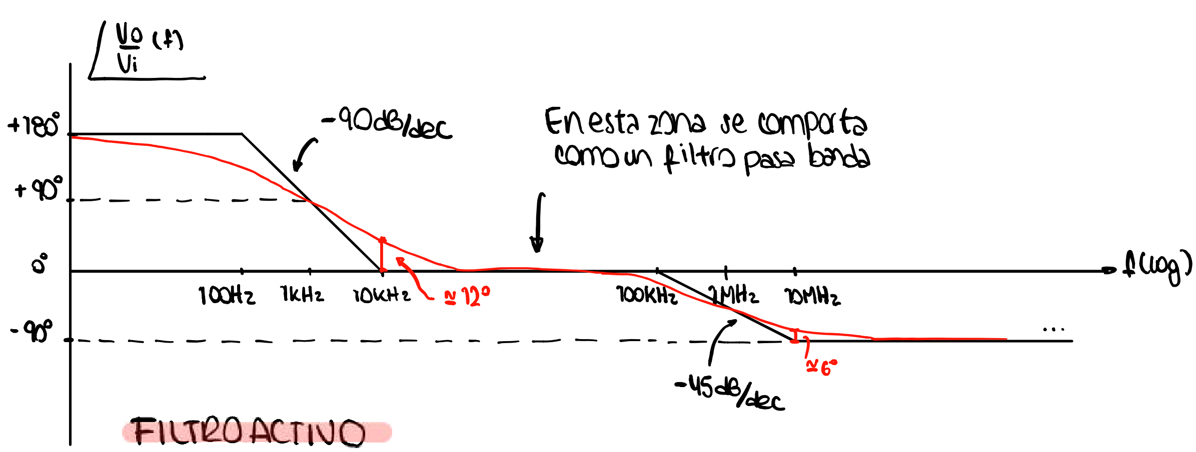
- **Combinando ambos**: Como estoy en dB, se suman



- Como dice el enunciado que a 1KHz LA GANANCIA REAL de $\frac{V_o}{V_i}$ es 6dB menor que a frecuencias medias, me están dando el valor de fp.

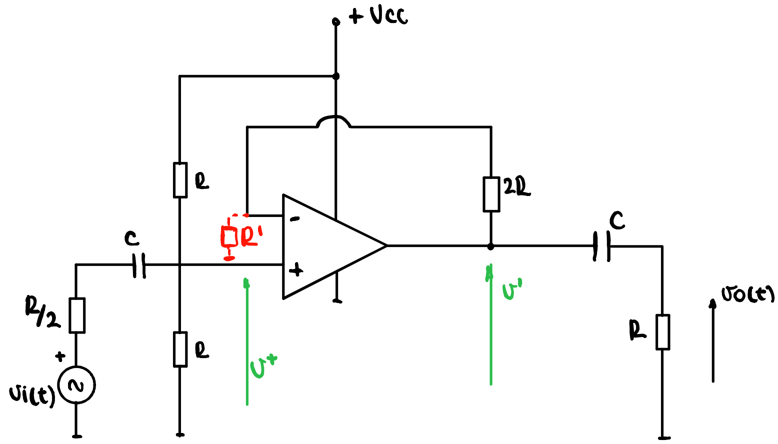
- Frecuencias medias → donde el circuito se comporta de manera plana. Los capacitores no tienen un comportamiento reactivo.

Gráfico de fase

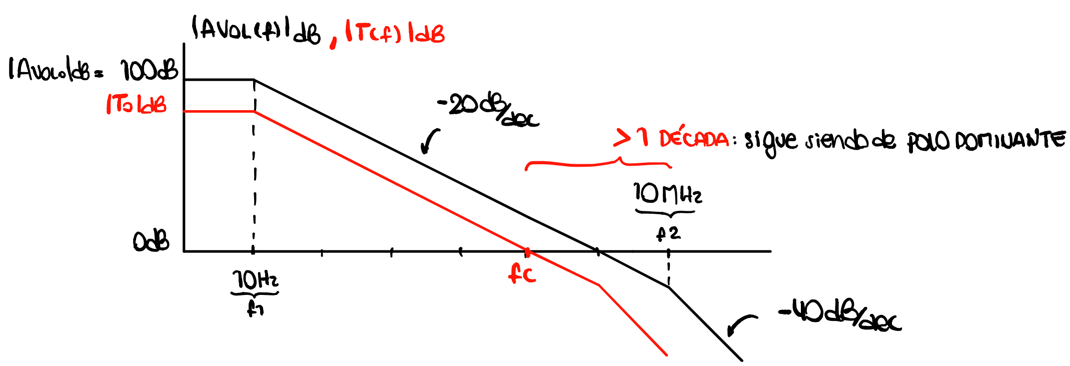


Si quiero que la curva amplifique, debo hacer que el realimentador no sea un BUFFER. De esta manera le doy ganancia y $f < 1 \Rightarrow \frac{1}{f} > 1$

ME QUEDA UN AMPLIFICADOR NO INVERSOR



En definitiva, la resistencia hace que tenga ganancia.



$f_c \simeq |T_0| \cdot f_1 = f_{CORTE}\big|_{ALTA}$

↳ porque es de polo dominante.

↓

GANA EN UN ANCHO DE BANDA MÁS CHICO.

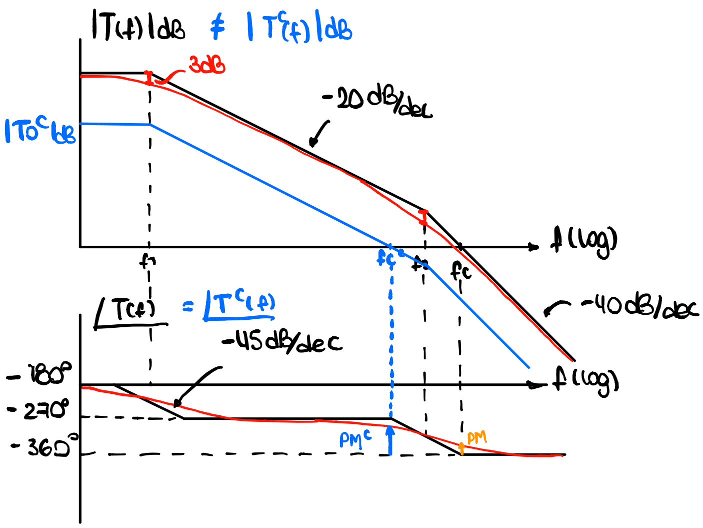
- La respuesta en baja no cambia, porque solo me importan los circuitos RC.

Compensación

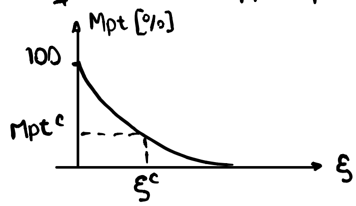
Consiste en modificar la <u>respuesta en frecuencia</u> (y la <u>respuesta temporal a un escalón</u>) para satisfacer las especificaciones requeridas.

TÉCNICAS DE COMPENSACIÓN
- COMPENSACIÓN EN EL AMPLIFICADOR
  - POR GANANCIA
  - POR POLO DOMINANTE
- COMPENSACIÓN EN EL REALIMENTADOR
  - CONFIGURACIÓN INVERSORA
    - CASO I
    - CASO II
  - CONFIGURACIÓN NO INVERSORA
    - CASO I
    - CASO II

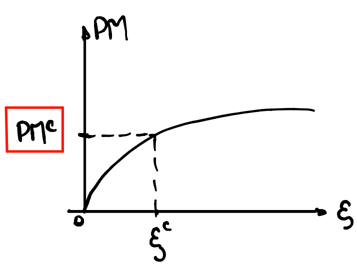
COMPENSACIÓN EN EL AMPLIFICADOR POR GANANCIA



· Si se quiere reducir Mpf o Mpt :



Siempre voy a poder encontrar un margen de fase compensado.



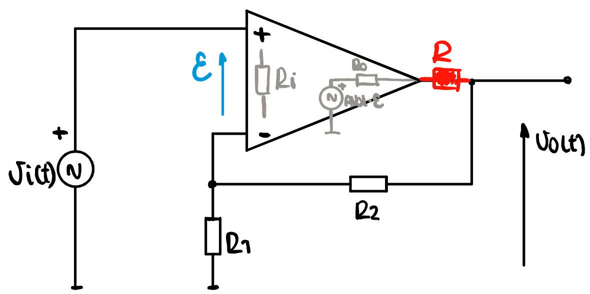
En esta compensación está permitido que baje |To| pero que no cambien de lugar los polos

↳ La forma de compensarlo es mediante el uso de las tablas.

Ej: reducir al 5% ...
↑ Mpt %

Lo que hago es: $Mpt^c \rightarrow \xi^c \rightarrow PM^c \rightarrow fc^c \Rightarrow |To^c|$

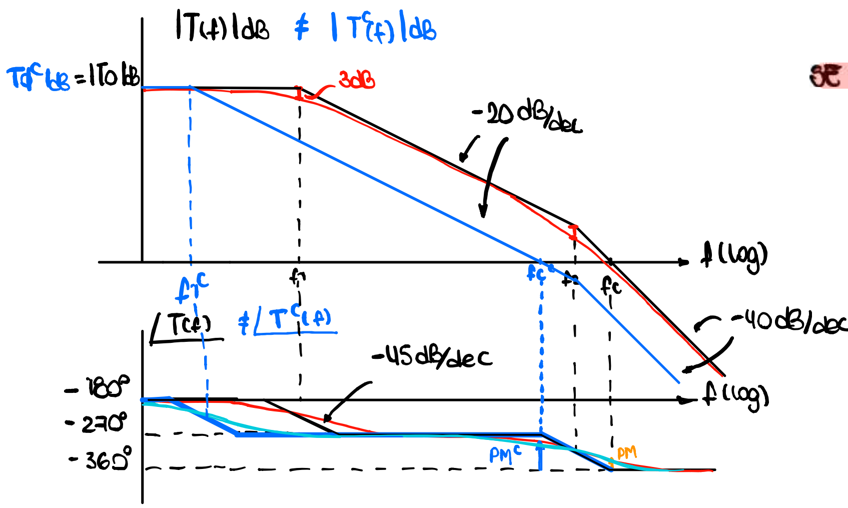
Adentro de este veo la ganancia del nuevo amplificador



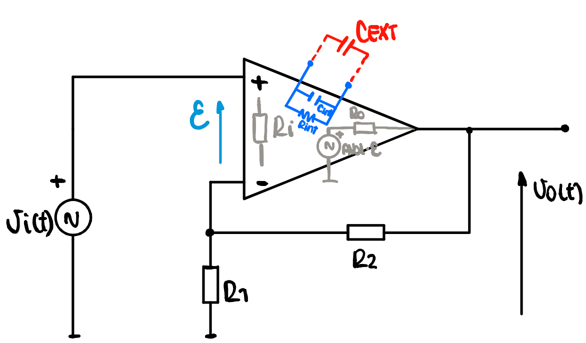
$$|T_0^c| = |a_0^c \cdot B_0| = |a_0^c| \cdot \underbrace{B}_{=\frac{R_1}{R_1+R_2}} \longrightarrow |a_0^c|$$

· Agrego una resistencia para bajar la ganancia. No debo modificar el realimentador | la impedancia de entrada

COMPENSACIÓN EN EL AMPLIFICADOR POR POLO DOMINANTE



SE PUEDE TOCAR f_1



Me permite acceder al modo dominante y agrego un capacitor externo.

$$f_1 = \frac{1}{2\pi \, C_{INT} \cdot R_{INT}}$$

$$f_1^c = \frac{1}{2\pi \, (C_{INT} + C_{EXT}) \cdot R_{INT}}$$

Se puede pedir buscar el $\longrightarrow C_{EXT}$