

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

22.42 LABORATORIO DE ELECTRÓNICA

Trabajo Práctico N°2

Grupo 3

BERTACHINI, Germán	58750
LAMBERTUCCI, Guido Enrique	58009
LONDERO BONAPARTE, Tomás Guillermo	58150
MECHOULAM, Alan	58438
SCAPOLLA, Franco	58465

Profesores

COSSUTTA, Pablo Martín
WEILL, María
SALVATI, Matías

Presentado: 20/09/19

Índice

1. Introducción	2
2. Caracterización de componentes pasivos	2
2.1. Inductancia	2
2.2. Capacitor	8
3. Filtro pasabajos	13
3.1. Caso R nula	19
3.1.1. Consideraciones teóricas	19
3.1.2. Mediciones	19
3.2. Caso R tal que $M_p = 0,15V_i$	20
3.2.1. Consideraciones teóricas	20
3.2.2. Mediciones	20
3.3. Caso R tal que el circuito sea críticamente amortiguado	21
3.3.1. Consideraciones teóricas	21
3.3.2. Mediciones	21
3.4. Casos sin buffer	21
3.4.1. $R = 0\Omega$	21
3.4.2. R tal que $M_p = 0,15V_i$	22
4. Filtro pasa banda	22
4.1. Respuesta al escalón	22
4.2. Mediciones	23
4.3. Respuesta en frecuencia	23
5. Filtro pasaaltos	24
5.1. Respuesta al escalón	24
5.2. Mediciones	25
5.3. Respuesta en frecuencia.	25
6. Filtro Notch	26
6.1. Respuesta al escalón	26
6.2. Mediciones	27
6.3. Respuesta en frecuencia	27
7. Medición del factor de calidad	28
7.1. Q Teórico	28
7.2. Q High/Low/Band-Pass	28
7.3. Q Notch	29

1. Introducción

En el presente trabajo de laboratorio se estudian filtros RLC de segundo orden, haciendo uso del osciloscopio, el generador de funciones y el analizador de impedancias. También, se realiza un programa para automatizar las mediciones del osciloscopio; dicho programa será de gran utilidad en trabajos prácticos futuros.

2. Caracterización de componentes pasivos

2.1. Inductancia

A continuación, se realizará un estudio acerca del comportamiento de una bobina, observando como varían sus magnitudes según la frecuencia y analizando sus circuitos equivalentes.

En un sistema simplificado, la bobina sólo tiene un componente inductivo, sin embargo, dicho planteo dista en gran medida de la realidad donde, debido en gran medida a su fabricación, las inductancias tendrán tanto componentes resistivos como capacitivos.

Las características previamente mencionadas nos llevarán a plantear distintos circuitos equivalentes. Se analizará cual de ellos refleja en mejor medida la práctica experimental realizada.

Para comenzar, se realiza el estudio de las magnitudes propias del inductor en función de la frecuencia.

Las frecuencias utilizadas fueron detectadas ya que eran las que permitían ver con claridad como variaba la fase. Las mediciones se tomaron en el modo serie del analizador de impedancias, las mismas se pueden apreciar en la tabla (1).

La inductancia provista por la cátedra tiene un valor nominal de $500\mu H$.

Inductancia

A continuación, se realizará un estudio acerca del comportamiento de una bobina, observando como varían sus magnitudes según la frecuencia y analizando sus circuitos equivalentes.

En un sistema simplificado, la bobina sólo tiene un componente inductivo, sin embargo, dicho planteo dista en gran medida de la realidad donde, debido a su fabricación, las inductancias tendrán tanto componentes resistivos como capacitivos.

Las características previamente mencionadas nos llevarán a plantear distintos circuitos equivalentes. Se analizará cual de ellos refleja en mejor medida la práctica experimental realizada.

Para comenzar, se realiza el estudio de las magnitudes propias del inductor en función de la frecuencia.

Las frecuencias utilizadas fueron detectadas ya que eran las que permitían ver con claridad como variaba la fase. Las mediciones se tomaron en el modo serie del analizador de impedancias, las mismas se pueden apreciar en la tabla (1).

Se plantea el siguiente circuito equivalente:

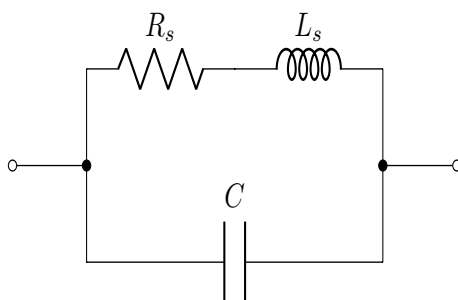


Figura 1: Circuito equivalente planteado para un inductor

Al ser las bobinas un conjunto de espiras enrolladas una gran cantidad de vueltas, el componente resistivo de la inductancia se debe a la resistencia eléctrica del material utilizado en su fabricación. También, se podría considerar la resistencia propia de los terminales. Por otro lado, debido a que constructivamente cada una de las vueltas de la bobina están aisladas eléctricamente entre si debido al barniz que recubre el material y a la pequeña diferencia de tensión, se puede apreciar el comportamiento de un capacitor entre vuelta y vuelta del cable.

$f_s[Hz]$	$L_s[mH]$	Q	$R_s[\Omega]$	$ Z [\Omega]$	$\theta[^\circ]$
10	0.490	0.0	0.91	0.96	18.7
100	0.480	3.0	0.10	0.32	72.0
1K	0.480	16.6	0.18	3.02	86.0
5K	0.485	25.8	0.59	15.23	87.8
10K	0.482	26.0	1.16	30.32	87.8
20K	0.478	23.8	2.52	60.11	87.6
30K	0.474	22.1	4.04	89.35	87.4
50K	0.467	19.5	7.50	146.70	87.1
75K	0.462	16.7	13.00	217.80	86.6
100K	0.459	14.4	20.00	289.20	86.0
200K	0.466	8.6	67.70	589.50	83.4
400K	0.529	4.1	322	1368	76.4
450K	0.556	3.5	450	1635	74.1
500K	0.589	2.9	632	1954	71.2
550K	0.627	2.4	893	2344	67.6
600K	0.669	2.0	1281	2829	63.1
650K	0.708	1.5	1868	3442	57.1
700K	0.724	1.2	2763	4217	49.1
725K	0.711	1.0	3356	4664	44.0
750K	0.671	0.8	4060	5147	38.0
775K	0.595	0.6	4831	5633	31.0
800K	0.472	0.4	5608	6089	22.9
825K	0.301	0.2	6264	6456	14.0
850K	0.094	0.1	6653	6672	4.4
855K	0.053	0.0	6692	6698	2.5
862K5	-0.100	0.0	6715	6715	-0.5
870K	-0.719	0.1	6706	6718	-3.4
875K	-0.111	0.1	6677	6705	-5.3
900K	-0.290	0.3	6356	6563	-14.4
925K	-0.421	0.4	5787	6282	-22.9
950K	-0.500	0.6	5114	5921	-30.3
1M	-0.549	0.9	3820	5146	-42.1
1M1	-0.470	1.5	2132	3884	-56.7
1M2	-0.368	2.1	1306	3068	-64.8
1M3	-0.291	2.7	874	2531	-69.8
1M4	-0.235	3.3	626	2159	-73.2
2M	-0.093	6.7	175	1179	-81.5
4M	-19.79m	16.8	29.6	498.4	-86.6
10M	-2.893m	27.3	6.7	181.9	-87.9

Tabla 1: Magnitudes del inductor en función de la frecuencia

A continuación, para calcular empíricamente el módulo de la impedancia se considerará la disposición planteada en el circuito equivalente, donde se encuentra el capacitor en paralelo con la resistencia y la inductancia, obteniéndose:

$$|Z| = \frac{R_s + j\omega L}{j\omega LC + R_s + 1} \quad (1)$$

Mientras que la fase se obtendrá mediante la siguiente ecuación:

$$\theta = \arctg \left(\frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)} \right) \quad (2)$$

Para nuestro modelo se tomaron tres valores distintos posibles de capacitancia, dichos valores fueron seleccionados ya que eran los que hacían que la impedancia se asemejara más a la obtenida empíricamente. Los valores utilizados fueron $1nF$, $1pF$ y $1fF$.

La relación entre las impedancias obtenidas tomando dichos valores y la empírica se grafica a continuación.

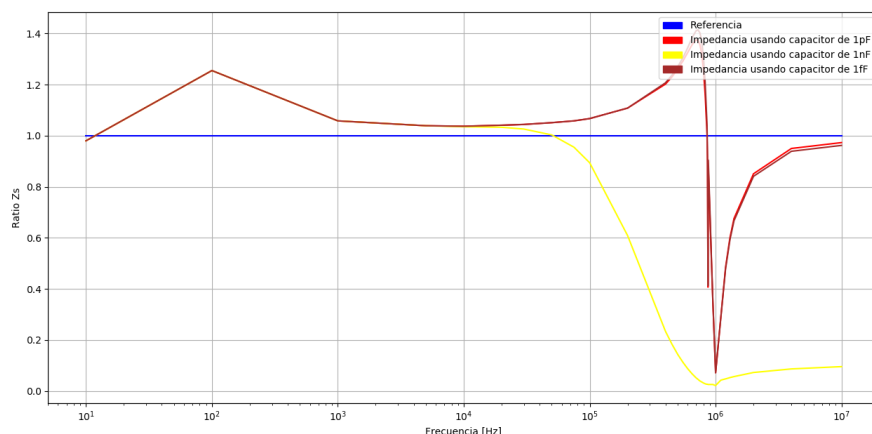


Figura 2: Ratio entre las impedancias para distintos valores de C

Consiguientemente, se decidió tomar una capacitor de capacidad $1pF$ ya que era el que producía una impedancia de mayor relación con la obtenida mediante el analizador de impedancia. Se grafica la impedancia y fase obtenida empíricamente con la obtenida a través de los cálculos provistos arriba considerando el capacitor anteriormente mencionado.

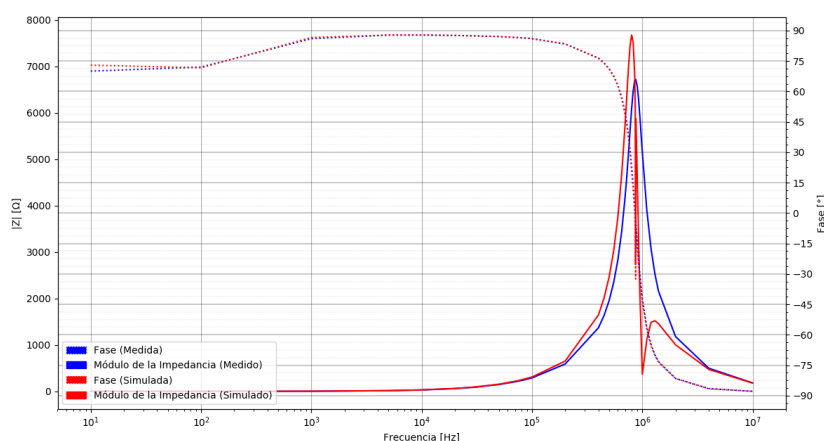


Figura 3: Módulo y fase de Z (Simulado vs Empírico)

Debido a que no es posible ver con claridad las variaciones si se toma solamente el módulo de la impedancia, se analiza a continuación como varía la resistencia serie presente en el circuito. Se compara la obtenida mediante el analizador de impedancia en contraste con la parte real del módulo, que representaría la variación de dicho componente ya que es el único de componente 'real'.

Por otro lado, en el mismo gráfico se muestra el valor de la inductancia serie para no sobrecargar el informe de figuras.

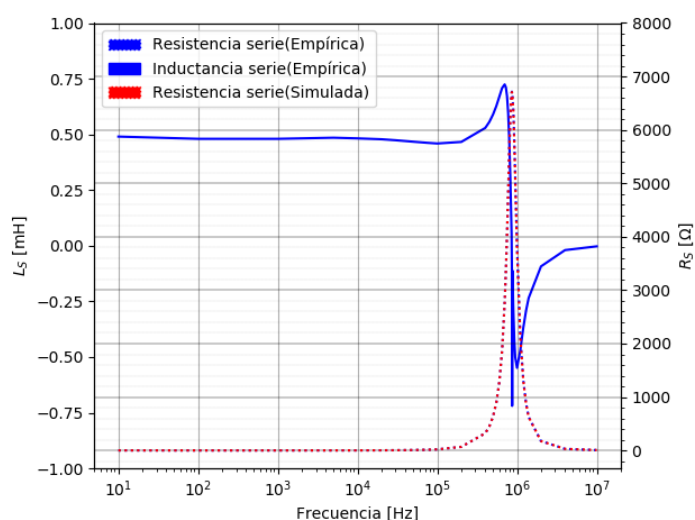


Figura 4: Variación R_S (Simulado vs Empírico) / L_S

Como conclusión del análisis gráfico, se grafica el factor de calidad de la inductancia obtenida empíricamente en contraposición con su par obtenido de manera teórica mediante la fórmula que se presenta continuación.

$$Q = \frac{\omega L}{R} \quad (3)$$

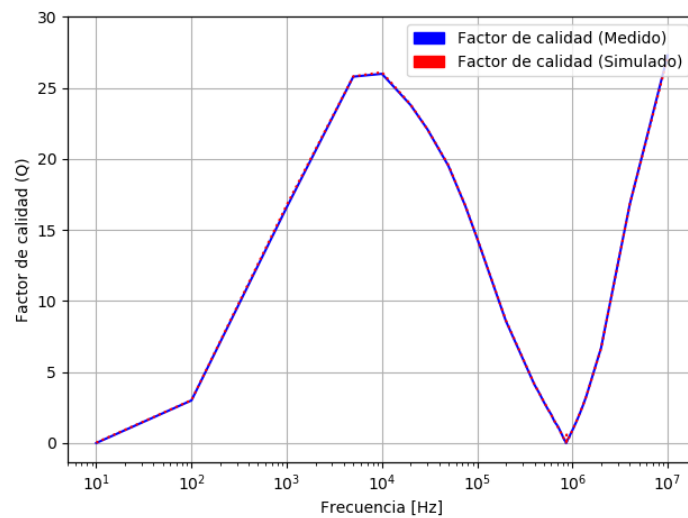


Figura 5: Factor de calidad del inductor

Conclusiones

Primeramente, se puede asegurar que el modelo equivalente RLC (1) planteado fue el idóneo, el mismo se correspondió con el análisis posterior realizado. El capacitor de $1pF$ seleccionado para el modelo tuvo una gran correlación con la práctica de laboratorio realizada, sin embargo, también se podría haber seleccionado el de $1fF$ ya que tenía un comportamiento similar.

Respecto de la selección del capacitor se considera conveniente mencionar que el otro capacitor muestreado, $1nF$, tuvo una buena correlación para frecuencias bajas, debajo de la frecuencia de resonancia experimental del circuito que se encuentra alrededor de los $860KHz$, pero para frecuencias mayores pierde toda correlación con la impedancia empírica si se lo utiliza como se ve en el gráfico correspondiente (2). Esto se debe a que a bajas frecuencias la capacidad del circuito tiene menor preponderancia que su inductancia.

El circuito equivalente tiene una frecuencia de corte teórica de $7,11MHz$ ($f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$) que dista en gran medida de la empírica, mencionada anteriormente. Esto se debe a que la fórmula utilizada para sacar la segunda es para un circuito propiamente dicho, con esos valores fijos de los componentes; la aproximación no deja de ser un modelo analítico donde no hay valores fijos sino aproximaciones que se adaptan en mejor o peor medida teniendo en cuenta distintos factores, como puede ser la frecuencia de aplicación.

El modelo equivalente seleccionado se lo considera idóneo ya que tienen una correlación ideal para $|Z|$ (3), θ , Q (5) y R_S (4). A partir de la frecuencia de corte de $860KHz$, donde el circuito equivalente entra en resonancia logrando un módulo de la impedancia máximo, el analizador de impedancia arrojó valores negativos para la inductancia. Esto se debe a que a partir de dicha frecuencia

la impedancia se vuelve negativa respecto del eje imaginario debido a una mayor preponderancia del capacitor respecto del inductor, devolviendo el analizador valores de inductancia que no tienen sentido físico más allá del signo negativo que implica lo anteriormente mencionado. A partir de esa frecuencia, el inductor pasa a comportarse como un capacitor más que para lo que fue originalmente realizado, teniendo una fase de -90° .

2.2. Capacitor

Se procederá a realizar el mismo análisis planteado anteriormente para una inductancia pero, para este caso con un capacitor, analizando como varían sus magnitudes según la frecuencia a la que trabaja y el estudio de sus circuitos equivalentes.

Para comenzar, se realiza el estudio de las magnitudes propias del capacitor en función de la frecuencia.

Las frecuencias utilizadas fueron detectadas ya que eran las que permitían ver con claridad como variaba la fase. Las mediciones se tomaron en el modo paralelo del analizador de impedancias por lo que se medirán conductancias. Las mismas se pueden apreciar en la tabla (2).

El capacitor utilizado fue el provisto por la cátedra para el Trabajo Práctico N°1 de $2,2nF$.

Se plantea el siguiente circuito equivalente:

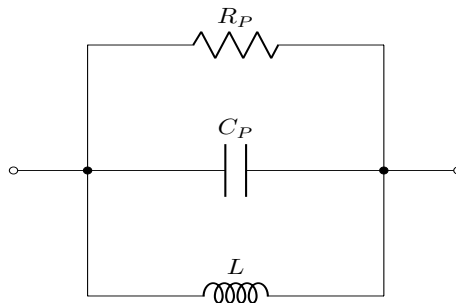


Figura 6: Circuito equivalente planteado para un capacitor

La resistencia observada se debe a la resistencia eléctrica del material del componente (film). También, se podría considerar la resistencia propia de los terminales.

$f_P[Hz]$	$C_P[nF]$	D	$R_P[S]$	$ Z [S]$	$\theta[^\circ]$
10	2.20	0.000	0.00	0.14μ	89.9
100	2.27	0.010	0.00	1.43μ	89.90
1K	2.26	0.004	0.05μ	14.22μ	89.80
5K	2.25	0.007	0.49μ	70.73μ	89.60
10K	2.24	0.007	1μ	$0.14m$	89.56
20K	2.23	0.010	3μ	$0.28m$	89.42
30K	2.23	0.011	5μ	$0.42m$	89.35
50K	2.22	0.013	9μ	$0.70m$	89.28
75K	2.21	0.014	14μ	$1.04m$	89.22
100K	2.21	0.014	19μ	$1.38m$	89.21
200K	2.19	0.015	42μ	$2.75m$	89.30
400K	2.18	0.016	88μ	$5.47m$	89.08
450K	2.17	0.016	100μ	$6.15m$	89.07
500K	2.17	0.016	111μ	$6.82m$	89.06
550K	2.12	0.017	124μ	$7.40m$	89.06
650K	2.17	0.017	149μ	$8.84m$	89.04
750K	2.16	0.017	173μ	$10.20m$	89.03
800K	2.16	0.017	186μ	$10.87m$	89.02
900K	2.16	0.017	210μ	$12.22m$	89.01
1M	2.16	0.018	240μ	$13.57m$	89.00
1M2	2.16	0.018	290μ	$16.27m$	88.97
2M	2.16	0.019	520μ	$27.12m$	88.90
4M	2.2	0.023	$1.270m$	$55.38m$	88.68
7M	2.3	0.032	$3.200m$	$101.05m$	88.16
9M	2.43	0.039	0.005	0.13	87.70
11M	2.63	0.050	0.009	0.18	87.10
12M	2.76	0.057	0.012	0.21	86.70
13M	2.91	0.065	0.015	0.24	86.30

Tabla 2: Magnitudes del capacitor en función de la frecuencia

A continuación, para calcular empíricamente el módulo de la impedancia se considerará la disposición planteada en el circuito equivalente, donde se encuentra en paralelo el capacitor, la resistencia y la inductancia, obteniéndose:

$$|Z| = \frac{(1 + R_P^2 C^2) L}{L^2 C + R_P^2 C + 1} \quad (4)$$

Mientras que la fase se obtendrá mediante la siguiente ecuación:

$$\theta = \arctg \left(\frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)} \right) \quad (5)$$

Para nuestro modelo se tomaron dos valores distintos posibles de inductancia, dichos valores fueron seleccionados ya que eran los que hacían que la impedancia se asemejara más a la obtenida empíricamente. Los valores utilizados fueron $1nH$ y $2,25nH$.

La relación entre las impedancias obtenidas tomando dichos valores y la empírica se grafica a continuación.

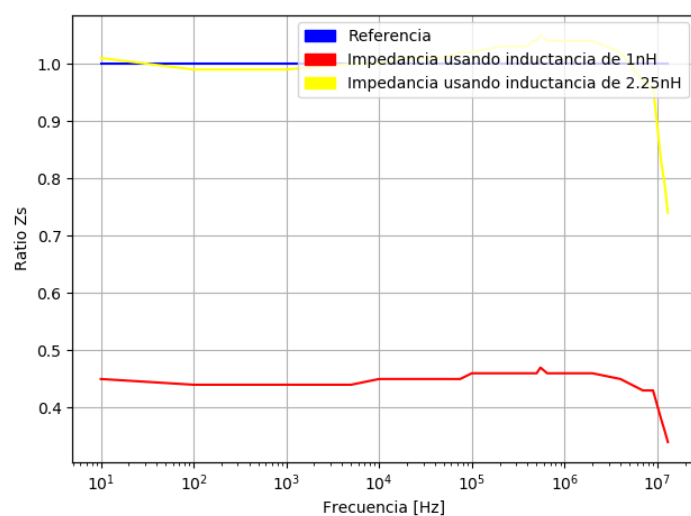


Figura 7: Ratio entre las impedancias para distintos valores de L

Consiguientemente, se decidió tomar una inductancia de valor $2,25nH$ ya que era la que producía una impedancia de mayor relación con la obtenida mediante el analizador de impedancia. Se grafica la impedancia y fase obtenida empíricamente con la obtenida a través de los cálculos provistos arriba considerando el inductor anteriormente mencionado.

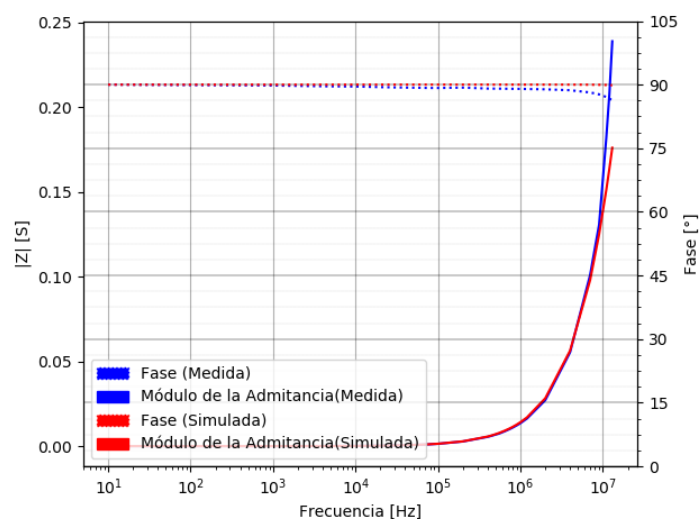


Figura 8: Módulo y fase de Z (Simulado vs Empírico)

Debido a que no es posible ver con claridad las variaciones si se toma solamente el módulo de la impedancia, se analiza a continuación como varía la

resistencia paralela presente en el circuito. Se compara la obtenida mediante el analizador de impedancia en contraste con la parte real del módulo, que representaría la variación de dicho componente ya que es el único de valor 'real'.

Por otro lado, en el mismo gráfico se muestra el valor de la capacitancia paralela para no sobrecargar el informe de figuras.

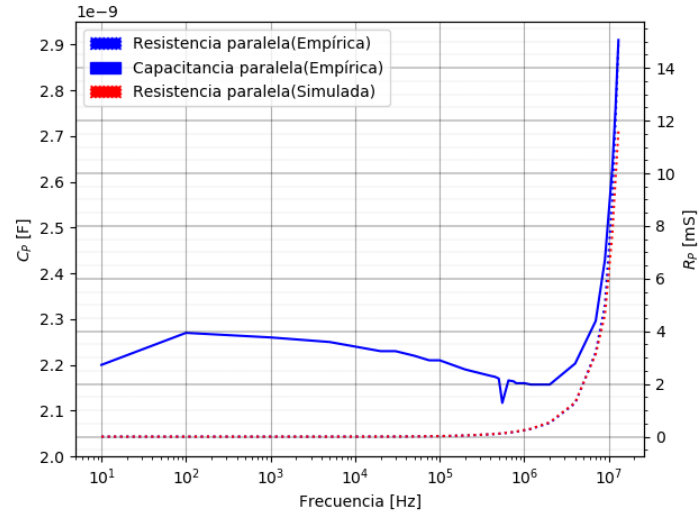


Figura 9: Variación R_P (Simulado vs Empírico) / C_P

Como conclusión del análisis gráfico, se grafica el factor de pérdidas del capacitor obtenido empíricamente en contraposición con su par obtenido de manera teórica mediante la fórmula que se presenta continuación.

$$Q = \frac{C}{R_P} \quad (6)$$

$$D = \frac{1}{Q} \quad (7)$$

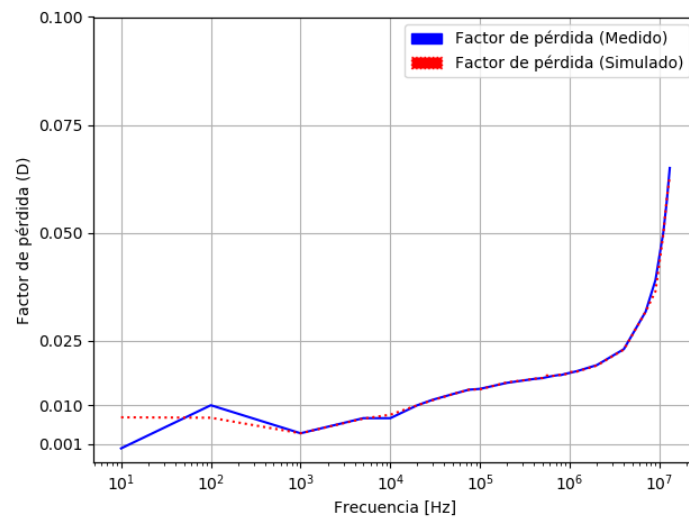


Figura 10: Factor de pérdidas del capacitor

Conclusiones

Primeramente, se puede asegurar que el modelo equivalente RLC (6) planteado fue el idóneo, el mismo se correspondió con el análisis posterior realizado.

En un principio, con los resultados del analizador de impedancia ya analizados, se considero plantear un modelo equivalente que careciera de parte inductiva ya que el circuito no presentaba un comportamiento equivalente al caso anterior estudiado, donde el inductor a alta frecuencia se comporta como un capacitor. El cambio de fase máximo, como se puede apreciar en la tabla (2,) es de aproximadamente 3° respecto de la fase inicial a una frecuencia de 13MHz por lo que se comporta de manera homogénea en todo el espectro de frecuencias analizado como se puede observar en el gráfico (9).

El analizador de impedancia implica una limitación tecnológica importante para la realización de la experiencia.

Se considera que el componente utilizado para la práctica es de gran calidad debido a dicho comportamiento homogéneo.

Se decidió utilizar el modelo mencionado al principio para enriquecer el análisis.

La inductancia de $2,25\text{nH}$ seleccionada para el modelo tuvo una gran correlación respecto de la impedancia medida, el otro caso estudiado, 1nH no presentó una adecuada correlación por lo que no se lo considera apropiado. Probablemente, si se realizara un muestreo mayor se encontrarían otros valores similares que se adecuen al modelo analítico eficientemente. Resulta interesante señalar como varía la correlación del circuito entre los dos casos cuando sólo hay una diferencia de $1,25\text{nH}$ (7).

El modelo equivalente seleccionado se lo considera idóneo ya que tienen una correlación ideal para $|Z|$ (8), θ , D (10) y R_P (9).

3. Filtro pasabajos

En esta sección se analizó la respuesta al escalón del circuito mostrado en la Figura (11). Sabiendo que $L = 500 \mu H$, $C = 33 nF$ y $\xi = 0,33$, se determinó que $R = 81,24 \Omega$. Además, se calculó la frecuencia de resonancia de este circuito, siendo esta $f_0 = 39,2 kHz$. Para determinar R se analizó primero la transferencia. Tenemos que la función transferencia del circuito es:

$$H(s) = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} \quad (8)$$

Sabiendo que $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ y escribiendo el denominador de $H(s)$ la forma $1 + 2\xi \frac{s}{w_0} + (\frac{s}{w_0})^2$ obtenemos

$$H(s) = \frac{1}{1 + RC \frac{1}{\sqrt{LC}} \frac{s}{\frac{1}{\sqrt{LC}}} + (\frac{s}{\frac{1}{\sqrt{LC}}})^2} = \frac{1}{1 + R\sqrt{\frac{C}{L}} \frac{s}{w_0} + (\frac{s}{w_0})^2} \quad (9)$$

Por lo tanto, se tiene que $2\xi = R\sqrt{\frac{C}{L}}$, de donde como $\xi = 0,33$, $L = 500\mu H$ y $C = 33nF$, se encuentra $R = 81,24\Omega$

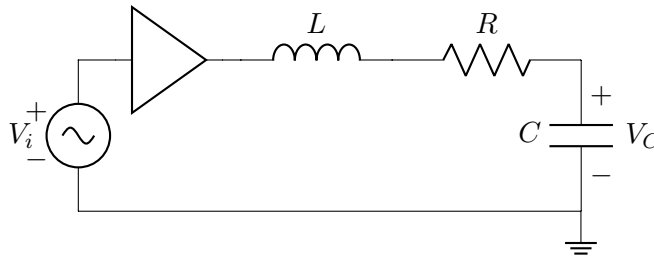


Figura 11: Primera etapa del circuito.

Luego se procedió a analizar distintos valores de importancia del circuito, como lo son la frecuencia de oscilación del transitorio, el tiempo de establecimiento del 5 % y el sobre pico. Para ello se analiza nuevamente la transferencia del circuito hallada en (3)

$$H(S) = \frac{1}{LCS^2 + RCS + 1}$$

Es así que, sabiendo que la transformada de Laplace del escalón es $\frac{1}{s}$, y la salida del sistema es $Y(S) = X(S) \cdot H(S)$, se obtuvo la respuesta al escalón de este:

$$V_C(t) = 1 - e^{-t \frac{R}{2L}} \cdot \left[\frac{1}{2\sqrt{4LC - RC^2}} \cdot \text{sen} \left(\frac{\sqrt{4LC - RC^2}}{2LC} \cdot t \right) + \cos \left(\frac{\sqrt{4LC - RC^2}}{2LC} \cdot t - \pi \right) \right] \quad (10)$$

Además, se sabe que la frecuencia de oscilación del transitorio se puede calcular como

$$f_t = f_0 \cdot \sqrt{|\xi^2 - 1|} = 37 \text{ kHz} \quad (11)$$

Por otro lado, el sobre pico se calcula como

$$M_p = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 333mV \quad (12)$$

Finalmente, el tiempo de establecimiento del 5 % puede calcularse de (10) tomando la envolvente de la respuesta al escalón y resolviendo:

$$e^{-t \frac{R}{2L}} = 0,05 \quad (13)$$

$$t = 36,87\mu s \quad (14)$$

Considerando los valores comerciales, y sabiendo que se disponía de una bobina de una inductancia de $500 \mu H$, se utilizaron una resistencia de 82Ω y un capacitor de $33 nF$. Es así que se preparó el circuito en un protoboard y se procedió a realizar las mediciones pertinentes y así compararlas con los cálculos teóricos. Este circuito fue excitado con una señal cuadrada, la cual posee una frecuencia de $3,92 \text{ kHz}$, un décimo de la frecuencia de resonancia, y una amplitud tal que la tensión de salida máxima sea de $1 V_{pp}$. Es así que se observó la respuesta al escalón del sistema, al inicio de cada cuadrada.

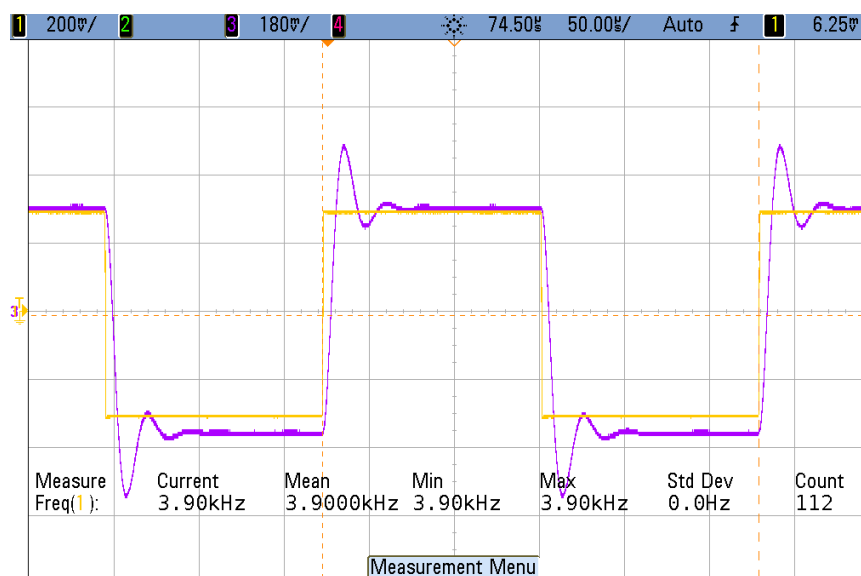
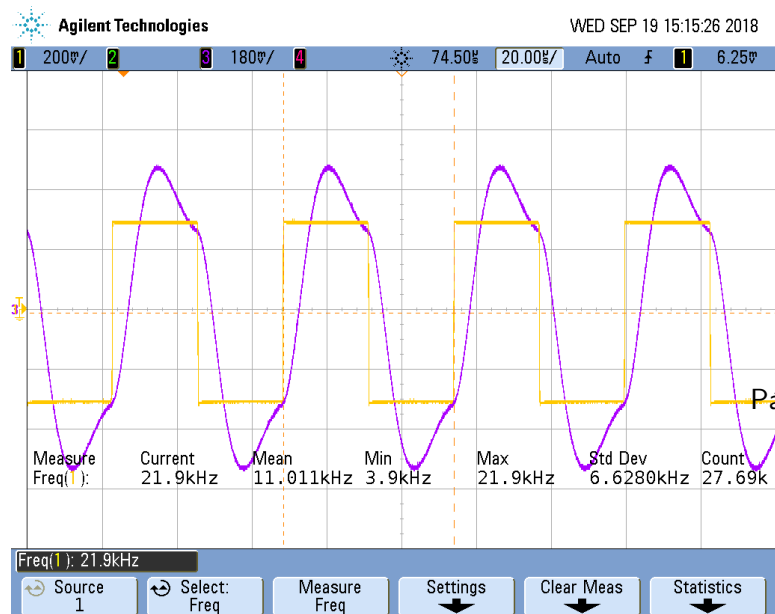
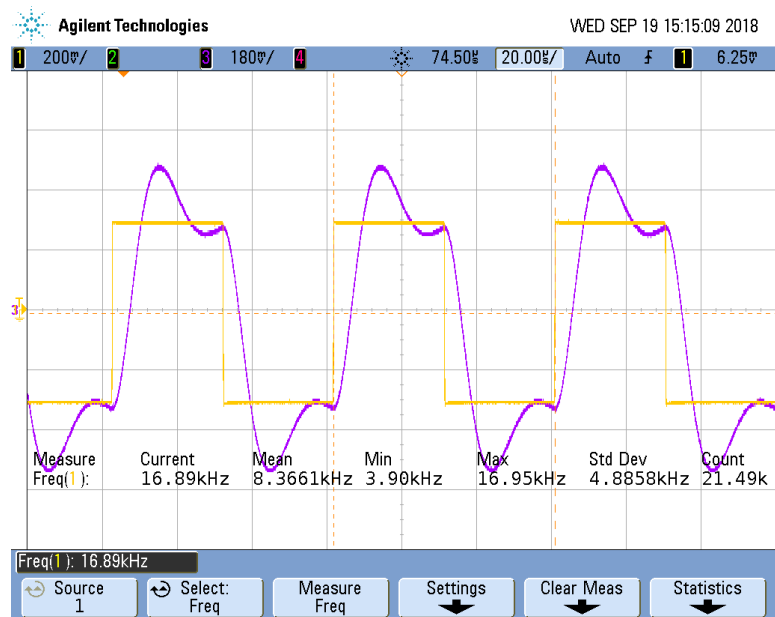
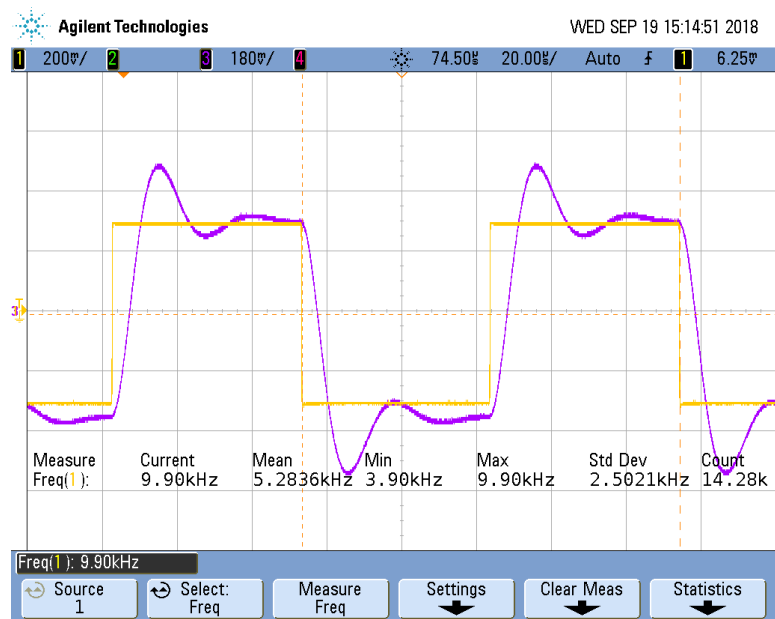
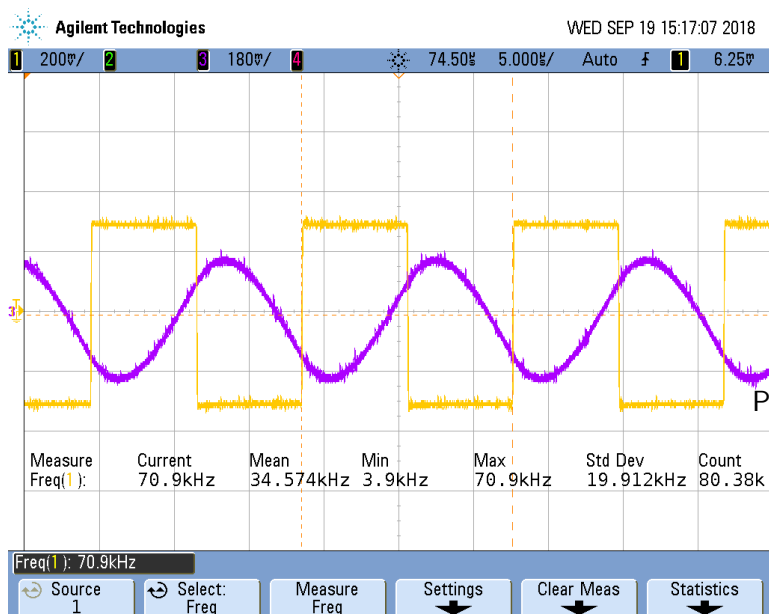
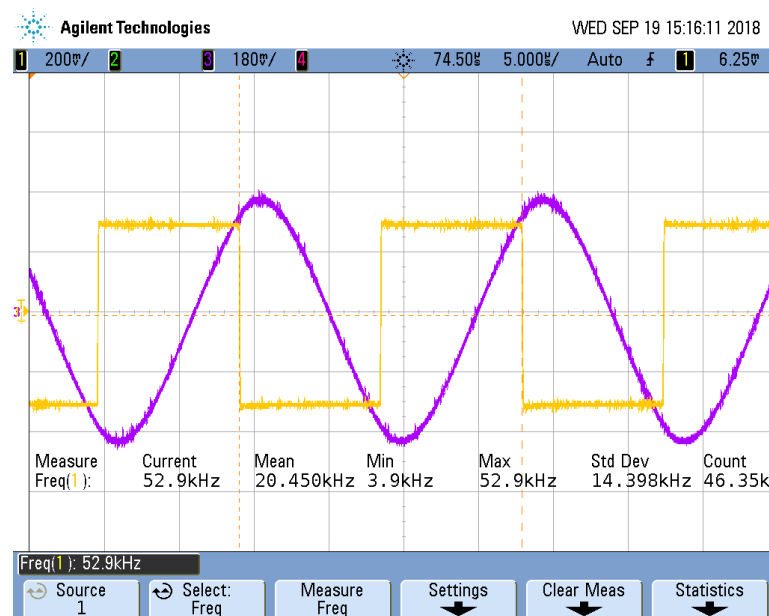
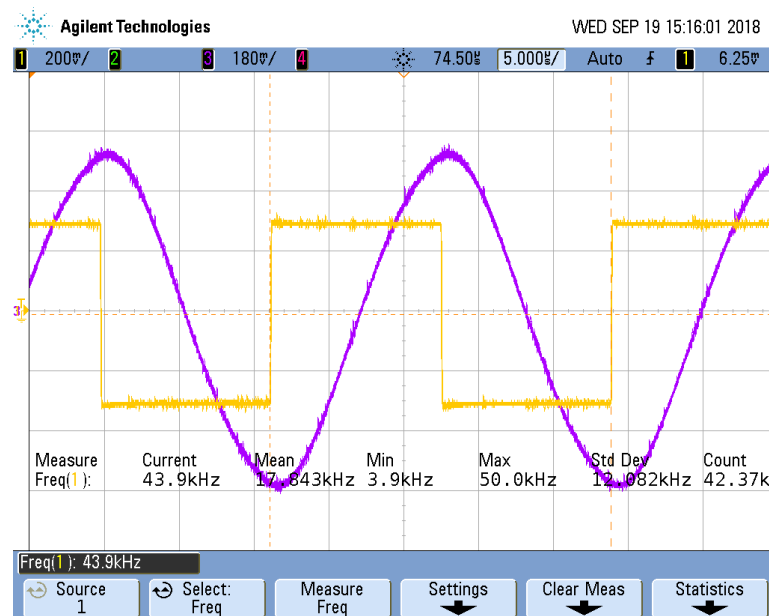


Figura 12: Respuesta al escalón del circuito.

De esta forma, se midió una frecuencia de oscilación de 41 KHz , un sobre pico de 245 mV y un tiempo de establecimiento del 5% de $33,6\text{ }\mu\text{s}$. Las discrepancias entre los valores teóricos y los medidos pueden deberse a varios factores. Uno de los más importantes es la capacitancia que añaden las puntas al circuito.

Se puede observar como, inyectada una señal cuadrada al circuito, existe un pequeño tiempo de establecimiento oscilatorio. A continuación, se realizó un barrido desde la frecuencia utilizada anteriormente hasta una frecuencia 20 mayor. A continuación se muestran los resultados:





A bajas frecuencias, se contempla como si bien la salida del circuito tiene un pequeño tiempo de establecimiento, esta termina copiando a la señal de entrada. En cuanto se sube la frecuencia, la salida del circuito no logra establecerse por completo en lo que dura la cuadrada. Esto genera que la salida del circuito se vea cada vez más como una sinusoidal en cuanto se sube la frecuencia de entrada.

Luego de realizar el análisis de la forma de onda anterior, se obtuvo el diagrama de BODE del sistema. Es así que se compara este con el teórico y con el simulado.

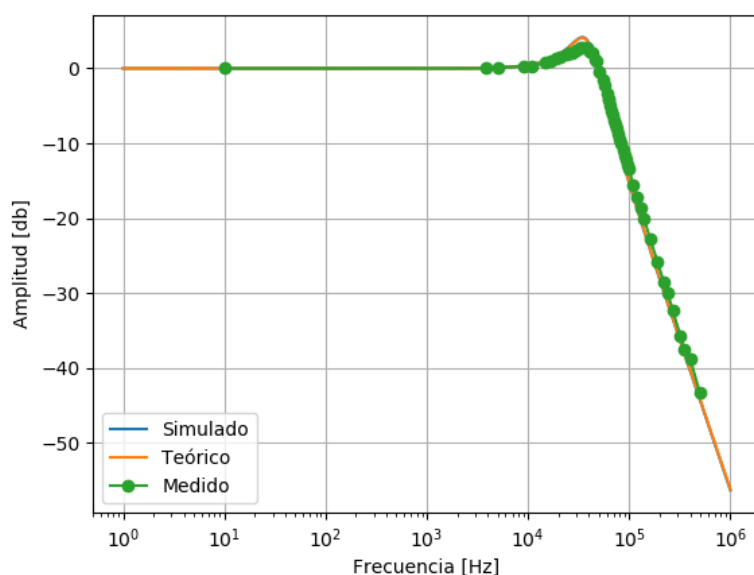


Figura 14: Comparación de diagramas de Bode en módulo.

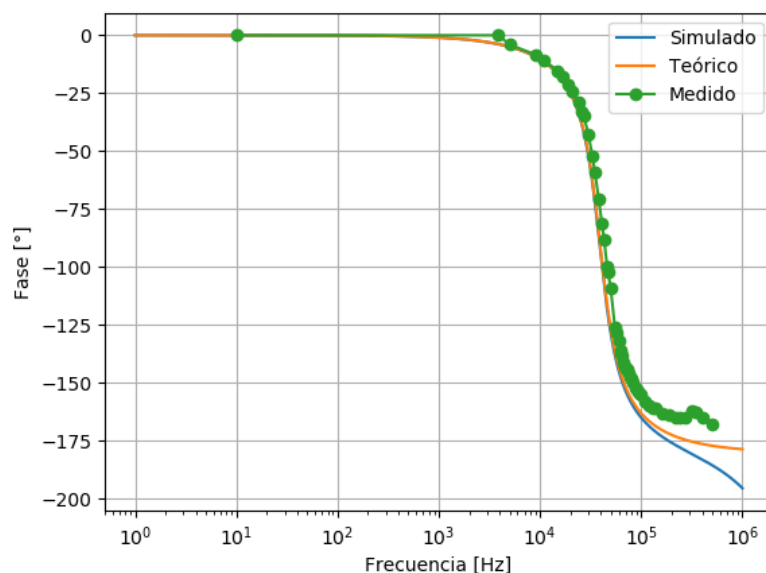


Figura 15: Comparación de diagramas de Bode en fase.

3.1. Caso R nula

3.1.1. Consideraciones teóricas

Se analizó el circuito de la figura 11 con $R = 0\Omega$, i.e. un circuito LC. Teóricamente, el circuito debería oscilar armónicamente, ya que no hay pérdida de energía. Por supuesto, esto no ocurre ya que tanto el cable como el inductor y el capacitor tienen resistencias internas, por lo que sí habrá disipación de energía y las oscilaciones decaerán en cada ciclo. Los valores teóricos son

- frecuencia de oscilación $(f_t) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx 39kHz$
- tiempo de establecimiento $(t_s) \rightarrow \infty$
- valor de sobrepico $(M_p) = 1V$

3.1.2. Mediciones

Al realizar la medición se pudo comprobar como el circuito no se comporta como un LC ideal, actuando como un subamortiguado con un factor de calidad muy grande. Se logró medir la pseudofrecuencia de oscilación, siendo esta $f_t = 41,3kHz$, el tiempo de establecimiento de 5% de $275\mu s$ y finalmente la magnitud del sobrepico, siendo esta $M_p = 1,3V$.

3.2. Caso R tal que $M_p = 0,15V_i$

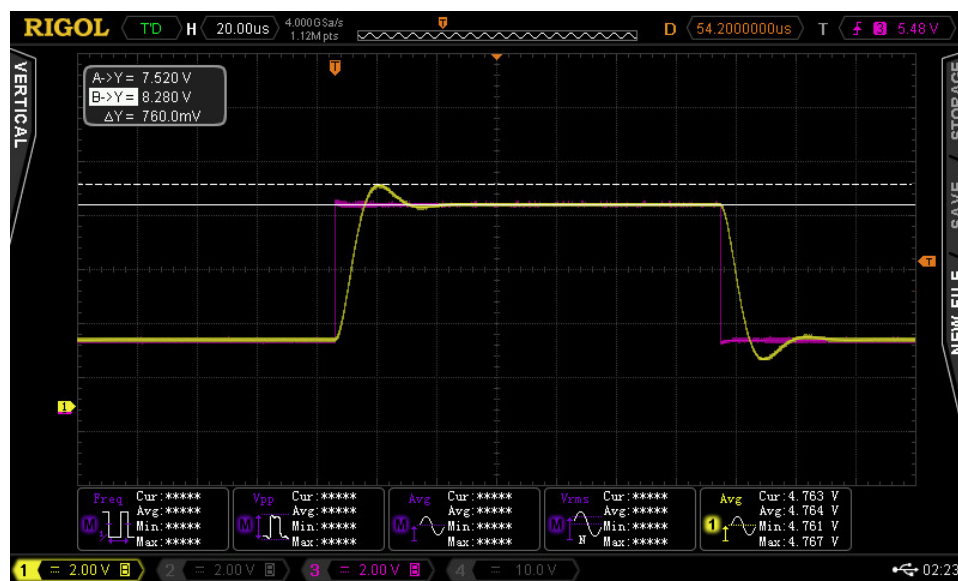
3.2.1. Consideraciones teóricas

Para este caso, excitando al circuito con una señal cuadrada de $5V_{pp}$, se busca R tal que el valor máximo de sobrepico $M_p = 0,15V_i = 0,75$ Para hallar R, del desarrollo anterior se tiene que $M_p = 0,75 \Rightarrow \xi = 0,51 = R\sqrt{\frac{C}{L}}\frac{1}{2} \Rightarrow R = 125,55\Omega$ Luego, los valores teóricos son (utilizando las mismas fórmulas presentadas en la sección del pasabajos)

$$f_t = \frac{1}{2\pi}w_d = 33,7kHz \quad (15)$$

$$t_s = \frac{\ln\left(\frac{1}{0,05\sqrt{1-\xi^2}}\right)}{\frac{R}{2L}} = 25,3\mu s \quad (16)$$

3.2.2. Mediciones



Los valores obtenidos de las mediciones fueron:

- $f_t = 37,5kHz$
- $t_s = 28\mu s$

3.3. Caso R tal que el circuito sea críticamente amortiguado

3.3.1. Consideraciones teóricas

Para que el circuito esté críticamente amortiguado se debe verificar

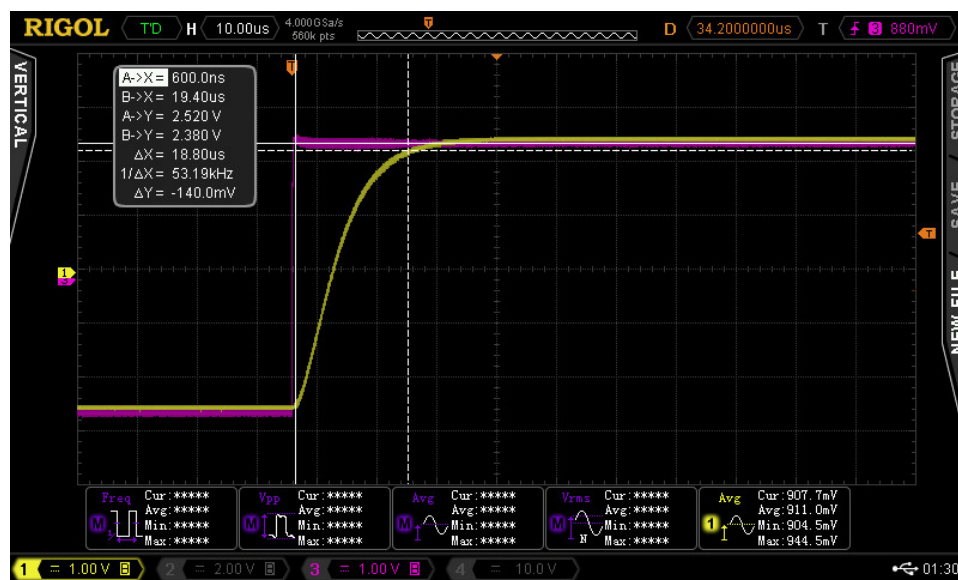
$$\frac{R}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (17)$$

Luego

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 246,18\Omega \quad (18)$$

En este caso el circuito no oscila, por lo que no hay frecuencia de oscilación del transitorio y $M_p=0$ El tiempo de establecimiento teórico es $t_s = 21,4\mu s$

3.3.2. Mediciones



Los valores medidos fueron:

- $t_s = 18,8\mu s$

3.4. Casos sin buffer

3.4.1. $R = 0\Omega$

Teóricamente el circuito debería oscilar armónicamente con una frecuencia $f_t \approx 39kHz$ y $t_s \rightarrow \infty$ Nuevamente el hecho de que todos los elementos poseen resistencias propias causa que las oscilaciones decaigan en cada ciclo. Los valores medidos fueron:

- $f_t = 40kHz$
- $t_s = 50,4\mu s$
- $M_p = 1,52V$

3.4.2. R tal que $M_p = 0,15V_i$

Al quitar el Buffer, la respuesta observada no oscilaba, de donde no hay frecuencia de oscilación del transitorio ni máximo valor de sobrepico. El tiempo de establecimiento del 5 % medido fue $t_s = 25\mu s$

4. Filtro pasa banda

4.1. Respuesta al escalón

Se analizó el circuito de la figura 16

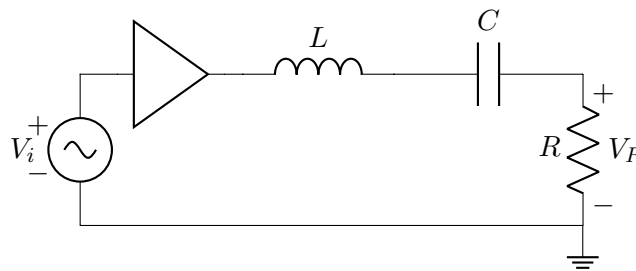


Figura 16: Filtro pasabanda

En este caso la función transferencia es

$$H(s) = \frac{sRC}{1 + sRC + s^2LC} \quad (19)$$

La frecuencia de oscilación y el valor de sobre pico teóricos son los mismos que en el caso del filtro pasabajos, calculados en (11) y (12) respectivamente. Al estar analizando un sistema Lineal Tiempo Invariante (LTI), puede obtenerse la respuesta al escalón como la convolución entre la respuesta impulsiva y la función escalón $u(t)$, que transformando en Laplace, ya que el sistema es causal, permite hallar la respuesta al escalón como

$$Y(s) = H(s)U(s) \quad (20)$$

donde $Y(s)$ es la transformada de Laplace de la respuesta al escalón, $U(s)$ es la transformada del escalón y $H(s)$ es la función transferencia del circuito.

Como $U(s) = \frac{1}{s}$ y $H(s)$ está dada por (19), antitransformando se obtiene que la respuesta al escalón es

$$V_R(t) = \frac{2\sqrt{C}R\sin\left(\frac{t\sqrt{4L-CR^2}}{2\sqrt{CL}}\right)e^{-\frac{Rt}{2L}}}{\sqrt{4L-CR^2}} \quad (21)$$

4.2. Mediciones

Se realizaron mediciones de la frecuencia de oscilación del transitorio (f_t), del tiempo de establecimiento del 5% (t_s) y del valor de sobrepico (M_p). Los resultados obtenidos fueron:

- $f_t = 33,7kHz$
- $t_s = 40\mu s$
- $M_p = 400mV$

4.3. Respuesta en frecuencia

Se midió la respuesta en frecuencia del circuito (19) para contrastar que el modelo analítico corresponda con la realidad, además se hizo una simulación en **LTSpice** obteniendo los siguientes resultados:

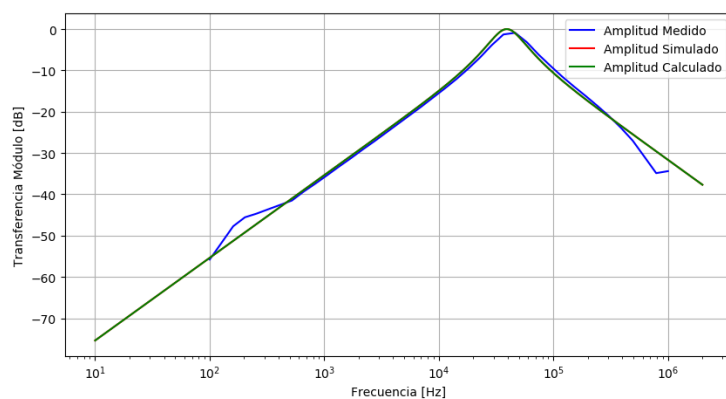


Figura 17: Comparación de diagramas de Bode en módulo Band-Pass.

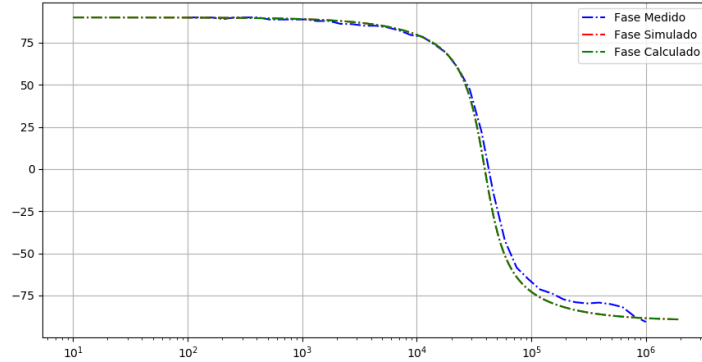


Figura 18: Comparación de diagramas de Bode en fase Band-Pass.

5. Filtro pasaaltos

5.1. Respuesta al escalón

Se analizó el circuito de la figura 19

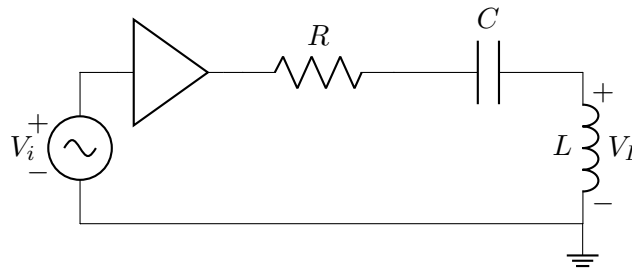


Figura 19: Filtro pasaaltos

En este caso la función transferencia es

$$H(s) = \frac{s^2 LC}{1 + sRC + s^2 LC} \quad (22)$$

Nuevamente, como el denominador de la función transferencia es el mismo que en los casos del filtro pasabanda y pasabajos, los valores teóricos de la frecuencia de oscilación y el sobre pico son los calculados en (11) y (12) respectivamente. La respuesta al escalón puede calcularse igual que en el caso anterior antitransformando en el dominio de Laplace:

$$V_L(t) = e^{\frac{-Rt}{2L}} \left(\cosh\left(\frac{t\sqrt{\frac{CR^2}{4} - L}}{\sqrt{CL}}\right) - \frac{\sqrt{CR} \sinh\left(\frac{t\sqrt{\frac{CR^2}{4} - L}}{\sqrt{CL}}\right)}{2\sqrt{\frac{CR^2}{4} - L}} \right) \quad (23)$$

5.2. Mediciones

De la misma manera que el caso anterior, se midió la frecuencia de oscilación del transitorio, el tiempo de establecimiento del 5 % y el valor de sobrepico. Los resultados obtenidos fueron

- $f_t = 38,6kHz$
- $M_p = 352mV$
- $t_s = 49,5\mu s$

5.3. Respuesta en frecuencia.

Se midió la respuesta en frecuencia del circuito (19) para contrastar que el modelo analítico corresponda con la realidad, además se hizo una simulación en **LTSpice** obteniendo los siguientes resultados:

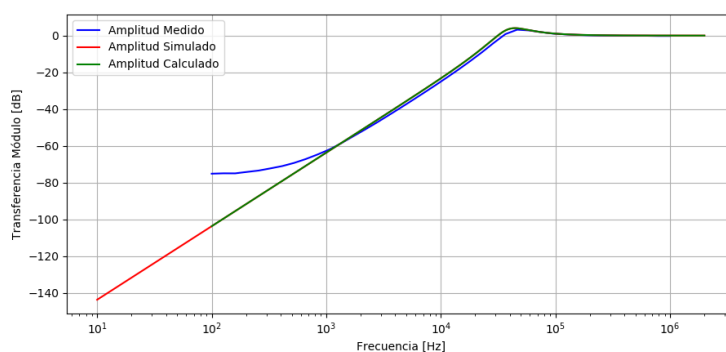


Figura 20: Comparación de diagramas de Bode en módulo High-Pass.

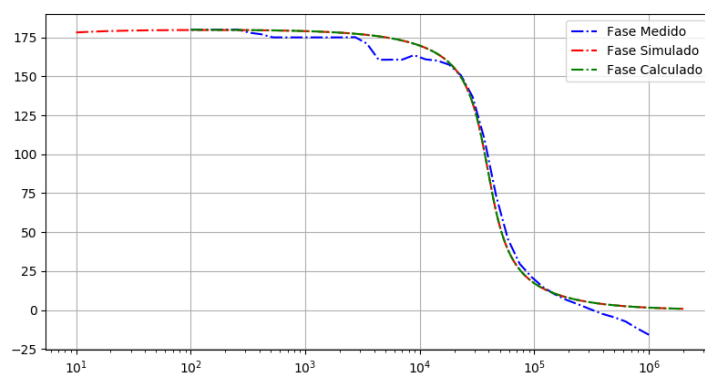


Figura 21: Comparación de diagramas de Bode en fase High-Pass.

6. Filtro Notch

6.1. Respuesta al escalón

Se analizó el circuito mostrado en la figura 22

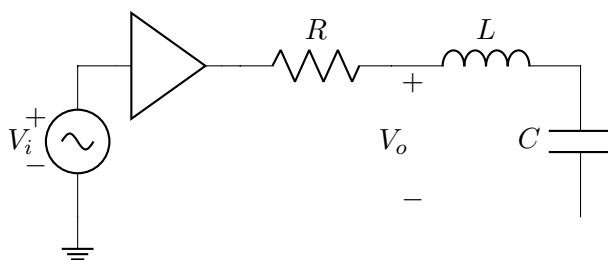


Figura 22: Filtro Notch

En este caso la transferencia está dada por

$$H(s) = \frac{1 + s^2 LC}{1 + sRC + s^2 LC} \quad (24)$$

Los valores teóricos de la frecuencia de oscilación y el sobre pico son, nuevamente, los de (11) y (12)

De forma similar a los 2 casos anteriores, antitransformando Laplace se puede obtener la respuesta al escalón en el dominio del tiempo

$$V_o(t) = 1 - \frac{2\sqrt{C}R \sin\left(\frac{t\sqrt{4L - CR^2}}{2\sqrt{CL}}\right) e^{-\frac{Rt}{2L}}}{\sqrt{4L - CR^2}} \quad (25)$$

A continuación se presenta la respuesta observada en el osciloscopio.

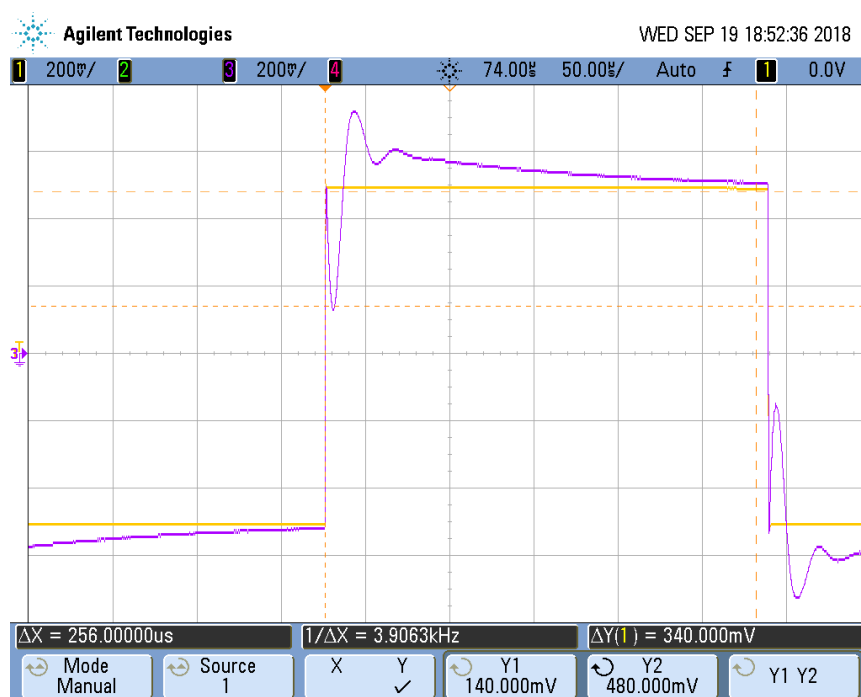


Figura 23: Respuesta al escalón del circuito en configuración Notch

6.2. Mediciones

Se midió la frecuencia de oscilación del transitorio, el valor de sobrepico y el tiempo de establecimiento del 5 %, obteniéndose

- $f_t = 38,3kHz$
- $M_p = 395mV$
- $t_s = 23\mu s$

6.3. Respuesta en frecuencia

Se midió la respuesta en frecuencia del circuito (19) para contrastar que el modelo analítico corresponda con la realidad, además se hizo una simulación en **LTSpice** obteniendo los siguientes resultados:

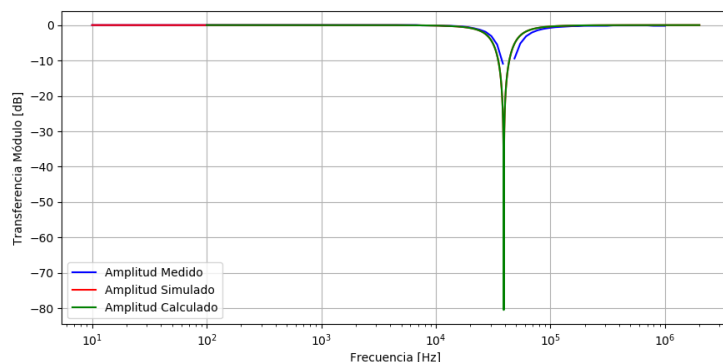


Figura 24: Comparación de diagramas de Bode en módulo Notch.

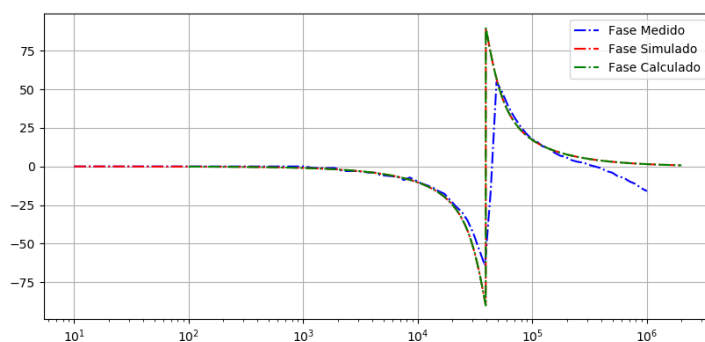


Figura 25: Comparación de diagramas de Bode en fase Notch.

7. Medición del factor de calidad

7.1. Q Teórico

Se calculó el valor del factor de calidad de forma teórica según

$$Q = \frac{1}{2\xi} = 1,51 \quad (26)$$

Luego, para cada una de las configuraciones anteriores (pasabajos, pasaaltos, pasabanda y notch) se midió el factor de calidad y se lo comparó con el teórico.

7.2. Q High/Low/Band-Pass

Para medir el Q del circuito se puede apreciar que si en las ecuaciones (22), (24), (3) se evalúa la función en $\omega_0 \implies |H(j\omega_0)| = Q$. El error de obtener

el Q del circuito se reduce a errores humanos y de instrumental a la hora de la medición.

7.3. Q Notch

En este caso no era tan simple como evaluar la transferencia en un valor dado a que si se evalúa $H(j\omega_0) = 0$, se optó por medir la respuesta al escalón, y de allí obtener el sobre pico, el cual esta ligado al ξ por la siguiente ecuación:

$$M_p = e^{\frac{\pi \cdot \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (27)$$

$$Q = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\ln(M_p)^2 + \pi^2}}{\ln(M_p)} \quad (28)$$

obteniendo la siguiente medición:



Figura 26: Sobre pico de la respuesta al escalón en el Notch.

y un valor de Q de 1,539.