Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.67 Señales Aleatorias

Trabajo práctico N°2

Grupo 1:

Lambertucci, Guido Enrique	58009
Londero Bonaparte, Tomás Guillermo	58150
Moriconi, Franco	58495
Musich, Francisco	58124
Tolaba, Francisco Martin	58424

Profesor

Hirchoren, Gustavo Abraham

Presentado: 10/06/20

Índice

1. Ejercicio 1

1.1. Introducción

El siguiente ejercicio parte de un análisis sobre el proceso aleatorio presente en la página 138 del libro selecto por la cátedra. Se realizarán simulaciones de dicho proceso y se calcularán experimentalmente la media, la varianza, la autocorrelación y el coeficiente de autocorrelación para ciertos valores de t dados y se realizará una comparación con los valores teóricos.

1.2. Valores teóricos

El experimento que determina el proceso es la tirada de un dado no cargado y el ensamble del mismo se detalla a continuación:

$$\begin{aligned} y_{1(t)} &= 6 \\ y_{2(t)} &= 3sin(t) \\ y_{3(t)} &= -3sin(t) \\ y_{4(t)} &= 3cos(t) \\ y_{5(t)} &= -3cos(t) \\ y_{6(t)} &= -6 \end{aligned} \tag{1}$$

El proceso es $Y_{(t)} = y_{i(t)}$ donde i indica el número obtenido en la tirada del dado.

El valor esperado teórico del proceso se obtiene de la siguiente forma:

$$E\left[Y_{(t)}\right] = \sum_{i=1}^{6}\left(P(Y_{(t)} = y_{i(t)}) \times y_{i(t)}\right)$$

Reemplazando las funciones muestra dadas y que la probabilidad $P(Y_{(t)} = y_{i(t)}) = \frac{1}{6}\ \forall i$ obtenemos que:

$$E\left[Y_{(t)}\right] = 0\ \forall t$$

La varianza se obtiene como:

$$Var^2_{(t)} = E\left[Y^2_{(t)}\right] - \left(E\left[Y_{(t)}\right]\right)^2 = \sum_{i=1}^{6}\left(P(Y_{(t)} = y_{i(t)}) \times y^2_{i(t)}\right) - 0^2 = 15\ \forall t$$

Donde ya se obtuvo que $E\left[Y_{(t)}\right] = 0$ y

$$E\left[Y^2_{(t)}\right] = \sum_{i=1}^{6}\left(P(Y_{(t)} = y_{i(t)}) \times y^2_{i(t)}\right)$$

Este proceso tiene media y "varianza" constantes para todo instante t.

La autocorrelación para dos instantes t1 y t2 se encuentra calculada en el libro y nos queda como:

$$R_{xx(t_1,t_2)} = \frac{1}{6}\left(72 + 18\cos(t_2 - t_1)\right)$$

El proceso tiene media constante y autocorrelación dependiente de $(t_2 - t_1)$, entonces es WSS. Por lo tanto:

$$R_{xx(t,t)} = R_{xx(0,0)} = \frac{1}{6}\left(72 + 18\cos(0)\right) = 15$$

El coeficiente de autocorrelación se obtiene con la definición del mismo:

$$r_{xx(t_1,t_2)} = \frac{R_{xx(t_1,t_2)} - \mu^*_{X_{(t_1)}}\mu_{X_{(t_2)}}}{\left(R_{xx(t_1,t_1)}.R_{xx(t_2,t_2)}\right)^{1/2}}$$

Como el proceso es WSS y su media es cero cualquiera sea t:

$$r_{xx(t_1,t_2)} = \frac{R_{xx(t_1,t_2)} - 0}{(R^2_{xx(0,0)})^{1/2}} = \frac{\frac{1}{6}\left(72 + 18\cos(t_2 - t_1)\right)}{15}$$

Para los instantes de t requeridos, obtenemos los siguientes resultados:

- $\mathrm{E}\left[Y_{(\frac{\pi}{2})}\right] = 0$
- $\mathrm{Var}\left[Y_{(\frac{\pi}{2})}\right] = 15$
- $R_{xx(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})} = \frac{1}{6}(72 + 18\cos(\frac{\pi}{4})) = 14.12132$
- $r_{xx(2\pi,\pi)} = \frac{R_{xx(\pi,2\pi)}}{15} = \frac{(12+3\cos(\pi))}{15} = 0.6$

Observando el ensamble dado se puede comprobar fácilmente que el proceso no es ergódico en la media puesto que con la función muestra $y_{1(t)} = 6$:

$$\lim_{T\to\infty} < Y_{(t)} >_T = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} Y(t)dt = 1 \neq \mu$$

De la misma forma, se puede concluir que no es ergódico en la autocorrelación con la misma función muestra:

$$\lim_{T\to\infty} < R_{YY}(\tau) >_T = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} Y(t)Y(t+\tau)dt = 6 \neq RYY(\tau)\ \forall\tau$$

Dado que para una de las funciones no se cumple que tienda a la autocorrelación, no es ergódico en en dicha variable.

1.3. Análisis Experimental

Para el análisis sobre los valores pedidos es necesario generar múltiples muestras sobre el proceso, en los instantes de tiempo requeridos. En primer lugar, se obtiene un número entero al azar entre 1 y 6, simulando la tirada de un dado, el cual determina qué función miembro del ensamble resulta. A partir de la determinación de la función correspondiente se evaluá en los valores de instantes t pedidos, obteniéndose:

- $Y(\pi/2)$
- $Y(\pi/4)$
- $Y(\pi)$
- $Y(2\pi)$

Estos valores obtenidos se guardan como un vector. Luego, se repite el procedimiento N = 1000 veces y se obtiene un arreglo de vectores conteniendo muestras del proceso. El código de Matlab empleado para la simulación de este proceso se detalla a continuación

```
function [exp_mean_t1, var_t1, autocorr_t1_t2, coef_autocorr_t3_t4] = simulacion(
    cantidad_muestras)
%SIMULACION EJERCICIO 1
%   Cada Muestra tiene la forma [ x(pi/2)
%                                 x(pi/4)
%                                 x(pi)
%                                 x(2*pi)]
%Devuelve el valor esperado en pi/2
% Genero un vector que contiene a las funciones miembro del proceso
ensamble = fun_array();

% Genero muestras de valores posibles del proceso a ciertos tiempos
for i=1:cantidad_muestras
    indice_funcion =  randi(6); %Tiro el dado que determina funcion del ensamble
    %Muestreo funcion correspondiente
    muestra_funcion =[ensamble{indice_funcion}(pi/2)   %t1 = pi/2
                      ensamble{indice_funcion}(pi/4)   %t2 = pi/4
```

```
                            ensamble{indice_funcion}(pi)      %t3 = pi
                            ensamble{indice_funcion}(2*pi)    %t4 = 2pi
                            ];
    muestras_totales(:,i) = muestra_funcion; %#ok<AGROW>
end

%Ploteo valores de funcion evaluada en t = pi/2 para multiples experimentos
figure (1);
ejex = linspace(1,cantidad_muestras,cantidad_muestras);
scatter(ejex, muestras_totales(1,:));

%Ploteo valores de funcion evaluada en t = pi/4 para multiples experimentos
figure(2);
ejex = linspace(1,cantidad_muestras,cantidad_muestras);
scatter(ejex, muestras_totales(2,:));

%Estimamos la media en t1= pi/2
exp_mean_t1 = expected_value(cantidad_muestras,muestras_totales(1,:));

%Estimamos la varianza en t2= pi/2
var_t1 = var_exp(cantidad_muestras,muestras_totales(1,:));

%Estimamos la autocorrelacion en t1= pi/2 y t2= pi/4
autocorr_t1_t2 = autocorr_exp(cantidad_muestras,muestras_totales(1,:),
    muestras_totales(2,:));

%Estimamos el coeficiente de autocorrelacion en t3= pi y t4= 2pi
coef_autocorr_t3_t4 = autocorr_coef_exp(cantidad_muestras,muestras_totales(3,:),
    muestras_totales(4,:));

end
```

Donde la función fun-array() designa el ensamble solicitado, el código en Matlab:

```
function [ funciones ] = fun_array()
%FUN_ARRAY Funcion que devuelve n muestras de un proceso aleatorio

funciones = {};

f1 = @(t)[6];
funciones{1} = f1;
  f2 = @(t)[3*sin(t)];
funciones{2} = f2;
f3 = @(t)[-3*sin(t)];
funciones{3} = f3;
f4 = @(t) [3*cos(t)];
funciones{4} = f4;
f5 = @(t)[-3*cos(t)];
funciones{5} = f5;
f6 = @(t)[-6];
funciones{6} = f6;

end
```

A continuación, por ejemplo se muestran los resultados para $Y(\pi/2)$ para N = 100 experimentos realizados.

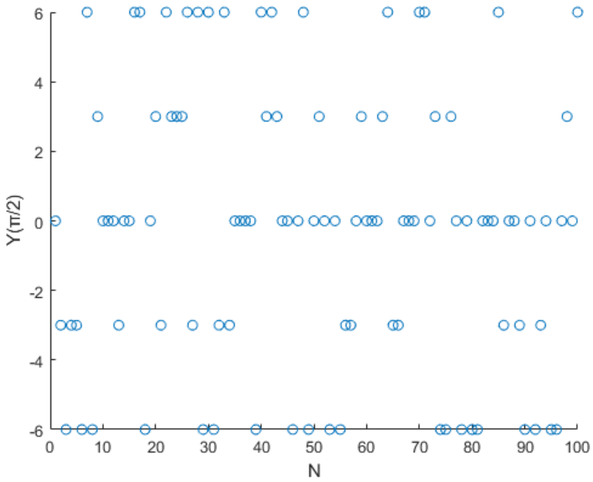

Figura 1: Valores del proceso $Y_(t)$ en $t = \frac{\pi}{2}$.

También para $Y(\pi/4)$.

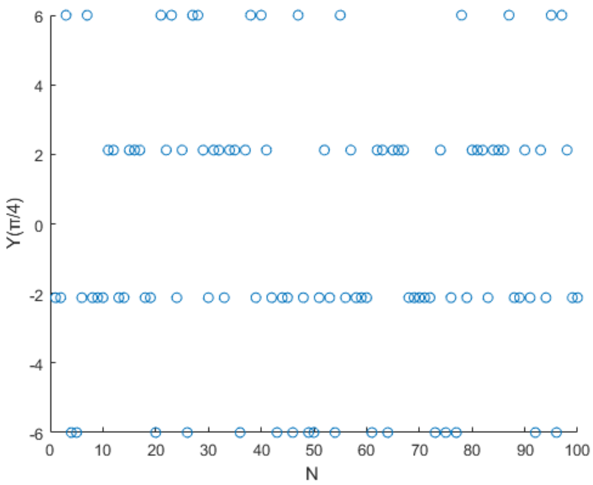

Figura 2: Valores del proceso $Y_(t)$ en $t = \frac{\pi}{4}$.

Luego, se calculan promediando los valores pedidos con el código:

```
%Ploteo valores de funcion evaluada en t = pi/2 para multiples experimentos
figure (1);
ejex = linspace(1,cantidad_muestras,cantidad_muestras);
scatter(ejex, muestras_totales(1,:));

%Ploteo valores de funcion evaluada en t = pi/4 para multiples experimentos
figure(2);
ejex = linspace(1,cantidad_muestras,cantidad_muestras);
scatter(ejex, muestras_totales(2,:));

%Estimamos la media en t1= pi/2
exp_mean_t1 = expected_value(cantidad_muestras,muestras_totales(1,:));

%Estimamos la varianza en t2= pi/2
var_t1 = var_exp(cantidad_muestras,muestras_totales(1,:));

%Estimamos la autocorrelacion en t1= pi/2 y t2= pi/4
```

```
autocorr_t1_t2 = autocorr_exp(cantidad_muestras,muestras_totales(1,:),
    muestras_totales(2,:));

%Estimamos el coeficiente de autocorrelacion en t3= pi y t4= 2pi
coef_autocorr_t3_t4 = autocorr_coef_exp(cantidad_muestras,muestras_totales(3,:),
    muestras_totales(4,:));
```

Detallando cada función:

- La función estimadora de la media en $t = \frac{\pi}{2}$, $\mathrm{E}\left[Y_{(\frac{\pi}{2})}\right]$

```
function [ exp_mean ] = expected_value( cant_muestras, muestras)
%EXPECTED_VALUE Valor esperado experimental de arreglo de muestras
%cant_muestras = la cantidad total de valores experimentales
% muestras = es el vector de las funciones muestras
% evaluadas en un instante t

exp_mean = 0; %inicializo en 0

for i=1:cant_muestras
    %promediamos el valor esperado
    exp_mean = exp_mean + (1/cant_muestras)*(muestras(i));
end

end
```

- La función estimadora de la varianza en $t = \frac{\pi}{2}$, $\mathrm{Var}\left[Y_{(\frac{\pi}{2})}\right]$

```
function [ exp_var ] = var_exp(cant_muestras, muestras)
%VAR_EXP Varianza experimental de arreglo de muestras
%cant_muestras = la cantidad total de valores experimentales
% muestras = es el vector de las funciones muestras
% evaluadas en un instante t
%Para calcular la varianza experimental precisamos de la media
%experimental

exp_var = 0;    %inicializo en 0
%Calculo la media experimental
exp_mean = expected_value(cant_muestras, muestras);

%Estimamos la varianza experimental
for i=1:cant_muestras
    exp_var = exp_var + (1/cant_muestras)*(muestras(i)- exp_mean)^2;
end

end
```

- La función estimadora de la autocorrelación en $t_1 = \frac{\pi}{4}$ y $t_2 = \frac{\pi}{2}$, $R_{xx(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})}$

```
function [autocorr] = autocorr_exp(cant_muestras, muestras_t1, muestras_t2)
%AUTOCORR_EXP autocorrelacion experimental entre dos instantes de tiempo
%t1 y t2
%cant_muestras = la cantidad total de valores experimentales
% muestras_t1, muestras_t2 = son los vectores de las funciones muestras
% evaluados en los instantes t1 y t2 respectivamente
%Para calcular la autocorrelacion se estima el valor esperado del
% producto entre los valores que adquieren las funciones muestra en los
% instantes t1 y t2 promediando

autocorr = 0;    %inicializo en 0
```

```

for i=1:cant_muestras
    autocorr =autocorr+(1/cant_muestras)*(muestras_t1(i))*(muestras_t2(i));
end

end
```

- La función estimadora del coeficiente de autocorrelación en $t_3 = \frac{2\pi}{4}$ y $t_4 = \pi$, $r_{xx(2\pi,\pi)}$

```
function [ coef_auto ] = autocorr_coef_exp(cant_muestras, muestras_t1,
    muestras_t2)
%COEF_AUTO autocorrelacion experimental entre dos instantes de tiempo
%t1 y t2
%cant_muestras = la cantidad total de valores experimentales
%muestras_t1, muestras_t2 = son los vectores de las funciones muestras
%evaluados en los instantes t1 y t2 respectivamente
%Para calcular el coeficiente de autocorrelacion debemos calcular la
%la autocorrelacion en (t1,t2), los valores esperados en t1 y t2
%y por ultimo, la autocorrelacion en (t1,t1) y la autocorrelacion en
%(t2,t2)

autocorr = autocorr_exp(cant_muestras, muestras_t1, muestras_t2);
exp_mean_t1 = expected_value(cant_muestras,muestras_t1);
exp_mean_t2 = expected_value(cant_muestras, muestras_t2);

autocorr_t1 = autocorr_exp(cant_muestras, muestras_t1, muestras_t1);
autocorr_t2 = autocorr_exp(cant_muestras, muestras_t2, muestras_t2);

%Calculo del coeficiente de autocorrelacion
coef_auto=(autocorr-(exp_mean_t1*exp_mean_t2))/sqrt(autocorr_t1*autocorr_t2);

end
```

Corriendo la simulación para N = 1000, se arrojaron los siguientes resultados:

```
>> [exp_mean_t1,var_t1,autocorr_t1_t2,coef_autocorr_t3_t4] = simulacion(1000)

exp_mean_t1 =

    0.0120


var_t1 =

   14.6159


autocorr_t1_t2 =

   13.7303


coef_autocorr_t3_t4 =

    0.5801
```

Figura 3: Resultados de la simulación con N = 1000 muestras

Observando el código anterior obtenemos que:

- $\mathrm{E}\left[Y_{(\frac{\pi}{2})}\right] = 0.0120$
- $\mathrm{Var}\left[Y_{(\frac{\pi}{2})}\right] = 14.6159$
- $R_{xx(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})} = 13.7303$

- $r_{xx(2\pi,\pi)}$= 0.5801

Adicionalmente, analizamos para la media en $t_1 = \frac{\pi}{2}$ que $\mathrm{E}\left[Y_{(\frac{\pi}{2})}\right] \to 0$ a medida que se realizan simulaciones con N$\to \infty$

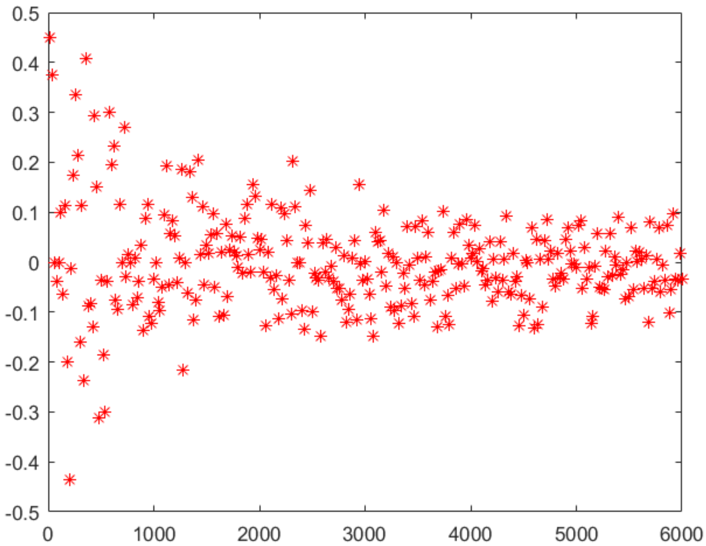

Figura 4: El valor esperado del proceso en $t_1 = \frac{\pi}{2}$ cuando la cantidad de muestras aumenta.

1.4. Conclusiones sobre los resultados

En primer lugar, en las figuras (1) y (2) se puede "estimar" visualmente que la media para el proceso es cero como primer aproximación a los valores teóricos.

Luego, se puede concluir que para los valores experimentales, la media en $t_1 = \frac{\pi}{2}$ es cercana a cero y a medida que aumentamos la cantidad de valores muestreados la diferencia entre el valor experimental y el valor teórico es cada vez más pequeña. De igual manera, para la varianza en $t_1 = \frac{\pi}{2}$, no se observan diferencias significativas. También, la autocorrelación en $t_1 = \frac{\pi}{2}$ y $t_2 = \frac{\pi}{4}$ y la autocorrelación en $t_3 = \pi$ y $t_4 = 2\pi$ denotan el mismo comportamiento hacia el valor teórico.

A medida que se toman mayor cantidad de muestras ($N \to \infty$) los valores que se estimaron convergieron a los valores teóricos, lo cual era de esperarse puesto que el proceso tiene un ensamble simétrico y equiprobable.

Los valores estimados con los muestreos del proceso no pueden estimarse mediante promedios temporales eligiendo alguna de las funciones muestras experimentales porque el proceso no es ergódico en la media ni tampoco en la autocorrelación. Esto puede observarse fácilmente cuando el experimento aleatorio que determina el proceso cae en los valores de $y_{1(t)} = 6$ o $y_{6(t)} = -6$.

2. Ejercicio 2

2.1. Introducción

Se analiza una secuencia $X(n)$, estimando y calculando parámetros de interés, como lo son la autocorrelación, los coeficientes de correlación parcial y la densidad espectral de potencia.

2.2. Autocorrelación

Se estiman la autocorrelación mediante el uso de los primeros 128 elementos de la secuencia brindada. Para ello, se vale los estimadores polarizados (R_p) y no polarizados (R_{np}) de dicho parámetro. Estas funciones son las empleadas para estimar otras funciones mediante información digitalizada.

$$R_p(k) = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-k-1} X(i)X(i+k)$$
$$R_{np}(k) = \frac{1}{N-k}\sum_{i=0}^{N-k-1} X(i)X(i+k) \tag{2}$$

En ellas se observan los parámetros N, es decir, el largo de $X(n)$, y k, variable que puede tomar los valores $0, 1, \ldots, 127$. Mediante el uso de estos estimadores, se normaliza para poder obtener los coeficientes de autocorrelación r_{XXp} y r_{XXnp}.

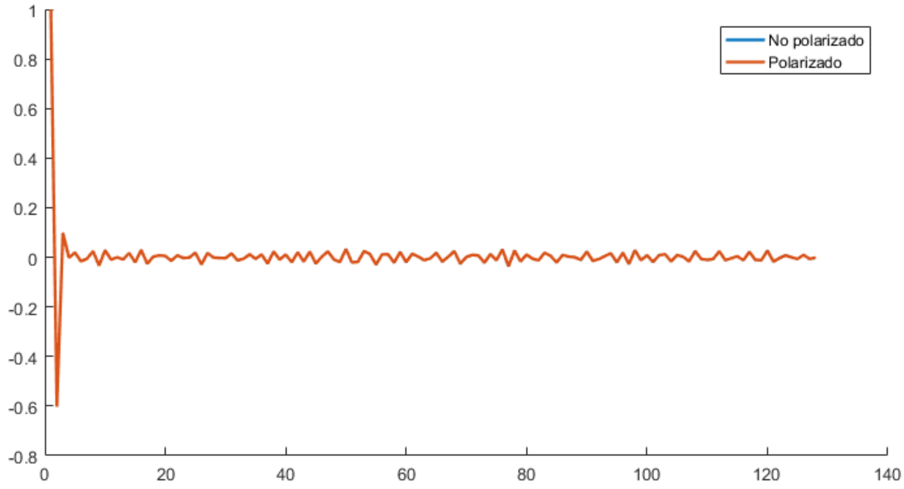

Figura 5: Grafica de los coeficientes de autocorrelación total estimados.

Se puede observar en la Figura (5) como ambas curvas se encuentran solapadas, haciendo que sea prácticamente imposible distinguirlas. Esto se debe a que existe una relación entre cada estimador, siendo esta

$$R_p(k) = \frac{N-k}{N} R_{np}(k)$$

Ya que, para el caso del vector analizado, se da la condición de que $N = 4096$ y además $N >> k_{max} = 127$, siendo entonces

$$R_p(k) \approx R_{np}(k)$$

2.3. Coeficientes de correlación parcial

Con los datos ya extraídos y mediante la resolución de la ecuación de Yule-Walker, fue posible obtener los coeficientes deseados. Esto se realizó con los coeficientes totales obtenidos a través de las estimaciones polarizada y no polarizada.

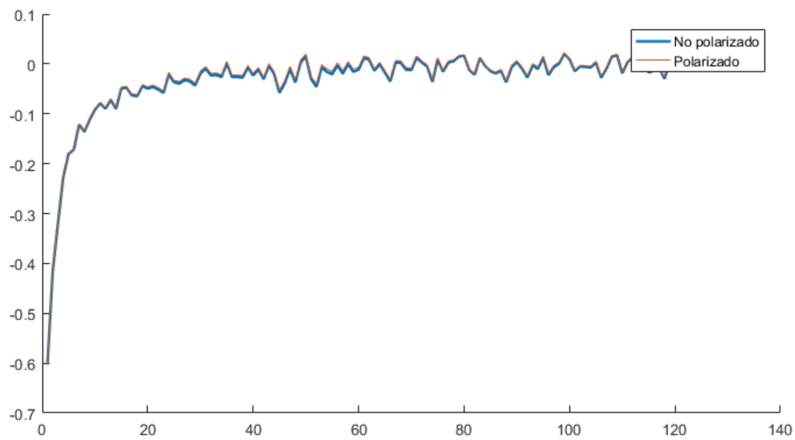

Figura 6: Grafica de los coeficientes de autocorrelación parcial obtenidos.

En la Figura (6) se obtuvo nuevamente una diferencia entre ambas curvas, la cual no es significativa.

2.4. Modelo del proceso

Se procede a determinar que tipo de modelo utilizar para el proceso analizado. Observando la Figura (5), se denota que $r_{XX}(1)$ y $r_{XX}(2)$ son valores distintos de 0 ($-0,603$ y $0,099$ para ambas aproximaciones), mientras que los valores siguientes, si bien no son exactamente 0, son todos menores en modulo a $0,03$, lo que permite aproximarlos a 0. Además, observando la Figura (6), se puede afirmar que los ϕ_{kk} presentan un comportamiento exponencial. Es por ello que se determina que el proceso es un **MA(2)** (**ARMA(0,2)**).

Para el calculo de los θ, se utilizaron las ecuaciones

$$r_{XX}(1) = \frac{R_{XX}(1)}{\sigma_X^2} = \frac{\theta_{2,1} + \theta_{2,1}\theta_{2,2}}{1 + \theta_{2,1}^2 + \theta_{2,2}^2} \tag{3}$$

$$r_{XX}(2) = \frac{\theta_{2,2}}{1 + \theta_{2,1}^2 + \theta_{2,2}^2} \tag{4}$$

Resolviendo dicho sistema, se obtienen los siguientes valores:

$$\begin{aligned} \theta_{2,1} &= -1,280 \\ \theta_{2,2} &= 0,268 \end{aligned} \tag{5}$$

Con lo ya dicho, se procede a estimar los parámetros del proceso y compararlos con los ya obtenidos.

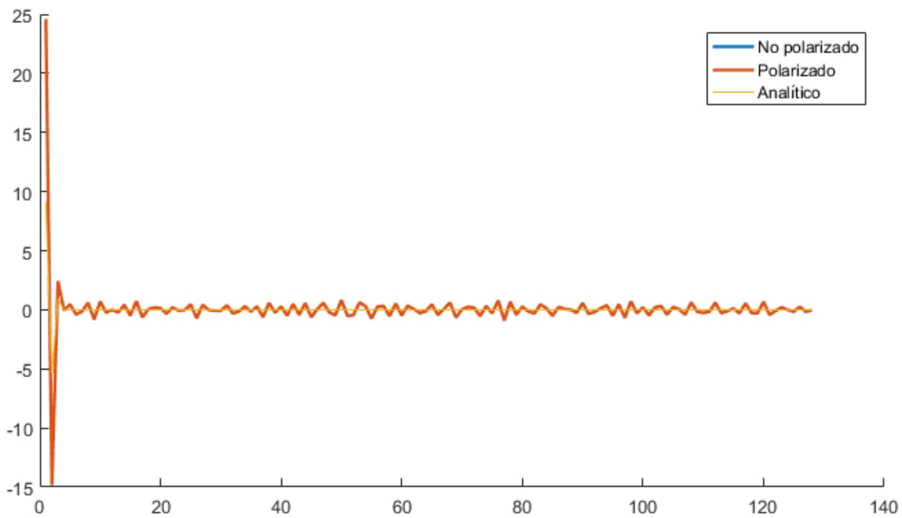

Figura 7: Comparación de los coeficientes de autocorrelación.

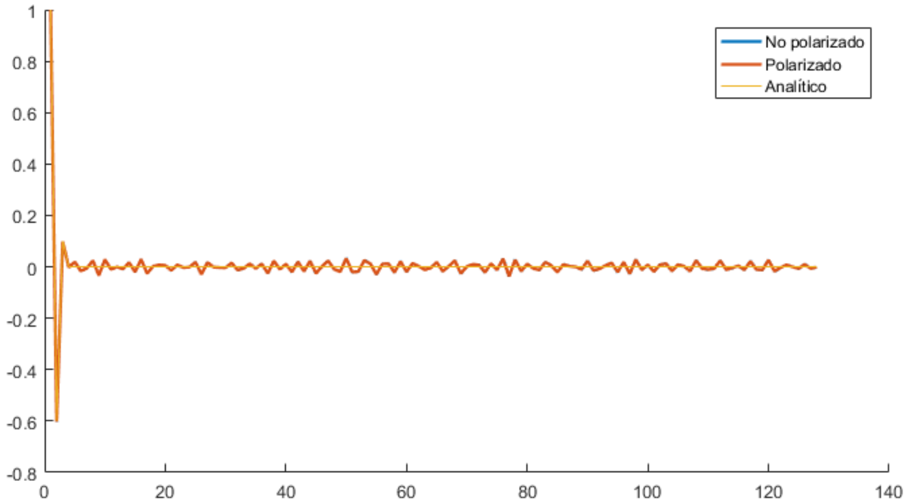

Figura 8: Comparación de los coeficientes de autocorrelación normalizados.

2.5. Densidad espectral de potencia

A continuación, se estima la la densidad espectral de potencia del vector $X(n)$. Para ello, se emplean dos técnicas distintas. La primera consiste en el uso de la transformada de Fourier de la estimación realizada de las funciones de autocorrelación.

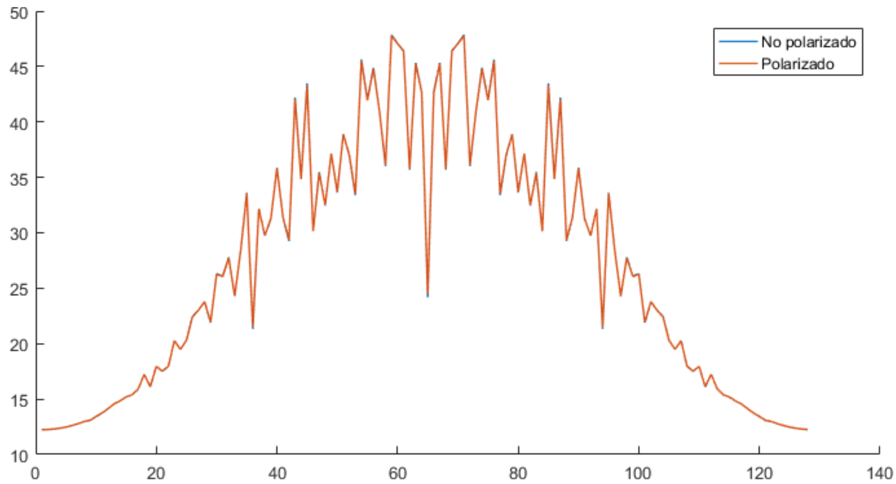

Figura 9: Periodigramas obtenidos a partir de las estimaciones de R_{XX}.

Como era de esperarse, la diferencia entre el gráfico obtenido a través de la estimación polarizada no difiere tanto de la no polarizada.

La segunda técnica consta de la promediación de periodigramas. Para esto se partió el vector original en 16 grupos de 256 elementos, en cada grupo se calculó los primeros 128 valores de la autocorrelacion con el estimador no polarizado, luego a cada vector se le calcula la densidad espectral de potencia y finalmente se las promedia.[1]

[1]Se utilizó la formula 9.24 del libro

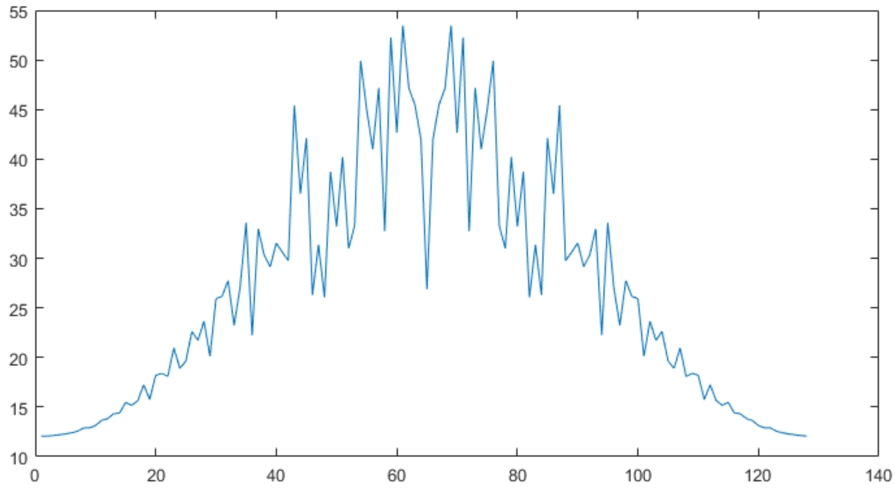

Figura 10: Estimación de la densidad espectral de potencia mediante el uso de promediación de periodigramas.

Finalmente, a modo comparativo, se ilustran las estimaciones obtenidas superpuestas:

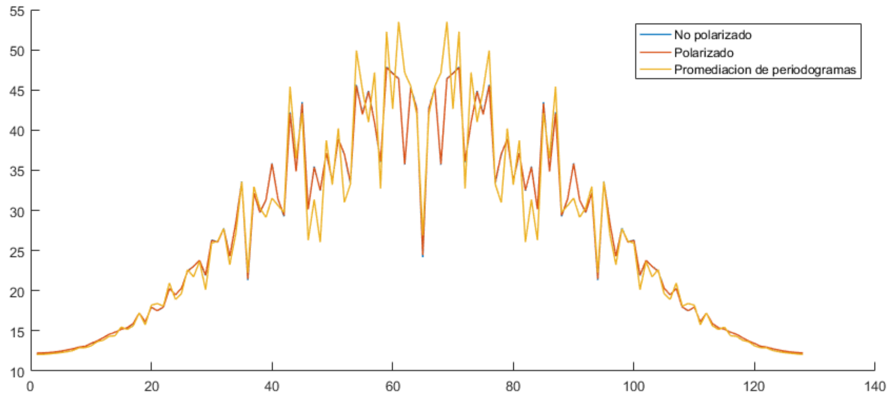

Figura 11: Estimaciones de potencia.

Se puede apreciar que son muy similares tanto la promediación de periodogramas con la transformada de la estimación de la función de autocorrelación.

2.6. Código implementado

- Main.m:

```
function [rxxp, rxxnp, phikkp, phikknp] = Main(x,kmax)
%Hay que cargar el archivo1 y llamar a la funcion > Main(x, 128);
    %PUNTO 1

    %Creamos Rxxs (estimaciones)
    Rxxnp = Rnp(x,kmax);
    Rxxp = Rp(x,kmax);

    %Creamos rxxs (estimaciones)
    rxxnp = Rxxnp./Rxxnp(1);
    rxxp = Rxxp./Rxxp(1);

    aux_rxx = 1:1:kmax;
    aux_phi = 1:1:(kmax-1);

    %Ploteamos rxxs (estimaciones)
```

```
    hold on
    p1 = plot(aux_rxx, rxxnp, aux_rxx, rxxp);
    p1(1).LineWidth = 1.75;
    p1(2).LineWidth = 1.75;
    legend('No polarizado', 'Polarizado');
    title('r_{xx}');
    figure();
    %figure('$r_{xx}$ normalizado y no normalizado');

    %PUNTO 2

    %Creamos phikk
    phikknp = cpar(rxxnp, kmax);
    phikkp = cpar(rxxp, kmax);

    %Ploteamos phikk
    hold on
    p2 = plot(aux_phi, phikknp, aux_phi, phikkp);
    legend('No polarizado', 'Polarizado');
    p2(1).LineWidth = 1.75;
    p1(2).LineWidth = 1.75;
    title('\phi_{kk}');
    figure();


    %PUNTO 3 y 4
    %Debemos modelar X(n) a través de un Moving Average de orden 2.
    syms th21x th22x %%resuelvo el sistema de ecuaciones
    S= solve((round(rxxnp(2)*100)/100) *(th21x^2+th22x^2+1) == th21x*th22x+th21x,
        (round(rxxnp(3)*100)/100) *(th21x^2+th22x^2+1) == th22x);
    theta21v=vpa(S.th21x);
    theta22v= vpa(S.th22x);
    theta21= theta21v(1); %valor de theta 21
    theta22=theta22v(1); %valor de theta 22
    rxxCalc= zeros(1, 128);
    rxxCalc(1)=(theta21*theta21+theta22*theta22+1)/(1+theta21^2+theta22^2);
    rxxCalc(2)= (theta21+theta21*theta22)/(1+theta21^2+theta22^2);
    rxxCalc(3)= theta22/(1+theta21^2+theta22^2);
    Varn = double((round(Rxxnp(3)*1000)/1000)./theta22);

    RxxCalc= rxxCalc*Varn ;

    %%Graficorxx estimaciones y analitico
    hold on
    p7 = plot(aux_rxx, rxxnp, aux_rxx, rxxp,aux_rxx,rxxCalc);
    p7(1).LineWidth = 1.75;
    p7(2).LineWidth = 1.75;
    legend('No polarizado', 'Polarizado', 'Analítico');
    title('r_{xx}');
    figure();
        %%GraficoRxx estimaciones y analitico
    hold on
    p7 = plot(aux_rxx, Rxxnp, aux_rxx, Rxxp,aux_rxx,RxxCalc);
    p7(1).LineWidth = 1.75;
    p7(2).LineWidth = 1.75;
    legend('No polarizado', 'Polarizado', 'Analítico');
    title('R_{xx}');
    figure();
%periodograma
```

```
aux = zeros(16,128);

for k = 1:16
    for j = 0:127
        prev = 0;
        for i = 0:256-j-1
            prev = prev + x(256*(k-1)+i+1+j) * x(256*(k-1)+i+1) ;%% Lo parto en
                bloques
        end
        aux(k,j+1) = (1/(256-j)) * prev;
    end
end
Sxx = zeros(128,16);
for j = 1:16
    Sxx(:,j) = fft(aux(j,:));%%Se calcula la fft de la particion
end
Sxx = Sxx';
uSxx = zeros(1,128); %% Vector de la potencia media de los periodigramas
for j = 1:16
    uSxx = uSxx + Sxx(j,:);%%Promedio
end
uSxx = uSxx/16;

    %FFT de Rxxs (estimados)
    FftRxxnp=abs(fft([Rxxnp]));
    FftRxxp=abs(fft([Rxxp]));
    hold on
    p4 = plot( [1:length(FftRxxnp)], FftRxxnp);%No polarizado
    p4(1).LineWidth = 1;
    p5 = plot( [1:length(FftRxxp)], FftRxxp);%polarizado
    p5(1).LineWidth = 1;
   p3 = plot([1:128],abs(uSxx)); %%Periodigrama
   p3(1).LineWidth = 1;
    title('Densidad espectral de Potencia');
    legend('No polarizado', 'Polarizado','Promediacion de periodogramas');

end
```

- Cpar.m:

```
function [phikk] = cpar(rxx,kmax)
    phikk = rxx(2);
    for i = 2:kmax-1
        R = toeplitz([rxx(1:i)]);
        phi = linsolve(R,rxx(2:i+1).'); %%Resuelvo el sistema de ecuaciones para
            obtener los phikk
        phikk = [phikk, phi(end)];
    end
end
```

- Rnp.m:

```
function [Rxx] = Rnp(x,kmax)
    N=max(size(x));
    Rxx=0;
    for i = 0:kmax-1
        Rxx=[Rxx,(sum(x(1:N-i) .* x(i+1:N))*(1/(N-i)))];%%aplico el algoritmo
    end
    Rxx=Rxx(2:end);
end
```

- Rp.m:

```
function [Rxx] = Rp(x,kmax)
    N=max(size(x));
    Rxx=0;
    for i = 0:kmax-1
        Rxx=[Rxx,(sum(x(1:N-i) .* x(i+1:N))*(1/(N)))];
    end
    Rxx=Rxx(2:end);
end
```