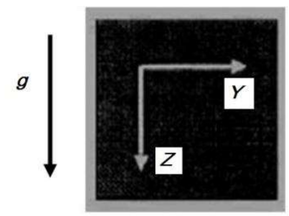
Filtros complementarios

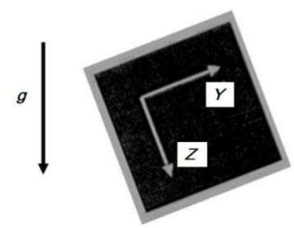
Se usa para estimar posición angular integrando dos sensores inerciales: acelerómetro y giróscopo. Haremos un repaso de cada uno de ellos.

Acelerómetro: Concepto de funcionamiento

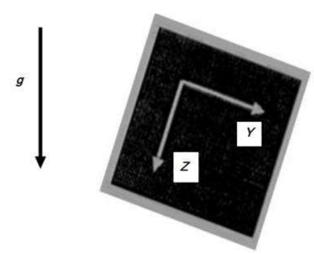


- Puede usarse para medir la fuerza de gravedad como inclinómetro.
- Respecto al eje y mido *0g* y respecto al eje z mido *1g*.

el sensor está inclinada hacia arriba por un ángulo $\boldsymbol{\theta}$, pero estacionario (no hay aceleraciones horizontales), la lectura medida es: $\boldsymbol{y = g sin\theta}$



- El eje y mide una componente de gravedad ligeramente negativa.
- El eje z mide una componente ligeramente menor a *1g*.



Finalmente, la lectura medida es: $\boldsymbol{y = g sin\theta}$**.** Para pequeñas inclinaciones, se puede aproximar $\boldsymbol{sin\theta \approx \theta}$, válida dentro de $\pm \boldsymbol{{}^{3}/_{6}\, rads = \pm 30}$º.
Estando el acelerómetro en posición perfectamente horizontal, debe indicar cero, hay que corregir el offset del acelerómetro. Finalmente, la lectura del acelerómetro mediante código C es:

```
X_acel = (float)(x_acel_ADC - x_Acel_off) * Kx;
```

Donde la indicación quedará corregida en offset y multiplicado por un factor para que la medición sea directamente en radianes.

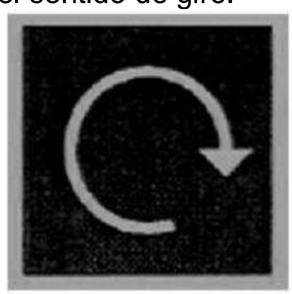
Si se usa solamente el eje y para medir inclinación, va bien siempre y cuando no se ponga en invertido, dado que un solo eje no reconoce el arriba-abajo, para eso se lo combina con el eje z, tal que:

Donde la posición queda determinada por:

$$\theta = arctg\left(\frac{a_z}{a_y}\right)$$

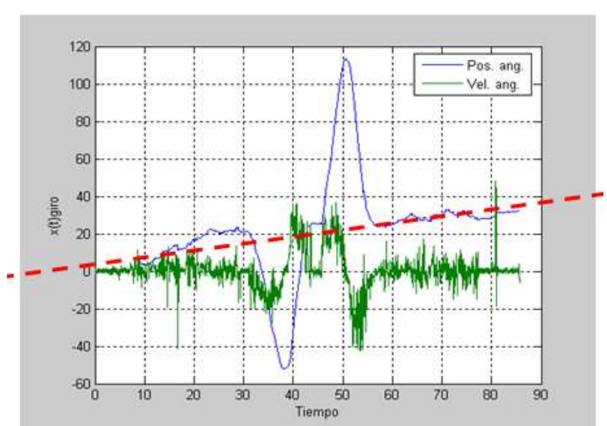
<u>Giróscopo</u>

Mide velocidad angular e indica 0 cuando está en estacionario, aunque en la realidad, por su propio ruido, tiene un pequeño offset. Puede indicar valores positivos y negativos, según el sentido de giro.



Estando el giróscopo en reposo, debe medir 0, sin embargo se medirá un offset que debe ser restado, finalmente se multiplicará un factor de proporcionalidad para que la indicación sea directamente expresada en ${}^{rad}/_{seg}$. La lectura del acelerómetro mediante código C es:

```
Vel_ang = (x_Giro_ADC - x_Giro_off) * Kvel;
```



En verde se ve la información de giróscopo, al principio en reposo, después se lo hace girar 90º en sentido antihorario y después 90º en sentido horario y vuelta al reposo. En azul se ve la integral, y la línea roja se ve el valor medio y destaca la deriva de la integración por el offset del giróscopo.
A continuación se muestra la lectura tanto del giróscopo como acelerómetro mediante los respectivos canales del ADC del microcontrolador, y su correspondiente corrección en offset y translación a unidades correspondientes.

```
Unsigned int X_acel_ADC;
```
Dato de 10 bits leído con el ADC

```
Unsigned int x_giro_ADC;
```
Dato de 10 bits leído con el ADC

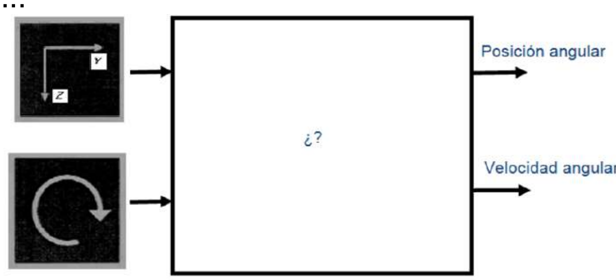
```
X_acel = (float)(x_acel_ADC - x_Acel_off) * Kx;

Omega = (x_Giro_ADC - x_Giro_off) * Kvel;
```

```
X_acel;
```
Dato tipo float

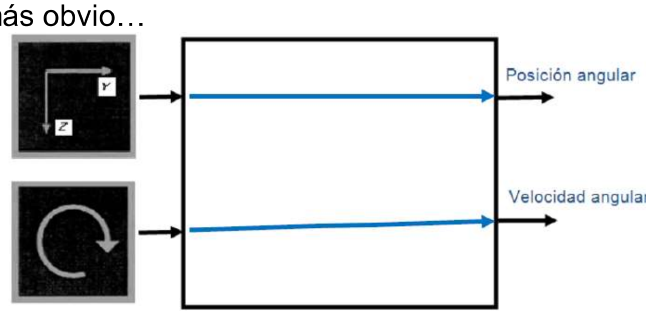
```
Omega;
```
Dato tipo float

Integración de sensores

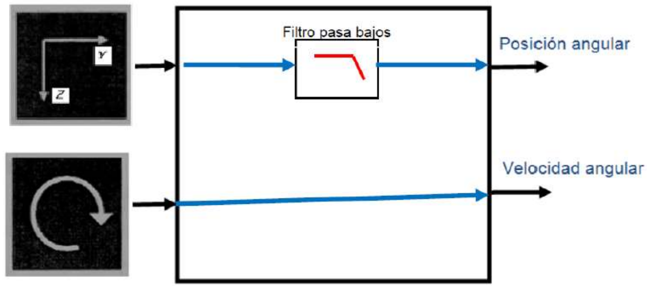
¿Qué hacemos?...



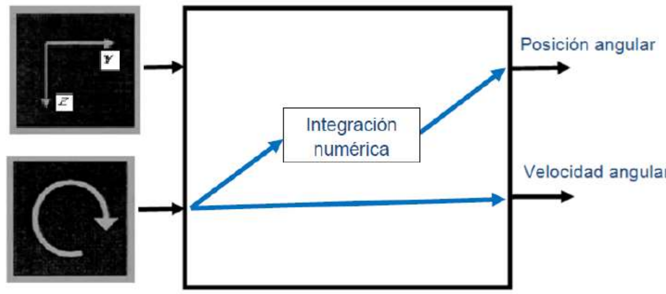
Esto sería lo más obvio…



Solución fácil pero no práctica…

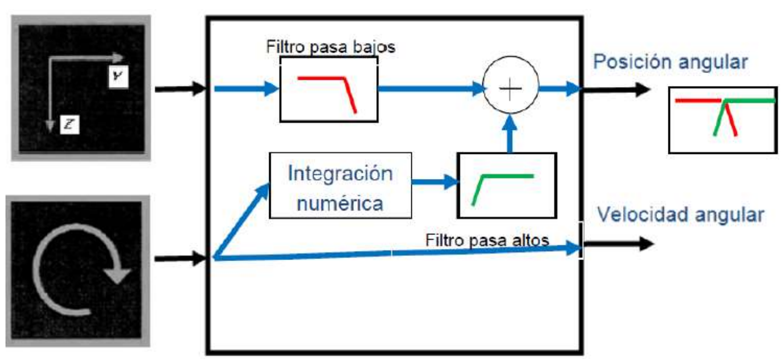


Usamos solo el giróscopo…



Filtros complementarios: Desarrollo

Finalmente la integración se lo realizará mediante la implementación de filtros discretos de orden uno complementarios, esto es que ambos poseen la misma frecuencia de corte.
Con el filtro pasabajos puesto a la salida del acelerómetro, se filtran todas las aceleraciones indeseadas debido a vibraciones, esto hace que tenga una salida más suave donde se mide la inclinación pero con respuesta lenta.
Con el filtro pasaaltos puesto a la salida de la integral del giróscopo con la idea de obtener posición angular, se remueve el offset que aparece debido a la constante que se acumula por el offset propio del giróscopo. La suma entre ambos da la posición angular estimada mejor lograda con ambos sensores.



En el dominio de la frecuencia s, la posición angular estimada θ sale de la suma del filtro pasabajos (primer sumando) en cuya entrada se encuentra la información del acelerómetro (a), más la del filtro pasaaltos (segundo sumando) en cuya entrada se encuentra la información de la integral $\left(1/_s\right)$ del giróscopo (ω):

$$\theta = \frac{1}{1+Ts}.a + \frac{Ts}{1+Ts}.\frac{1}{s}.\omega$$

$$\theta = \frac{1}{1+Ts}.a + \frac{T\omega}{1+Ts} = \frac{a+T\omega}{1+Ts}$$

Efectuando la correspondiente discretización con período de muestreo Δt,
Diferencia hacia atrás: $s = \frac{1}{\Delta t}(1 - z^{-1})$

$$\therefore \theta = \frac{a+T\omega}{1+\frac{T}{\Delta t} - \frac{T}{\Delta t}z^{-1}}$$

$$\theta\left(1+\frac{T}{\Delta t}\right) - \theta\frac{T}{\Delta t}z^{-1} = a + T\omega$$

$$\theta\left(1+\frac{T}{\Delta t}\right) = \theta\frac{T}{\Delta t}z^{-1} + a + T\omega$$

$$\theta_k\left(1+\frac{T}{\Delta t}\right) = \theta_{k-1}\frac{T}{\Delta t} + a_k + T\omega_k\frac{\Delta t}{\Delta t}$$

$$\theta_k = \left[\frac{\frac{T}{\Delta t}}{1+\frac{T}{\Delta t}}\right]\theta_{k-1} + \left[\frac{1}{1+\frac{T}{\Delta t}}\right]a_k + \left[\frac{\frac{T}{\Delta t}}{1+\frac{T}{\Delta t}}\right]\Delta t\omega_k$$

$$\theta_k = \alpha\theta_{k-1} + \beta a_k + \alpha\Delta t\omega_k$$

$$\theta_k = \alpha(\theta_{k-1} + \Delta t\omega_k) + \beta a_k$$

$$\theta_k = \boxed{\alpha(\theta_{k-1} + \Delta t\omega_k)} + \boxed{\beta a_k}$$

Algo parecido a un filtro pasa altos sobre la integral del giróscopo

Porción pasa bajos que actúa sobre el acelerómetro

$$\beta = 1 - \alpha$$

$$\alpha = \frac{\frac{T}{\Delta t}}{1+\frac{T}{\Delta t}} \rightarrow T = \frac{\alpha\Delta t}{1-\alpha}$$

Por ejemplo: Una mirada más cercana al filtro complementario angular
En su mayor parte, el diseño del filtro suele ir en sentido contrario. En primer lugar, se elige una constante de tiempo y luego se utiliza para calcular los coeficientes de filtro. Escoger la constante de tiempo es el lugar donde se puede ajustar la respuesta.
Si su giróscopo deriva en promedio 2°/seg (probablemente una estimación del peor de los casos), es probable que desee una constante de tiempo de menos de un segundo para que pueda ser garantizado nunca haber derivado más de un par de grados en cualquier dirección.
Pero cuanto menor sea la constante de tiempo, se permitirá que pase el ruido de aceleración más horizontal. Como muchas otras situaciones de control, hay una compensación y la única manera de ajustar realmente es experimentar.

Recuerde que la tasa de muestreo es muy importante para elegir los coeficientes correctos. Si cambia su programa, agregando muchos más cálculos de punto flotante y su tasa de muestreo disminuye en un factor de dos, su constante de tiempo aumentará en un factor de dos a menos que vuelva a calcular sus términos de filtro.
Como ejemplo, considere usar la actualización de 26,2mseg como su bucle de control (generalmente una idea lenta, pero funciona). Si desea una constante de tiempo de 0,75 seg, el término de filtro sería:

$$\Delta t = 0{,}0262 seg$$

$$T = 0{,}75 seg$$

$$\alpha = \frac{\frac{0{,}75}{0{,}0262}}{1 + \frac{0{,}75}{0{,}0262}} = 0{,}966$$

$$\beta = 1 - 0{,}966 = 0{,}034$$

$$\theta_k = \alpha(\theta_{k-1} + \Delta t \omega_k) + \beta a_k$$

$$Theta = 0.966 * (Theta\_old + 0.0262 * Omega) + 0.034 * X\_acel;$$

Implementación en C