

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES - ITBA  
ESCUELA DE INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA

# TRABAJO PRÁCTICO FINAL

AUTORES:	Lambertucci, Guido Enrique	(Leg. N° 58009)
	Londero Bonaparte, Tomás Guillermo	(Leg. N° 58150)
	Mechoulam, Alan	(Leg. N° 58438)
	Maselli, Carlos Javier	(Leg. N° 59564)

DOCENTES:	Arias, Rodolfo Enrique
	Sofio Avogadro, Federico
	Spinelli, Mariano Tomás

22.90 - Automación Industrial

BUENOS AIRES

## Índice

<b>1. Deducción de modelo</b>	<b>2</b>
<b>2. Control de posición no lineal</b>	<b>3</b>
2.1. Caracterización del problema . . . . .	3
2.2. Esquema de control . . . . .	3
2.3. Resultados . . . . .	3
<b>3. Control de fuerza no lineal</b>	<b>6</b>
3.1. Caracterización del problema . . . . .	6
3.2. Esquema de control propuesto . . . . .	6
3.3. Resultados . . . . .	6
<b>4. Control híbrido no lineal</b>	<b>9</b>
4.1. Caracterización del problema . . . . .	9
4.2. Esquema de control propuesto . . . . .	9
4.3. Resultados . . . . .	10
<b>5. Conclusiones</b>	<b>13</b>

## 1. Deducción de modelo

La consigna propone un manipulador RR de las siguientes cualidades.

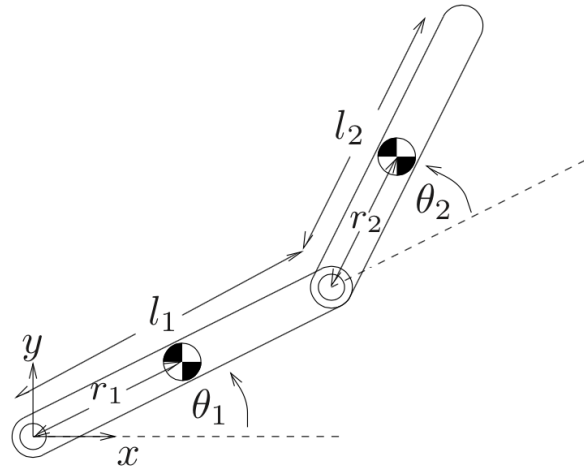


Figura 1: Manipulador RR.

Para los parámetros DH se optó por la posición  $\theta_1 = 0$  y  $\theta_2 = 0$ . Planteando todas las ternas paralelas, es decir, los ejes Z paralelos, los X colineales, se obtuvieron los siguientes parámetros.

	$\alpha$	$a$	$\theta$	$d$
<b>1</b>	0	0	$\theta_1$	0
<b>2</b>	0	$L_1$	$\theta_2$	0
<b>EE</b>	0	$L_2$	0	0

Luego realizando la propagación de velocidades se obtiene que:

$${}^1v_1 = 0 \quad (1)$$

$${}^1\omega_1 = \dot{\theta}_1 \cdot \hat{k} \quad (2)$$

$${}^2v_2 = \dot{\theta}_1 \cdot \sin(\theta_2)L \cdot \hat{i} + \dot{\theta}_1 \cdot \cos(\theta_2)L \cdot \hat{j} \quad (3)$$

$${}^2\omega_2 = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 \cdot \hat{k} \quad (4)$$

A continuación, con los correspondientes a los centros de masa, ubicados al final de cada link, se calculan las velocidades de estos.

$${}^1v_{c1} = \dot{\theta}_1 L \cdot \hat{j}$$

$${}^2v_{c2} = \dot{\theta}_1 \cdot \sin(\theta_2)L \cdot \hat{i} + \left( \dot{\theta}_1 \cdot \cos(\theta_2)L + L(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \right) \cdot \hat{j}$$

Además las matrices de inercia son diagonales con valores  $I_{zz} = mL^2$ ,  $I_{yy} = mL^2$  e  $I_{xx} = 0$ .

Luego se procede a calcular el vector de torques.

$$\mathcal{L}(\Theta, \dot{\Theta}) = k(\Theta, \dot{\Theta}) - u(\Theta) \quad (5)$$

$$\tau = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial k}{\partial \dot{\Theta}} \right) - \frac{\partial k}{\partial \Theta} + \frac{\partial u}{\partial \Theta}$$

Debido a que todo el movimiento del brazo se encuentra al mismo potencial gravitatorio los términos de  $u$  son nulos.

Operando se obtiene un modelo de la siguiente forma:

$$\tau = M(\Theta)\ddot{\Theta} + V(\Theta, \dot{\Theta}) + G(\Theta) + F(\Theta, \dot{\Theta})$$

$$\tau = \begin{pmatrix} 2m_2L^2 + 2I_{zz} + m_1L^2 & m_2L^2 + I_{zz} \\ m_2L^2 + I_{zz} & m_2L^2 + I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\dot{\theta}_1 b_1 - L \sin(\theta_2)m_2\dot{\theta}_2 \\ -\dot{\theta}_2 b_2 + L \sin(\theta_2)m_2\dot{\theta}_1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Adicionalmente se obtuvo el Jacobiano. Si bien este es una matriz de 3x2, dado a que nunca hay un movimiento en el eje Z, se toma el sistema de 2x2.

$${}^{EE}J = \begin{pmatrix} L \sin(\theta_2) & 0 \\ L [\cos(\theta_1 + \theta_2) + 1] & L \end{pmatrix} \quad (7)$$

## 2. Control de posición no lineal

### 2.1. Caracterización del problema

Se desarrolla un control cartesiano no lineal para el manipulador RR. Además se debe considerar una zona prohibida, representada por todo aquel valor por encima de una pared, descrita en el plano XY por la siguiente ecuación:

$$y = 2 - x \quad (8)$$

Se busca que el manipulador se desplace desde el punto (1;-1;0) al (1;1;0). Para generar la trayectoria se utiliza la función **jtraj** del toolbox de matlab de Peter Corke.

### 2.2. Esquema de control

El modelo de control propuesto es el conocido como linealización por realimentación. Es fundamental para este tipo de control tener un gran conocimiento de la planta, ya que básicamente se realiza el control como si fuese lineal, con un esquema tipo PD, con la diferencia que se agrega a la acción de control la respuesta no lineal de la planta.

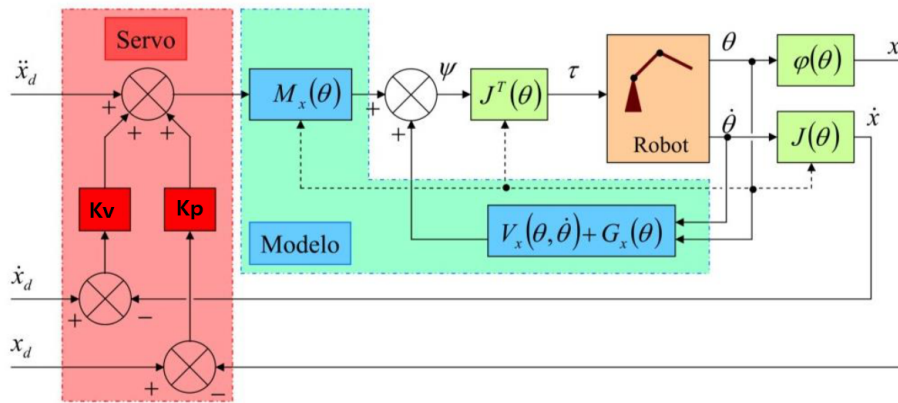


Figura 2: Topología del control de posición cartesiano no lineal.

Cabe mencionar que las matrices  $M_x$ ,  $V_x$ , y  $G_x$  se encuentran en espacio cartesiano. La manera de pasar de las mismas en espacio joint es la siguiente:

$$M_x(\Theta) = J^{-T}(\Theta)M(\Theta)J^{-1}(\Theta)$$

$$V_x(\Theta, \dot{\Theta}) = J^{-T}(\Theta) \left( V(\Theta, \dot{\Theta}) - M(\Theta)J^{-1}(\Theta)\dot{J}(\Theta)\dot{\Theta} \right)$$

$$G_x(\Theta) = J^{-T}(\Theta)G(\Theta)$$

Para obtener las ganancias del sistema se empleó el método de Ziegler-Nichols. De esta forma, los valores obtenidos fueron:

$$\bullet Kv = \begin{pmatrix} 80 & 0 \\ 0 & 80 \end{pmatrix}$$

$$\bullet Kp = \begin{pmatrix} 250 & 0 \\ 0 & 250 \end{pmatrix}$$

### 2.3. Resultados

Se realizó el sistema en simulink. Se obtuvieron los siguientes gráficos. En estos se pueden observar los ángulos de los manipuladores en espacio de joint.

Como el primer rotacional hace una trayectoria de  $-\frac{\pi}{2}$  hacia 0, y el segundo, si bien el punto inicial y final son el mismo, se desvía con el propósito de seguir la trayectoria cartesiana indicada.

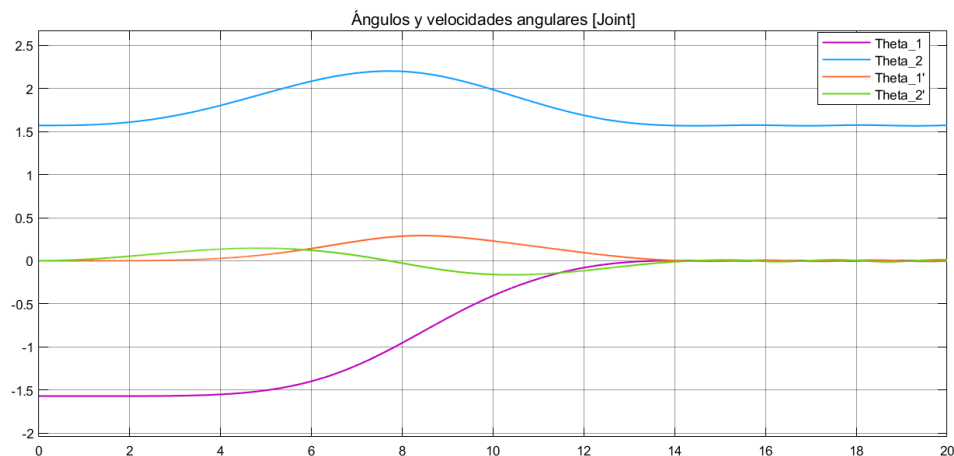


Figura 3: Ángulos en función del tiempo en espacio joint.

En la Figura (4) se ven tanto las referencias como las coordenadas reales que tomó el EE, con un error porcentual menor del 20 % en el eje X y menor del 5 % en el eje Y.

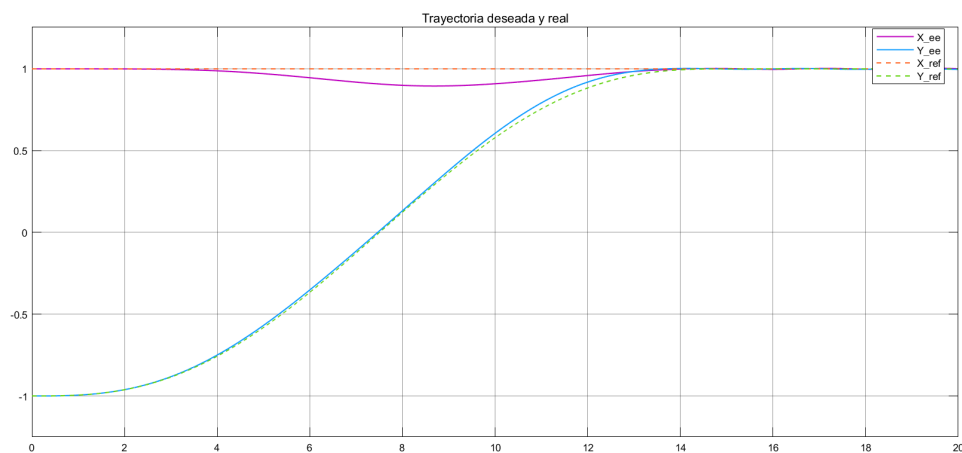


Figura 4: Posición deseada y real del EE.

La trayectoria descrita por el EE se observa claramente en la siguiente imagen.

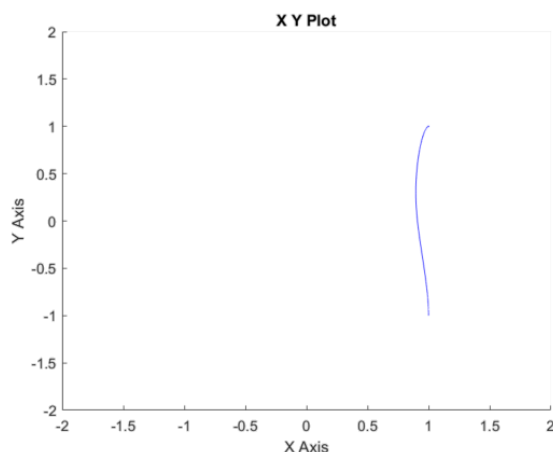


Figura 5: Gráfico XY.

Ademas se le incluyó un disturbio a la planta tanto en posición como en velocidad. Este disturbio sucede en el segundo 14. Se observa en los siguientes gráficos como el manipulador es afectado por el mismo y luego vuelve rápidamente a la referencia.

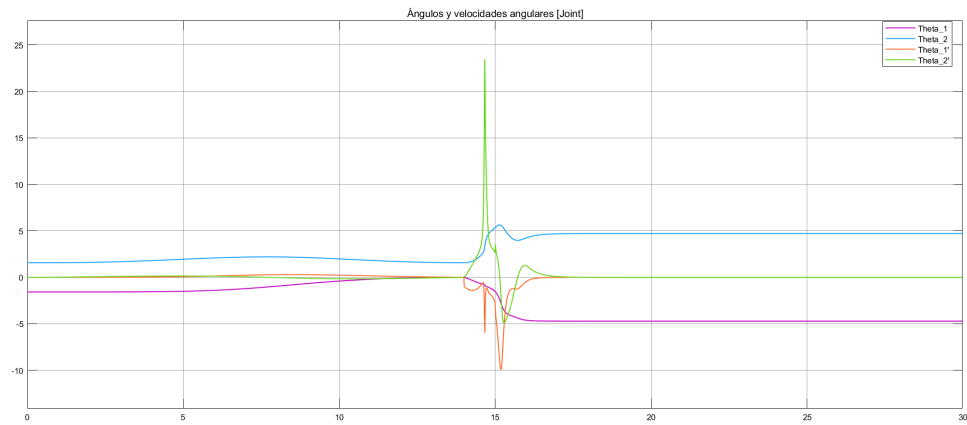


Figura 6: Ángulos en función del tiempo en espacio joint.

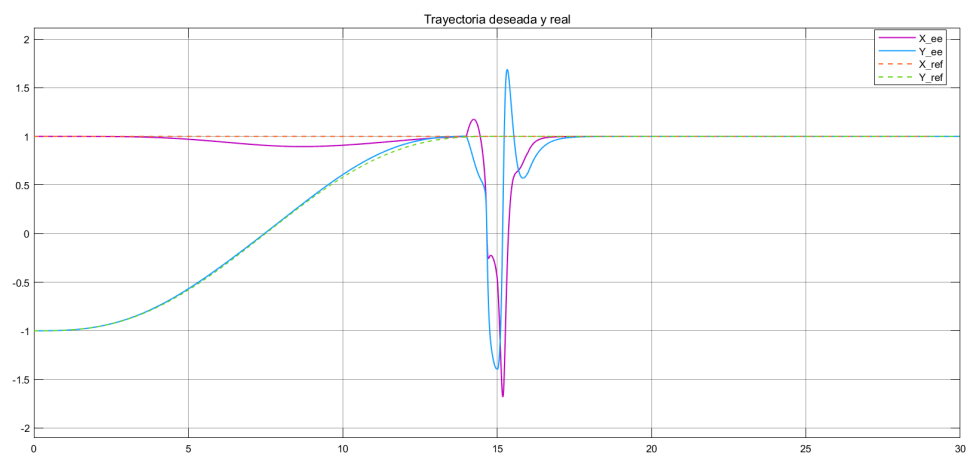


Figura 7: Posición deseada y real del EE.

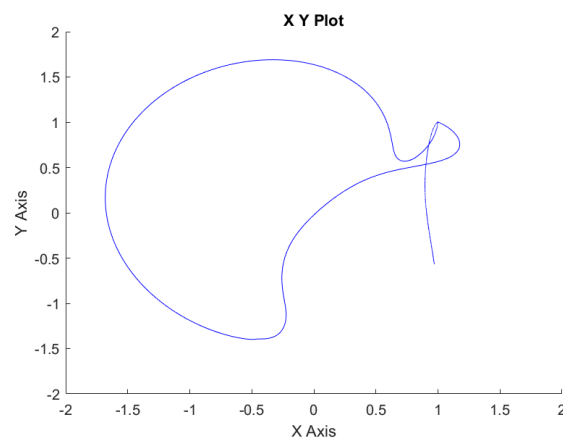


Figura 8: Gráfico XY.

De manera similar al caso presentado en la Sección (2.2), se utilizó el método de Ziegler-Nichols. De esta forma, los valores obtenidos fueron:

$$\bullet \quad K_v = \begin{pmatrix} 150 & 0 \\ 0 & 150 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \quad K_p = \begin{pmatrix} 250 & 0 \\ 0 & 250 \end{pmatrix}$$

### 3. Control de fuerza no lineal

### 3.1. Caracterización del problema

A continuación se presenta el desarrollo de un control de fuerzas no lineal. Para ello un aspecto fundamental es el modelo de las fuerzas del sistema que interaccionan con el actuador.

En este caso, la fuerza consiste en la pared que trabaja como obstáculo. La fuerza de reacción entre el EE y la pared es aquella definida por:

$$f_r = k_e \cdot d \hat{n} \quad (9)$$

La Ecuación (9) es una fuerza proporcional a la distancia y normal a la superficie de la pared. Esta es nula mientras el EE no se encuentre en contacto con la pared y no nula en caso de estarlo.

### 3.2. Esquema de control propuesto

El esquema de control propuesto es nuevamente una linealización por realimentación de la siguiente manera:

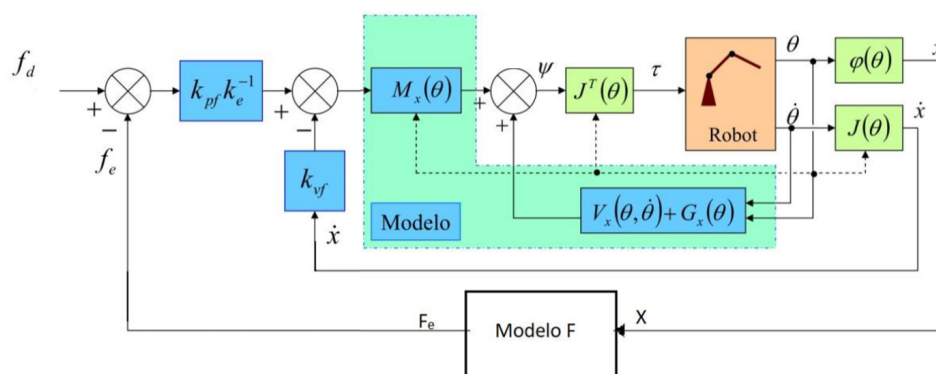


Figura 9: Topología del control de fuerza no lineal.

Nuevamente y de manera análoga lo presentado en las Secciones (2.2) y (2.3), se utilizó el método de Ziegler-Nichols. De esta forma, lo que se alcanzó fue:

$$\bullet \quad Kvf = \begin{pmatrix} 150 & 0 \\ 0 & 150 \end{pmatrix} \qquad \bullet \quad Kpf \cdot Ke^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

### 3.3. Resultados

Nuevamente se realizó el simulink del sistema, obteniendo así los gráficos que se presentan a continuación.

Algo característico que tiene este control de fuerzas es que, debido a que no hay información provista como referencia de posición, el manipulador se mueve hasta encontrarse cerca de la pared. Luego realiza una breve oscilación sobre el obstáculo hasta llegar a un estado permanente en el cual el manipulador está aplicando la fuerza comandada por la referencia.

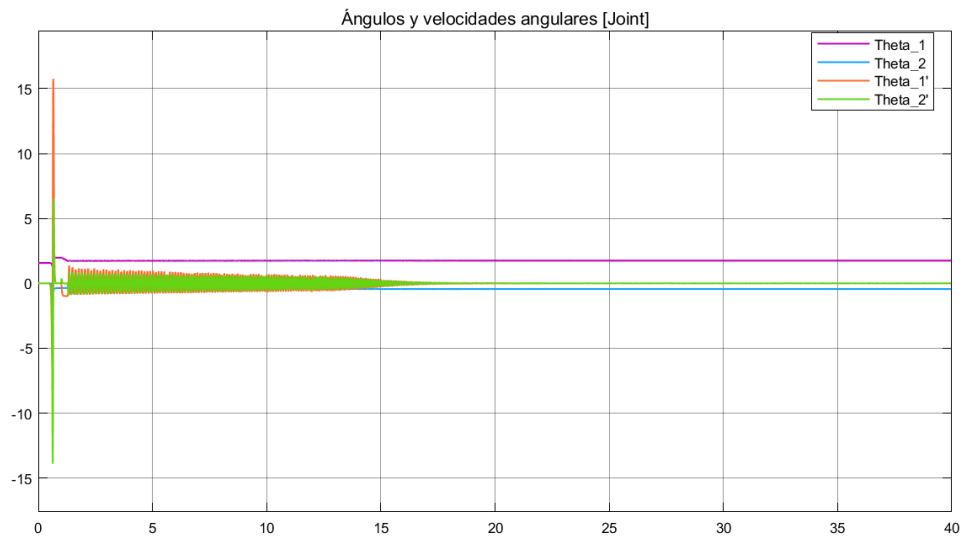


Figura 10: Ángulos en función del tiempo en espacio joint.

Se observa en la Figura (11) la leve oscilación del EE al llegar a la pared.

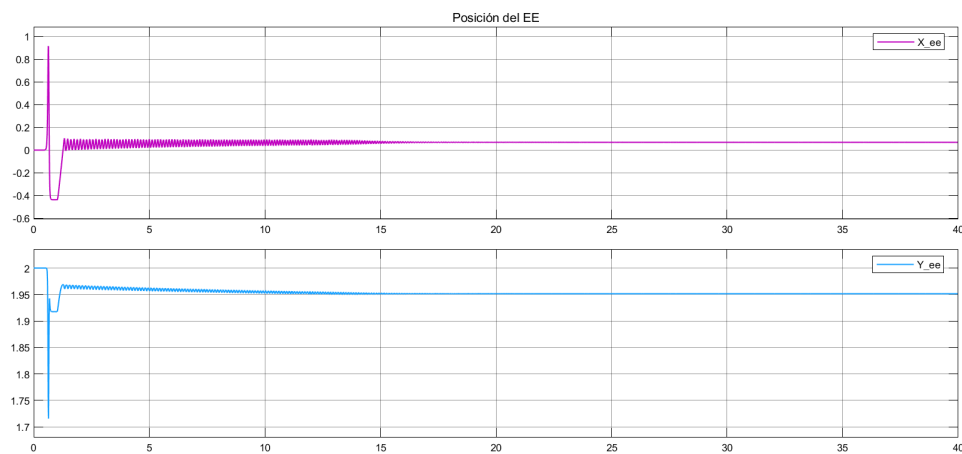


Figura 11: Posición del EE.

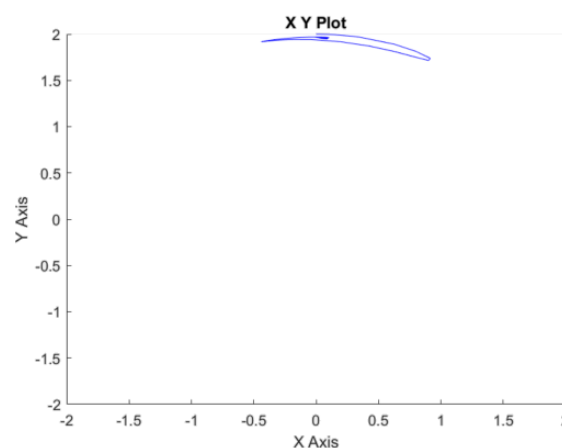


Figura 12: Gráfico XY.

Cabe mencionar en la Figura (12) la función es nula en varios puntos. Esto se debe a que el manipulador no está en contacto con la pared por lo que la misma no aplica una fuerza.

Además se observa como una vez alcanzada la pared y dada una referencia, el EE oscila levemente en torno a la referencia hasta establecerse.



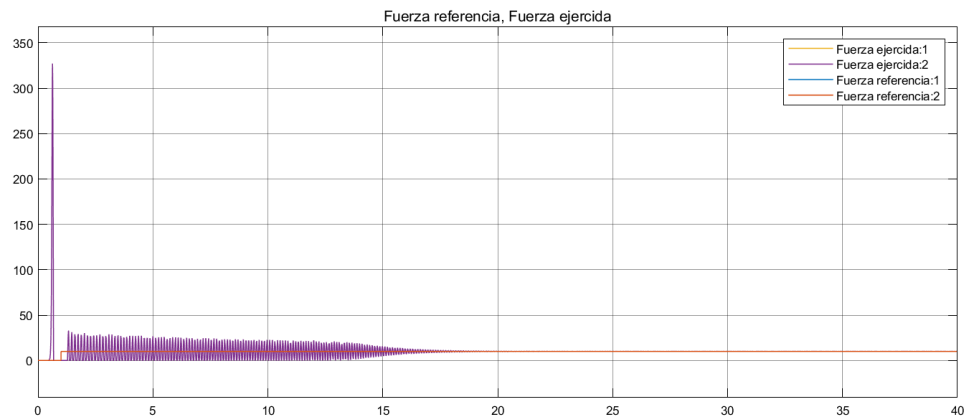


Figura 13: Fuerzas de referencia y ejercida.

También se le incluyó un disturbio a la planta tanto en posición como en velocidad. Se puede ver en la Figura (14) como el momento en el que se le aplica el disturbio a la planta las variables de estado se estabilizan nuevamente.

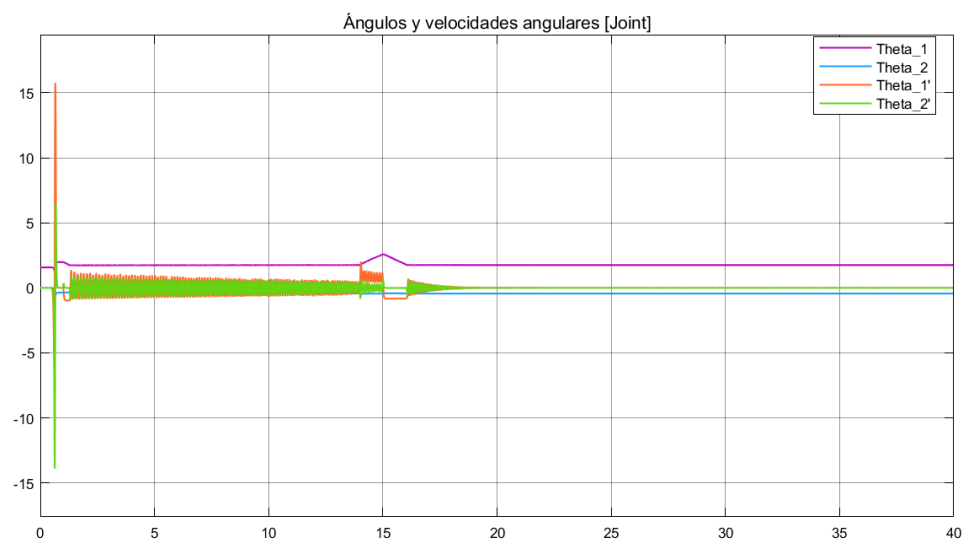


Figura 14: Ángulos en función del tiempo en espacio joint.

Luego se muestra el movimiento del EE.

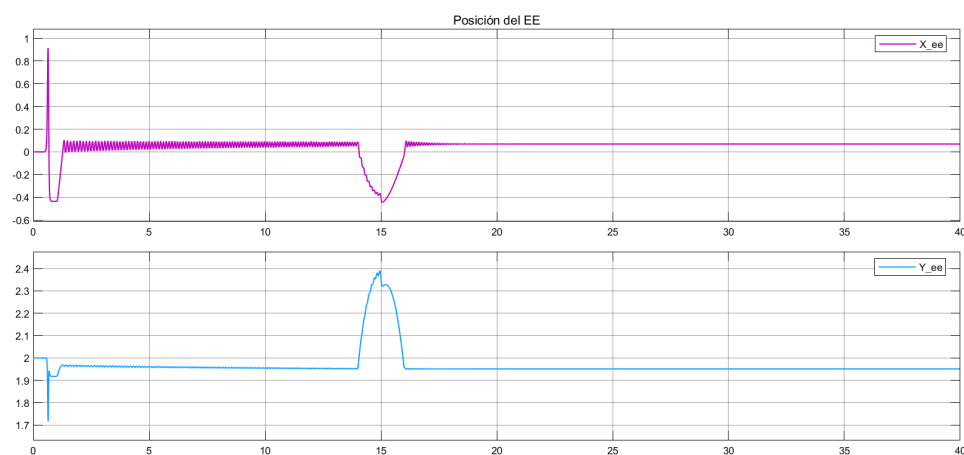


Figura 15: Posición del EE.

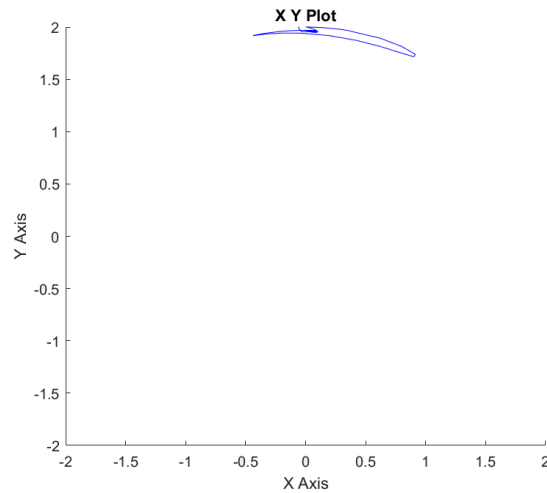


Figura 16: Gráfico XY.

Finalmente se observa un gráfico similar al de fuerzas anterior, con la diferencia de que se hace nulo el valor de la fuerza aplicada en el segundo 15.

En dicho instante es el EE se despega completamente de la pared para luego volver a la misma. Es así que se establece en el régimen permanente nuevamente.

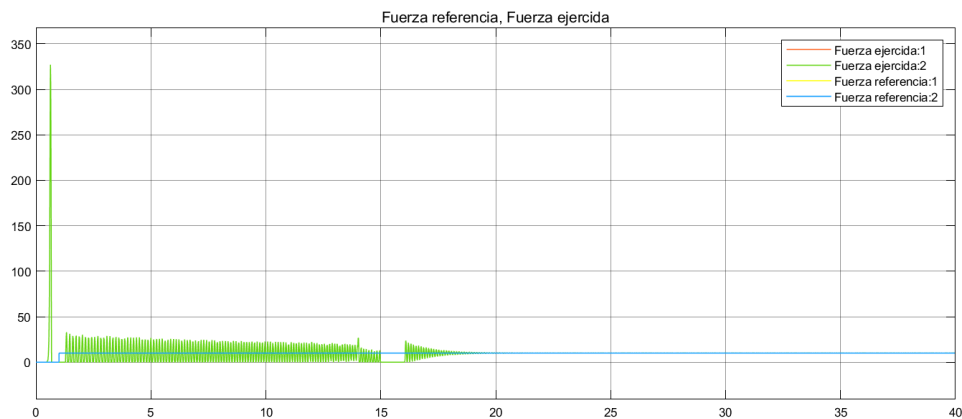


Figura 17: Fuerza deseada y real.

## 4. Control híbrido no lineal

### 4.1. Caracterización del problema

Finalmente se realizó un control híbrido, el cual toma parte tanto del control de posición como de fuerza.

### 4.2. Esquema de control propuesto

El esquema de control propuesto es nuevamente una linealización por realimentación de la siguiente manera:

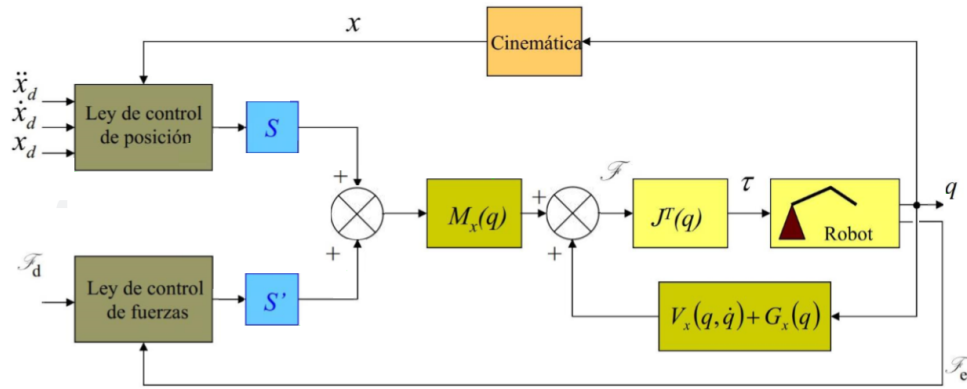


Figura 18: Topología del control de fuerza no lineal.

Respetando los modelos anteriores, se optó por utilizar el método de Ziegler-Nichols. De esta forma, los valores obtenidos fueron:

$$\bullet Kv = \begin{pmatrix} 139 & 0 \\ 0 & 139 \end{pmatrix} \quad \bullet Kp = \begin{pmatrix} 420 & 0 \\ 0 & 420 \end{pmatrix} \quad \bullet Kpf \cdot Ke^{-1} = 10$$

### 4.3. Resultados

Se realizó el simulink del sistema. Es así que se obtuvieron los gráficos siguientes.

Debido a las ganancias elegidas existe un control más fuerte asociado al control de fuerzas que al de trayectoria. Por dicha razón es que aproximadamente en el segundo 1, el EE se acerca a la pared y sigue pegado a esta.

Si bien se mueve en la dirección provista por el control de posición, lo hace pegado a la pared.

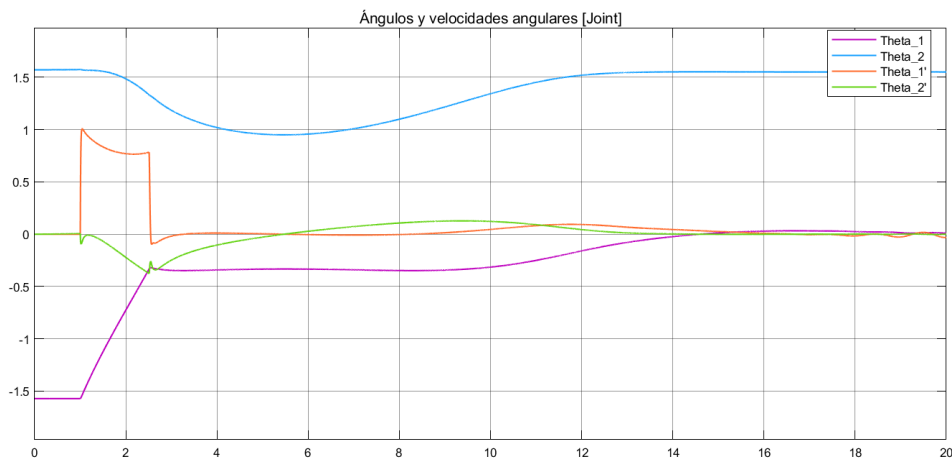


Figura 19: Ángulos en función del tiempo en espacio joint.

Se puede ver como convergen las posiciones del EE con las de la referencia.

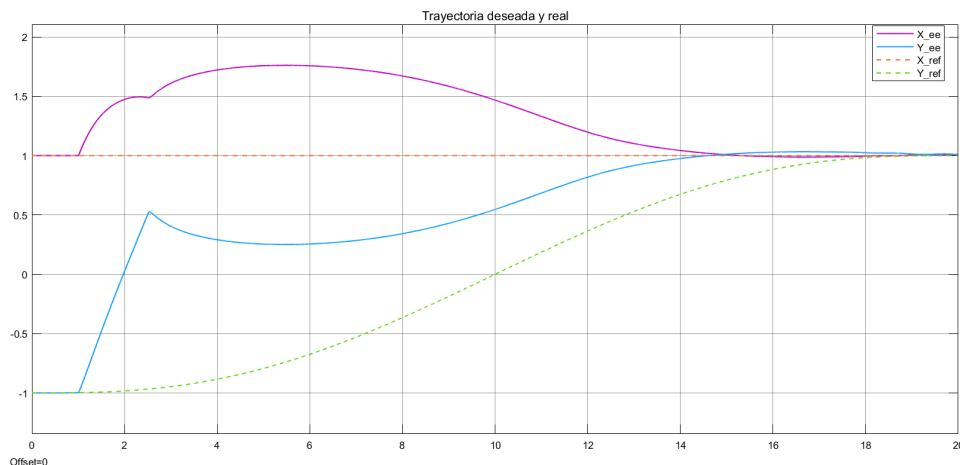


Figura 20: Posición del EE.

En la Figura (21) se puede apreciar claramente lo discutido previamente, es decir como el EE, al llegar a la pared, este se pega a ella y avanza sobre la misma en dirección al punto descrito por el control de posición.

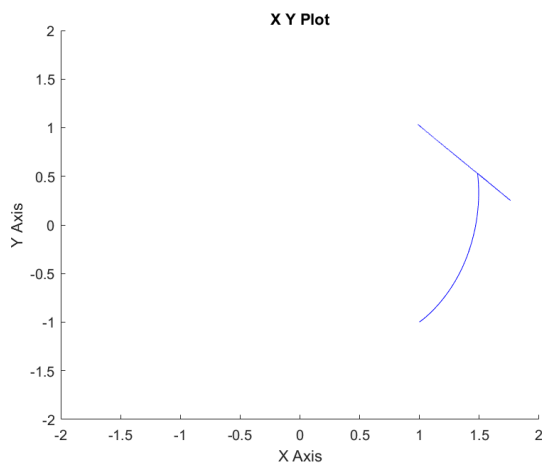


Figura 21: Gráfico XY.

Aquí también se ve como aproximadamente en el segundo 2.5 el EE llega a la pared y comienza a hacer fuerza contra la misma. Esta fuerza se mantiene por todo el recorrido hasta el fin.

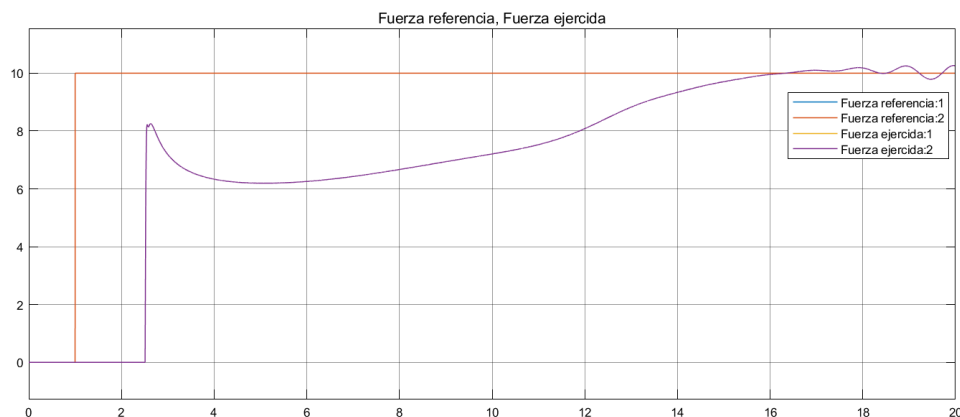


Figura 22: Gráfico XY.

Ademas se incluyó un disturbio a la planta tanto en posición como en velocidad. En este caso, se optó por hacer el disturbio en el segundo 5. Es así que se observa como reacciona el manipulador en pleno movimiento en vez de en régimen permanente.

Se puede ver que, si bien hay mucho mayor desvío de la posición, las variables convergen.

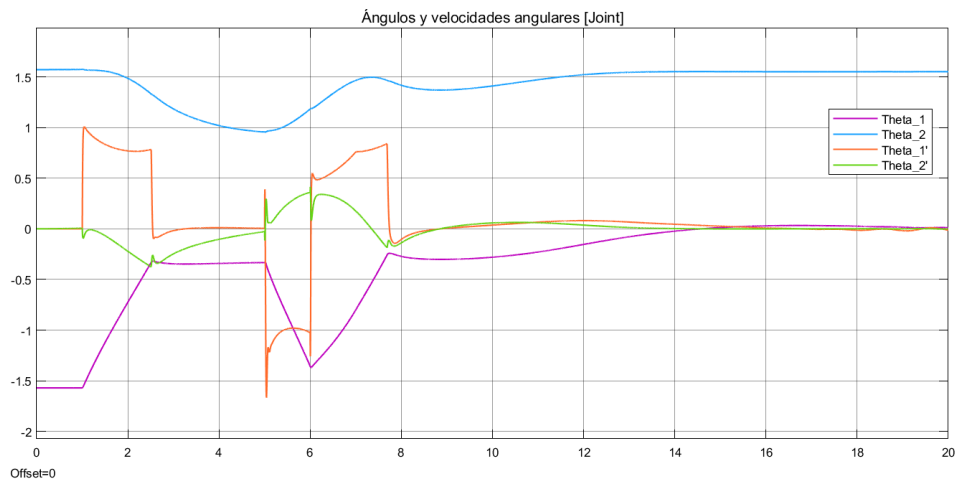


Figura 23: Ángulos en función del tiempo en espacio joint.

En este caso es el control en el que mayor error respecto de la referencia hay.

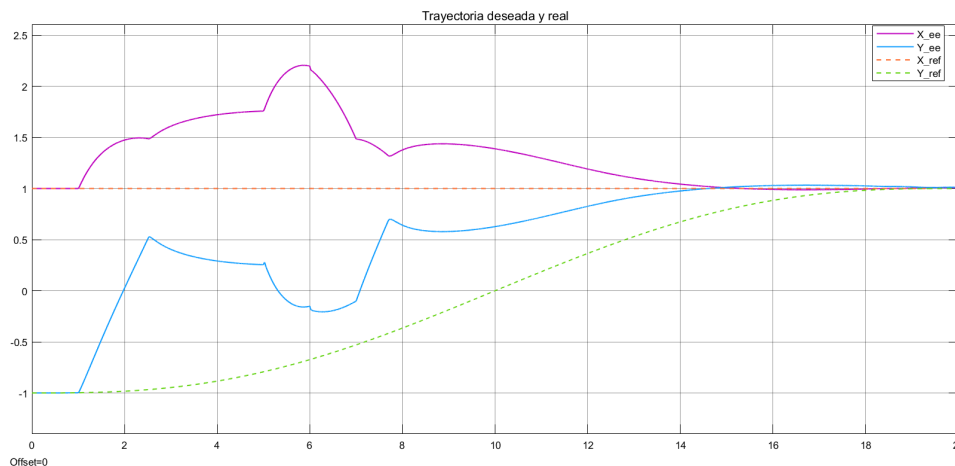


Figura 24: Posición del EE.

Aquí se puede ver como se desplazó el EE por el plano, pegado a la pared hasta el disturbio.

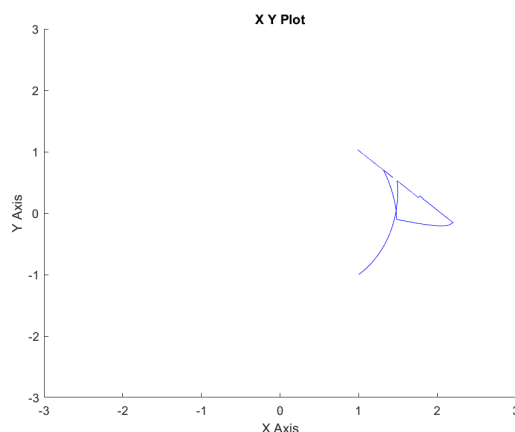


Figura 25: Gráfico XY.

En este gráfico es donde mejor se puede ver el disturbio introducido y como rápidamente el control de fuerzas vuelve a su referencia.

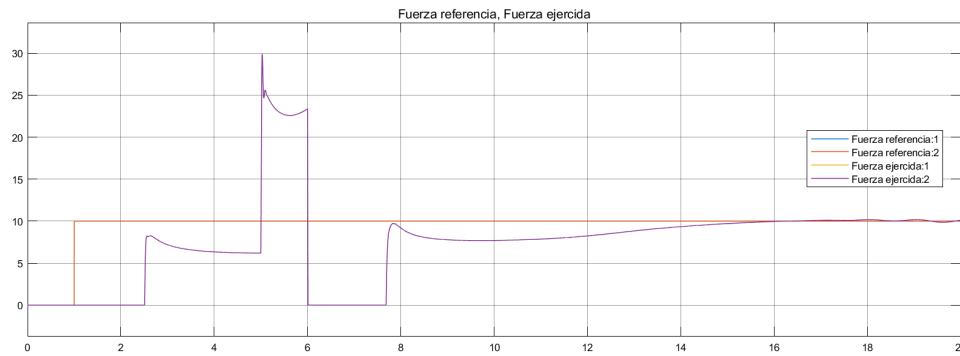


Figura 26: Fuerza deseada y real.

## 5. Conclusiones

Se tuvo la oportunidad de desarrollar analíticamente la mecánica del manipulador propuesto por la cátedra, obteniendo a través del método de Lagrange el vector de torques, al igual que por propagación de velocidades la matriz jacobiana. Se llevaron adelante diversos tipos de control, tanto de posición y fuerza e incluso uno híbrido, el cual incluye ambas variables mencionadas.

Se exploraron varias topologías de control no lineal, como puede ser la linealización por punto de equilibrio variable y la linealización por realimentación. La utilizada fue la linealización por realimentación debido al amplio conocimiento que se tiene sobre la planta.

Se profundizó en el uso de simulink, al igual que un aprendizaje en el uso del toolbox de robotics de Peter Corke, herramienta para la simulación de manipuladores.

Finalmente se observó la reacción de los distintos tipos de control ante disturbios en la planta, y como estos vuelven a sus señales respectivas de referencia.