

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES - ITBA  
ESCUELA DE INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA

# TRABAJO PRÁCTICO FINAL

AUTORES:	Lambertucci, Guido Enrique	(Leg. N° 58009)
	Londero Bonaparte, Tomás Guillermo	(Leg. N° 58150)
	Mechoulam, Alan	(Leg. N° 58438)
	Maselli, Carlos Javier	(Leg. N° XXXXX)

DOCENTES:	Arias, Rodolfo Enrique
	Sofio Avogadro, Federico
	Spinelli, Mariano Tomás

22.90 - Automación Industrial

BUENOS AIRES

## Índice

<b>1. Deducción de modelo</b>	<b>2</b>
<b>2. Control de posición no lineal</b>	<b>3</b>
2.1. Caracterización del problema . . . . .	3
2.2. Esquema de control . . . . .	3
2.3. Resultados . . . . .	3
<b>3. Control de fuerza no lineal</b>	<b>5</b>
3.1. Caracterización del problema . . . . .	5
3.2. Esquema de control propuesto . . . . .	6
3.3. Resultados . . . . .	6
<b>4. Control híbrido no lineal</b>	<b>9</b>
4.1. Caracterización del problema . . . . .	9
4.2. Esquema de control propuesto . . . . .	9
4.3. Resultados . . . . .	9

## 1. Deducción de modelo

La consigna propone un manipulador RR de las siguientes cualidades.

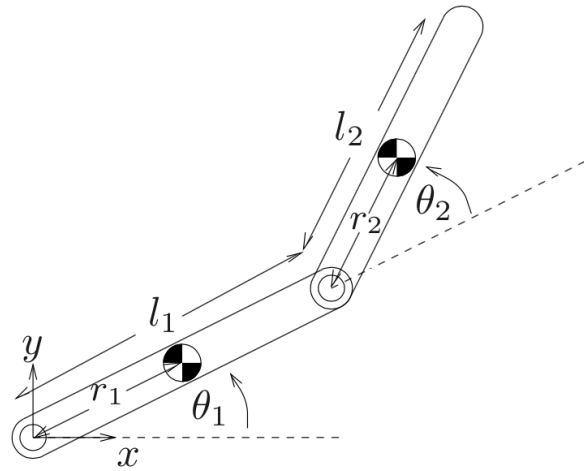


Figura 1: Manipulador RR.

Donde para los parametros DH se opto por la posicion  $\theta_1 = 0$  y  $\theta_2 = 0$ . A partir de ello se obtuvieron los siguientes parámetros DH (Donde todas las ternas son paralelas. Los Z paralelos, los ejes X colineales y en sentido del siguiente link).

	$\alpha$	$a$	$\theta$	$d$
<b>1</b>	0	0	$\theta_1$	0
<b>2</b>	0	$L_1$	$\theta_2$	0
<b>EE</b>	0	$L_2$	0	0

Luego realizando la propagación de velocidades se obtiene que:

$${}^1v_1 = 0 \quad (1)$$

$${}^1\omega_1 = \dot{\theta}_1 \cdot \hat{k} \quad (2)$$

$${}^2v_2 = \dot{\theta}_1 \cdot \sin(\theta_2)L \cdot \hat{i} + \dot{\theta}_1 \cdot \cos(\theta_2)L \cdot \hat{j} \quad (3)$$

$${}^2\omega_2 = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 \cdot \hat{k} \quad (4)$$

Luego obteniendo los correspondientes a los centros de masa (Ubicados al final de cada link).

$${}^1v_{c1} = \dot{\theta}_1 L \cdot \hat{j} \quad (5)$$

$${}^2v_{c2} = \dot{\theta}_1 \cdot \sin(\theta_2)L \cdot \hat{i} + \left( \dot{\theta}_1 \cdot \cos(\theta_2)L + L(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \right) \cdot \hat{j} \quad (6)$$

Las matrices de inercia serán diagonales con valores  $I_{zz} = mL^2$ ,  $I_{yy} = mL^2$  e  $I_{xx} = 0$

Luego se procede a calcular el vector de torques.

$$\mathcal{L}(\Theta, \dot{\Theta}) = k(\Theta, \dot{\Theta}) - u(\Theta) \quad (7)$$

$$\tau = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial k}{\partial \dot{\Theta}} \right) - \frac{\partial k}{\partial \Theta} + \frac{\partial u}{\partial \Theta} \quad (8)$$

Debido a que todo el movimiento del brazo se encuentra al mismo potencial gravitatorio los terminos de  $u$  son nulos.

Operando se obtiene un modelo de la siguiente forma:

$$\tau = M(\Theta)\ddot{\Theta} + V(\Theta, \dot{\Theta}) + G(\Theta) + F(\Theta, \dot{\Theta}) \quad (9)$$

$$\tau = \begin{pmatrix} 2m_2L^2 + 2I_{zz} + m_1L^2 & m_2L^2 + I_{zz} \\ m_2L^2 + I_{zz} & m_2L^2 + I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\dot{\theta}_1 b_1 - L \sin(\theta_2) m_2 \dot{\theta}_2 \\ -\dot{\theta}_2 b_2 + L \sin(\theta_2) m_2 \dot{\theta}_1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Adicionalmente se obtuvo el Jacobiano, si bien este es una matriz de 3x2, dado a que nunca hay un movimiento en el versor k, se lo toma de 2x2.

$${}^{EE}J = \begin{pmatrix} L \sin(\theta_2) & 0 \\ L(\cos(\theta_1 + \theta_2) + 1) & L \end{pmatrix} \quad (11)$$

## 2. Control de posición no lineal

### 2.1. Caracterización del problema

Se pide un control cartesiano no lineal para el manipulador RR. Agregando una zona prohibida que es todo valor por encima de una pared, descrita en el plano XY por la siguiente ecuación:

$$y = 2 - x \quad (12)$$

Al manipulador se le pide que vaya del punto (1;-1;0) a (1;1;0). Para generar la trayectoria se utiliza la función **jtraj** del toolbox de matlab de Peter Corke.

### 2.2. Esquema de control

El modelo de control propuesto es el conocido como linealización por realimentación. Es fundamental para este tipo de control tener un gran conocimiento de la planta, ya que básicamente se lo controla como si fuese lineal, con un esquema tipo PD. Con la diferencia que se le agrega a la acción de control la respuesta no lineal de la planta, gracias al conocimiento del modelo no lineal de la planta y sus variables de estado.

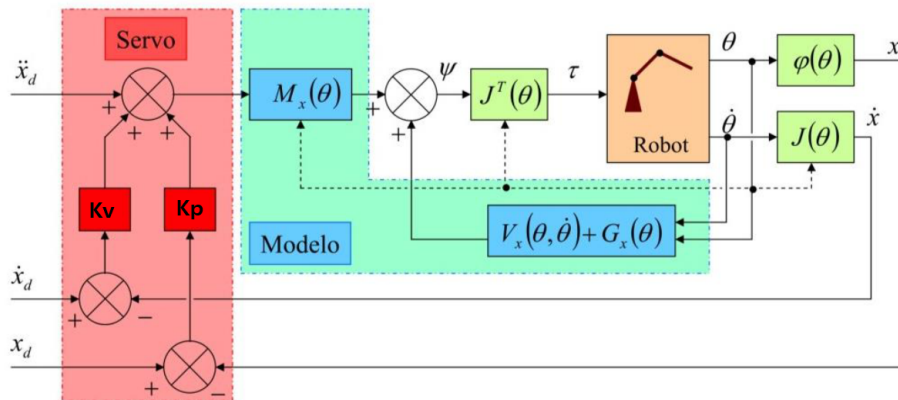


Figura 2: Topología del control de posición cartesiano no lineal.

Cabe mencionar que las matrices  $M_x$ ,  $V_x$ , y  $G_x$  se encuentran en espacio cartesiano, y la manera de pasar de las mismas en espacio joint es la siguiente:

$$M_x(\Theta) = J^{-T}(\Theta)M(\Theta)J^{-1}(\Theta) \quad (13)$$

$$V_x(\Theta, \dot{\Theta}) = J^{-T}(\Theta) \left( V(\Theta, \dot{\Theta}) - M(\Theta)J^{-1}(\Theta)\dot{J}(\Theta)\dot{\Theta} \right) \quad (14)$$

$$G_x(\Theta) = J^{-T}(\Theta)G(\Theta) \quad (15)$$

HABLAR DE VALROES DE GANANCIAS

### 2.3. Resultados

Se realizó el simulink del sistema. Obteniendo los siguientes gráficos.

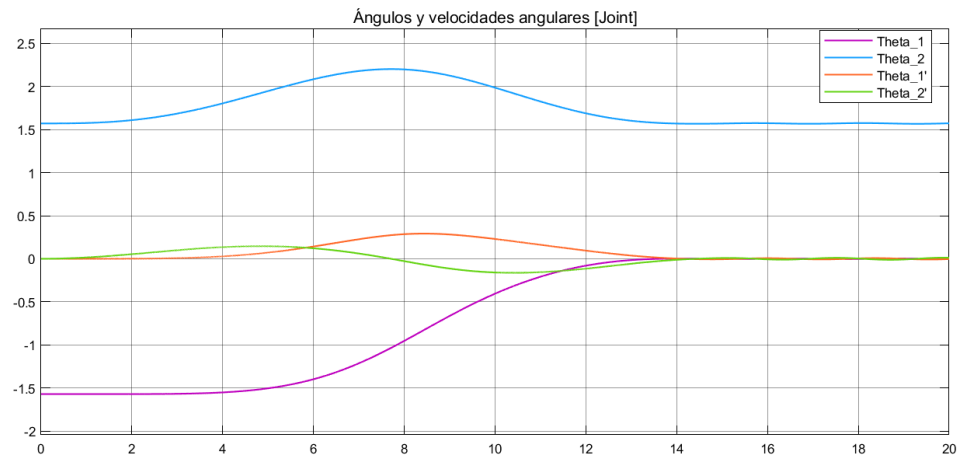


Figura 3: Ángulos en función del tiempo en espacio joint.

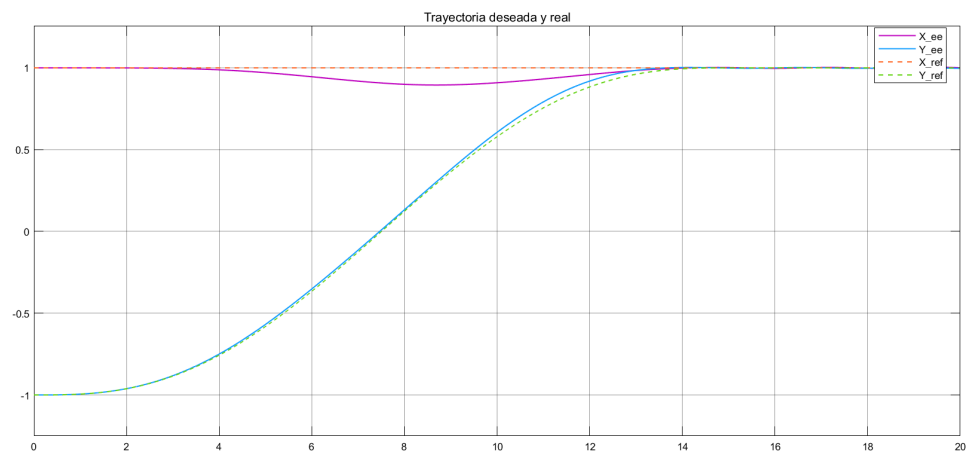


Figura 4: Posición deseada y real del EE.

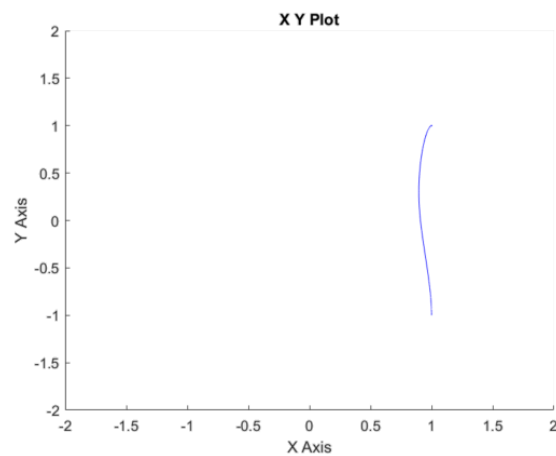


Figura 5: Gráfico XY.

Ademas se le incluyó un disturbio a la planta tanto en posición como en velocidad.

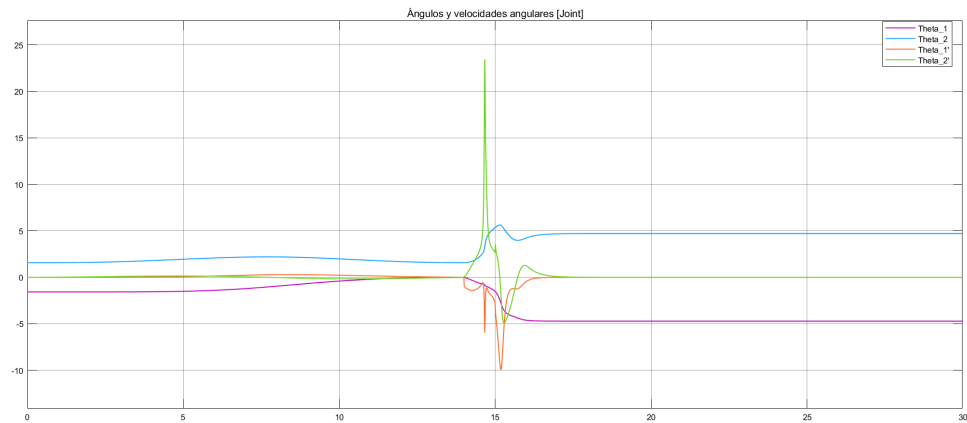


Figura 6: Ángulos en función del tiempo en espacio joint.

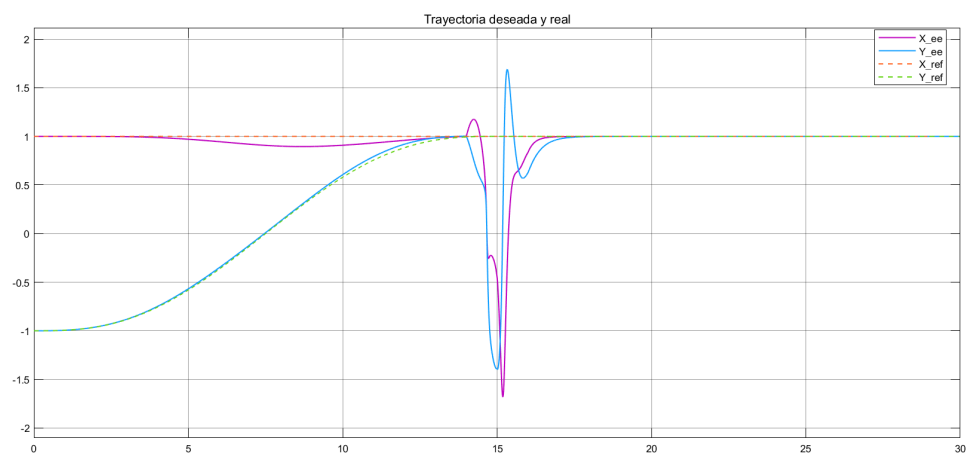


Figura 7: Posición deseada y real del EE.

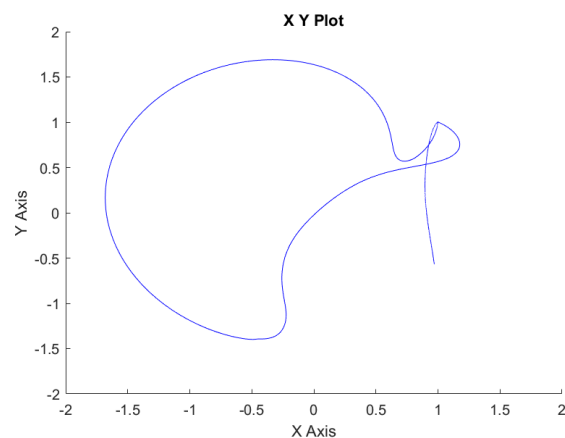


Figura 8: Gráfico XY.

### 3. Control de fuerza no lineal

#### 3.1. Caracterización del problema

Para este caso se pidió un control de fuerzas no lineal. Para ello un aspecto fundamental es modelar las fuerzas del sistema que interaccionan con el actuador. En este caso es la pared que trabaja como obstáculo. La fuerza de

reacción entre el EE y la pared será aquella definida por:

$$f_r = k_e \cdot d \cdot \hat{n} \quad (16)$$

La cual es una fuerza proporcional a la distancia y normal a la superficie de la pared. Esta fuerza será nula mientras el EE no se encuentre en contacto con la pared y no nula en caso de estarlo.

### 3.2. Esquema de control propuesto

El esquema de control propuesto será nuevamente una linealización por realimentación de la siguiente manera.

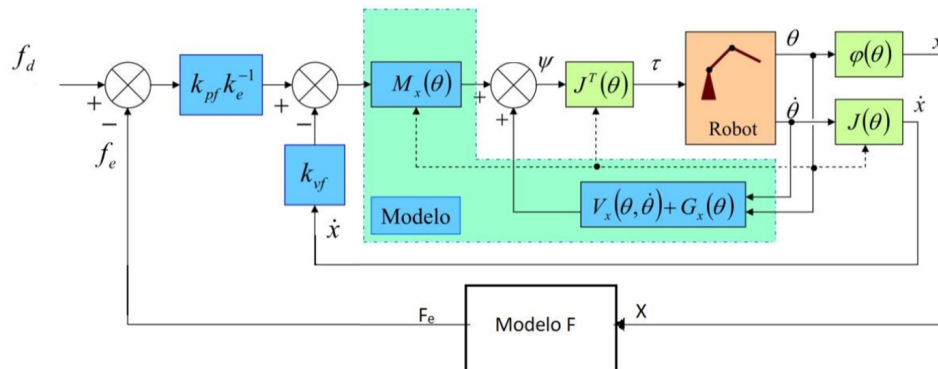


Figura 9: Topología del control de fuerza no lineal.

HABLAR DE VALORES DE GANANCIAS

### 3.3. Resultados

Se realizó el simulink del sistema. Obteniendo los siguientes gráficos.

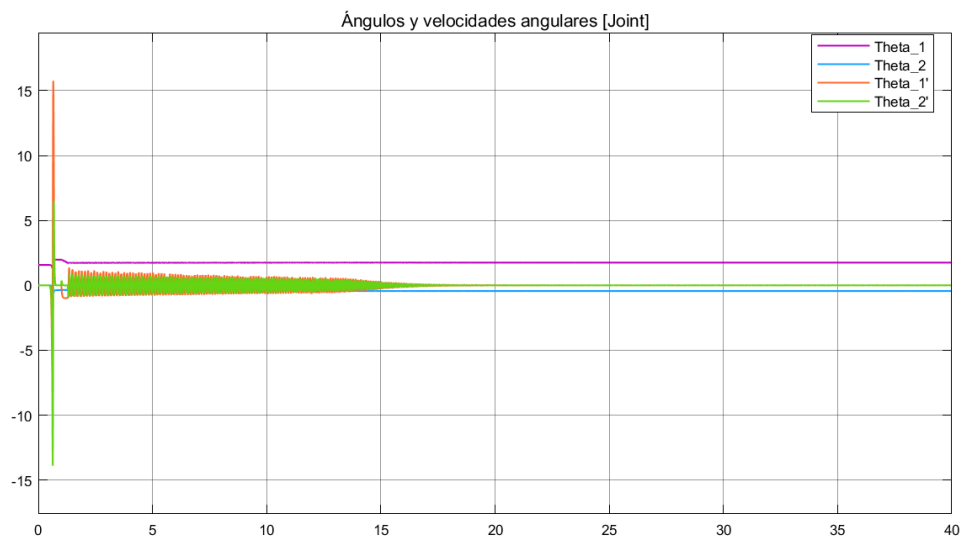


Figura 10: Ángulos en función del tiempo en espacio joint.

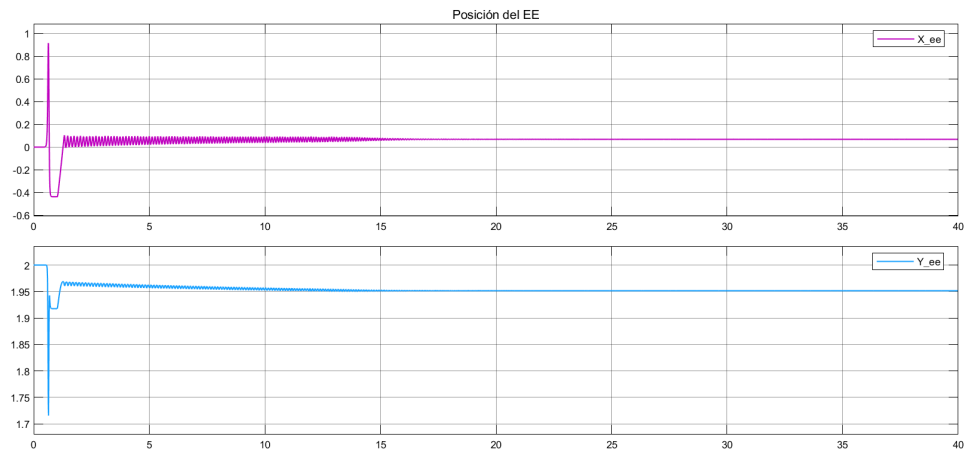


Figura 11: Posición del EE.

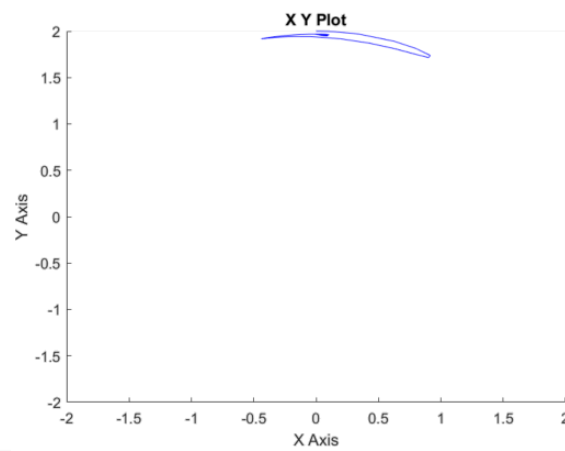


Figura 12: Gráfico XY.

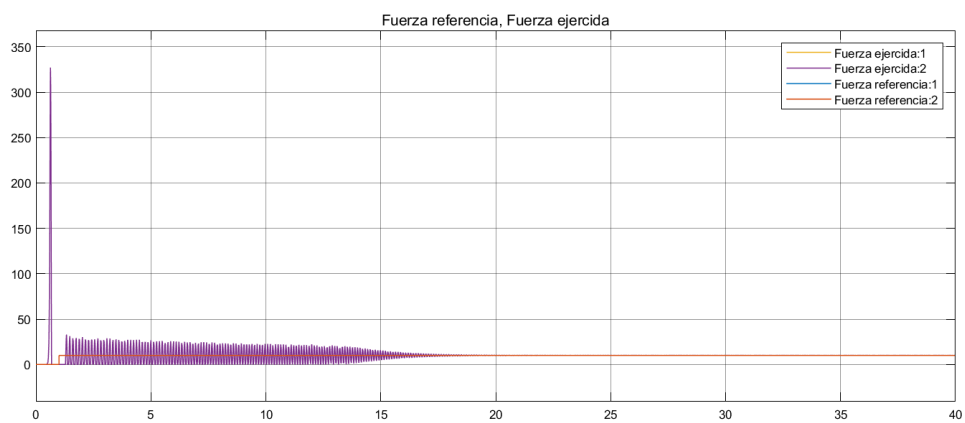


Figura 13: Gráfico XY.

Ademas se le incluyó un disturbio a la planta tanto en posición como en velocidad.



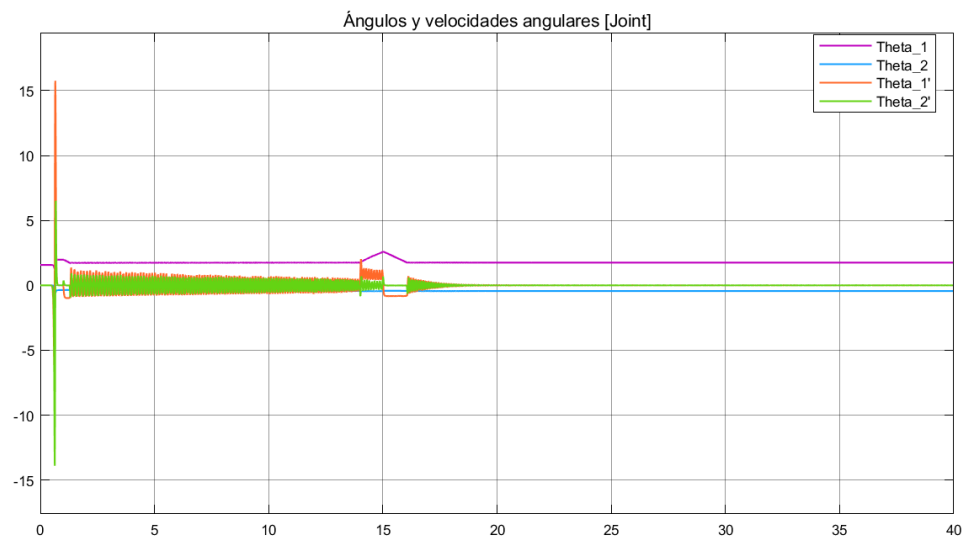


Figura 14: Ángulos en función del tiempo en espacio joint.

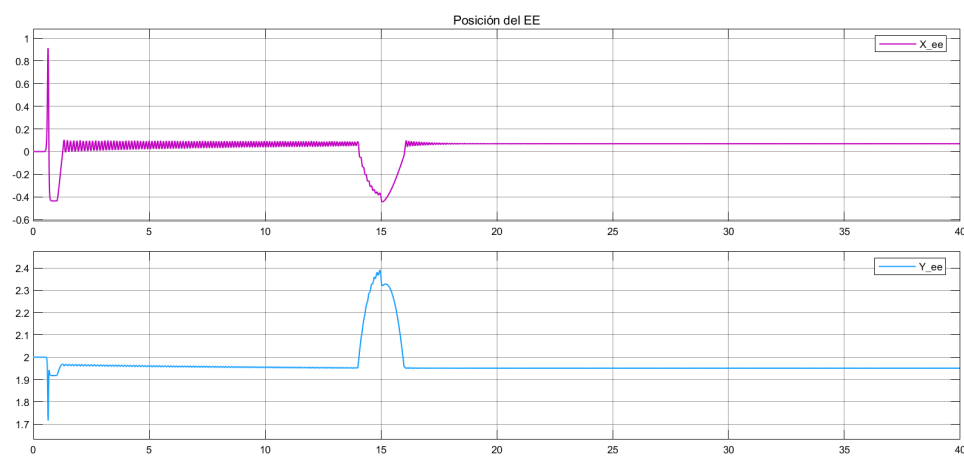


Figura 15: Posición del EE.

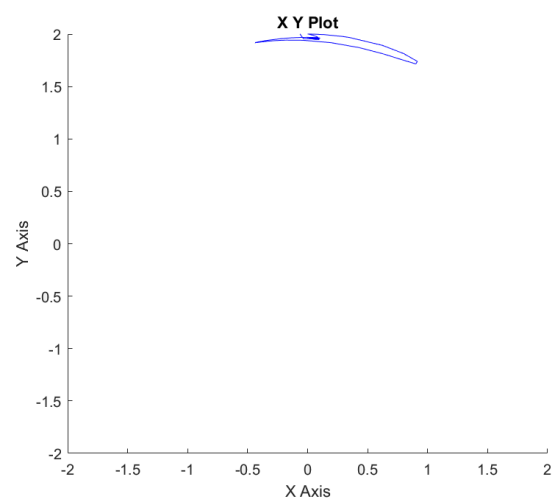


Figura 16: Gráfico XY.

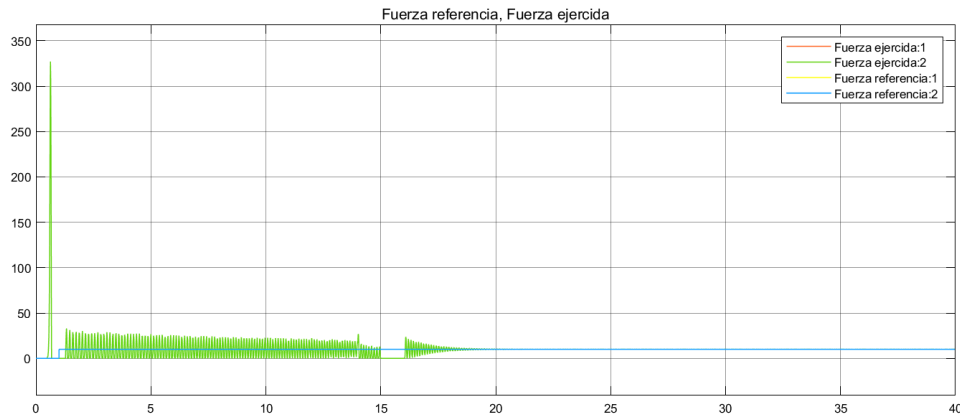


Figura 17: Fuerza deseada y real.

## 4. Control híbrido no lineal

### 4.1. Caracterización del problema

Finalmente se realizó un control híbrido, en el cual toman parte tanto posición como fuerza.

### 4.2. Esquema de control propuesto

El esquema de control propuesto será nuevamente una linealización por realimentación de la siguiente manera.

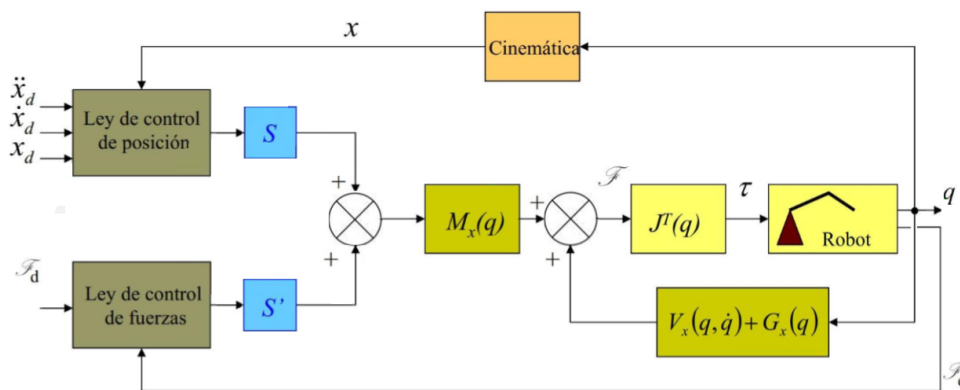


Figura 18: Topología del control de fuerza no lineal.

HABLAR DE VALORES DE GANANCIAS

### 4.3. Resultados

Se realizó el simulink del sistema. Obteniendo los siguientes gráficos.

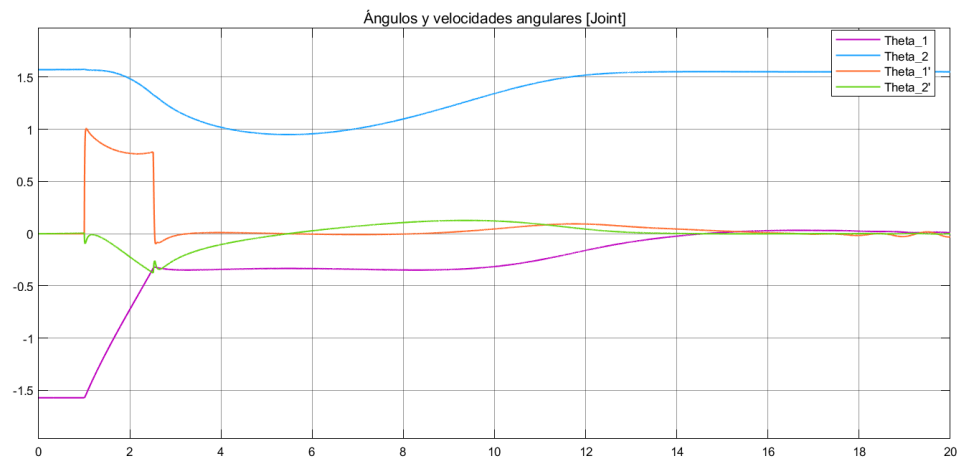


Figura 19: Ángulos en función del tiempo en espacio joint.

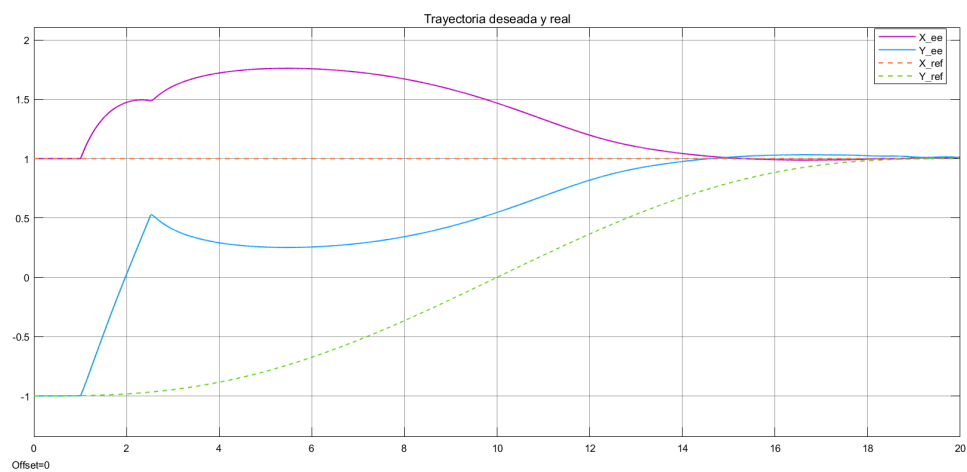


Figura 20: Posición del EE.

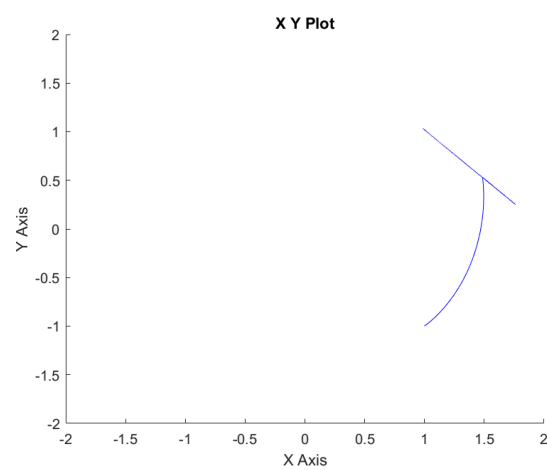


Figura 21: Gráfico XY.

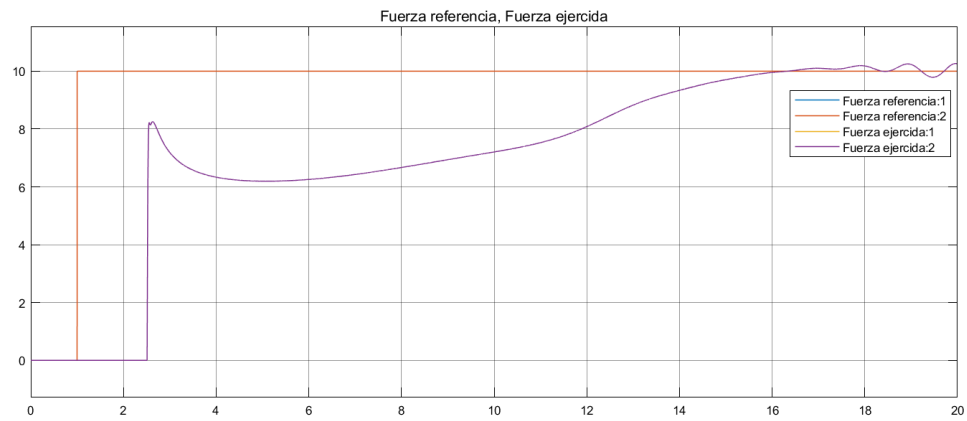


Figura 22: Gráfico XY.

Ademas se le incluyó un disturbio a la planta tanto en posición como en velocidad.

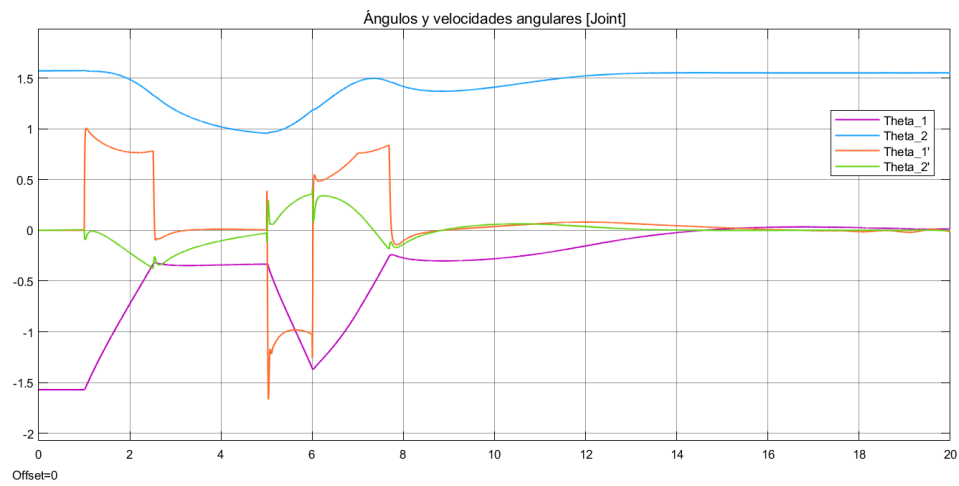


Figura 23: Ángulos en función del tiempo en espacio joint.

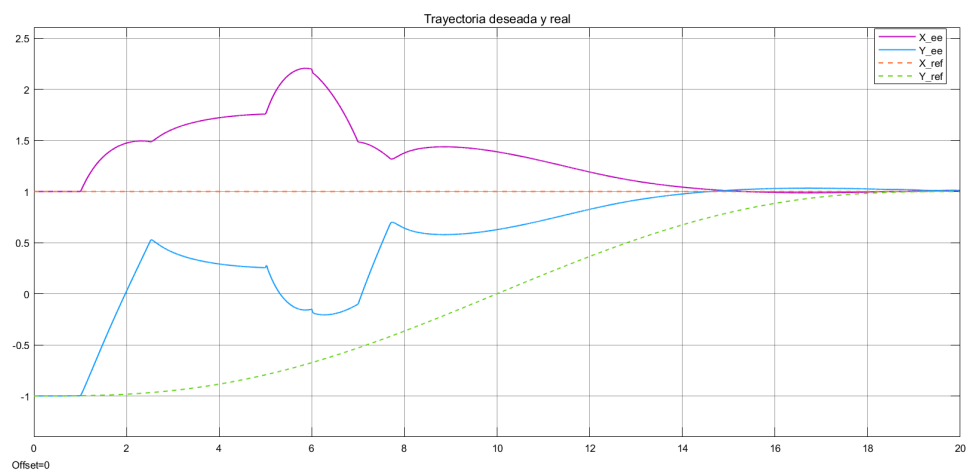


Figura 24: Posición del EE.

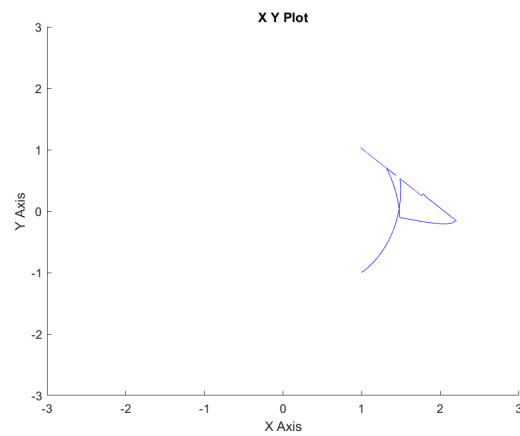


Figura 25: Gráfico XY.

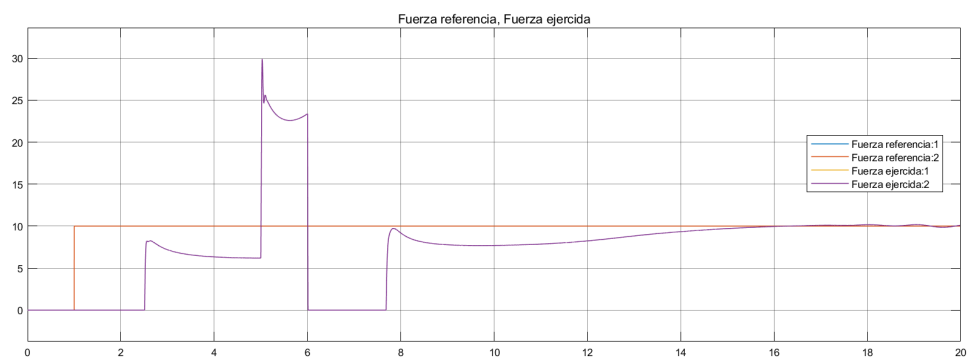


Figura 26: Fuerza deseada y real.