

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES - ITBA  
ESCUELA DE INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA

# TRABAJO PRÁCTICO FINAL

AUTOR: Londero Bonaparte, Tomás Guillermo (Leg. N° 58150)  
Maselli, Carlos Javier (Leg. N° 59564)

DOCENTES: Ghersin, Alejandro Simon  
Silva Rodrigues, Reurison

22.93 - Control Automático

BUENOS AIRES

# 1. Índice

## 1.1. Contenidos

<b>1</b>	<b>Índice</b>	<b>1</b>
1.1	Contenidos	1
1.2	Lista de Figuras	1
<b>2</b>	<b>Introducción</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Diseño de Planta</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Realimentación de Estados</b>	<b>2</b>
4.1	xxx	2
<b>5</b>	<b>Loop Shaping</b>	<b>3</b>
5.1	Control del ángulo	3
5.2	Control de la posición	4
5.3	Control en tiempo discreto	5
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>6</b>
6.1	xxx	6

## 1.2. Lista de Figuras

3.1	Planta empleada en Simulink desarrollada con Simscape.	2
5.2	Diagrama de Bode de la ganancia de lazo $P_t \cdot C_t$ .	3
5.3	Diagrama de Nyquist de la ganancia de lazo $P_t \cdot C_t$ .	3
5.4	Control por Loop Shaping del ángulo.	4
5.5	Diagrama de Bode de la ganancia de lazo $P_x \cdot C_x$ .	4
5.6	Diagrama de Nyquist de la ganancia de lazo $P_x \cdot C_x$ .	5
5.7	Posición del carro y ángulo del péndulo frente a una perturbación.	6

## 2. Introducción

En el siguiente informe se muestra el desarrollo de distintos tipos de controladores discretos para una planta compuesta por un actuador prismático y uno rotacional, es decir un péndulo simple con carrito.

## 3. Diseño de Planta

Para el modelado de la planta, se tomaron las ecuaciones provistas del Astrom y Murray:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_4 \\ \dot{x}_3 &= \frac{-ml\sin(x_3)x_4^2 + mg \left[ \frac{ml^2}{J_t} \cos(x_3)\sin(x_3) + F \right]}{M_t - m \left[ \frac{ml^2}{J_t} \cos(x_3)^2 \right]} \\ \dot{x}_4 &= \frac{-ml^2 \sin(x_3)\cos(x_3)x_4^2 + M_t g l \sin(x_3) + l \cos(x_3)F}{\frac{J_t M_t}{m} - m [l \cos(x_3)]^2}\end{aligned}$$

Donde:

- La masa del carro es  $M = 0.5 \text{ kg}$ .
- La masa del péndulo es  $m = 0.2 \text{ kg}$ .
- La inercia es  $J = 0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .
- La gravedad es  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .
- El largo del péndulo es  $L = 0.6 \text{ m}$ .
- La distancia la centro de masa del péndulo  $l = 0.3 \text{ m}$ .
- $M_t = M + m$ .
- $J_t = J + ml^2$ .

Para el desarrollo en Simulink se valió del sistema presente en la Figura (3.1).

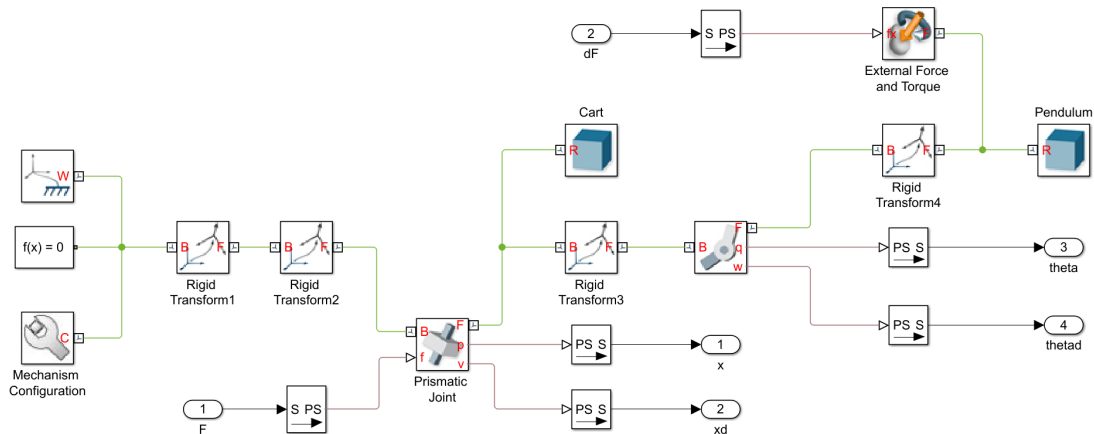


Figura 3.1: Planta empleada en Simulink desarrollada con Simscape.

En dicho sistema posee 2 entradas y 4 salidas. Las primeras consisten en la fuerza aplicada al carro (entrada 1  $F$ ) y un disturbio en el péndulo (entrada 2  $dF$ ). Por otro lado, las 4 salidas son las variables de estado: posición del carro, velocidad del carro, ángulo del péndulo y velocidad angular del péndulo.

## 4. Realimentación de Estados

### 4.1 xxx

## 5. Loop Shaping

### 5.1 Control del ángulo

Se tomó la transferencia de la planta a lazo abierto tomando como salida la posición angular, siendo esta:

$$P_t = \frac{6.6667}{(s - 6.763)(s + 6.763)}$$

Separando la transferencia en parte de fase mínima y pasa todo se obtienen las siguientes transferencias:

$$P_{tpap} = \frac{s + 6.763}{s - 6.763} \quad P_{ttmp} = \frac{6.6667}{(s + 6.763)^2}$$

Definiendo la ganancia de lazo  $L_t = P_t \cdot C_t$ , siendo  $C_t$  el controlador, se observan los diagramas de Bode y Nyquist. Iterando y buscando que el controlador sea propio, se obtiene el siguiente modelo:

$$C_t = \frac{7.0795 \cdot 10^5}{P_{ttmp}} \frac{s + 20}{s(s + 100)^3}$$

Con dicha transferencia se obtienen los diagramas presentados en las Figuras (5.2) y (5.3).

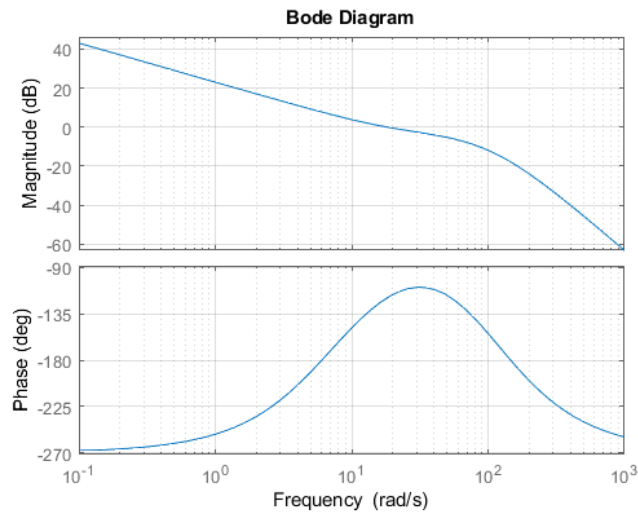


Figura 5.2: Diagrama de Bode de la ganancia de lazo  $P_t \cdot C_t$ .

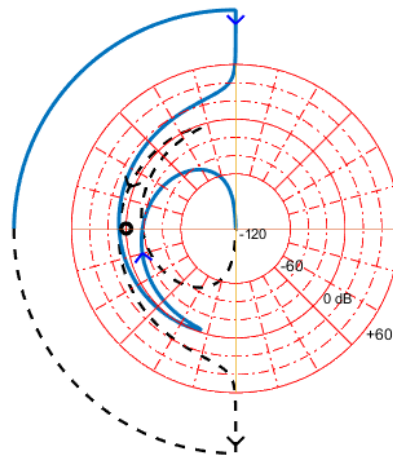


Figura 5.3: Diagrama de Nyquist de la ganancia de lazo  $P_t \cdot C_t$ .

## 5.2 Control del posición

Con lo obtenido en la sección anterior se realiza un subsistema con la planta y el controlador desarrollado.

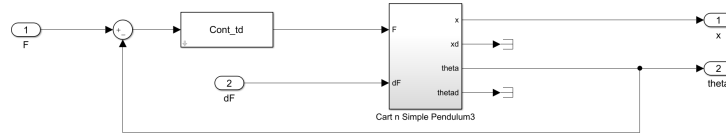


Figura 5.4: Control por Loop Shaping del ángulo.

Linealizando dicho sistema, tomando la posición del carro como salida y con condiciones iniciales nulas, se obtiene la siguiente transferencia:

$$P_x = \frac{2.1238 \cdot 10^5 (s + 20)(s + 6.763)^2 (s + 5.718)(s - 5.718)}{s^2 (s + 183.7)(s + 6.766)(s^2 + 8.029s + 74.89)(s^2 + 101.5s + 6958)}$$

Dado que el sistema no pose polo inestables, no se separa el sistema en parte pasa todo y de fase mínima. De forma análoga a lo realizado en la Sección (5.1), se consigue el siguiente modelo de controlador:

$$C_x = -10.9648 \frac{s + 1}{s + 100}$$

Se obtuvieron así los diagramas presentados en las Figuras (5.5) y (5.6).

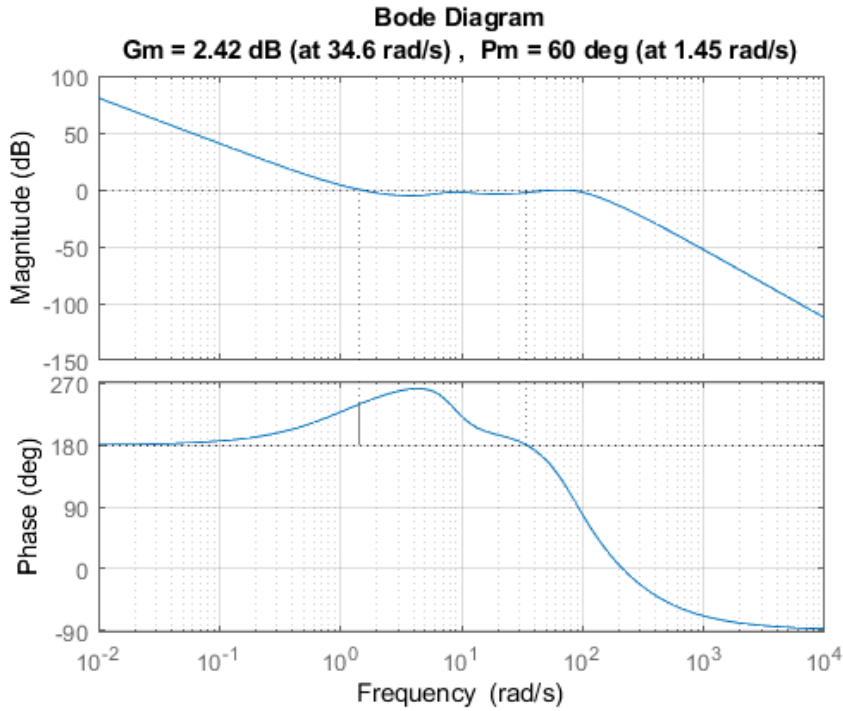


Figura 5.5: Diagrama de Bode de la ganancia de lazo  $P_x \cdot C_x$ .

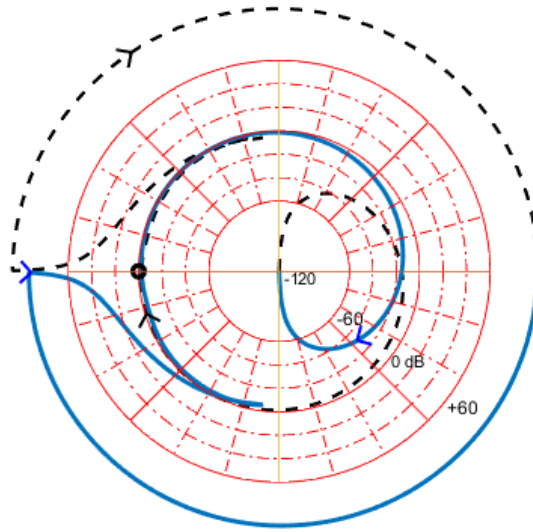


Figura 5.6: Diagrama de Nyquist de la ganancia de lazo  $P_x \cdot C_x$ .

### 5.3 Control en tiempo discreto

Para conseguir el control en tiempo discreto, se define un período de muestreo  $T_s = 1 \text{ ms}$ . Además, se consiguen transformar las transferencias  $C_t$  y  $C_x$  en tiempo discreto mediante la función  $c2d$ , siendo estas las siguientes:

$$C_{td} = 46.639 \cdot \frac{(z+1)(z-0.9933)^2(z-0.9802)}{(z-1)(z-0.9048)^3}$$

$$C_{xd} = -10.448 \cdot \frac{z-0.999}{(z-0.9048)}$$

Colocando bloques de *Zero Order Hold* tanto a la entrada como a las salidas de la planta, se observan las salidas del sistema:

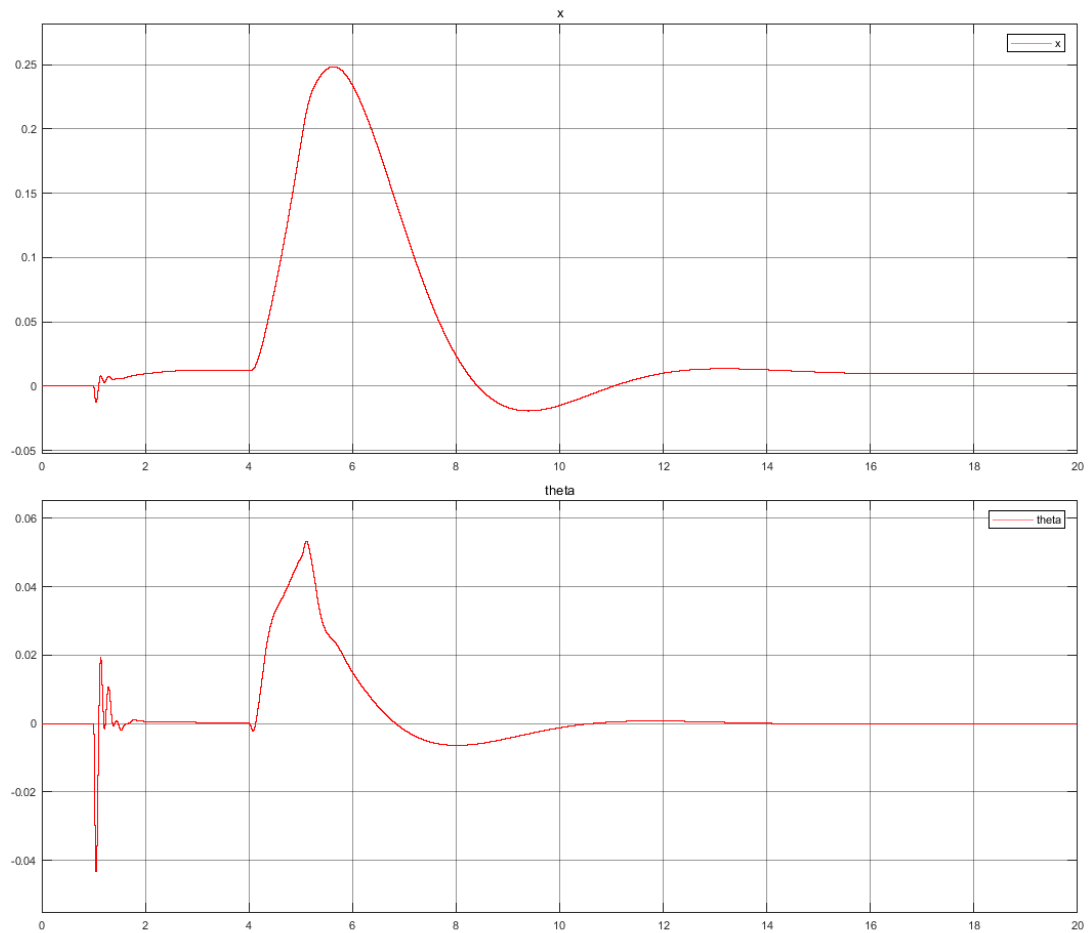


Figura 5.7: Posición del carro y ángulo el péndulo frente a una perturbación.

## 6. Conclusiones

### 6.1 xxx