Wstęp do Informatyki i Programowania
Ćwiczenia: Lista 0

Przemysław Kobylański

Wprowadzenie

W pozycyjnym systemie o podstawie p liczby naturalne zapisywane są za pomocą cyfr od 0 do $p-1$. Gdy $p > 10$, wówczas dla cyfr większych niż 9 stosuje się inne znaki (np. kolejne litery).

Liczbę o k cyfrach w systemie o podstawie p reprezentować będziemy w postaci:

$$(d_{k-1}d_{k-2}\dots d_0)_p,$$

gdzie d_i jest cyfrą na i-tej pozycji.

Cyfrze d_i odpowiada waga p^i, tj. i-ta potęga podstawy p.

Wartość liczby $(d_{k-1}d_{k-2}\dots d_0)_p$ wyliczamy ze wzoru:

$$\sum_{i=0}^{k-1} d_i \times p^i.$$

Kolejne cyfry w systemie o podstawie p wyznacza się obliczając reszty z dzielenia pozostałej wartości przez podstawę p. Kończy się kiedy pozostała wartość jest równa 0.

Niech x_i będzie liczbą jaka jeszcze pozostała do zamiany na system przy podstawie p. Za początkową wartość x_0 przyjmujemy liczbę, którą chcemy zapisać.

W kolejnych krokach wyliczamy $d_i = x_i \textbf{ mod } p$ oraz $x_{i+1} = x_i \textbf{ div } p$.

Operacja **mod** to reszta z dzielenia a **div** to dzielenie całkowite.

Między tymi wartościami zachodzi następująca zależność dla dowolnych liczb całkowitych $A \geq 0, B > 0$:

$$A = p \times (A \textbf{ div } B) + (A \textbf{ mod } B).$$

Przykłady

$$\begin{aligned}
(111)_2 &= 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 = 1 + 2 + 4 = 7\\
(2016)_{10} &= 6 \times 10^0 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^3 = 6 + 10 + 2000 = 2016\\
(ABBA)_{16} &= 10 \times 16^0 + 11 \times 16^1 + 11 \times 16^2 + 10 \times 16^3 = 10 + 176 + 2816 + 40960 = 43962
\end{aligned}$$

$$
\begin{array}{rcrcr}
1968 & = & 2 \times 984 + 0 & \rightarrow & d_0 = 0 \\
984 & = & 2 \times 492 + 0 & \rightarrow & d_1 = 0 \\
492 & = & 2 \times 246 + 0 & \rightarrow & d_2 = 0 \\
246 & = & 2 \times 123 + 0 & \rightarrow & d_3 = 0 \\
123 & = & 2 \times 61 + 1 & \rightarrow & d_4 = 1 \\
61 & = & 2 \times 30 + 1 & \rightarrow & d_5 = 1 \\
30 & = & 2 \times 15 + 0 & \rightarrow & d_6 = 0 \\
15 & = & 2 \times 7 + 1 & \rightarrow & d_7 = 1 \\
7 & = & 2 \times 3 + 1 & \rightarrow & d_8 = 1 \\
3 & = & 2 \times 1 + 1 & \rightarrow & d_9 = 1 \\
1 & = & 2 \times 0 + 1 & \rightarrow & d_{10} = 1
\end{array}
$$

$$
(11110110000)_2 \quad = \quad 16 + 32 + 128 + 256 + 512 + 1024 = 1968
$$

Zadanie 1

Podaj dziesiętne wartości następujących liczb:

$$
\begin{array}{rc}
(101010)_2 & = \\
(123123)_4 & = \\
(DEAD)_{16} & = \\
(BEAF)_{16} & =
\end{array}
$$

Zadanie 2

O pewnej liczbie wiemy tylko, że jej zapis dwójkowy ma długość dwudziestu cyfr. Jaką długość ma jej zapis szesnastkowy?

Zadanie 3

Zapisz numer swojego albumu w systemie dwójkowym i szesnastkowym. Jak wyznaczyć zapis szesnastkowy bezpośrednio z zapisu dwójkowego?