

$$\begin{aligned}
 L &= 2x_1 + 3x_2 - x_4 \rightarrow \max, & L_{\max} &= 25.6 \\
 2x_1 - x_2 - 2x_4 + x_5 &= 16, & x_1 &= 0.54, x_2 = 8.18, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 23.09, x_6 = 0 \\
 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 &= 18, \\
 -x_1 + 3x_2 + 4x_4 + x_6 &= 24, \\
 x_1 \dots x_6 &\geq 0;
 \end{aligned}$$

16									
17	БП	x1	x2	x3	x4	x5	x6	СЧ	соотношения
18	f	-2	-3	0	1	0	0	0	
19	x5	2	-1	0	0	1	0	16,00	-16
20	x3	3	2	1	-3	0	0	18	9
21	x6	-1	3	0	4	0	1	24	8
22									
23									
24	БП	x1	x2	x3	x4	x5	x6	СЧ	соотношения
25	f	-3	0	0	5	0	1	24	
26	x5	1,66666667	0	0	1,33333333	1	0,33333333	24	14,4
27	x3	3,66666667	0	1	-5,66666667	0	-0,66666667	2	0,545454545
28	x2	-0,33333333	1	0	1,33333333	0	0,33333333	8	-24
29									
30									
31	БП	x1	x6	x3	x4	x5	x6	СЧ	соотношения
32	f	0	0	0,81818182	0,36363636	0	0,45454545	25,6363636	
33	x5	0	0	-0,4545455	3,90909091	1	0,63636364	23,0909091	
34	x1	1	0	0,27272727	-1,5454545	0	-0,18181818	0,54545455	
35	x2	0	1	0,09090909	0,81818182	0	0,27272727	8,18181818	
36									

16									
17	БП	x1	x2	x3	x4	x5	x6	СЧ	соотношения
18	f	-2	-3	0	1	0	0	0	
19	x5	2	-1	0	0	1	0	16	=H19/C19
20	x3	3	2	1	-3	0	0	18	=H20/C20
21	x6	-1	3	0	4	0	1	24	=H21/C21
22									
23									
24	БП	x1	x2	x3	x4	x5	x6	СЧ	соотношения
25	f	=B18-\$C18/\$C\$21*\$B\$21	=C18-\$C18/\$C\$21*\$C\$21	=D18-\$C18/\$C\$21*\$D\$21	=E18-\$C18/\$C\$21*\$E\$21	=F18-\$C18/\$C\$21*\$F\$21	=G18-\$C18/\$C\$21*\$G\$21	=H18-\$C18/\$C\$21*\$H\$21	
26	x5	=B19-\$C19/\$C\$21*\$B\$21	=C19-\$C19/\$C\$21*\$C\$21	=D19-\$C19/\$C\$21*\$D\$21	=E19-\$C19/\$C\$21*\$E\$21	=F19-\$C19/\$C\$21*\$F\$21	=G19-\$C19/\$C\$21*\$G\$21	=H19-\$C19/\$C\$21*\$H\$21	=H26/B26
27	x3	=B20-\$C20/\$C\$21*\$B\$21	=C20-\$C20/\$C\$21*\$C\$21	=D20-\$C20/\$C\$21*\$D\$21	=E20-\$C20/\$C\$21*\$E\$21	=F20-\$C20/\$C\$21*\$F\$21	=G20-\$C20/\$C\$21*\$G\$21	=H20-\$C20/\$C\$21*\$H\$21	=H27/B27
28	x2	=B21/\$C\$21	=C21/\$C\$21	=D21/\$C\$21	=E21/\$C\$21	=F21/\$C\$21	=G21/\$C\$21	=H21/\$C\$21	=H28/B28
29									
30									
31	БП	x1	x6	x3	x4	x5	x6	СЧ	соотношения
32	f	=B25-\$B25/\$B\$27*\$B\$27	=C25-\$B25/\$B\$27*\$C\$27	=D25-\$B25/\$B\$27*\$D\$27	=E25-\$B25/\$B\$27*\$E\$27	=F25-\$B25/\$B\$27*\$F\$27	=G25-\$B25/\$B\$27*\$G\$27	=H25-\$B25/\$B\$27*\$H\$27	
33	x5	=B26-\$B26/\$B\$27*\$B\$27	=C26-\$B26/\$B\$27*\$C\$27	=D26-\$B26/\$B\$27*\$D\$27	=E26-\$B26/\$B\$27*\$E\$27	=F26-\$B26/\$B\$27*\$F\$27	=G26-\$B26/\$B\$27*\$G\$27	=H26-\$B26/\$B\$27*\$H\$27	
34	x1	=B27/\$B\$27	=C27/\$B\$27	=D27/\$B\$27	=E27/\$B\$27	=F27/\$B\$27	=G27/\$B\$27	=H27/\$B\$27	
35	x2	=B28-\$B28/\$B\$27*\$B\$27	=C28-\$B28/\$B\$27*\$C\$27	=D28-\$B28/\$B\$27*\$D\$27	=E28-\$B28/\$B\$27*\$E\$27	=F28-\$B28/\$B\$27*\$F\$27	=G28-\$B28/\$B\$27*\$G\$27	=H28-\$B28/\$B\$27*\$H\$27	

```
In [1]: from scipy.optimize import linprog
import numpy as np
```

```
In [39]: import warnings
warnings.filterwarnings("ignore")
```

```
In [20]: def _rels(x: float, y: float):
        """Расчет отношений"""
        if y > 0:
            return x / y
        else:
            return np.inf

def simplex(A: list[list[float]], B: list[float], C: list[float], goal=min)
        """
        Реализация упрощенного симплекс-метода, предполагается, что исходная за
        подается в каноническом виде и целевая функция выражена через свободные
        а также предполагается, что целевая функция ВСЕГДА минимизируется
        :param A list[list[float]]: Матрица коэффициентов ограничений
        :param B list[float]: Вектор правых частей ограничений
        :param C list[float]: Вектор коэффициентов целевой функции

        :return tuple: Функция возвращает кортеж из значений управляемых перемен
        и оптимальное значение функции

        """
        rels_vectorized = np.vectorize(_rels)

        A1 = np.column_stack((np.array(A), np.array(B))).astype(float)
        C1 = np.array(C + [0]).astype(float)
        if goal == "min":
            C1 *= -1

        basics = []
        # Выделение базисных элементов из условия задачи, предполагается, что
        # коэффициент при базисных переменных равен 1
        for i in range(A1.shape[0]):
            basics += [np.where((C1 == 0) * (A1[i, :] == 1))[0][0]]

        while (C1 > 0).any():
            basic = np.where(C1[:-1] == np.max(C1[:-1]))[0][0]
            coefs = A1[:, basic]
            t = rels_vectorized(A1[:, -1], coefs)
            free = np.where(t == np.min(t))[0][0]
            basics[free] = basic

            A1[free, :] /= A1[free, basic]

            for i in range(A1.shape[0]):
                if i != free:
                    A1[i, :] -= A1[free, :] * A1[i, basic]

            C1 -= C1[basic] * A1[free, :]

        x = np.zeros(C1.shape[0] - 1)
        for i in range(len(basics)):
            x[basics[i]] = A1[i, -1]

        return x, C1[-1]
```

## Задача из ДЗ

$$L = 2x_1 + 3x_2 - x_4 \rightarrow \max$$

$$2x_1 - x_2 - 2x_4 + x_5 = 16$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 18$$

$$-x_1 + 3x_2 + 4x_4 + x_6 = 24$$

$$x_1, \dots, x_6 \geq 0$$

## Данные

```
In [42]: A = [[2, -1, 0, -2, 1, 0],
              [3, 2, 1, -3, 0, 0],
              [-1, 3, 0, 4, 0, 1]]

B = [16, 18, 24]

C = [-2, -3, 0, 1, 0, 0] # умножили коэффициенты на -1, что задачу на max обр...
```

## scipy.optimize

```
In [43]: solve = linprog(c=C, A_eq=A, b_eq=B, bounds=[(0, float("inf"))]*6, method='interior-point')
print(solve.x)
print(solve.fun * (-1))

[ 0.54545455  8.18181818  0.          0.          23.09090909  0.          ]
-25.636363636363637
```

## Собственная реализация

```
In [24]: simplex(A, B, C, goal="min")

Out[24]: (array([ 0.54545455,  8.18181818,  0.          ,  0.          , 23.09090909,
                  0.          ]),
          -25.636363636363637)
```

## Задача с лекции

$$L = 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 5x_2 + 2x_3 \leq 12$$

$$7x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 18$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

## Данные

```
In [30]: A = [[2, 5, 2, 1, 0],  
             [7, 1, 2, 0, 1]]  
  
B = [12, 18]  
  
C = [-3, -4, -6, 0, 0]
```

## scipy.optimize

```
In [40]: solve = linprog(c=C, A_eq=A, b_eq=B, bounds=[(0, float("inf"))]*5, method='',  
                        print(solve.x)  
                        print(solve.fun)  
  
[0. 0. 6. 0. 6.]  
-36.0
```

## Собственная реализация

```
In [34]: simplex(A, B, C, goal='min')  
  
Out[34]: (array([0., 0., 6., 0., 6.]), -36.0)
```