Trabajo Especial: Sistema con Operarios

Modelos y Simulación 2024

Fecha de Entrega: 16 de junio de 2024

Integrantes:

- Ignacio Cuevas
- Tomás Marmay

Resumen

Este informe presenta el desarrollo y análisis de un sistema con operarios, utilizando técnicas de modelado y simulación. Se abordan las metodologías empleadas, los resultados obtenidos y las conclusiones derivadas del estudio.

Enlace a las Consignas

Las consignas del trabajo especial se pueden consultar en el siguiente enlace.

Introducción

El problema a resolver se basa en que tenemos un supermercado con N cajas registradoras en servicio y S máquinas de repuesto. El mismo supermercado cuenta con servicio técnico para reparar dichas máquinas, donde el técnico puede arreglar una máquina a la vez.
Decimos que el supermercado deja de ser operativo cuando hay menos de N cajas registradoras operativas y ningúna máquina de repuesto para intercambiar, es decir hay más de S cajas en mantenimiento.

Nuestro objetivo es encontrar el tiempo medio y la correspondiente desviación estándar que transcurre hasta que el supermercado deja de estar operativo a través de simulaciones.

Todos los tiempos de funcionamiento de las cajas hasta descomponerse son variables independientes exponenciales con un tiempo medio hasta fallar de TF, y el tiempo de reparación de una caja que ingresa a taller es una variable exponencial con tiempo medio igual a TR, independiente de todos los anteriores.

La idea para poder estimar la media y la desviación estándar, es hacer múltiples simulaciones de dicho escenario. Con los resultados obtenidos podemos estimar la media y la desviación estándar usando estimadores:

$$\overline{X}(n) = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \cdots + X_n). \quad S^2(n) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}(n))^2.$$

Utilizaremos $S(n) = \sqrt{S^2(n)}$ como estimador de la desviación estándar.

Algoritmo y descripción de las Variables

Ambas simulaciones toman 4 parámetros de entrada:

- `N`: Cantidad total de máquinas en el sistema
- `S`: Cantidad total de máquinas de repuesto
- `TR`: Tiempo medio de reparación de una máquina
- `TF`: Tiempo medio de falla de una máquina

Descripción de las variables

Dentro del código tenemos 4 variables fundamentales:

- `sim_time`: puntero de tiempo, avanza sobre los eventos
- `time_failures`: lista con momentos de falla (eventos)
- `repair_time`: momento en el que termina de reparar la máquina que tiene el operario (un arreglo de largo 2 cuando tenemos dos operarios).
- `broken_machines`: cantidad total de máquinas rotas

Algoritmos

Ejercicio 1 - Un operario

El primer problema nos ofrece un operario para reparar las máquinas que se van rompiendo, y este repara en serie, es decir, una a la vez.

Primero la inicialización, `sim_time` comienza en cero, al principio de la “ línea de tiempo ”. Luego generamos `N` tiempos de falla (con tiempo medio `TF`) en `time_failures`. Como no tenemos máquinas rotas al iniciar la simulación, entonces `repair_time` es ∞, y `broken_machines` es cero.

La ejecución del algoritmo va de la siguiente manera:

Tenemos dos casos (eventos),

1. Una máquina falla
2. Una máquina es reparada

La simulación termina cuando el sistema falla, es decir, cuando no hay máquinas para reponer.

Si una máquina falla,

1. Aumentamos `broken_machines` en uno, pues se rompió
2. Si no hay máquinas para reponer, el sistema falla y retornamos `sim_time`
3. Sino, agregamos un nuevo tiempo de ruptura `sim_time + Exp(TF)`, el momento en el que fallará la máquina de repuesto
4. Por último, si el operario está disponible y hay máquinas rotas, una máquina entrará a repararse, `repair_time = sim_time + Exp(TR)`

Si una máquina es reparada,

1. Se descuenta uno de `broken_machines`, pues ya no está rota
2. Si sigue habiendo máquinas rotas, entra una a repararse, `repair_time = sim_time + Exp(TR)`
3. Sino, `repair_time` es infinito nuevamente

Ejercicio 2 - Dos operarios

El segundo problema es muy similar. Se plantea la misma situación pero con dos operarios que trabajan en paralelo.

A diferencia del primero, ahora `repair_time` se inicializa en `[∞,∞]`, pues tenemos dos operarios.

La estructura general del algoritmo no cambia. La idea es,

Si una máquina se rompe,

1. Manejamos de la misma manera las máquinas rotas y,
2. Si hay operarios disponibles, le asignamos la reparación a cualquiera de ellos

Si una máquina es reparada,

1. Descontamos uno de `broken_machines` y,
2. Si `broken_machines > 1` significa que un operario está reparando una máquina, entonces le asignamos la máquina al que se acaba de desocupar

3. Sino significa que, o bien el otro operario está reparando una máquina, o está desocupado. Pero no hay diferencias entre estos casos, pues el que se acaba de desocupar no tiene trabajo que hacer, entonces su `repair_time` es ∞

En el siguiente link, se adjunta el código con la solución a los ejercicios 1 y 2.

Resultados

Realizamos 10.000 simulaciones para cada uno de los sistemas propuestos. Con los datos obtenidos de las simulaciones, estimamos la media y varianza de cada caso, y realizamos gráficos que nos serán útiles para comparar las tres situaciones.

Media, varianza y desviación estándar

La siguiente tabla muestra las estimaciones de la media, varianza y desviación para cada sistema:

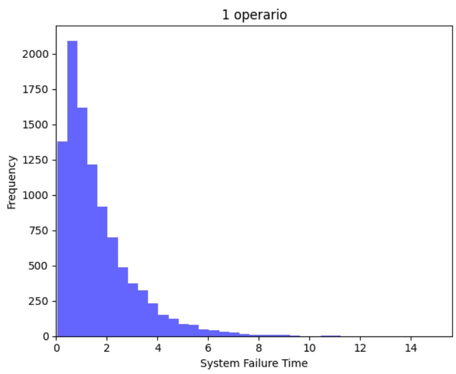
Estimaciones	*1 operario*	*4 Máquinas De Repuesto*	*2 Operarios*
Media	1.6375	2.6002	3.3358
Varianza	2.0289	5.2628	9.8495
Desviación estándar	1.4244	2.2941	3.1383

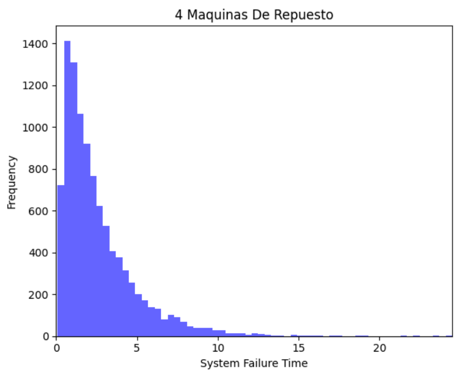
Podemos observar como la media crece de un caso a otro. Esto nos anticipa que el caso de los dos operarios tiene más probabilidades de durar más tiempo sin fallar que los demás casos.

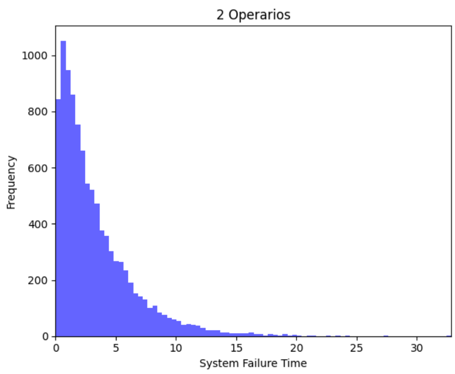
Viendo la desviación estándar, vemos que los datos se distribuyen en un intervalo más largo para el último caso también, confirmando que tener dos operarios mejorará las probabilidades de fallar en el largo plazo.

Histograma de simulaciones

Este histograma muestra la frecuencia de tiempos de falla obtenidos en las simulaciones.







Lo primero que podemos observar es que todos los casos tienen una asimetría a la derecha, esto se traduce en probabilidad como, es más probable que falle en los primeros meses desde que comienza el sistema.

Análisis de rendimiento en el corto, mediano y largo plazo

Podemos analizar el rendimiento de cada caso en el corto, mediano y largo plazo.
Digamos que el corto plazo es que se rompa antes de cumplir un mes desde el comienzo de actividad. Mediano plazo antes de los 6 meses, y largo plazo más de 6 meses.

En la siguiente tabla presentamos las probabilidades de que los sistemas fallen en el corto, mediano y largo plazo:

	1 operario	*4 Máquinas De Repuesto*	*2 Operarios*
Corto plazo	41.98 %	24.58 %	23.03 %
Mediano plazo	56.29 %	67.16 %	61.31 %
Largo plazo	1.73 %	8.26 %	15.66 %

De esta tabla podemos observar que:

- El primer caso acumula casi la totalidad de sus datos en el corto y mediano plazo. Es decir, es poco probable que este sistema dure más de 6 meses.

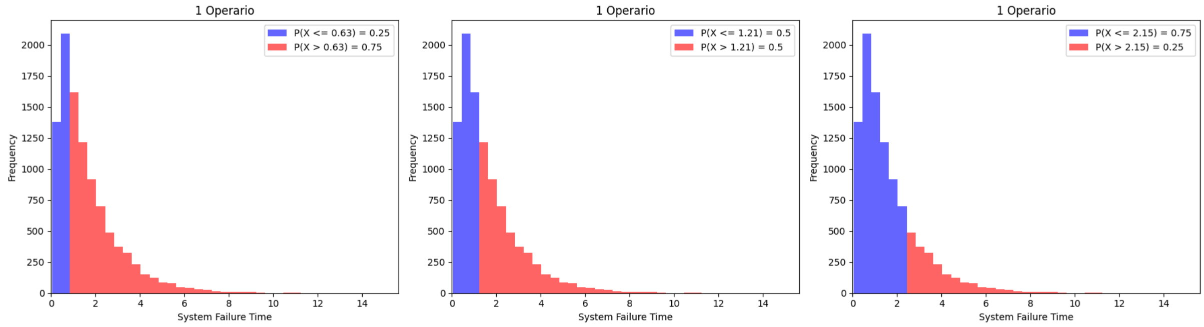
- En el segundo caso, podemos notar que hay un 25% de probabilidad de que el sistema falle en el corto plazo. Una gran probabilidad de que el sistema falle en el mediano plazo, y creció significativamente la probabilidad de superar los 6 meses sin fallar.

- Por último, para el caso de los dos operarios vemos una gran similitud con el segundo caso pero una gran mejora en las probabilidades de supervivencia en los primeros 6 meses.

Análisis de cuartiles

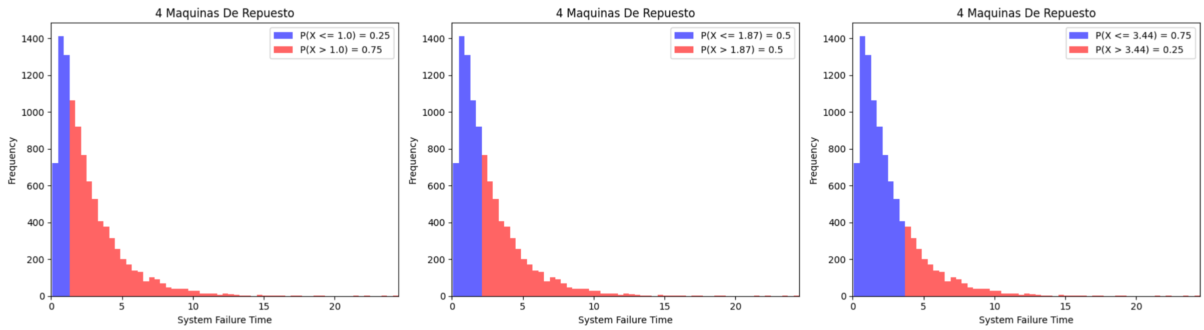
También nos pareció interesante ver los cuantiles 0.25, 0.50, 0.75 para poder comparar en los distintos casos, cuánto tiempo debe de pasar para tener una probabilidad de 0.25, 0.50 y 0.75 de que el sistema falle.

Primer caso: 1 operario, 3 repuestos



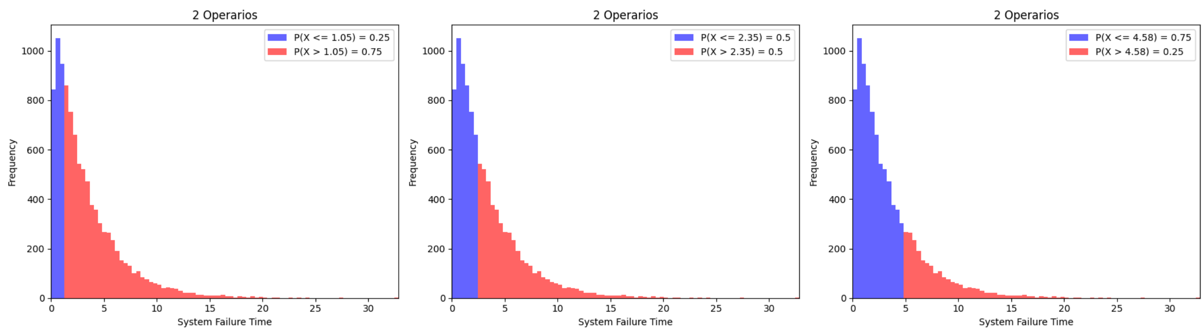
Lo que más se destaca de este caso es que el percentil 50 es en ~1.21 (un mes y 6 días), es decir, que el sistema tiene un 50% de probabilidad de fallar en el primer mes y 6 días. Además se puede ver que los datos extremos llegan hasta ~12 (un año) con una muy baja frecuencia desde 6 (la mitad).

Segundo caso: 1 operario, 4 repuestos



En este otro caso, podemos ver que hay un 50% de que el sistema falle en (casi) los primeros dos meses. Es decir, aumentó en relación al primer caso en un 58%.
Otra particularidad es que se estiraron los tiempos de falla máximos, alcanzando valores cercanos a los dos años.

Tercer caso: 2 operario, 3 repuestos



En este último caso se puede ver que acumula el 50% de los casos en ~2.35 (dos meses y 10 días), es decir, creció un 20% en relación al Caso 2.
Por otro lado, aumentaron más aún los tiempos de falla máximos hasta, alrededor de 2 años y 8 meses.

Conclusión

En esta sección, vamos a hacer una comparativa de los 3 casos, exponiendo las ventajas y desventajas de cada uno de los sistemas.

Para el sistema que tiene un operario y 3 máquinas de repuesto, podemos ver que hay una alta cantidad de simulaciones que terminaron en un tiempo relativamente corto. Mientras que a su vez no se registraron datos muy extremos como en los casos posteriores.

En el segundo caso, se agrega una máquina de repuesto, lo más intuitivo es pensar que manteniendo un operario y aumentando una máquina debería crecer el tiempo antes de que el sistema colapse y a su vez disminuir la probabilidad de que el sistema falle en cortos plazos.
Esto es exactamente lo que sucedió, ya que, como mencionamos en la sección anterior, pasó de tener valores extremos de un año a valores extremos de dos años. Además si vemos el valor del percentil, tuvo que aumentar para poder acumular los valores de los cuartiles, lo que significa que la densidad en los primeros meses disminuyó.

Por último, si vemos el caso de los dos operarios, podemos observar que hay aún más casos que superan los 6 meses comparado con el caso anterior, y como pasó anteriormente hay que avanzar más en el tiempo para poder alcanzar los cuartiles, o lo que es equivalente, aumenta la probabilidad de que el sistema dure más tiempo sin fallar.

Por último concluimos que, el primer caso no es recomendable en ninguna circunstancia. Luego, a pesar de que el segundo y el tercer caso son muy similares en el corto y mediano plazo, tener dos operarios aumenta significativamente (89% en relación al segundo caso) la probabilidad de que el sistema falle en el largo plazo. Entonces, si tuviéramos que quedarnos con uno, elegiríamos el último sobre los otros dos.

Con esto le damos cierre a la conclusión y al trabajo.

Bibliografía y recursos útiles

Para poder resolver los ejercicios y realizar el análisis nos basamos en las siguientes fuentes:

- Simulacion ~ Sheldon M. Ross
- Modelos y Simulación ~ Patricia Kisbye