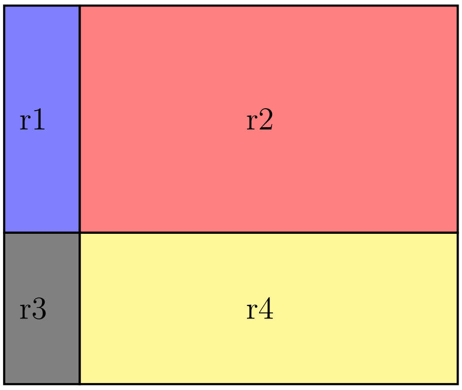
1 Regra dos sinais

Demonstração da regra na adição e subtração

Por fazer...

Demonstração da regra na multiplicação e divisão

Imagine um retângulo com lados 6 por 5 que foi dividido em retângulos menores, com dimensão $r1 = 1X3$, outro com $r2 = 5X3$, outro com $r3 = 1X2$ e um com $r4 = 5X2$, assim:



Daí, sabe-se que a área de $6X5 = 1 \cdot 3 + 5 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 5 \cdot 2$

$$30 = 3 + 15 + 2 + 10$$

$$30 = 30$$

É então que, a partir dos valores obtidos do retângulo, podemos saber que para cada retângulo menor os valores são:

- $r1 = (6 - 5)(5 - 2) \Leftrightarrow r1 = 1 \cdot 3$
- $r2 = (6 - 1)(5 - 2) \Leftrightarrow r2 = 5 \cdot 3$
- $r3 = (6 - 5)(5 - 3) \Leftrightarrow r3 = 1 \cdot 2$
- $r4 = (6 - 1)(5 - 3) \Leftrightarrow r4 = 5 \cdot 2$

Agora podemos montar uma expressão que melhor ilustre as equivalências e resolver:

$(6 - 5)(5 - 2) + 5(5 - 2) + 1(5 - 3) + 5 \cdot 2 = 6X5$

$(6 - 5)(5 - 2) + 25 - 10 + 5 - 3 + 5 \cdot 2 = 6X5$

$30 - 12 - 25 + 10 + 25 - 10 + 5 - 3 + 5 \cdot 2 = 6X5$

$30 - 12 \cancel{-25} \cancel{+10} \cancel{+25} \cancel{-10} + 5 - 3 + 5 \cdot 2 = 6X5$

$30 - 12 + 5 - 3 + 5 \cdot 2 = 6X5$

$20 + 5 \cdot 2 = 6 \cdot 5$

$20 + 10 = 6 \cdot 5$

$30 = 30$

Isso quer dizer que se consideramos o maior valor de um lado como sendo a, menos o menor valor desse mesmo lado com b e multiplicarmos pelo lado adjacente, que também tomou o maior como sendo c e, então, subtrair do menor d, têm-se a equivalência:
$(a - b)(c - d) \Longrightarrow ac - ad - bc + bd$

Dá-se o nome a essa propriedade de **distributiva** do produto pela soma ou, nesse caso, pela diferença de dois números.
Como exemplo do produto pela soma, $(a + b)(c + d) \Longrightarrow ac + ad + bc + bd$

Outro exemplo para a mesma operação, só que desta vez com 3 termos.
$a(b + c) \Longrightarrow a \cdot b + a \cdot c$

- $2(1 + 3) \Longrightarrow 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 8$

Para as operações com números positivos o resultado é positivo. Na regra de sinais $(+) \cdot (+) = (+)$.

Agora, para as operações que tem o produto de um número positivo por um número negativo, fica ssim:

- $2(-5) \Longrightarrow 2 \cdot -5 = ?$. Para resolver essa expressão deve ser considerada a aplicação da propriedade distributiva de tal modo que o resultado seja uma equivalência. É possível pensar que um equilíbrio pode ser obtido quando duas forças tendem a 0, ou seja quando essa forças se anulam. Para isso o $2(-5)$ será zero se somente se -5 for somado ao 5, daí para obter a igualdade deve ser feito o seguinte:
  $2(+5 - 5) \Longrightarrow 2 \cdot 0 = 0$
- por meio da distributiva, a soma dos 2 produtos precisa ser entre opostos:
  $2(+5 - 5) \Longleftrightarrow (2 \cdot +5) - (2 \cdot +5) \Longleftrightarrow +10 - 10 = 0$

Por meio das expressões apresentadas acima pode-se concluir que $+a(-b) = -c$, ou seja, no produto pela diferença a regra de sinais é $(+) \cdot (-) = (-)$. Isso também se aplica para $(-) \cdot (+) = (-)$ por causa da propriedade comutativa

É possível adotar o mesmo pensamento para operaçõs do tipo $(-a)(-b)$, contudo o resultado será $+c$. Vejamos a seginte hipótese para a premissa:

- $(-3)(-4) = +c$ Para resolver presisamos de um número que somado a (-4) ou a (-3) o resultado seja 0. Vou usar o $(+4)$
  $(-3)(-4 + 4) \Longrightarrow -3 \cdot 0 = 0$

- Com a distributiva a resolução da expressão fica assim:
  $(-3)(-4+4)$
  $(-3(-4)) + (-3 \cdot +4)$
  $(+12) \ + \ (-12)$
  $+12 - 12 = 0$

- portanto, podê-se concluir a partir da demostração de equivalência acima que $(-a)(-b) = (+c)$.

Para as operações de multiplicação entre número negativos o resultado é positivo. Na regra de sinais $(-) \cdot (-) = (+)$.

A regra de sinais na multiplicação é, portanto a seguinte:

(+)	·	(+)	=	(+)
(+)	·	(-)	=	(-)
(-)	·	(+)	=	(-)
(-)	·	(-)	=	(+)

2 Razões

Considere um carro de corrida com $4m$ de comprimento e um Kart com $2m$ de comprimento. Para compararmos as medidas dos carros, basta dividir o comprimento de um deles pelo do outro. Assim: $\frac{4}{2} = 2$ Então, o tamanho do carro de corrida é 2 vezes o tamanho do Kart. Podemos aformar também que o Kart tem a metade do tamanho do carro de corrida: $\frac{1}{2}$
Agora podemos concluir que **a comparação entre dois números racionais, por meio de uma divisão, chama-se razão.**

A razão é dada de 3 formas: **fracionária, percentual e decimal**. A razão também pode ser expressa com sinal negativo, desde que seus termos tenham sinais contrários

2.1 Termos da razão

Uma razão tem o quociente de $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$ onde a é o **antecedente** e b é o **consequente**. Usa-se a razão para dividir, separar duas grandezas e se lê como "a esta para b ou a para b".

$\frac{3}{5}$ A leitura da razão é 3 está para 5 ou 3 para 5.

2.2 Razões inversas

Considere as razões $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{2}$. O produtos dessas duas razões é 1, nesse caso podemos afirmar que $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{2}$ são **razões inversas**: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$.

Saiba que **duas razões são inversas entre si quando o produto delas é igual a** 1**.**

2.3 Exemplos

1. 200g de café está para 2000g de açúcar. Qual a razão do café para o açúcar em percentual para cada grama?

$$\frac{200g}{2000g} = \frac{200 \div 200}{2000 \div 200} = \frac{1g}{10g}$$

$$\begin{array}{r|l} 10 & 10 \\ \cline{2-2} -10 & 0,1 \\ \cline{1-1} 00 & \end{array}$$

$0,1 \cdot 100 = 10\%$g de café em razão do açúcar

2. Dos 1200 inscritos num concurso, passaram 240 candidatos. Qual a razão dos candidatos aprovados neste concurso?

$$\frac{240}{1200} = \frac{240 \div 240}{1200 \div 240} = \frac{1}{5}$$

1 aprovado para cada 5 inscrito.

MDC de 1200 e 240 = 240

$$\begin{array}{rr|l} 1200, & 240 & 2 \\ 600, & 120 & 2 \\ 300, & 60 & 2 \\ 150, & 30 & 2 \\ 75, & 15 & 3 \\ 25, & 5 & 5 \\ 5, & 1 & 5 \\ 1, & 1 & \\ \hline \end{array} \quad 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow MDC = 240$$

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 16 \\ \times 3 \\ \hline 48 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{4} \\ 48 \\ \times 5 \\ \hline 240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 240 & 240 \\ \cline{2-2} -240 & 1 \\ \cline{1-1} 000 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1200 & 240 \\ \cline{2-2} -1200 & 5 \\ \cline{1-1} 0000 & \end{array}$$

3. Calcular a razão entre a altura de duas crianças, sabendo que a primeira possui uma altura de $h_1 = 1,20m$ e a segunda possui uma altura de $h_2 = 1,50m$. Qual a razão entre h_1 e h_2?

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{1,20\cancel{m}}{1,50\cancel{m}} = \frac{1,2 \cdot 10}{1,5 \cdot 10} = \frac{12 \div 3}{15 \div 3} = \frac{4}{5}$$

4. Um cubo de ferro de $1cm$ de aresta tem massa de $7,8g$. Determina a razão entre a massa e o volume desse corpo. O que se significa essa razão?

volume: $1cm \cdot 1cm \cdot 1cm = 1cm^3$

razão: $\dfrac{7,8g}{1cm^3} = 7,8g/cm^3$ ou seja, $7,8$ por centímetro cúbico.

Essa razão se significa que cada $1cm^3$ de ferro pesa $7,8g$.

5. Simplifique as seguintes razões

- $\dfrac{105}{120} = \dfrac{105 \div 15}{120 \div 15} = \dfrac{7}{8}$

$$\begin{array}{rr|l} 105, & 120 & 2 \\ 105, & 60 & 2 \\ 105, & 30 & 2 \\ 105, & 15 & 3 \\ 35, & 5 & 5 \\ 7, & 1 & 5 \\ 1, & 1 & 7 \\ 1, & 1 & \quad 3 \cdot 5 \Rightarrow MDC = 15 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 105 & 15 \\ \cline{2-2} -105 & 7 \\ \cline{1-1} 000 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 120 & 15 \\ \cline{2-2} -120 & 8 \\ \cline{1-1} 000 & \end{array}$$

- $\dfrac{40}{12} = \dfrac{40 \div 4}{12 \div 4} = \dfrac{10}{3}$

$$\begin{array}{rr|l} 40, & 12 & 2 \\ 20, & 6 & 2 \\ 10, & 3 & 2 \\ 5, & 3 & 3 \\ 5, & 1 & 5 \\ 1, & 1 & \quad 2 \cdot 2 \Rightarrow MDC = 4 \\ \hline \end{array}$$

- $1,5$ e $3,2$

$$1,5 \Rightarrow \frac{1,5 \cdot 10}{1 \cdot 10} \Rightarrow \frac{15}{10} = \frac{15 \div 5}{10 \div 5} = \frac{3}{2}$$

$$3,2 \Rightarrow \frac{3,2 \cdot 10}{1 \cdot 10} \Rightarrow \frac{32}{10} = \frac{32 \div 2}{10 \div 2} = \frac{16}{5}$$

$$\begin{array}{cc|l}
32 & 10 & 2 \\
16 & 5 & 2 \\
8 & 5 & 2 \\
4 & 5 & 2 \\
2 & 5 & 2 \\
1 & 5 & 5 \\
1 & 1 & \quad 2 \Rightarrow MDC = 2 \\
\hline
\end{array}$$

- $\frac{15\%}{6\%} = \frac{15\% \div 3}{6\% \div 3} = \frac{5\%}{2\%}$

3 Proporção

Proporção é uma igualdade entre duas razões.

Rogério e Cláudio passeiam com seus cachorros. Rogério pesa $120kg$ e seu cão $40kg$. Cládio, por sua vez, pesa $48kg$ e seu cão $16kg$. Qual a razão entre o peso dos 2 rapazes? Qual a razão entre o peso dos cachorros?

Rapazes: $\frac{120kg}{48kg} = \frac{120kg \div 24}{48kg \div 24} = \frac{5}{2}$

$$\begin{array}{cc|l} 120 & 48 & 2 \\ 60 & 24 & 2 \\ 30 & 12 & 2 \\ 15 & 6 & 2 \\ 15 & 3 & 3 \\ 5 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & \quad 2^3 \cdot 3 \Rightarrow MDC = 24 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 120 & 24 \\ \cline{2-2} -120 & 5 \\ \cline{1-1} 000 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 48 & 24 \\ \cline{2-2} -48 & 2 \\ \cline{1-1} 00 & \end{array}$$

Cachorros: $\dfrac{40kg}{16kg} = \dfrac{40kg \div 24}{48kg \div 24} = \dfrac{5}{2}$

$$\begin{array}{cc|l} 40 & 16 & 2 \\ 20 & 8 & 2 \\ 10 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 2 \\ 5 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & \quad 2^3 \Rightarrow MDC = 8 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 40 & 8 \\ \cline{2-2} -40 & 5 \\ \cline{1-1} 00 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 16 & 8 \\ \cline{2-2} -16 & 2 \\ \cline{1-1} 00 & \end{array}$$

Verifica-se, então que as duas razões são iguais. Nesse caso é possível afirmar que a igualdade $\dfrac{120}{48} = \dfrac{40}{16}$ é uma proporção. Outra forma de saber se duas razões são proporcionais é por meio da propriedade fundamental da proporção: **o produto dos meio é igual ao produto dos extremos**

$a, b, c, d = \dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = a \cdot d = b \cdot c$ onde a e d são os **extremos** e b e c são os **meios**. Então, dada a proporção 3 está para 4 assim como 27 está para 36 os meios são: 4 e 27 e os extremos são 3 e 36

$\dfrac{3}{4} = \dfrac{27}{36} = 3 \cdot 36 = 4 \cdot 27;$

$3 \cdot 36 = 108;$
$4 \cdot 27 = 108.$

Numa salina, de cada metro cúbico (m^3) de água salgada, são retirados $40dm^3$ de sal. Para obtermos $3m^3$ de sal, quantos metros cúbicos de água salgada são necessários?

$dm^3 \Rightarrow m^3 = 40 \div 100 = 0,04m^3 \therefore \dfrac{1m^3}{0,04m^3}$ ($1m^3$ para $0,04m^3$ de sal)

$$\frac{1m^3}{0,04m^3} = \frac{x}{3m^3} = x0,04m^3 = 3m^3$$

$$x = \frac{3m^3}{0,04m^3}$$

$3 \cdot 100 = 300$

$0,04 \cdot 100 = 4$

$$\begin{array}{r|l} 300 & 4 \\ \cline{2-2} -300 & 75 \\ \cline{1-1} 000 & \end{array}$$

$x = 75m^3$

3.1 Quarta proporcional

dados 3 números racionais a, b e c, não nulos, determina-se quarta proporcional desse número o número x

Determine o valor de x na proporção $\frac{2}{7} = \frac{12}{x}$

$$2x = 7 \cdot 12 = x = \frac{84}{2} = x = 42$$

3.2 Proporção contínua

Quando os meio são iguais a proporção é chamada de contínua e o quarto termo é chamado de 3 proporcional e, quando os termos são positivos, os termos iguais são ditos média proporcional ou geometria entre os extremos. Assim a proporção contínua de termos positivos é dada por: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ onde b é a média proporcional e c é a 3 proporcional.

Calcule a 3 proporcional de 8 e 12, sendo 12 a média proporcional

$$\frac{8}{12} = \frac{12}{x}$$

$$8x = 12 \cdot 12$$

$$x = \frac{144}{8}$$

$$x = 18$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times \quad 12 \\ \hline 24 \\ +12 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 144 & 8 \\ \cline{2-2} -8 & 18 \\ \cline{1-1} 64 & \\ -64 & \\ \cline{1-1} 00 & \end{array}$$

Calcule a média proporcional entre 2 e 18.

$$\frac{2}{x} = \frac{x}{18}$$

$$x^2 = 2 \cdot 18$$

$$\begin{array}{r} {}^{+1} \\ 18 \\ \times 2 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$x = \sqrt{36} \Rightarrow x = \sqrt[\cancel{2}]{6^{\cancel{2}}}$$

$$x = |6|$$

3.3 1ª propriedade

Em uma proporção, a soma dos dois primeiros está para o 2 termo, assim como a soma dos dois últimos está para o 4:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Então, adicionando 1 a cada membro da primeira proporção temos

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} + 1 \Rightarrow \frac{a+b}{b}; \ \frac{c}{d} + 1 \Rightarrow \frac{c+d}{d}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{c}{d} + \frac{d}{d}$$

Também é possível dizer que em uma proporção, a soma dos dois primeiros está para o 1 termo, assim como a soma dos dois últimos está para o 3:

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

E ainda, adicionando 1 a cada membro da segunda proporção temos

$$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} \Rightarrow \frac{b}{a} + 1 \Rightarrow \frac{b+a}{a}; \ \frac{d}{c} + 1 \Rightarrow \frac{d+c}{c}$$

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{a} = \frac{d}{c} + \frac{c}{c}$$

Determine o valor de x e y na proporção $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$, sabendo que $x + y = 84$.

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{84}{y} = \frac{x+y}{y};$$

$$\frac{3+4}{4} = \frac{c+d}{d}$$

$$\frac{84}{y} = \frac{3+4}{4}$$

$$7y = 84 \cdot 4$$

$$y = \frac{366}{7}$$

$$\begin{array}{r} {}^{+1} \\ 84 \\ \times 4 \\ \hline 336 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 336 & 7 \\ \cline{2-2} -336 & 48 \\ \cline{1-1} 000 & \end{array}$$

$$y = 48$$

3.4 2ª propriedade

Em uma proporção, a diferença dos dois primeiros está para o 2 termo, assim como a diferença dos dois últimos está para o 4:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Então, adicionando -1 a cada membro da primeira proporção temos

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} - 1 \Rightarrow \frac{a-b}{b}; \ \frac{c}{d} - 1 \Rightarrow \frac{c-d}{d}$

$\frac{a}{b} - \frac{b}{b} = \frac{c}{d} - \frac{d}{d}$

Também é possível dizer que em uma proporção, a diferença dos dois primeiros está para o 1 termo, assim como a diferença dos dois últimos está para o 3:

$\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

E ainda, adicionando -1 a cada membro da segunda proporção temos

$\frac{b}{a} = \frac{d}{c} \Rightarrow \frac{b}{a} - 1 \Rightarrow \frac{b-a}{a}; \ \frac{d}{c} - 1 \Rightarrow \frac{d-c}{c}$

$\frac{b}{a} - \frac{a}{a} = \frac{d}{c} - \frac{c}{c}$

Determine o valor de x e y na proporção $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$, sabendo que $x - y = 18$.

$\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$

$\frac{18}{x} = \frac{x-y}{y};$

$\frac{5-2}{2} = \frac{c-d}{d}$

$\frac{18}{y} = \frac{5-2}{2}$

$3y = 18 \cdot 2$

$y = \frac{36}{3}$

$$\begin{array}{r} {}^{+1} \\ 18 \\ \times 2 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 3 \\ \cline{2-2} -36 & 12 \\ \cline{1-1} 00 & \end{array}$$

$y = 12$

3.5 3ª propriedade

Em uma proporção, a soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes, assim como cada antecedente está para os eu consequente.

Considere a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, permutando os meios temos $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, aplica-se a 1 propriedade $\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d}$, então, por fim, permuta-se os meios: $\frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d} = \frac{a}{b}$

Sabe-se que $a + b = 12$, determine a e b na proporção $\frac{a}{2} = \frac{b}{4}$

$\frac{a+b}{2+4} = \frac{a}{2} = \frac{b}{4}$

$\frac{12}{6} = \frac{a}{2} = 6a = 2 \cdot 12$

$a = \frac{24}{6}$

$a = 4$

$\frac{12}{6} = \frac{b}{4} = 6b = 4 \cdot 12$

$a = \frac{48}{6}$

$a = 8$

3.6 4ª propriedade

Em uma proporção, a diferença dos antecedentes está para a diferença dos consequentes, assim como cada antecedente está para os eu consequente.

Considere a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, permutando os meios temos $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, aplica-se a 2 propriedade $\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d}$, então, por fim, permuta-se os meios: $\frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d} = \frac{a}{b}$

Sabe-se que $a - b = -24$, determine a e b na proporção $\frac{a}{5} = \frac{b}{7}$

$\frac{a-b}{5-7} = \frac{a}{5} = \frac{b}{7}$

$\frac{-24}{-2} = \frac{a}{5} = a = 5 \cdot \cancelto{12}{\frac{-24}{-2}}$

$a = 5 \cdot 12$

$a = 60$

$\frac{-24}{-2} = \frac{b}{7} = b = 7 \cdot \cancelto{12}{\frac{-24}{-2}}$

$b = 7 \cdot 12$

$b = 84$

3.7 5ª propriedade

Em uma proporção, o produto dos antecedentes está para o produto dos consequentes, assim como o quadrado da cada antecedente está para o quadrado do seu consequente.

Considere a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, multiplique os dois membros por $\frac{a}{b}$, temos: $\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$, então, por fim: $\frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$

O Produto entre dois números é 56. Quais são esse números sabendo que a razão entre eles é de $\frac{7}{8}$

$a \cdot b = 56$ e $\frac{a}{b} = \frac{7}{8}$, **permutando** b com c tem-se $\frac{a}{7} = \frac{b}{8}$ daí, pela regra vem:

$\frac{a}{7} \cdot \frac{a}{7} = \frac{b}{8} \cdot \frac{a}{7} \Rightarrow \frac{a^2}{7^2} = \frac{b \cdot a}{8 \cdot 7}$, então, por fim: $\frac{b \cdot a}{8 \cdot 7} = \frac{a^2}{7^2}$ ou $\frac{b \cdot a}{8 \cdot 7} = \frac{b^2}{8^2}$

Resolvendo a
$\frac{b \cdot a}{8 \cdot 7} = \frac{a^2}{7^2} \Rightarrow \frac{56}{56} = \frac{a^2}{49} \Rightarrow 56a^2 = 56 \cdot 49 \Rightarrow a^2 = \frac{\cancel{56} \cdot 49}{\cancel{56}} \Rightarrow a = \sqrt{49} \Rightarrow a = 7$

Resolvendo b
$\frac{b \cdot a}{8 \cdot 7} = \frac{b^2}{8^2} \Rightarrow \frac{56}{56} = \frac{b^2}{64} \Rightarrow 56b^2 = 56 \cdot 64 \Rightarrow b^2 = \frac{\cancel{56} \cdot 64}{\cancel{56}} \Rightarrow x = \sqrt{64} \Rightarrow b = 8$

3.8 Proporção múltipla

A proporção múltipla é uma série de razões iguais: $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15}$
Dada uma série de razões iguais $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, de acordo com a 3 e a 4 propriedade, podemos escrever:

$$\frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

$$\frac{a+c-e}{b+d-f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

$$\frac{a-c+e}{b-d+f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

$$\frac{a-c-e}{b-d-f} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

Na igualdade de razões $\frac{x}{5} = \frac{y}{7} = \frac{z}{3}$, sabe-se que $2x - y + 3z = 36$. O valor da soma de $x + y + z$ é?

Conforme a propriedade temos que $2 \cdot 5 - 7 + 3 \cdot 3 = 12$ daí $\frac{36}{12} = 3$

portanto: $x = 5 \cdot 3 = 15$; $y = 7 \cdot 3 = 21$; $z = 3 \cdot 3 = 9$. A soma de $x + y + z$ é 45