
Вариант 1

I.1. (3 балла) Сформулировать принцип максимума модуля, теорему Сохоцкого, малую и большую теорему Пикара.

I.2. (2 балла) Сформулировать теорему Руше.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{5 + 3 \cos x}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \cos z - \sin z$ относительно контура $|z| = 4$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^4 - 3z + 1 = 0$ в области $1 < |z| < 2$.

Вариант 2

I.1. (3 балла) Сформулировать лемму Жордана и теорему о вычислении несобственного интеграла от рациональной функции с помощью вычетов.

I.2. (2 балла) Сформулировать теорему о логарифмическом вычете.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(5 + 3 \cos x)^2}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \left(\frac{e^z - 1}{z - 2} \right)^2$ относительно контура $|z| = 8$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $2z^3 - 5z + 2 = 0$ в области $1 < |z| < 2$.

Вариант 3

I.1. (3 балла) Сформулировать две теоремы Вейерштрасса о последовательности голоморфных функций и следствие из них для степенных рядов.

I.2. (2 балла) Сформулировать принцип максимума модуля.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{5 - 4 \cos x}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \frac{2z + 1}{z^2(z^2 + 4)}$ относительно контура $|z - 2| = 3$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^7 - 5z^4 + z^2 - 2 = 0$ в области $|z| < 1$.

Вариант 4

I.1. (3 балла) Определить целые и мероморфные функции. Дать определение логарифмического вычета. Сформулировать теорему о логарифмическом вычете.

I.2. (2 балла) Сформулировать теорему Сохоцкого.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_0^{+\infty} \frac{x^4 + 1}{x^6 + 1} dx.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{(5 + 4 \cos x)^2}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \operatorname{th}^2 z$ относительно контура $|z| = 8$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^8 - 4z^5 + z^2 - 1 = 0$ в области $|z| < 1$.

Вариант 5

I.1. (3 балла) Определить приращение (полярного) аргумента вдоль пути. Сформулировать принцип аргумента.

I.2. (2 балла) Сформулировать первую теорему Вейерштрасса о последовательности голоморфных функций.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 16)}.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{5 + 4 \cos x}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \operatorname{tg}^3 z$ относительно контура $|z - 2| = 6$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^3 - 12z + 2 = 0$ в области $|z| < 2$.

Вариант 6

I.1. (3 балла) Сформулировать теорему Руше, с ее помощью доказать основную теорему алгебры.

I.2. (2 балла) Сформулировать малую и большую теорему Пикара.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{13 + 12 \sin x}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \frac{z \cos z}{z^2 + 1}$ относительно контура $|z - 1| = 4$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^4 - 9z + 1 = 0$ в области $|z| < 2$.

Вариант 7

I.1. (3 балла) Сформулировать лемму Жордана и теорему о вычислении несобственного интеграла от рациональной функции с помощью вычетов.

I.2. (2 балла) Сформулировать вторую теорему Вейерштрасса о последовательности голоморфных функций.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos 2x dx}{5 - 4 \cos x}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \frac{(2z + 1) \sin z}{z^2(z^2 + 9)}$ относительно контура $|z - 2| = 3$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^8 - 4z^5 + z^2 - 1 = 0$ в области $|z| < 1$.

Вариант 8

I.1. (3 балла) Определить приращение (полярного) аргумента вдоль пути. Сформулировать принцип аргумента.

I.2. (2 балла) Сформулировать теорему Руше.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin^2 x dx}{5 + 3 \cos x}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \frac{\operatorname{tg}^2 z}{2z - \pi}$ относительно контура $|z| = 6$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^4 - 9z + 1 = 0$ в области $|z| < 2$.

Вариант 9

I.1. (3 балла) Сформулировать принцип максимума модуля, теорему Сохоцкого, малую и большую теорему Пикара.

I.2. (2 балла) Сформулировать теорему Руше.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{5 + 3 \cos x}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \cos z - \sin z$ относительно контура $|z| = 4$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^4 - 3z + 1 = 0$ в области $1 < |z| < 2$.

Вариант 10

I.1. (3 балла) Сформулировать лемму Жордана и теорему о вычислении несобственного интеграла от рациональной функции с помощью вычетов.

I.2. (2 балла) Сформулировать теорему о логарифмическом вычете.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(5 + 3 \cos x)^2}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \left(\frac{e^z - 1}{z - 2} \right)^2$ относительно контура $|z| = 8$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $2z^3 - 5z + 2 = 0$ в области $1 < |z| < 2$.

Вариант 11

I.1. (3 балла) Сформулировать две теоремы Вейерштрасса о последовательности голоморфных функций и следствие из них для степенных рядов.

I.2. (2 балла) Сформулировать принцип максимума модуля.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{5 - 4 \cos x}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \frac{2z + 1}{z^2(z^2 + 4)}$ относительно контура $|z - 2| = 3$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^7 - 5z^4 + z^2 - 2 = 0$ в области $|z| < 1$.

Вариант 12

I.1. (3 балла) Определить целые и мероморфные функции. Дать определение логарифмического вычета. Сформулировать теорему о логарифмическом вычете.

I.2. (2 балла) Сформулировать теорему Сохоцкого.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_0^{+\infty} \frac{x^4 + 1}{x^6 + 1} dx.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{(5 + 4 \cos x)^2}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \operatorname{th}^2 z$ относительно контура $|z| = 8$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^8 - 4z^5 + z^2 - 1 = 0$ в области $|z| < 1$.

Вариант 13

I.1. (3 балла) Определить приращение (полярного) аргумента вдоль пути. Сформулировать принцип аргумента.

I.2. (2 балла) Сформулировать первую теорему Вейерштрасса о последовательности голоморфных функций.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 16)}.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{5 + 4 \cos x}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \operatorname{tg}^3 z$ относительно контура $|z - 2| = 6$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^3 - 12z + 2 = 0$ в области $|z| < 2$.

Вариант 14

I.1. (3 балла) Сформулировать теорему Руше, с ее помощью доказать основную теорему алгебры.

I.2. (2 балла) Сформулировать малую и большую теорему Пикара.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{13 + 12 \sin x}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \frac{z \cos z}{z^2 + 1}$ относительно контура $|z - 1| = 4$.

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^4 - 9z + 1 = 0$ в области $|z| < 2$.

Вариант 15

I.1. (3 балла) Сформулировать лемму Жордана и теорему о вычислении несобственного интеграла от рациональной функции с помощью вычетов.

I.2. (2 балла) Сформулировать вторую теорему Вейерштрасса о последовательности голоморфных функций.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos 2x dx}{5 - 4 \cos x}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \frac{(2z + 1) \sin z}{z^2(z^2 + 9)}$ относительно контура $|z - 2| = 3.$

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^8 - 4z^5 + z^2 - 1 = 0$ в области $|z| < 1.$

Вариант 16

I.1. (3 балла) Определить приращение (полярного) аргумента вдоль пути. Сформулировать принцип аргумента.

I.2. (2 балла) Сформулировать теорему Руше.

II.1. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)}.$

II.2. (6 балла) Вычислите интеграл с помощью вычетов: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin^2 x dx}{5 + 3 \cos x}.$

II.3. (4 балла) Вычислить логарифмический вычет функции $f(z) = \frac{\operatorname{tg}^2 z}{2z - \pi}$ относительно контура $|z| = 6.$

II.4. (4 балла) Найдите число корней уравнения $z^4 - 9z + 1 = 0$ в области $|z| < 2.$
