

## Calcul Parallèle

### Partie I : Equilibre de charge

Discutez de l'importance de l'équilibre de charge lors de l'élaboration d'un code de calcul parallèle permettant la résolution d'équations aux dérivées partielles.

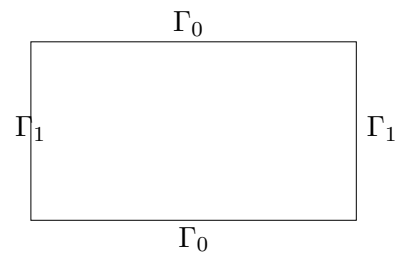
- Expliquez quels sont les enjeux, les difficultés et les moyens disponibles lorsque l'on est confronté aux deux principaux types de maillages rencontrés en calcul scientifique : les maillages structurés et non-structurés.
- Illustrez votre analyse par des résultats obtenus en cours et/ou en projets.

### Partie II : mise en oeuvre d'une méthode de décomposition de domaine sur maillage Cartésien régulier

#### 1 - Résolution de l'équation de conduction instationnaire

On se place dans le domaine  $[0, L_x] \times [0, L_y]$  de  $\mathbb{R}^2$  dans lequel on résoud l'équation de conduction instationnaire suivante :

$$(1) \quad \begin{cases} \partial_t u(x, y, t) - D \Delta u(x, y, t) = f(x, y, t) \\ u|_{\Gamma_0} = g(x, y, t) \\ u|_{\Gamma_1} = h(x, y, t) \end{cases}$$



#### 2 - Conditions de bord pour les cas de validation

On utilisera les cas suivants pour valider le travail avec  $L_x = L_y = 1$  et  $D = 1$  :

##### a - Les solutions stationnaires résultant des conditions suivantes

$$(2) \quad f = 2 * (x - x^2 + y - y^2) \quad \text{avec} \quad g = 0 \quad \text{et} \quad h = 0$$

Puis

$$(3) \quad f = \sin(x) + \cos(y) \quad \text{avec} \quad g = \sin(x) + \cos(y) \quad \text{et} \quad h = \sin(x) + \cos(y)$$

### **b - La solution instationnaire périodique résultant des conditions suivantes**

$$(4) \quad f = e^{-\left(x - \frac{L_x}{2}\right)^2} e^{-\left(y - \frac{L_y}{2}\right)^2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) \quad \text{avec} \quad g = 0 \quad \text{et} \quad h = 1$$

### **3 - Implémentation informatique - Codez la méthode de Décomposition de Domaine basée sur l'algorithme de Schwarz additif**

1. On ne stockera pas la matrice au complet.
2. On proposera plusieurs méthodes itératives de résolution du système linéaire (par exemple Jacobi, Gauss-Seidel, Gradient Conjugué, etc ...);
  - Donnez les propriétés nécessaires de la matrice associées aux méthodes de résolution que vous avez choisies.
  - Comparez les courbes de convergence des différentes méthodes de résolution.
3. Faites une description détaillée de la décomposition de votre domaine de calcul en sous-domaines en insistant sur le recouvrement.
4. Détaillez les communications nécessaires à la résolution du problème.
5. Analysez le speed-up ou l'efficacité de votre code en fonction :
  - du solveur;
  - du recouvrement;
  - des paramètres de votre choix.
6. Améliorez les performances de votre code parallèle en modifiant les conditions de transmission entre les sous-domaines (conditions de Dirichlet-Neumann).

#### **Il faudra fournir les documents suivants**

1. Un rapport contenant votre analyse de la partie I et la description des travaux réalisés et résultats obtenus dans la partie II.
2. Le code parallèle commenté avec les commandes de compilation.