



## PAMO 2019 Day 2

5 April 2019

Duration: 4 h 30 min

4. The tangents to the circumcircle of  $\triangle ABC$  at  $B$  and  $C$  meet at  $D$ . The circumcircle of  $\triangle BCD$  meets sides  $AC$  and  $AB$  again at  $E$  and  $F$  respectively. Let  $O$  be the circumcentre of  $\triangle ABC$ . Show that  $AO$  is perpendicular to  $EF$ .

*(7 points)*

5. A square is divided into  $N^2$  equal smaller non-overlapping squares, where  $N \geq 3$ . We are given a broken line which passes through the centres of all the smaller squares (such a broken line may intersect itself).

- (a) Show that it is possible to find a broken line composed of 4 segments for  $N = 3$ .  
(b) Find the minimum number of segments in this broken line for arbitrary  $N$ .

*(7 points)*

6. Find the 2019th strictly positive integer  $n$  such that  $\binom{2n}{n}$  is not divisible by 5.

*(7 points)*

*La version française se trouve de l'autre côté de la page.*

*(Total: 21 points)*



## OPAM 2019 Jour 2

5 avril 2019

Durée : 4 h 30 min

4. Les tangentes au cercle circonscrit au triangle  $ABC$  passant par  $B$  et  $C$  se coupent en  $D$ . Le cercle circonscrit au triangle  $BCD$  recoupe les cotés  $[AC]$  et  $[AB]$  respectivement en  $E$  et  $F$ . Soit  $O$  le centre du cercle circonscrit au triangle  $ABC$ . Montrer que  $(AO)$  est perpendiculaire à  $(EF)$ .  
(7 points)
5. Un carré est divisé en  $N^2$  petits carrés égaux non-superposés, avec  $N \geq 3$ . Considerons une ligne brisée (ou ligne polygonale) reliant tous les centres des petits carrés (Une telle ligne brisée peut s'intersecter).  
(a) Montrer qu'il est possible de trouver une ligne brisée composée de 4 segments pour  $N = 3$ .  
(b) Déterminer le nombre minimal de segments de cette ligne brisée pour  $N$  quelconque.  
(7 points)
6. Trouver le 2019ème entier strictement positif  $n$  tel que  $C_{2n}^n$  ne soit pas divisible par 5.  
(7 points)

*The English version is on the other side of the page.*

*(Total: 21 points)*