ESERCIZI GEOMETRIA EUCLIDEA

Quesiti

1. Si sfrutti il modello del cubo per la costruzione di un tetraedro regolare, e per la rappresentazione di coppie di rette parallele, incidenti, e sghembe.
2. Si dimostri che due rette distinte possono avere al più un punto in comune.
3. Si dimostri che esiste almeno un punto nello spazio che non appartiene ad un piano dato.
4. Sono dati un quadrato e due triangoli equilateri costruiti su due lati consecutivi del quadrato. Si dica quale solido si ottiene congiungendo i vertici dei triangoli non appartenenti al quadrato, ed il vertice del quadrato non appartenente ai triangoli.
5. Si sfrutti il modello del cubo per la costruzione di un ottaedro regolare.
6. Si definisca il concetto di simmetria rispetto ad un piano.
7. Si dimostri che una simmetria centrale può essere ottenuta componendo tre simmetrie rispetto a piani ortogonali che si intersecano nel centro della simmetria.

Esercizi

1. In riferimento alla figura 1, si calcoli l'altezza del tetraedro ACHF.

$$\left[h=\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right]$$

2. Se ABCD è un tetraedro regolare, si calcoli l'area della figura ottenuta sezionando il tetraedro con il piano passante per lo spigolo CD, di misura *a*, ed un punto sul lato AB, a distanza *x* dal vertice A.

[$P\in AB\mid \overline{AP}:=x\Rightarrow \overline{PC}=\overline{PD}$. *Si applica il teorema di Carnot al triangolo isoscele* PCD, *da cui segue l'espressione dell'area* $S(x)=\frac{a}{2}\sqrt{\frac{3}{4}a^2+x^2-ax}$].

3. Un prisma retto ha come basi i triangoli ABC e DEF equilateri, e altezza uguale ai lati dei triangoli di base. Se i lati misurano 9 (cm), si calcolino: a) il volume del prisma, b) la superficie del prisma, c) l'area del triangolo AEC.

$$\left[\ a)V=\frac{243\sqrt{3}}{4}cm^3;\quad b)S=81\left(3+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)cm^2;\quad c)A=\frac{81\sqrt{7}}{4}cm^2\ \right]$$

4. Il volume del prisma ottenuto sezionando un cubo con un piano passante per due spigoli paralleli non appartenenti alla stessa faccia è $27cm^3/2$. Si calcoli l'area della superficie totale.

$$\left[S_t=\left(27+9\sqrt{2}\right)cm^2\right]$$

5. Sia VABCD una piramide che ha per base il quadrato ABCD, e tale che il vertice V abbia come proiezione sul piano di base il centro O del quadrato (piramide *retta*). Sapendo che $\overline{VO}=\left(\sqrt{3}/2\right)\overline{AB}$, si determini l'ampiezza della sezione normale del diedro formato a) dalle facce laterali con il piano di base; b) da due facce laterali aventi uno spigolo in comune.

$$\left[\ a)\frac{\pi}{3};\quad b)\cos\beta=-\frac{1}{4}\ \right]$$

6. In riferimento al modello di ottaedro in Fig.25, si dimostri che i triangoli BCE e ADF: a) si corrispondono nella simmetria centrale rispetto ad O, b) sono situati su piani paralleli.

7. Indicata con x la distanza tra i piani a cui appartengono i triangoli BCE e ADF, si calcoli il rapporto tra il volume del cilindro avente per basi le circonferenze inscritte nei suddetti triangoli, ed il cono avente per base la circonferenza circoscritta al rettangolo ABCD.
8. Si dica quanto vale il rapporto nel caso in cui il tetraedro è regolare.
9. Si stabilisca per quale valore di x il rapporto di cui al punto precedente è uguale a 1.

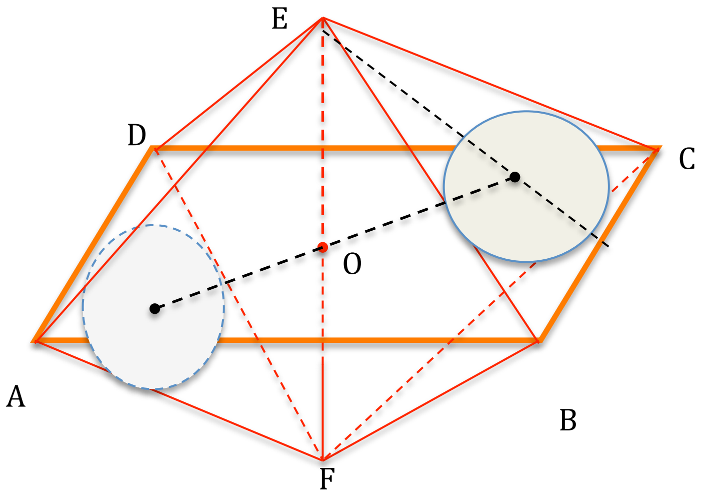

Fig. 30