"Liceo Scientifico Statale "Guido Castelnuovo"

COMPITO DI MATEMATICA
Classe IV sezione B
01/06/2011

Problemi[1]

1. Dopo aver determinato l'equazione del piano π parallelo all'asse *x* e passante per i punti $P(0;\sqrt{2};0)$ e $Q(0;0;\sqrt{2})$, si determini l'equazione della superficie conica avente semiapertura di ampiezza $\pi/3$, per asse la retta *r* perpendicolare al piano π e passante per l'origine, e per vertice il punto *V* di intersezione del piano π con la retta *r*.

2. E' data la funzione $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-\ln x}}$.
   a) Si tracci un grafico approssimativo;
   b) Si determini la funzione inversa e se ne tracci un grafico approssimativo;
   c) Si determini il punto di incontro delle curve grafico della funzione e della sua inversa.

3. Il punteggio della partita di calcio tra la squadra A e la squadra B è in perfetta parità al termine della serie di 5 calci di rigore. Si procede "ad oltranza": le squadre calciano un rigore ciascuna fino a quando una segna e l'altra sbaglia. Durante i tiri ad oltranza la probabilità che le squadre segnino entrambe è del 50%, mentre quella che sbaglino entrambe è del 10%. (a) Calcolare la probabilità p_n che la partita finisca dopo che le squadre hanno calciato l'*n*-esimo rigore. (b) Calcolare la probabilità che la partita finisca *entro* l'*n*-esimo tiro dal dischetto. (c) Cosa succede alla probabilità di cui al punto (b) quando la serie di tiri tende all'infinito?

Quesiti

1. Il 25% degli studenti della terza classe del Liceo frequenta la sperimentazione P.N.I, il 15% la sperimentazione bilingue, il resto il corso di ordinamento. Le insufficienze in matematica riguardano il 20% degli studenti P.N.I., il 12% degli studenti del bilingue, ed il 25% degli studenti del corso di ordinamento. Si calcoli la probabilità che uno studente insufficiente provenga dal corso sperimentale P.N.I..

2. Risolvere la seguente disequazione: $\log_2 x > -\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x}$.

3. Calcolare il termine generale della successione definita per ricorrenza: $\begin{cases} a_0 = k; \quad k \neq 1 \\ a_{n+1} = a_n^2 \end{cases}$.

4. Calcolare il valore della seguente somma: $S_n = 1 + q + 2q^2 + 3q^3 + \ldots + nq^n$. (*Suggerimento: ragionare sulla differenza* $S_n - qS_n \ldots$*).*

---

[1] L'equazione della superficie conica è

$$\left(k^2l^2 - n^2 - m^2\right)(x - x_V)^2 + \left(k^2m^2 - n^2 - l^2\right)(y - y_V)^2 + \left(k^2n^2 - l^2 - m^2\right)(z - z_V)^2 + 2mn\left(k^2+1\right)(z - z_V)(y - y_V) + 2nl\left(k^2+1\right)(x - x_V)(z - z_V) + 2ml\left(k^2+1\right)(x - x_V)(y - y_V) = 0$$

$\vec{v}(l;m;n)$;

$\vec{v}_0(x - x_V; y - y_V; z - z_V)$;