

DEFINIZIONE DI LIMITE FINITO DI UNA SUCCESSIONE

Una successione si dice *convergente* a un numero l se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste un numero naturale r tale che

$$|a_n - l| < \varepsilon \text{ per ogni } n \geq r.$$

Il numero l si dice *limite* della successione a_n per $n \rightarrow \infty$ e si scrive

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = l.$$

In sostanza, questa definizione ci dice che da un certo punto in poi (r), tutti i termini della successione risultano compresi nell'intervallo $(l - \varepsilon, l + \varepsilon)$.

Esempio.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$. Dalla definizione di limite si ha che $\left| \frac{1}{n} - 0 \right| < \varepsilon$ non appena $n > \frac{1}{\varepsilon}$; prenderemo come r

la parte intera di $\frac{1}{\varepsilon}$ più uno. Di conseguenza, per ogni $n \geq \left\lceil \frac{1}{\varepsilon} \right\rceil + 1$ i termini della successione cadranno tutti nell'intervallo $(0 - \varepsilon, 0 + \varepsilon) = (-\varepsilon, \varepsilon)$.

In generale, una successione a_n tale che $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ si dice *infinitesima*.