

DEFINIZIONE LIMITE INFINITO DI UNA SUCCESSIONE

La successione di numeri reali a_n tende a $+\infty$ se, qualunque sia il numero m , esiste un intero r tale che per ogni $n \geq r$ si abbia

$$a_n \geq m .$$

In questo caso si usa la notazione

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty .$$

Esempio. Se $b > 1$, allora $\lim_{n \rightarrow \infty} b^n = +\infty$.

Dimostrazione. Poniamo $b = 1 + x$ ed applichiamo la disuguaglianza di Bernoulli:

$$b^n = (1+x)^n \geq 1+nx \geq m \text{ non appena } n \geq \frac{m-1}{x} . \text{ Più precisamente, non appena } n \geq \left\lceil \frac{m-1}{x} \right\rceil + 1 .$$

Una definizione che possiamo aspettarci è la seguente.

La successione di numeri reali a_n tende a $-\infty$ se, qualunque sia il numero m , esiste un intero r tale che per ogni $n \geq r$ si abbia

$$a_n \leq m .$$

In questo caso si usa la notazione

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty .$$