Proposte per la simulazione della prova di
MATEMATICA

Problema

1. E' data la funzione $f(x)=\frac{1}{x-b}-\frac{a}{x^2}; \quad a>0; b>0$ parametri reali.

   a) Si determinino i parametri *a* e *b* in modo tale che il grafico della funzione abbia un flesso a tangente orizzontale nel punto di ascissa $x=1$.

   Si consideri adesso la funzione data con i parametri $a=\frac{9}{8}; \quad b=\frac{1}{3}$ per $x>0$.

   b) Si dimostri che il grafico della funzione possiede un solo altro flesso, oltre a quello nel punto di ascissa $x=1$.
   c) Si determini il valore dell'altro flesso di cui al punto precedente con due cifre decimali esatte, utilizzando un metodo numerico a scelta.
   d) Si tracci un grafico della funzione.
   e) Si calcoli l'area della regione di piano sottostante il grafico della funzione tra i punti di ascissa $x=2$ e $x=4$.

Quesiti

1. La crescita della popolazione di uno Stato è regolata dal modello esponenziale $N(t)=N_0e^{\lambda t}$. All'inizio del 2001 la popolazione era composta da 100 milioni di individui, mentre 10 anni dopo ne contava 120 milioni. Da quanti individui era costituita la popolazione all'inizio del 2006?

2. In un sistema di riferimento cartesiano Oxy si determini l'area racchiusa dalla ellisse, ruotata di 45°, di equazione $13x^2+13y^2-10xy=72$.

3. Data la funzione $f(x)=x\cos x$ ristretta all'intervallo $(-1;1)$, sia $g(x)$ la sua inversa. Si calcoli il valore di $g'(0)$.

4. Sia *f* una funzione definita in un intorno dell'origine e ivi derivabile con $f(0)=0; \quad f'(0)=2$. Si calcoli il limite $\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^x f(t)dt}{x^2}$.

5. Nell'insieme dei numeri complessi si risolva l'equazione $z^5=1$.

6. Sia $n>1$ un numero naturale. Dopo aver rappresentato il grafico della funzione $f(x)=\ln x$ per $x\in[1;n]$ si confronti l'area ad esso sottostante con quella complessiva dei rettangoli di base $[k-1;k)$ ed altezza $\ln k$, per valori naturali di *k* compresi tra 1 e *n*, e si giustifichi la disuguaglianza $n!\geq n^n\cdot e^{1-n}$.