DEFINIZIONE: Limite infinito di una funzione per *x* che tende ad un valore finito

Definizione: sia *f* una funzione definita in un intorno di x_0, escluso al più x_0. Si dice che

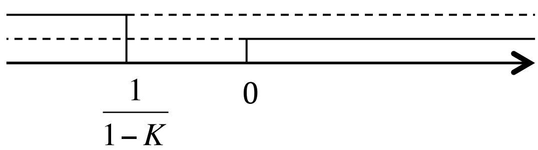
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \infty$$

se $\forall K > 0$ *esiste un intorno completo di* $x_0, I(x_0)$, *tale che, per ogni* $x \in I(x_0)$, *escluso al più* x_0, *risulta* $|f(x)| > K$.

La determinazione dell'intorno $I(x_0)$ si ha risolvendo le disequazioni che si originano dall'applicazione della definizione. Nel caso della funzione $f(x) = \frac{x-1}{x}$ risulta:

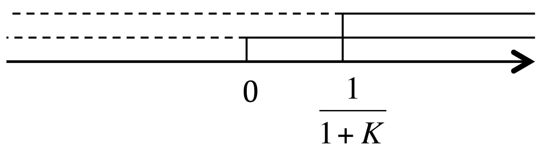
$\left|\frac{x-1}{x}\right| > K \Rightarrow \frac{x-1}{x} > K \vee \frac{x-1}{x} < -K$, da cui segue:

$\frac{x-1-Kx}{x} > 0 \Rightarrow \frac{(1-K)x-1}{x} > 0$



$\frac{1}{1-K} < x < 0$

$\frac{x-1+Kx}{x} < 0 \Rightarrow \frac{(1+K)x-1}{x} < 0$



$0 < x < \frac{1}{1+K}$

L'intorno completo di zero che soddisfa la definizione è dato dall'unione delle soluzioni delle due disequazioni: $I(0) = \left(\frac{1}{1-K};0\right) \cup \left(0;\frac{1}{1+K}\right)$.

Questo tipo di limiti è legato al concetto di *asintoto verticale*, una retta di equazione $x = x_0$, che si ha quando la funzione è definita in un intorno completo di x_0, escluso x_0, e tale che $\lim_{x \to x_0} f(x) = \infty$.