



## *"Liceo Scientifico Statale "Guido Castelnuovo"*

### COMPITO DI MATEMATICA

Classe IV sezione A

12/12/2009

#### PROBLEMI

1. Sono date le rette del piano cartesiano  $r: y = mx$ ,  $s: y - 1 = m'(x - 1)$ , dove  $m = \tan \theta$ ,  $m > 0$  e  $m' = \tan\left(\frac{\pi}{2} + 2\theta\right)$ ,  $m' < 0$ , ed i punti del piano  $O(0;0)$ ,  $C(1;1)$ ,  $A(1;0)$ ,  $B = r \cap x = 1$ ,  $D = r \cap s$ . Dopo aver individuato i limiti geometrici imposti all'angolo  $\theta$ , si determini la funzione  $f(\theta) = \frac{\text{Area}(BCD)}{\text{Area}(OAB)}$ .
2. E' data la parabola di equazione  $8x^2 + 8y^2 - 16xy - 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}y = 0$ . Si verifichi che la rotazione di un angolo di  $45^\circ$  rispetto all'origine ed un'opportuna trasformazione geometrica trasformano la parabola data nella parabola di equazione  $y = x^2$ .
3. Risolvere la seguente disequazione goniometrica nell'intervallo  $[0;\pi]$ :

$$\frac{\frac{1}{2} - \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x} \geq 0.$$

#### QUESITI

1. Si dimostri che la trasformazione di equazione  $\begin{cases} X = ax \\ Y = by \end{cases}$  muta le rette  $y = 2x + 1$  e  $y = 2x - 3$  in rette parallele. Quale deve essere la relazione tra i coefficienti affinché si conservi anche la perpendicolarità tra rette? Motivare la risposta.
2. Determinare le rette fisse per la simmetria rispetto all'origine.
3. Risolvere la seguente equazione:  $z^6 = -i$ .