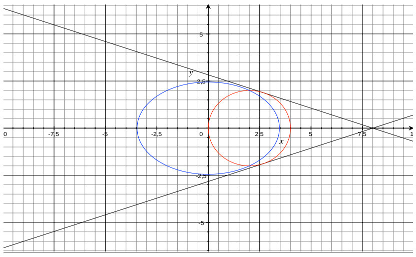
ESERCIZI ELLISSE NEL PIANO CARTESIANO

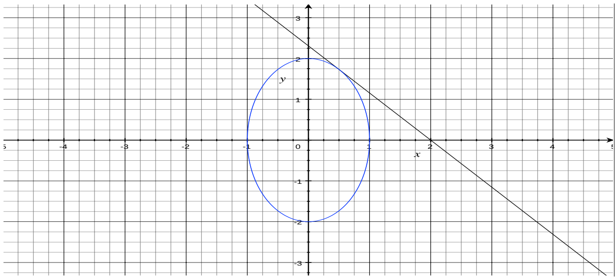
1. Scrivere l'equazione della circonferenza di centro C(2,0) e raggio 2. Determinare le equazioni delle tangenti alla circonferenza condotte dal punto (8,0). Scrivere l'equazione dell'ellisse con centro nell'origine e fuochi sull'asse x, passante per il punto di intersezione della circonferenza con la bisettrice del primo e terzo quadrante ed avente eccentricità $1/\sqrt{2}$. Rappresentare tutto sul piano cartesiano.
2. Determinare l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse x, eccentricità $\frac{4}{5}$ e passante per il punto $P(1,\frac{6\sqrt{6}}{5})$.
3. Trova l'equazione della tangente all'ellisse di equazione $4x^2+y^2=4$, nel suo punto di ascissa ½, che si trova nel quarto quadrante. Rappresentare graficamente l'ellisse e la retta tangente.
4. Scrivi l'equazione della retta tangente all'ellisse di equazione $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{36}=1$, nel suo punto di ordinata $3\sqrt{3}$ che si trova nel secondo quadrante.
5. Scrivere l'equazione dell'ellisse avente eccentricità uguale a $\frac{\sqrt{3}}{2}$ e gli estremi dell'asse maggiore nei punti (4;0) e (-4;0), e si determini l'equazione della retta ad essa tangente nel punto di coordinate (2; $\sqrt{3}$).
6. Scrivere l'equazione dell'ellisse passante per il punto P(3,2) e ivi tangente alla retta di coefficiente angolare $-\frac{3}{8}$.
7. Sono dati la circonferenza di equazione $(x-2)^2+y^2=4$, ed il punto di coordinate $P(2;k)$, con $k>0$, da cui vengono condotte le tangenti *s*, *t* alla circonferenza nei punti A e B. Si determini il valore di *k* per il quale il triangolo APB è equilatero. Per $k=4$, si trovino le equazioni delle rette tangenti e le coordinate dei punti A e B. Si scriva l'equazione dell'ellisse i cui fuochi sono le proiezioni dei punti A e B sull'asse delle ascisse, il cui semiasse maggiore misura 2. Infine, si scriva l'equazione della famiglia di parabole che intersecano l'asse delle ascisse nei punti di coordinate $O(0;0)$ e $(4;0)$, e tra queste s'individui quella tangente alle rette *s*, *t*. Si rappresenti tutto su un piano cartesiano.
8. Si scriva l'equazione della parabola con il fuoco nell'origine degli assi, e direttrice la retta $y=2$. E' possibile scrivere con un'unica espressione l'equazione della parabola e della sua simmetrica rispetto all'asse *y*? Si determinino le equazioni delle rette *r, s* tangenti alla parabola nei punti in cui questa taglia l'asse delle ascisse, e l'equazione dell'ellisse tangente alle rette *r, s*, con i fuochi sulla retta $y=\frac{1}{2}$, e passante per il vertice *V* della parabola. Si trovino, infine, le equazioni delle quattro circonferenze tangenti alle rette *r, s*, ed aventi raggio uguale all'eccentricità dell'ellisse. Si rappresentino tutti i luoghi geometrici sul piano cartesiano, e si scrivano le equazioni di tutte le simmetrie presenti.

Soluzioni

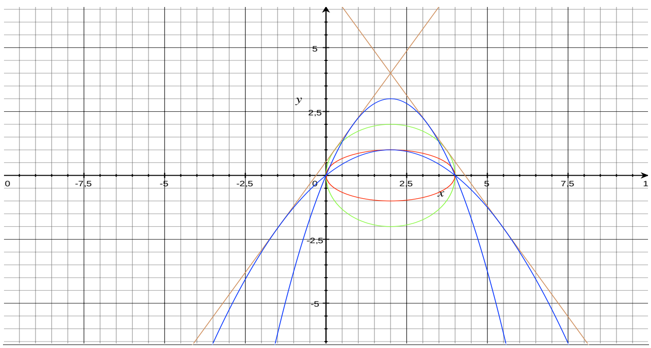
1. $y=\pm\frac{1}{2\sqrt{2}}(x-8)$, $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{6}=1$.



2. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.
3. $2x+\sqrt{3}y=4$.



4. $3\sqrt{2}x-2\sqrt{3}y+24=0$.
5. $x^2+4y^2=16$, $2x+4\sqrt{3}y=16$.
6. $x^2+4y^2=25$.
7. $k=4$, $\pm\sqrt{3}x-y+4\mp2\sqrt{3}=0$, $A(2-\sqrt{3};1), B(2+\sqrt{3};1)$, $\dfrac{(x-2)^2}{4}+y^2=1$, $y=ax^2-4ax$, $y=-\dfrac{1}{4}x^2+x$, $y=-\dfrac{3}{4}x^2+3x$.



8. $y=-\dfrac{x^2}{4}+1$; $y=ax^2+b|x|+c$; $A(2;0), B(-2;0), r: y=-x+2, s: y=x+2$; $\dfrac{x^2}{2}+4\left(y-\dfrac{1}{2}\right)^2=1$; $C_{1,2}=\left(\pm\sqrt{\dfrac{7}{4}},\dfrac{1}{2}\right)\Rightarrow\left(x\mp\sqrt{\dfrac{7}{4}}\right)^2+\left(y-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{7}{8}$; $C_{3,4}=x^2+\left(y-2\mp\sqrt{\dfrac{7}{4}}\right)^2=\dfrac{7}{8}$.