Definizione di Struttura Algebrica e di Gruppo

Definiamo **interna** un'operazione tra elementi di un insieme A, che si dice **chiuso**, se il risultato dell'operazione è ancora un elemento dell'insieme.
La coppia costituita dall'insieme A e dall'operazione binaria interna *, che indichiamo con $(A,*)$, si dice **struttura algebrica**. Vediamo qualche esempio.
L'insieme dei numeri naturali è chiuso rispetto all'addizione, ma non lo è rispetto alla sottrazione.
Più interessante è l'insieme dei numeri *interi* Z, all'interno del quale valgono le seguenti proprietà:

1. Se $x, y \in Z \Rightarrow x + y = z \in Z$ (**chiusura**);
2. Se $x, y, z \in Z \Rightarrow (x + y) + z = x + (y + z)$ (**associatività**);
3. $\forall x \in Z$ si ha che $x + 0 = 0 + x = x$ (**elemento neutro** 0);
4. $\forall x \in Z, \exists \overline{x} \in Z \mid x + \overline{x} = \overline{x} + x = 0$ (**opposto** di *x*).

In generale, se un insieme A viene munito di un'operazione binaria interna, rispetto alla quale valgono le proprietà 1-4 di cui sopra, l'insieme si dice **gruppo**. I gruppi sono quindi delle particolari strutture algebriche.