



# "Liceo Scientifico Statale "Guido Castelnuovo"

## COMPITO DI MATEMATICA

Classe V sezione A

14/10/2010

### ESERCIZI

1. Dopo aver dimostrato che la lunghezza del lato del poligono regolare di  $2^{n+1}$  lati è legata a quella del poligono di  $2^n$  lati, inscritto nella medesima circonferenza di raggio unitario, dalla relazione  $l_{2^{n+1}} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - (l_{2^n})^2}}$ , si calcoli il  $\lim_{n \rightarrow \infty} \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \cdots + \sqrt{2}}}}_{n-2}$ . (Suggerimento: il perimetro del poligono regolare di  $2^{n+1}$  al crescere del numero dei lati tende alla misura della circonferenza...)
2. Calcolare al variare del parametro  $\alpha$  il  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n^\alpha}\right)^{\sqrt{n}}$ .
3. Una pallina viene lasciata cadere dalla quota di un metro. Ad ogni impatto col suolo dissipa una quantità di energia che la fa rimbalzare ad una quota pari a  $\frac{7}{8}$  di quella precedente. Si calcoli la distanza complessiva percorsa dalla pallina quando avrà terminato di rimbalzare.
4. Si calcoli il  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{2^n + n}$  evidenziando i passaggi che permettono di applicare i teoremi noti e/o i limiti notevoli.

### QUESITI

1. Si calcoli e si dimostri, utilizzando la definizione di limite di successione, il  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - n^3}{n^3 + 4}$ .
2. Si dimostri che una successione limitata è convergente. E' vero il viceversa? Motivare la risposta.
3. Si spieghi perché, nelle ipotesi del teorema del limite del quoziente, non è richiesto che il termine generico della successione al denominatore sia diverso da zero.
4. Si dimostri che la somma di infiniti termini di una progressione geometrica di ragione  $0 < q < 1$  è  $\frac{1}{1-q}$ .
5. Sia  $x$  il numero decimale periodico misto  $x = 6,34\overline{58}$ . Si provi che  $x = 6,34\overline{58} = \frac{63458 - 634}{9900}$ . (Suggerimento:  
 $6,34\overline{58} = \frac{634}{100} + 58 \times 10^{-4} + 58 \times 10^{-6} + 58 \times 10^{-8} + \dots$ )