ESERCIZI CIRCONFERENZA NEL PIANO CARTESIANO

1. Si tracci il grafico della seguente funzione irrazionale:
$$y-2=\sqrt{1-x^2}\,.$$
2. Si risolva graficamente la seguente disequazione irrazionale:
$$\sqrt{1-x}\le 1-2x\,.$$
3. Sono dati i punti A(-1;-2) e B(3;-1). L'asse di AB interseca in E l'asse y e la retta a cui appartiene il segmento AB interseca in D l'asse x. Detto M il punto medio di AB:
   a) Si determini l'asse del segmento AB;
   b) Si determinino i punti E e D;
   c) Si scriva l'equazione della circonferenza tangente in E all'asse del segmento AB, e alla retta contenente il segmento AB.

4. Si determini l'equazione della circonferenza, tangente alla retta *r:* $y=4x$ ed alla sua simmetrica rispetto alla bisettrice del primo e del terzo quadrante, situata nel primo quadrante, ed avente raggio uguale a 4. Detti C il centro della circonferenza e B il punto di tangenza tra la circonferenza e la parallela *s* alla retta *r*, determinare l'area del triangolo ABC, dove A è il punto di intersezione della retta *s* con la bisettrice del primo e del terzo quadrante.

5. Sia C il centro di una circonferenza *C1* e P un punto esterno. Detto M il punto medio del segmento PC, si tracci la circonferenza *C2* di centro M e raggio MC. Indicate con A e B le intersezioni di questa con la circonferenza *C1*. Dimostrare che le rette PA e PB sono tangenti alla circonferenza *C1*.

6. Scrivere l'equazione della circonferenza tangente alla retta r di equazione $y=x+8$ nel punto di ascissa $x=6$ ed avente il centro sulla retta di equazione $x=2$.
7. Si disegni la circonferenza di equazione $x^2+y^2-2x+6y=0$, e si determinino i punti E ed F di ascissa 2. Si scriva l'equazione della tangente alla circonferenza nel punto di ordinata maggiore tra i due trovati.

8. Scrivere l'equazione della circonferenza avente centro nel punto (-2,-2) e tangente alle rette $y=2x \quad y=-\dfrac{x}{2}$.
9. Data la circonferenza di equazione $x^2+y^2-4x-4y=0$, determinare la retta tangente alla circonferenza nell'origine degli assi cartesiani.

10. Trovare l'equazione della circonferenza che passa per i punti A(0,-1) e B(-3,0) e ha il centro sulla retta di equazione $6x-y+4=0$ *(suggerimento: il centro, oltre che sulla retta data, sta anche sull'asse del segmento AB…).*
11. PROBLEMA
    a) Si scriva l'equazione della circonferenza *C* di centro (5;5) e tangente alla retta $t: y=2x$.
    b) Si individuino il punto di tangenza A della circonferenza *C* con la retta *t*, ed il punto A' di tangenza della circonferenza *C* con la retta *t'*, simmetrica della retta *t* rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante.
    c) Si calcoli l'area del quadrilatero OACA'.
    d) Si determinino le equazioni delle circonferenze tangenti esternamente a *C* e al semiasse positivo delle ascisse.

12. Si risolva graficamente la seguente disequazione irrazionale: $\sqrt{1-x}\le 1-2x$.

13. Si tracci il grafico della seguente funzione irrazionale: $y-2=\sqrt{1-x^2}$.

14. Determinare l'equazione della circonferenza passante per A(0,-2), B(0,6) e C(8,0).

15. Determinare l'equazione delle rette tangenti uscenti dal punto $P(\sqrt{2},0)$ alla circonferenza di centro l'origine e raggio 1.

16. Date le circonferenze di equazione $x^2+y^2-4x=0;\quad x^2+y^2-4y=0$, determinare la circonferenza di centro C(1,1) e passante per i punti intersezione delle due circonferenze. Calcolare inoltre l'area del quadrato circoscritto alla circonferenza trovata.

17. Determinare l'equazione della circonferenza circoscritta al triangolo isoscele ABC, sapendo che la base AB misura $6\sqrt{2}$ e sta sulla retta di equazione $y=x-4$, e che il vertice si trova nel punto $C(-1;5)$.

Soluzioni

2. $x\le 0$

3. $a)\,8x+2y-5=0\quad b)\,E\left(0;\frac{5}{2}\right), D(7;0)\quad c)\,(x-4)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2=17,\ (x+4)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=17$

4. $\left(x-\frac{4\sqrt{17}}{3}\right)^2+\left(y-\frac{4\sqrt{17}}{3}\right)^2=16\quad 4x-y-8\sqrt{17}=0\quad Area=8$

6. $(x-2)^2+(y-18)^2=32$

7. $E(2;0)F(2;-6)\quad x+3y-2=0$

8. $(x+2)^2+(y+2)^2=\frac{4}{5}$

9. $x+y=0$

10. $x^2+y^2-8y=9$

11. $a)\,(x-5)^2+(y-5)^2=5\quad b)\,A(3;6)A'(6;3)\quad c)\,Area=15\quad d)\ \left(x-3\sqrt{5}\right)^2+\left(y-15+6\sqrt{5}\right)^2=45(9-4\sqrt{5})$

12. $x\le 0$

14. $x^2+y^2-\frac{13}{2}x-4y-12=0$

15. $y=\pm\left(x-\sqrt{2}\right)$

16. $x^2+y^2-2x-2y=0$

17. $\left(x-\frac{12}{5}\right)^2+\left(y-\frac{8}{5}\right)^2=\frac{578}{25}$.

A-LEVEL MATHEMATICS

1. Write down the equation of the circle with centre $C=(1;2)$ and radius $r=3$.
2. Find the coordinates of the centre and the radius of the following circle: $x^2+y^2-2x+4y+4=0$.
3. Find the equation of the circle passing through three points: $(3;3),(1;4),(0;2)$.

4. Find the equation of the tangent to $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$ at $(1;7)$.
5. Find the point on the circle $x^2 + y^2 - 16x + 12y + 75 = 0$ which is a) nearest to, b) furthest from origin.
6. Find the equations of the circle touching both coordinate axes and passing through point $(2;1)$.
7. Find the two values of m for which the line $my = 11 - 3x$ is a tangent to the circle $x^2 + y^2 - 8x - 12y + 25 = 0$.
8. Find the equations of the two tangents from the origin to the circle $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 1$.