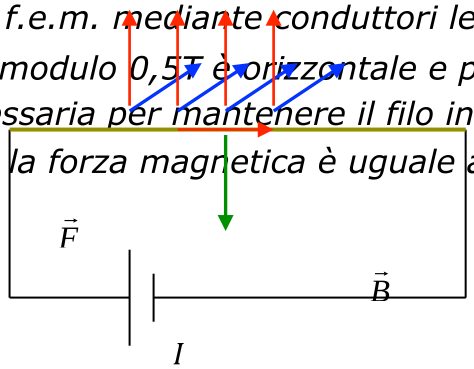
Campo Magnetico

Problemi

1. *Un pezzo di filo lungo 10,0cm ha la massa di 5,0g ed è collegato ad una sorgente di f.e.m. mediante conduttori leggeri e flessibili. Un campo magnetico* $\vec{B}$ *di modulo 0,5T è orizzontale e perpendicolare al filo. Si trovi la corrente necessaria per mantenere il filo in sospensione, cioè la corrente per cui la forza magnetica è uguale al peso del filo.*

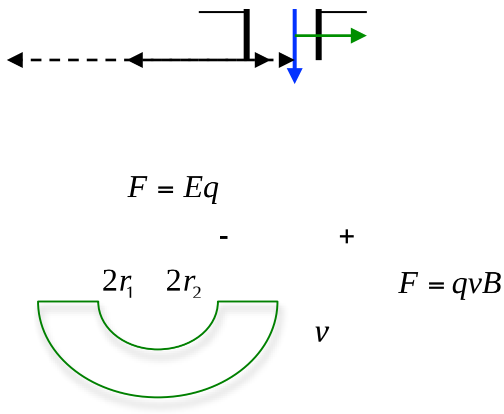


Dalle relazioni $\begin{cases} F = IlB \\ P = mg \end{cases}$ segue $F = P \Rightarrow IlB = mg \Rightarrow I = \frac{mg}{lB} 0{,}98A$.

2. *Particelle di carica q e massa m vengono accelerate da una differenza di potenziale* ΔV *ed entrano in una regione di campo magnetico* $\vec{B}$ *perpendicolare alla loro velocità. Se r è il raggio della loro orbita circolare, si dimostri che* $\frac{q}{m} = \frac{2\Delta V}{r^2 B^2}$.

L'espressione dell'energia cinetica $\frac{1}{2} m v^2 = q\Delta V$ e la seconda legge della dinamica $m\frac{v^2}{r} = qvB \Rightarrow v = \frac{q}{m} rB$ segue $\frac{1}{2} m \left(\frac{q}{m}\right)^2 r^2 B^2 = q\Delta V \Rightarrow \frac{q}{m} = \frac{2\Delta V}{r^2 B^2}$.

3. *Uno spettrografo di massa usa un selettore di velocità costituito da armature parallele distanti 2,0mm, tra le quali è applicata una differenza di potenziale di 160V. Il campo magnetico tra le armature è 0,42T. Il campo magnetico nello spettrografo di massa è 1,2T. Si trovino (a) la velocità degli ioni che entrano nello spettrografo di massa e (b) la distanza che separa sulla lastra fotografica le tracce per gli atomi* $^{238}U^{+}$ *(massa* $m_1 = 3{,}95 \cdot 10^{-25} kg$*) e* $^{235}U^{+}$ *(massa* $m_2 = 3{,}90 \cdot 10^{-25} kg$*).*



(a) la velocità è data imponendo la condizione di equilibrio tra la forza magnetica e quella elettrica tra le armature (effetto *raddrizzante* dei campi elettrico e magnetico):

$$\begin{cases} F = Eq = \dfrac{\Delta V}{d} q \\ F = qvB_a \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta V}{d} q = qvB_a \Rightarrow v = \frac{\Delta V}{dB_a} = 1{,}9 \cdot 10^5 \, \frac{m}{s}.$$

(b) Lo ione dell'atomo ${}^{238}U^+$ impatta la lastra a distanza $2r_1$ dalle armature da cui esce, mentre lo ione dell'atomo ${}^{235}U^+$ impatta a distanza $2r_2$. Il raggio delle semicirconferenze è $r_i = \dfrac{m_i v}{qB_s}$; quindi la distanza è data da

$$\Delta x = 2r_1 - 2r_2 = \frac{2v}{qB}\left(m_1 - m_2\right) = 9{,}9mm.$$

4. *Un ciclotrone ha il campo magnetico di 2,0T ed è progettato per accelerare protoni fino a 20 MeV. (a) Qual è la frequenza di ciclotrone? (b) Quale deve essere il minimo raggio del magnete affinché i protoni abbiano l'energia di 20 MeV all'uscita? (c) Se la differenza di potenziale applicata alle D ha un valore massimo di 50 kV, quante orbite devono compiere i protoni prima di uscire con l'energia di 20 MeV?*

(a) La frequenza di ciclotrone è data dalla seconda legge di Newton

$$m\frac{v^2}{r} = qvB \Rightarrow v = \frac{q}{m} rB \Rightarrow \omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} = 1{,}92 \cdot 10^8 \, rad/s.$$

(b) Si calcola la velocità del protone sfruttando la sua energia cinetica:

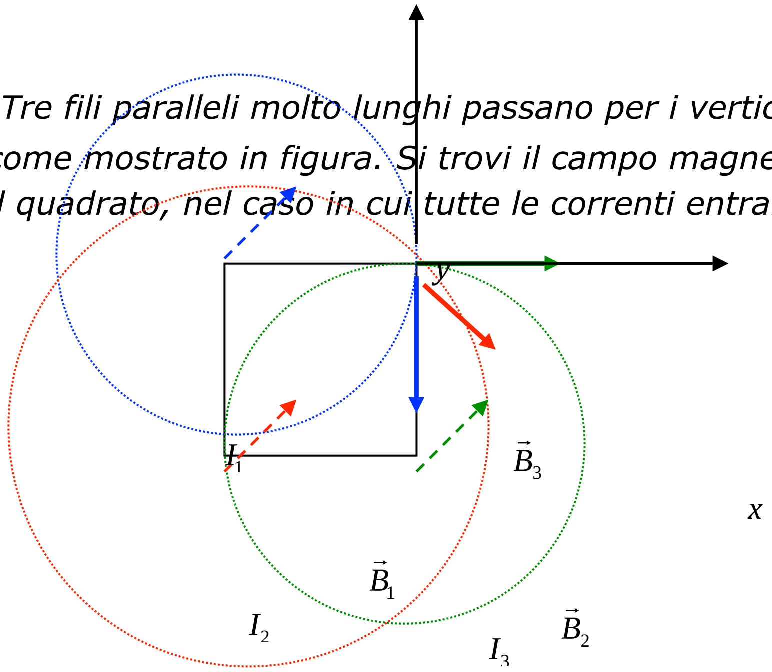
$$\frac{mv^2}{2} = K = 20MeV = 20 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} J = 3{,}2 \cdot 10^{-12} J \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

e si sostituisce nell'espressione

$$r = \frac{mv}{qB} = \sqrt{\frac{2Km}{q^2B^2}} = 3{,}23m.$$

Ogni *mezzo giro* l'energia cinetica aumenta della quantità $q\Delta V$. Il valore di 20 MeV per l'energia cinetica viene raggiunto dopo $N = \dfrac{K}{q\Delta V} = 400$ mezzi giri pari a 200 giri.

5. *Tre fili paralleli molto lunghi passano per i vertici di un quadrato di lato L come mostrato in figura. Si trovi il campo magnetico* $\vec{B}$ *nel vertice libero del quadrato, nel caso in cui tutte le correnti entrano nella pagina*.



Si scompone nei componenti lungo le direzioni x e y fissate il risultante dei tre campi magnetici prodotti dalle correnti circolanti nei lunghi fili, che si ottengono applicando la legge di Biot-Savart:

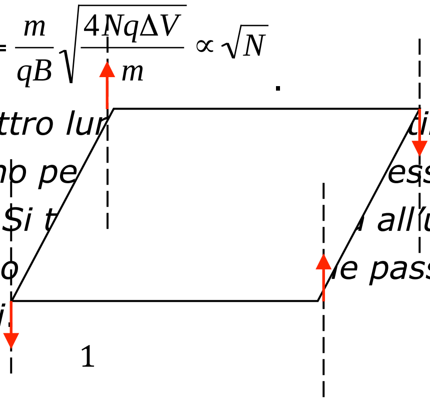
$$B_x = B_3 + B_{2x} = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi L} + \frac{\mu_0 I_2}{2\sqrt{2}\pi L}\cos 45° = \frac{\mu_0(2I_3 + I_2)}{4\pi L}$$

$$B_y = -B_1 - B_{2y} = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi L} - \frac{\mu_0 I_2}{2\sqrt{2}\pi L}\cos 45° = -\frac{\mu_0(2I_1 + I_2)}{4\pi L}.$$

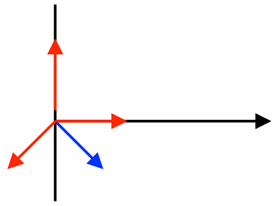
6. *Si dimostri che il raggio dell'orbita di un ciclotrone è direttamente proporzionale alla radice quadrata del numero di orbite compiute*.
Come sappiamo, ogni mezzo giro l'energia cinetica aumenta della quantità $q\Delta V$,quindi dopo N giri l'energia cinetica è $2Nq\Delta V = \frac{1}{2}mv^2$. Dall'espressione della forza di Lorentz segue $qvB = \frac{mv^2}{r}$; di conseguenza

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{4Nq\Delta V}{m}} \propto \sqrt{N}.$$

7. *Quattro lunghi fili rettilinei sono percorsi da una corrente I. In un piano perpendicolare ad essi passano per i vertici di un quadrato di lato a. Si trovi la forza per unità di lunghezza, agente su uno dei fili, nel caso in cui le correnti che passano per fili adiacenti hanno versi opposti*.



$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$



F_4/l F_1/l

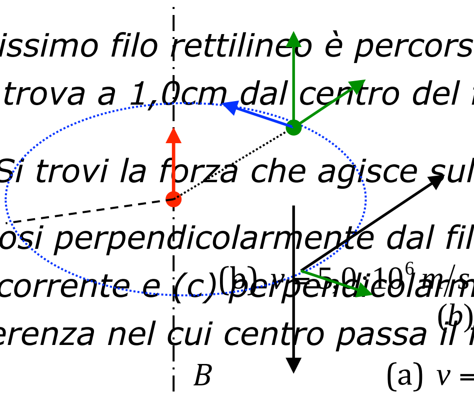
$B_4 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

F_3/l $B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a\sqrt{2}}$

Nella figura di destra sono rappresentati i campi magnetici e le forze per unità di lunghezza in corrispondenza del filo 2, visti dall'alto. Calcoliamo l'intensità della risultante delle forze per unità di lunghezza agenti sul filo (la direzione è quella della bisettrice del primo e terzo quadrante):

$$\frac{F}{l} = \sqrt{\left(\frac{F_1}{l}\right)^2 + \left(\frac{F_4}{l}\right)^2} - \frac{F_3}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\sqrt{2} - \frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\mu_0 I^2}{2\sqrt{2}\pi a}.$$

8. *Un lunghissimo filo rettilineo è percorso dalla corrente di 20,0A. Un elettrone si trova a 1,0cm dal centro del filo e si muove con la velocità di* $5{,}0\cdot 10^6\ m/s$*. Si trovi la forza che agisce sull'elettrone se esso si muove (a) allontanandosi perpendicolarmente dal filo, (b) parallelamente al filo nel verso della corrente e (c) perpendicolarmente al filo e tangenzialmente ad una circonferenza nel cui centro passa il filo.*



(b) $v = 5{,}0\cdot 10^6\ m/s$

$(b)\quad F = evB = \frac{ev\mu_0 I}{2\pi r} = 3{,}2\cdot 10^{-16} N$

(a) $v = 5{,}0\cdot 10^6\ m/s$

$I = 20{,}0A$

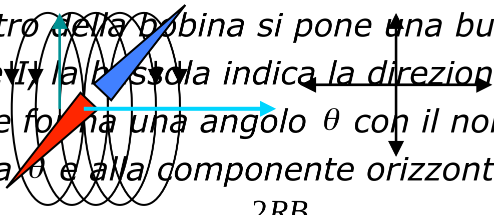
$r = 1{,}0cm$

(c) $v = 5{,}0\cdot 10^6\ m/s \Rightarrow \vec{v} \parallel \vec{B} \Rightarrow F = 0$

$$(a)\quad F = evB = \frac{ev\mu_0 I}{2\pi r} = 3{,}2\cdot 10^{-16} N$$

9. *Un amperometro relativamente economico, chiamato bussola delle tangenti, può essere realizzato usando il campo magnetico terrestre. Una bobina circolare piana di N spire e raggio R è orientata in modo tale che il campo magnetico* B_b *da essa prodotto nel suo centro sia orientato verso*

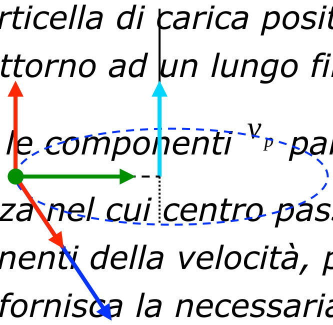
est o verso ovest. Nel centro della bobina si pone una bussola. Se nella bobina passa una corrente I, la bussola indica la direzione del campo magnetico risultante B che forma una angolo θ con il nord. Si dimostri che la corrente I è legata a θ e alla componente orizzontale del campo magnetico terrestre B_T dalla relazione $I = \dfrac{2RB_T}{\mu_0 N}\tan\theta$.



Il campo magnetico prodotto dalla bobina *piana* è dato dalla relazione $B_b = \dfrac{N\mu_0 I}{2R}$. La direzione del campo risultante è data dalla relazione: $\dfrac{B_b}{B_T} = \tan\theta$. Si dimostra quanto richiesto eliminando l’espressione del campo prodotto dalla bobina nelle relazioni appena trovate:

$$B_b = \frac{N\mu_0 I}{2R} = B_T \tan\theta \Rightarrow I = \frac{2RB_T}{\mu_0 N}\tan\theta$$.

10. *Una particella di carica positiva q si muove lungo una traiettoria elicoidale attorno ad un lungo filo percorso dalla corrente I. La sua velocità ha le componenti* v_p *parallela alla corrente e* v_t *tangente ad una circonferenza nel cui centro passa la corrente. Si trovi la relazione tra le due componenti della velocità, ponendo la condizione che la forza magnetica fornisca la necessaria forza centripeta.*



$F = qv_p B$

$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Si uguagliano le espressioni della forza magnetica $F = qv_p B = qv_p \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ e la seconda legge della dinamica $F = m\frac{v_t^2}{r}$, e si giunge alla relazione cercata:

$$v_p = \frac{2\pi m v_t^2}{q\mu_0 I}.$$