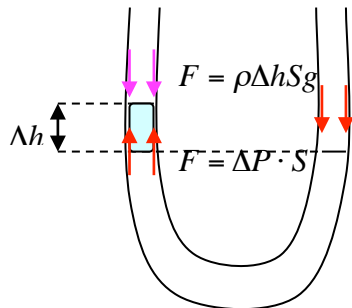


MECCANICA DEI FLUIDI

Esercizi e problemi

1. Un manometro è costituito da un tubo a forma di U che contiene il liquido ed è progettato per misurare piccole differenze di pressione tra i suoi due bracci. Se un manometro ad olio ($\rho = 900 \text{ kg/m}^3$) può essere letto con la precisione di $\pm 0,05 \text{ mm}$, qual è la minima variazione di pressione che si può apprezzare con quello strumento?



- In condizioni di equilibrio le forze agenti sull'elemento di fluido colorato si uguagliano, di conseguenza $\Delta P = \rho g \Delta h = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \pm 5 \cdot 10^{-5} \text{ m} = \pm 0,441 \text{ Pa}$.

2. Una zattera di $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ è spessa 10 cm ed è realizzata con legno avente densità relativa pari a 0,6. Quante persone di 70 kg possono stare sulla zattera senza bagnarsi i piedi se l'acqua è calma?

- Sia $P = 70 \cdot 9,8 = 6,86 \cdot 10^2 \text{ N}$ il peso di una persona. La spinta di Archimede si calcola supponendo che la superficie superiore della piattaforma si trovi in corrispondenza del pelo dell'acqua. Il volume della piattaforma è $V = A \cdot h = 9 \text{ m}^2 \cdot 0,1 \text{ m} = 0,9 \text{ m}^3$, la spinta di Archimede è quindi $S = \rho_{H_2O} A h g$. Questa forza deve bilanciare il peso della zattera più quello delle persone: $F = nP + \rho_{H_2O} \cdot 0,6 A h g$. Di conseguenza

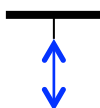
$$\rho_{H_2O} A h g = nP + \rho_{H_2O} \cdot 0,6 A h g \Rightarrow n = \frac{0,4 \cdot \rho_{H_2O} A h g}{P} \approx 5 \text{ persone.}$$

3. Un corpo ha una spinta nulla se la sua densità è uguale a quella del liquido in cui è immerso, e quindi non galleggia né affonda. Se la densità media di un sommozzatore di 75 kg è $0,96 \text{ kg/l}$, che massa di piombo bisognerebbe aggiungergli perché abbia spinta nulla?

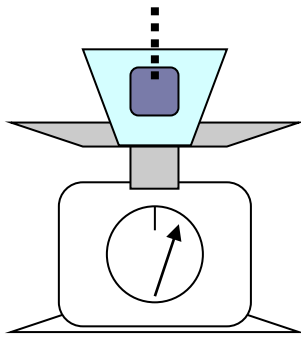
- La densità dell'acqua dovrà uguagliare quella del corpo costituito dal sommozzatore e dal piombo:

$$\rho_{H_2O} = \frac{m_s + m_p}{V_s + V_p} = \frac{m_s + m_p}{\frac{m_s}{\rho_s} + \frac{m_p}{\rho_p}} \Rightarrow m_p = \frac{m_s \left(\frac{1}{\rho_s} - 1 \right)}{\left(1 - \frac{1}{\rho_p} \right)} = \frac{75 \left(\frac{1}{0,96} - 1 \right)}{\left(1 - \frac{1}{11,34} \right)} = 3,42 \text{ kg.}$$

4. Un becher di 1 kg contiene 2kg di acqua ed è poggiato su una bilancia. Un blocco di alluminio di 2 kg (densità relativa 2,70) sospeso ad un dinamometro è immerso nell'acqua. Si trovino le indicazioni di entrambi gli strumenti.

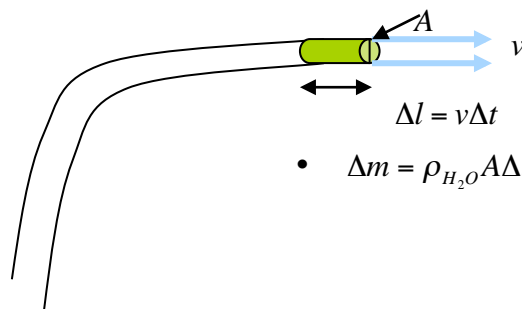


$$F_{\text{dinamometro}} = P - S = 12,34 \text{ N}$$



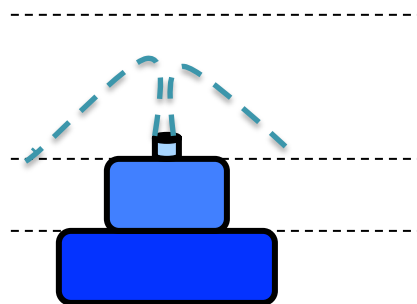
$$\begin{aligned}
 S &= \rho_{H_2O} V g = 7,26 N \\
 V &= \frac{m_{al}}{\rho_{al}} \\
 P &= \rho_{al} V g \\
 F_{bilancia} &= P_{tot} + S = 36,66 N \\
 P_{tot} &= (m_{H_2O} + m_b) g = 29,4 N
 \end{aligned}$$

5. Un pompiere regge un tubo piegato, come mostrato in figura. Dal tubo viene emessa acqua con un getto di 1,5 cm di raggio, con la velocità di 30 m/s. (a) Qual è la massa d'acqua che esce dal tubo in 1 s?



$$\Delta m = \rho_{H_2O} A \Delta l = \rho_{H_2O} \pi r^2 v \Delta t = 21 \text{ kg (litri)}$$

6. Una fontana progettata per sprizzare un getto d'acqua alto 12m in aria ha una strozzatura di 1cm di diametro a livello del suolo. La pompa dell'acqua è posta a 3m sotto il suolo. Il tubo che collega la pompa alla fontana ha un diametro di 2cm. Si trovi la pressione della pompa (trascurando la viscosità dell'acqua).



Livello 2: $v_2 = 0 \text{ m/s}$ $h_2 = 15 \text{ m}$

Livello 1: P_1 $A_1 = \pi(1/2)^2 \text{ cm}^2$ v_1 $h_1 = 3 \text{ m}$

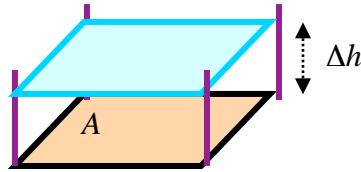
Livello 0: $P_0 = ?$ $A_0 = \pi(2/2)^2 \text{ cm}^2$ v_0 $h_0 = 0 \text{ m}$

- Si prendono in considerazione i tre livelli di riferimento come in figura. Tra il livello zero e il livello uno si sfrutta il modello del tubo di flusso nell'ipotesi di moto laminare. Tra il livello uno ed il livello due invece, si applica il modello del moto del proiettile ad ogni particella d'acqua uscente dalla fontana. Per la legge di Pascal, la pressione dell'acqua all'uscita dalla fontana è uguale alla pressione atmosferica.

$$\left\{ \begin{aligned}
 P_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 &= P_{atm} + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 \\
 A_0 v_0 &= A_1 v_1 \\
 0 - v_1^2 &= -2g(h_2 - h_1)
 \end{aligned} \right. \Rightarrow P_0 = P_{atm} + \rho g h_2 - \frac{\rho g (h_2 - h_1)}{16} = 241 \text{ kPa}$$

7. Una nave a vela passa da acqua di mare (densità relativa 1,03) ad acqua dolce e quindi affonda leggermente. Se essa si libera del carico di 600Mg, torna al suo livello iniziale. Supponendo che le fiancate della nave siano verticali vicino alla linea di galleggiamento, si

trovi la massa della nave prima che fosse scaricata.

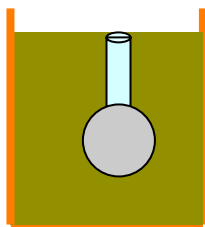


- Un corpo non affonda né galleggia in un liquido se la sua densità è uguale a quella del liquido. Il volume della nave non cambia quando viene liberata del carico, e può essere calcolato sulla base della considerazione appena fatta quando la nave si trova in mare: $\frac{M}{V} = 1,03 \Rightarrow V = \frac{M}{1,03}$, dove con M si è indicata la massa della nave prima che questa venga scaricata. Ripetiamo il ragionamento dopo che la nave è passata in acqua dolce:

$$\frac{M - m}{V} = 1,00 \Rightarrow M = m + 1,00V = m + \frac{1,00}{1,03} M \Rightarrow M = \frac{1,03}{0,03} m = 21 \cdot 10^6 \text{ kg}.$$

8. Il densimetro è uno strumento che permette di misurare la densità dei liquidi. Il bulbo contiene pallini di piombo e la densità dei liquidi può essere letta direttamente dal livello del liquido sul tubicino, una volta che esso sia stato tarato. Il volume del bulbo è 20ml, il tubicino è lungo 15cm con un diametro di 5,00mm, e la massa del vetro è 6,0g. (a) Che massa di pallini di piombo bisogna aggiungere perché la minima densità misurabile sia 0,9kg/l? (b) Qual è la densità massima di un liquido che si può misurare in quel caso?

- (a) In corrispondenza della minima densità il tubicino è immerso fino all'estremità superiore.

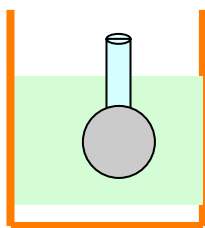


Indichiamo con V il volume del bulbo, con ρ_{\min} la densità minima, con m la massa del vetro e con M la massa di piombo da aggiungere. Il volume del tubicino è $\pi r^2 h$; all'equilibrio la spinta di Archimede bilancia il peso del densimetro, per cui:

$$\rho(V + \pi(d/2)^2 h)g = (M + m)g \Rightarrow M = \rho(V + \pi(d/2)^2 h) - m = 14,65 \text{ g}$$

(olio d'oliva).

- (b) In corrispondenza della massima densità il tubicino sta tutto sopra la superficie del liquido.



In questo caso si impone che:

$$\rho V g = (M + m)g \Rightarrow \rho = \frac{M + m}{V} = 1,0325 \text{ kg/l}$$

(acqua salata).

9. Quando spirano venti molto veloci, la pressione atmosferica all'interno di una casa può far esplodere il tetto a causa della riduzione di pressione esterna. Si calcoli la forza che si esercita su un tetto quadrato di lato 15m se la velocità del vento sul tetto è 30m/s.

- Dall'equazione di Bernoulli

$$P_{dentro} = P_{fuori} + \frac{1}{2}\rho v^2 \Rightarrow P_{dentro} - P_{fuori} = \frac{1}{2}\rho v^2 \Rightarrow$$

$$F = (P_{dentro} - P_{fuori})A = \frac{1,293 \text{ kg/m}^3 \cdot 30^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 \cdot 225 \text{ m}^2}{2} = 1,31 \cdot 10^5 \text{ N}$$