

Lavoro ed Energia Cinetica

Esercizi

1. Un'auto di massa 1000 kg viaggia alla velocità di 108 km/h quando urta frontalmente un'auto della massa di 800 kg che viaggia alla velocità di 72 km/h . Dopo l'impatto, il groviglio di auto percorre un tratto di strada della lunghezza di 10 m. Calcolare la velocità iniziale del groviglio, e si stimi il valore delle forze d'attrito.
2. Un proiettile di massa $m = 12 \text{ g}$, sparato alla velocità di 300 ms^{-1} , attraversa una parete fuoriuscendo alla velocità di 240 ms^{-1} . Si calcoli il lavoro compiuto dalla parete sul proiettile.
3. Un'automobile viaggia su una strada in piano alla velocità costante di 80 kmh^{-1} , con una potenza del motore pari a 50 kW . a) Stimare il modulo della forza dovuta agli attriti; b) se la massa dell'automobile è $m = 1 \cdot 10^3 \text{ kg}$, e questa si muove in salita con una potenza del motore di 60 kW , si stimi la pendenza della salita; c) lungo la salita di cui al punto precedente, l'automobile accelera uniformemente da 80 kmh^{-1} a 100 kmh^{-1} in 90 secondi. Si calcoli la potenza fornita dal motore durante i 90 secondi.
4. Un ghepardo impiega 4,0s per accelerare da fermo a una velocità di 27 m/s . Si calcoli la potenza media sviluppata da un esemplare di 45 kg durante la fase di accelerazione.
5. Un ciclista della massa di 65 kg percorre un tratto in salita che gli fa compiere un dislivello di 100 m in 1 km , in sella ad una bicicletta della massa di 7 kg . Sapendo che il coefficiente di attrito cinetico è $0,1$ e che il ciclista sta pedalando alla velocità di 15 km/h , si calcoli la potenza sviluppata dal ciclista.

Soluzioni

1. Il teorema della quantità di moto, applicato tra gli istanti iniziale e finale dell'urto (la risultante delle forze esterne è uguale a zero), consente di calcolare la velocità iniziale del groviglio di auto: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{V} = M \vec{V} \Rightarrow V = 7,8 \text{ m/s}$, nel verso della prima auto. Il teorema dell'energia cinetica permette di calcolare il lavoro delle forze d'attrito, e di stimarne quindi l'intensità: $0 - \frac{1}{2} MV^2 = -F_{at} \Delta x \Rightarrow F_{at} = \frac{MV^2}{2\Delta x} = 5,5 \cdot 10^3 \text{ N}$.
2. Il lavoro compiuto dalla parete è responsabile della diminuzione dell'energia cinetica del proiettile: $L = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = -1,94 \cdot 10^5 \text{ J}$.
3. a) La velocità costante è frutto dell'equilibrio tra le forze che possono essere erogate dal motore, e gli attriti di natura meccanica, la cui intensità può essere così stimata:
$$W = \frac{L_-}{\Delta t} = \frac{-F_{at} \Delta x}{\Delta t} = -F_{at} v \Rightarrow F_{at} = -\frac{W}{v} = 2,25 \cdot 10^3 \text{ N}.$$
 b) In salita, oltre agli attriti, c'è da bilanciare anche il lavoro passivo compiuto dal peso: $L_- = -(F_{at} + mg \sin \alpha) \Delta x$. L'incognita del problema è quindi il rapporto tra il dislivello Δh , ed il tratto di strada percorso per coprirlo, Δx : $\frac{\Delta h}{\Delta x} = \sin \alpha$. Quindi,
$$W = \frac{L_-}{\Delta t} = \frac{-(F_{at} + mg(\Delta h/\Delta x)) \Delta x}{\Delta t} = -(F_{at} + mg(\Delta h/\Delta x)) v \Rightarrow \frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{(W/v) - F_{at}}{mg} = 0,05 = 5\%.$$
 c) La potenza fornita dal motore in questo caso è la somma di quella erogata per il moto in salita a velocità costante, e di quella necessaria a variare l'energia cinetica durante la fase di accelerazione:
$$W_{tot} = 60 \text{ kW} + \frac{\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}}{\Delta t} = 60 \text{ kW} + 1,5 \text{ kW} = 61,5 \text{ kW}.$$

$$4. \quad W = \frac{L}{\Delta t} = \frac{ma\Delta x}{\Delta t} = \frac{mv^2}{2t} = 4,1 \cdot 10^3 W .$$

5. Il ciclista deve vincere attrito e forza di gravità:

$$P = F \cdot v = (mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta) v =$$

$$= (65 + 7) \cdot 10 \cdot \left(\frac{100}{1000} + 0,1 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{100}{1000} \right)^2} \right) \cdot \frac{15}{3,6} = 598 \cong 600 W .$$