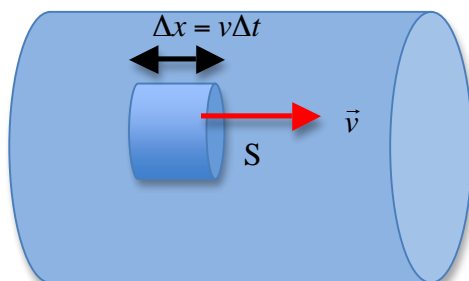


CAPITOLO 18

LE EQUAZIONI DI MAXWELL

18.1 Il flusso e la circuitazione

Sono due grandezze che permettono di descrivere in modo univoco un *campo vettoriale*. La loro definizione è suggerita dal campo della *velocità* di un liquido, per esempio acqua che fluisce in un tubo.

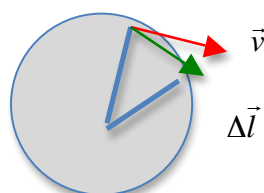


Il *flusso* del campo di velocità fornisce informazioni circa la quantità di liquido che passa attraverso una superficie S in un intervallo di tempo Δt . La quantità deve dipendere dalla disposizione della superficie rispetto alla velocità: il flusso è massimo se la superficie è perpendicolare al campo della velocità, minimo (zero) se è parallela. Se indichiamo con \vec{n} il versore perpendicolare alla superficie, il flusso del campo della velocità si può definire così:

$$\Phi = \sum S \vec{v} \cdot \vec{n} = \sum S v \cos \theta,$$

dove θ è l'angolo formato dal vettore velocità e dal versore normale alla superficie. Immaginiamo adesso il cilindro piccolo in figura, come una superficie ferma all'interno del *tubo di flusso* (superficie all'interno della quale scorre il liquido). Se al suo interno non ci sono pozzi né sorgenti, tanto liquido entra e tanto liquido esce: il flusso totale è zero.

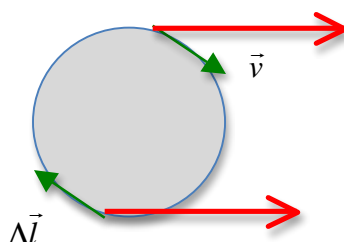
La *circuitazione* fornisce informazioni circa la traiettoria (*vorticosità*) delle linee di campo. Sempre in riferimento al campo della velocità di un liquido, possiamo distinguere due casi: quello in cui le particelle seguono traiettorie *aperte*, oppure *chiuse* su se stesse, come nel caso di un vortice, appunto. Nel caso particolare di un vortice circolare nel quale le particelle di liquido ruotano a velocità costante, ha senso definire il prodotto scalare della velocità per lo spostamento.



La somma di tutti questi prodotti sui singoli spostamenti è $v\Delta l_1 + v\Delta l_2 + \dots = v2\pi r$. In generale, questa somma di prodotti si chiama *circuitazione* e si definisce così:

$$\Gamma = \sum \vec{v} \cdot \Delta \vec{l} = \sum v \Delta l \cos \theta.$$

Nel caso in cui le particelle di liquido seguono traiettorie aperte, per motivi di simmetria la circuitazione è zero, come suggerito dalla figura seguente.



18.2 La sintesi di Maxwell

Faraday, così come Oersted, credeva che tutte le forze della natura fossero tra loro connesse in qualche modo. In particolare, riteneva che l'elettricità e il magnetismo fossero due diverse manifestazioni dello stesso fenomeno fondamentale. La chiave fu trovata nel 1845, quando Faraday osservò che un fascio di luce veniva deviato da un campo magnetico quando attraversava un vetro di grande spessore. Il limite di Faraday era dato dalla mancanza degli opportuni strumenti matematici per dimostrare che le onde luminose si possono propagare lungo le linee di forza elettriche o magnetiche, ipotizzando quindi un superamento del concetto di etere, ritenuto allora necessario per la propagazione della luce.

La sintesi concettuale e matematica di queste idee rivoluzionarie fu trovata da *James Clerk Maxwell* nella sua opera **Trattato di elettricità e magnetismo** (1873) che, per importanza, va ad affiancare i "Principia" di Newton. Addentriamoci nei ragionamenti che hanno portato Maxwell a stendere la sua opera. Fondamentale è il concetto di **campo**.

- 1) Il campo elettrico è generato dalle cariche elettriche. Le linee di forza "escono" dalle cariche positive ed "entrano" nelle cariche negative.
- 2) Non esistono poli magnetici isolati (le linee di forza del campo magnetico sono chiuse).
- 3) Un campo magnetico variabile induce nei conduttori una forza elettromotrice.
- 4) Le correnti elettriche generano, nello spazio che le circonda, un campo magnetico le cui linee sono chiuse e si avvolgono attorno alla corrente che le produce.

Approfondiamo il terzo principio (*legge di Faraday-Neumann-Lenz*). Si parla in realtà di variazione del flusso del campo magnetico, il che significa che se la spira è ferma ed è il campo magnetico a variare, sulle cariche ferme deve agire una forza di natura elettrica, le cui linee di forza "spingono" le cariche lungo la spira. Maxwell giunge così alla seguente generalizzazione:

3) *Un campo magnetico variabile genera un campo elettrico; le linee di questo campo sono chiuse attorno alle linee del campo magnetico che le ha prodotte.*

Maxwell partì da questa generalizzazione per formulare un'ipotesi completamente nuova: se un campo magnetico variabile induce un campo elettrico, perché non si può verificare anche l'ipotesi simmetrica, ovvero che *un campo elettrico variabile produce un campo magnetico*? La risposta affermativa a questa domanda fu data da Maxwell introducendo il concetto di *corrente di spostamento*, sulla base di considerazioni matematiche concernenti il principio 4), di cui tralasciamo gli aspetti tecnici. La natura del concetto di corrente di spostamento può essere compresa se pensiamo a cosa succede tra le armature di un condensatore quando queste vengono caricate; si forma tra esse un campo elettrico che può essere immaginato come "responsabile" del flusso di cariche positive nell'unità di tempo (corrente) dall'armatura negativa a quella positiva. Ricordando l'espressione del campo

elettrico tra le armature di un condensatore, $E = \frac{q}{S\epsilon_0} \Rightarrow q = \epsilon_0 ES \Rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta t} = \epsilon_0 \frac{\Delta(ES)}{\Delta t} = \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t}$, si

definisce *corrente di spostamento* la grandezza $I_s = \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t}$. Come vedremo, questo concetto porterà ad una correzione del Teorema di Ampère (punto 4)) ed al conseguente completamento della straordinaria opera di sintesi di Maxwell.

1. Teorema di Gauss per l'elettricità

Consideriamo una superficie (cosiddetta "gaussiana") sferica di raggio r , che racchiude una carica positiva q . Il **flusso** del campo elettrico \vec{E} , uscente da q attraverso l'elemento di superficie ΔS , parallelamente alla normale all'elemento, è dato dall'espressione

$$\Delta\Phi_E = E\Delta S \cos\theta = E\Delta S.$$

L'intensità del campo elettrico a distanza r è data dalla legge

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

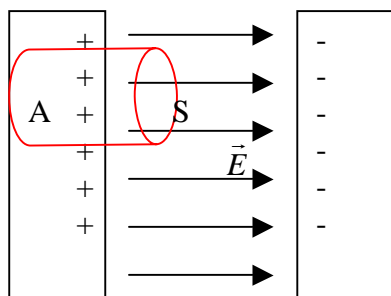
di conseguenza il flusso totale attraverso la superficie sferica è

$$\Phi_E = \sum E \Delta S = \sum \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Delta S = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sum \Delta S = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

In generale quindi, il flusso del campo elettrico prodotto da una carica q , attraverso una generica superficie chiusa, è dato da:

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{Teorema di Gauss per l'elettricità.}$$

Un'interessante applicazione di questo risultato è la determinazione dell'intensità del campo elettrico \vec{E} tra le armature piane di area S di un condensatore piano:



Applichiamo il teorema di Gauss con superficie gaussiana il cilindro in figura. Poiché l'armatura è un conduttore, la carica si disporrà sulla superficie, quindi il campo elettrico al suo interno è zero. Pertanto, il flusso di \vec{E} attraverso la base A del cilindro è zero. Anche il flusso di \vec{E} attraverso la superficie laterale è zero, poiché la normale forma un angolo retto con il vettore di campo. Complessivamente, l'unico contributo non nullo al flusso totale è quello attraverso la base S:

$$\Phi_E = ES.$$

Indicata con σ la densità di carica sulle armature, la carica racchiusa dal cilindro è

$$q = \sigma S,$$

e, per il teorema di Gauss,

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{S\epsilon_0}.$$

Per quanto riguarda la circuitazione del campo elettrostatico, la non chiusura su se stesse delle linee di campo uscenti (entranti) da una carica porta alla conclusione che

$$\Gamma_E = \sum E \Delta l \cos \theta = 0.$$

2. Teorema di Gauss per il magnetismo

Il teorema di Gauss per il magnetismo formalizza la non esistenza di poli magnetici isolati: le linee del campo magnetico formano cammini chiusi, convenzionalmente uscenti dal polo nord ed entranti nel polo sud del magnete. La conseguenza diretta è che il flusso uscente attraverso una qualsiasi superficie chiusa contenente la sorgente di campo magnetico è, complessivamente, zero: tante sono le linee uscenti, tante sono quelle entranti;

$$\Phi_B = 0 \quad \text{Teorema di Gauss per il magnetismo.}$$

3. Teorema di Ampère (generalizzato da Maxwell)

Maxwell, come già detto, partì dalla seguente considerazione: se la variazione di campo magnetico produce campo elettrico (passaggio di corrente), perché non può accadere anche il contrario? Il modulo del campo elettrico \vec{E} tra le armature di un condensatore è dato dall'espressione

$$E = \frac{q}{S\epsilon_0}.$$

Quando si aggiunge una carica Δq sull'armatura positiva, il campo aumenta della quantità

$$\Delta E = \frac{\Delta q}{S \epsilon_0}.$$

A questa carica è associata una corrente $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$, anche se, fisicamente, le cariche non fluiscono tra le armature, poiché tra queste vi è il vuoto. Il flusso di corrente è garantito dalle cariche che abbandonano l'armatura negativa. C'è quindi una discontinuità della corrente nell'attraversamento del condensatore. Per superare questa difficoltà Maxwell introduce il concetto di *corrente di spostamento*, legato in modo naturale a quello di campo elettrico:

$$I_s = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \epsilon_0 \frac{\Delta(ES)}{\Delta t} = \epsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t}.$$

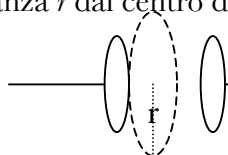
La relazione $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ conferma il “raccordo” tra la corrente circolante e la corrente di spostamento.

Indicata con I_c la corrente ordinaria concatenata con le linee chiuse del campo magnetico, il Teorema di Ampère viene scritto nella forma:

$$\Gamma_B = \sum B \Delta l \cos \theta = \mu_0 (I_c + I_s) = \mu_0 I_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t} \quad \text{Teorema di Ampère-Maxwell},$$

e così si sancisce che un campo elettrico variabile produce campo magnetico.

Applichiamo il teorema appena enunciato per calcolare l'intensità del campo magnetico in un punto a distanza r dal centro di un condensatore:



osserviamo innanzi tutto che:

1. all'interno del condensatore non circola corrente: $I_c = 0$.
2. Le linee di forza del campo magnetico prodotto dalla corrente di spostamento s'ipotizzano anch'esse circolari.

Alla luce di queste due osservazioni risulta chiaro che:

$$\begin{aligned} \sum B_i \Delta l &= \mu_0 (I_c + I_s) = \mu_0 I_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t} \\ 2\pi r B &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\pi r^2 \Delta E}{\Delta t} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 S}{2\pi r} \cdot \frac{\Delta E}{\Delta t}, \end{aligned}$$

dove con S abbiamo indicato l'area delle armature.

In questo caso, il campo magnetico indotto *segue* la variazione del flusso del campo elettrico tra le armature: se questo aumenta, allora anche l'intensità del campo magnetico indotto aumenta.

4. Legge di Faraday-Neumann-Lenz

Partiamo dalla legge di Faraday-Neumann-Lenz, che costituisce la base sperimentale dell'induzione elettromagnetica:

$$\epsilon_{ind} = - \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}.$$

La relazione che lega la *fem* indotta e il campo elettrico indotto, E_{ind} , responsabile della forza che spinge le cariche lungo il circuito anche quando questo è fermo ed è il campo magnetico a variare è

$$\epsilon_{ind} = \sum E_{ind} \Delta l \cos \theta = \Gamma_{E_{ind}}.$$

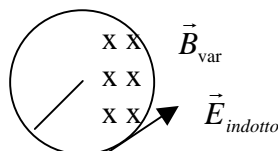
Possiamo quindi scrivere la legge di Faraday-Neumann-Lenz nella forma:

$$\Gamma_E = - \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \quad \text{Legge di Faraday-Neumann-Lenz},$$

in modo da evidenziare la simmetria con il Teorema di Ampère-Maxwell:

$$\Gamma_B = \sum B_i \Delta l = \mu_0 (I_c + I_s) = \mu_0 I_c + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t} \quad \text{Teorema di Ampère-Maxwell.}$$

Come applicazione di quest'ultima legge, occupiamoci di determinare il campo elettrico indotto in una spira immersa in un campo magnetico variabile.



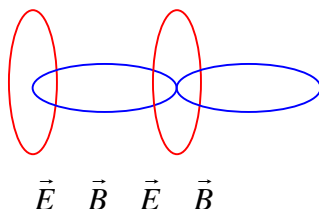
Supponiamo che la variazione del campo magnetico $\Delta \vec{B}$ sia perpendicolare al piano della spira e diretta internamente: questo induce una corrente tale da opporsi alla variazione del campo magnetico, inducendo di conseguenza un campo magnetico indotto nella direzione uscente dal piano della spira; il verso della corrente indotta sarà quindi antiorario. Si ha quindi:

$$\sum E_{ind} \Delta l \cos \theta = - \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \Rightarrow 2\pi r E_{ind} = -\pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow E_{ind} = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

Un'osservazione analoga a quella fatta nella precedente equazione porta a concludere, in virtù della legge di Lenz, che in questo caso il campo elettrico indotto *si oppone* alla variazione del flusso del campo magnetico.

18.3 Onde elettromagnetiche

Con la scoperta del fenomeno dell'induzione elettromagnetica inizia lo studio della mutua influenza dei campi elettrici e magnetici, e la conseguente introduzione del concetto di *campo elettromagnetico*. La teoria del campo elettromagnetico, sintetizzata da Maxwell, prevede che la mutua influenza dei campi elettrici e magnetici avvenga a *velocità finita* per mezzo di *onde elettromagnetiche* e non, come si credeva fino a quel momento, a velocità infinita per mezzo di un'*azione a distanza*.



Dalle equazioni di Maxwell all'equazione delle onde: la previsione della natura ondulatoria del campo elettromagnetico

Richiamiamo innanzitutto la forma d'onda ottenuta nel caso della corda

vibrante: $y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$. Osserviamo che $\frac{\partial y}{\partial x} = Ak \cos(kx - \omega t) \Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -Ak^2 \sin(kx - \omega t)$, e

che, analogamente, $\frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega \cos(kx - \omega t) \Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -A\omega^2 \sin(kx - \omega t)$. Eliminando il termine

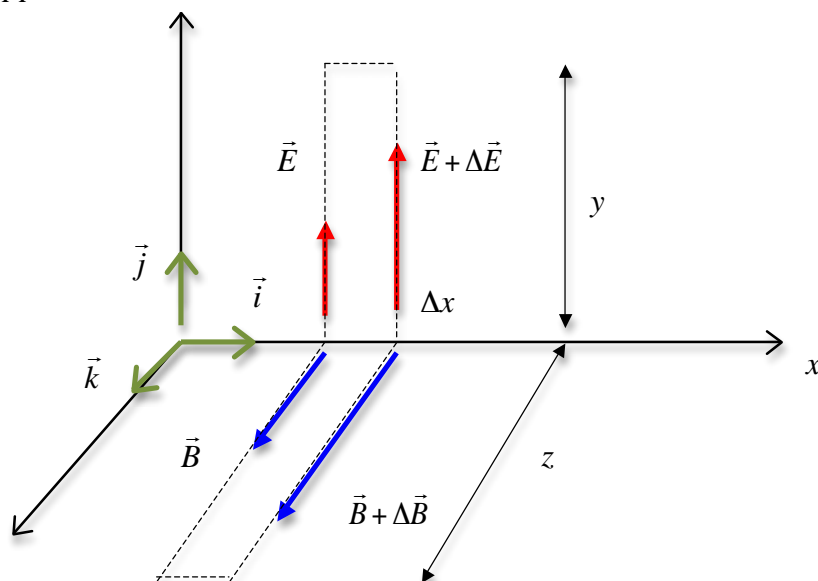
$A \sin(kx - \omega t)$ tra le due equazioni otteniamo la cosiddetta *equazione delle onde* $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$, dove

il termine $V = \omega/k$ rappresenta la velocità di propagazione dell'onda.

Lontano da cariche e correnti, nel caso speciale in cui il campo elettrico e magnetico che si inducono a vicenda sono perpendicolari tra loro, ed il piano che li contiene in ogni istante è perpendicolare alla

direzione di propagazione, le equazioni di Maxwell assumono la forma $\Gamma_B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t}$ e

$\Gamma_E = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$. Facciamo vedere, con procedimenti matematici, come da queste equazioni sia possibile ipotizzare una propagazione ondulatoria del campo elettrico e magnetico. Cominciamo col fissare un opportuno sistema di riferimento.



Si calcola la circuitazione dei campi sui *cammini amperiani* evidenziati in tratteggio, e il flusso attraverso le superfici da questi delimitate:

da $\Gamma_E = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$ segue $(E + \Delta E)y - Ey = -y\Delta x \left(\frac{\Delta B}{\Delta t} \right) \Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta x} = -\frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t}$, mentre dalla legge

$\Gamma_B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\Delta\Phi_E}{\Delta t}$ si ha $Bz - (B + \Delta B)z = \mu_0 \epsilon_0 z \Delta x \left(\frac{\Delta E}{\Delta t} \right) \Rightarrow -\frac{\Delta B}{\Delta x} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\Delta E}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\partial B}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$.

Derivando ulteriormente le ultime equazioni trovate otteniamo $\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B}{\partial x \partial t}$ e $\frac{\partial^2 B}{\partial t \partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$, da cui segue:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}.$$

Se adesso invertiamo l'ordine con cui si scelgono le variabili rispetto alle quali si derivano le equazioni sopra, otteniamo un'espressione analoga per il campo magnetico: $\frac{\partial^2 E}{\partial t \partial x} = -\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$ e $\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial x \partial t}$ da cui

$$\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}.$$

In analogia con il caso di un'onda meccanica, la velocità di propagazione di un'onda elettromagnetica nel vuoto è

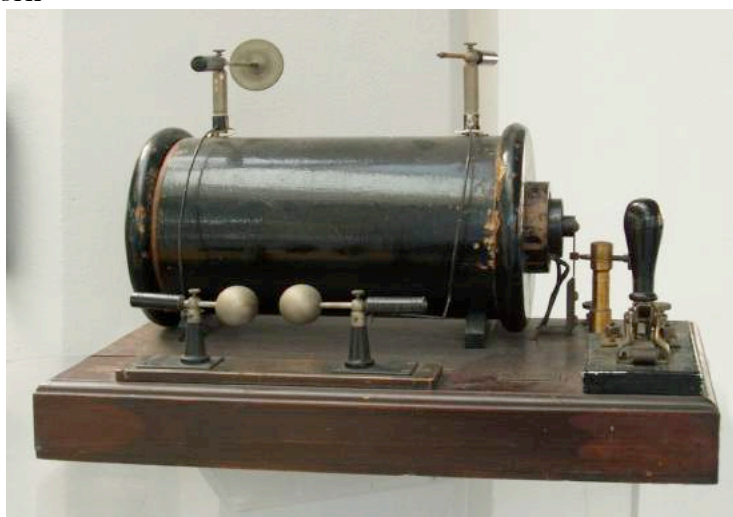
$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}},$$

che è proprio la *velocità della luce* nel vuoto.

La verifica sperimentale

Tuttavia, per accettare integralmente la teoria di Maxwell, occorre prove sperimentali a supporto di quanto da essa previsto. Queste prove furono ottenute nel 1888 da **Heinrich Hertz** utilizzando un dispositivo noto come *rocchetto di Ruhmkorff*, consistente in una bobina a induzione, tra i cui terminali, a volte, scoccano delle scintille. Queste scintille, in realtà, *oscillano* tra i terminali; Hertz scoprì che era possibile controllarne la frequenza di oscillazione, e che un conduttore posto con due terminali vicino alla bobina, *causava la produzione di una scintilla tra i terminali del conduttore, nello stesso momento in cui scoccava la scintilla tra i terminali della bobina*. Hertz associò la frequenza di oscillazione della scintilla tra i terminali della bobina a induzione, a quella delle onde elettromagnetiche trasportatrici dei campi elettrici e magnetici indotti. Per aggirare gli ostacoli di natura tecnica, legati alla misurazione dell'intervallo di tempo tra l'emissione e la rivelazione dell'onda elettromagnetica, sfruttò una proprietà tipica delle onde: l'interferenza. Hertz dispose una lastra di zinco in un'opportuna posizione all'interno del laboratorio e osservò fenomeni d'interferenza costruttiva e distruttiva, in perfetto accordo con i calcoli sviluppati assumendo come valore della velocità di propagazione quello previsto dalla teoria di Maxwell.

Rocchetto di Ruhmkorff



La scoperta che un'onda elettromagnetica si propaga nel vuoto con la stessa velocità con cui si propaga la luce, permise a Hertz di rafforzare l'idea che la luce è costituita da onde elettromagnetiche.

I meccanismi di emissione delle onde elettromagnetiche

Nel caso delle onde elettromagnetiche si hanno sostanziali differenze per quanto riguarda i meccanismi d'emissione, in base alle frequenze delle varie componenti monocromatiche. Per frequenze fino all'ordine dei 10^{12} Hz , a cui corrispondono lunghezze d'onda dell'ordine dei 10^{-4} m , i meccanismi di emissione possono basarsi sulle correnti variabili, mentre per frequenze superiori questo non è più possibile. Particolarmente interessante è quella regione dello spettro in cui si attestano le frequenze intorno all'ordine dei 10^{15} Hz ; si tratta delle onde elettromagnetiche che riceviamo con gli occhi: la *luce*.

Per descrivere il meccanismo di emissione della luce, occorre fare qualche considerazione preliminare sulla natura e le proprietà degli elettroni. Sappiamo che questi sono *quantizzati*, ovvero che si trovano in *stati* a cui corrisponde un determinato valore, costante, dell'energia. Ora, l'impossibilità di attribuire all'elettrone un moto accelerato intorno al nucleo (simile a quello dei pianeti intorno al sole), fa venire meno il meccanismo di propagazione di onde per variazione di corrente. Quando l'elettrone passa a un livello inferiore di energia, la parte di questa in eccesso viene emessa sotto forma di un *pacchetto d'onde* elettromagnetiche denominato *fotone*. Lo studio di questi fenomeni travalica i limiti della teoria classica dell'elettromagnetismo, e costituisce la base di

quella teoria fisica moderna denominata *meccanica quantistica*. Di natura puramente quantistica è la seguente legge: *la frequenza media di un fotone è direttamente proporzionale alla sua energia*.

Nel caso di un elettrone che passa da un livello E_1 a uno inferiore E_2 di energia, la frequenza media del fotone emesso è:

$$f = \frac{E_1 - E_2}{h}; \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s},$$

e la costante di proporzionalità h viene denominata *costante di Planck*.

Il processo inverso, quello per cui un elettrone passa a un livello superiore di energia, necessita di un apporto di energia *uguale* alla differenza tra i valori di energia corrispondenti ai livelli considerati; in caso di eccesso l'elettrone sarebbe costretto ad emettere a sua volta un fotone “per pareggiare i conti”: si tratta del cosiddetto *effetto Raman*, la cui osservazione è ritenuta estremamente improbabile. La proprietà per cui *un atomo in grado di emettere onde elettromagnetiche a determinate frequenze può soltanto assorbire onde delle stesse frequenze* prende il nome di *Legge di Kirchhoff*.

Per effetto del grado di simmetria contenuto nelle equazioni di Maxwell, è ragionevole supporre che l'onda elettromagnetica si propaghi in una direzione perpendicolare al piano in cui oscillano in ogni istante i campi elettrici e magnetici. Per questo motivo le onde elettromagnetiche sono *trasversali* e per convenzione si definisce *direzione di polarizzazione* quella del campo elettrico.

Lo spettro elettromagnetico

L'analisi della distribuzione delle varie componenti monocromatiche che costituiscono un'onda elettromagnetica, porta allo sviluppo del cosiddetto *spettro elettromagnetico*.

La propagazione di un'onda elettromagnetica avviene, nel vuoto, alla velocità della luce. La relazione tra frequenza e lunghezza d'onda è espressa dalla $c = \lambda f$. In base alla frequenza le onde elettromagnetiche si dividono in 6 gruppi principali; è possibile che diversi intervalli dello spettro si sovrappongano. Sempre come aveva intuito Faraday, la radiazione elettromagnetica può aver origine da cariche elettriche accelerate (ad esempio scaldando il materiale per aumentare l'energia vibrazionale delle cariche, oppure variando il moto delle cariche in un conduttore, come avviene nel caso dell'antenna):

	<i>FM</i>	88/108	<i>MHz</i>
	<i>AM</i>	550/1600	<i>KHz</i>
1. ONDE RADIO	<i>televisione</i>	44/216	<i>MHz</i>
	<i>microonde</i>	1/30	<i>GHz</i>

Si propagano per riflessione da parte della ionosfera (carica elettricamente). La prima comunicazione radio fu effettuata utilizzando il codice Morse. Nello spettro delle onde radio si trovano le radiazioni elettromagnetiche utilizzate nella tecnica **RADAR**, e pure le microonde che, grazie alla loro lunghezza d'onda, possono essere assorbite dall'acqua.

2. INFRAROSSO 720 – 50.000 nm

Sono onde con frequenza di poco più piccola di quella del colore rosso.

3. LUCE VISIBILE 380 violetto – 720 rosso nm

4. ULTRAVIOLETTO 10 – 380 nm (radiazione proveniente dal Sole)

5. RAGGI X 0,01 – 150 nm (dovuti agli urti di particelle cariche con la materia)

Maggiore è la frequenza, maggiore è la capacità dei raggi X di penetrare la materia

6. RAGGI γ 0 – 0,1 nm (radiazione emessa dal nucleo di un atomo).

Esercizio

1. Il campo elettrico componente un'onda elettromagnetica che si propaga in un mezzo materiale è rappresentato, in un sistema di riferimento Oxyz di versori rispettivamente $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$ dall'espressione $\vec{E} = E_0 \cos(at - bx) \vec{j}$. Si determini la direzione di propagazione, la lunghezza d'onda, la frequenza, la velocità di propagazione e l'energia dei fotoni.

18.4 La radiazione luminosa

Lo spettro dell'atomo è definito dall'insieme delle frequenze dei fotoni emessi durante il passaggio da uno stato energetico a un altro (*transizione*). Possiamo quindi affermare che la luce emessa da un atomo ne permette il riconoscimento mediante l'osservazione dello spettro.

Occupiamoci adesso dell'energia trasmessa da un'onda elettromagnetica considerando l'*irraggiamento* M : l'energia trasferita per unità di tempo e di superficie, che risulta essere proporzionale al *quadrato* dell'ampiezza dell'onda. Verifichiamo questa proprietà nel caso particolare di un'onda elettromagnetica che incide su un metallo, i cui elettroni vengono posti in moto oscillatorio dal campo elettrico dell'onda. L'energia trasferita dall'onda è responsabile del moto degli elettroni; tuttavia gli urti di questi con il reticolo ne dissipano una certa quantità per effetto Joule. Come noto, per la legge di Ohm la potenza dissipata è proporzionale al quadrato della corrente che, a sua volta, può essere considerata proporzionale al campo elettrico. Con la consuetudine di indicare l'ampiezza di un'onda elettromagnetica come il valore massimo del campo elettrico trasportato, possiamo ritenere verificata la proprietà dell'energia (e quindi dell'irraggiamento) di essere proporzionale al quadrato dell'ampiezza.

Anche la *temperatura* influenza l'irraggiamento. Se scaldiamo un metallo, aumenta la probabilità di trovare elettroni altamente energetici, in grado di ritornare allo *stato fondamentale* emettendo l'energia eccedente sotto forma di *radiazione*, cioè di emissione di onde elettromagnetiche. In questo contesto assume un'importanza fondamentale il concetto di *corpo nero*, un corpo "ideale" in grado di irradiare energia a *tutte* le frequenze. In natura (o, come sarebbe meglio dire, a temperatura ambiente sulla terra) i corpi sono neri perché l'energia da essi irradiata è bilanciata da quella assorbita. Come tutte le idealizzazioni, è possibile trovarne in natura soltanto delle buone approssimazioni. La radiazione di corpo nero obbedisce a due leggi fisiche: la *legge di Stefan-Boltzmann* e la *legge di Wien*.

La prima afferma che la potenza totale emessa sotto forma di onde elettromagnetiche da un corpo nero, in equilibrio termodinamico a una temperatura assoluta T , è proporzionale all'area della superficie emittente e alla quarta potenza della temperatura:

$$P = \sigma ST^4 \text{ (legge di Stefan-Boltzmann).}$$

La costante $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ è detta *costante di Stefan*.

L'irraggiamento dipende dalla distanza dalla sorgente emittente. Se la distanza è breve risulta:

$$M = \frac{P}{S} = \frac{\sigma ST^4}{S} = \sigma T^4.$$

A distanze più significative (r) l'irraggiamento è dato dalla relazione

$$M = \frac{P}{4\pi r^2}.$$

La legge di Wien esprime una relazione tra la temperatura e la lunghezza d'onda corrispondente al massimo di emissione:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \text{ (legge di Wien).}$$

Per un corpo a temperatura ambiente, dell'ordine cioè dei 300 K, il massimo di emissione avviene intorno ai $10 \mu\text{m}$ di lunghezza d'onda, ben lontano dal visibile. Per questo motivo i corpi neri a temperatura ambiente sulla superficie terrestre sono effettivamente "neri": per poterli vedere necessitano di essere illuminati, e sono esempi tipici le cavità di qualsiasi tipo. Il filamento di tungsteno alla temperatura di circa 3000 K ha un massimo intorno a $1 \mu\text{m}$, e possiamo "vedere" perché intorno a questo c'è un'ampia distribuzione di frequenze nella regione del visibile. Infine, la temperatura media sulla superficie del sole, circa 6000 K, fa sì che la fotosfera solare abbia un massimo di emissione intorno agli $0,5 \mu\text{m}$, praticamente al centro della regione del visibile.

Possiamo ragionevolmente affermare che l'evoluzione fisiologica dei nostri occhi è avvenuta così perché sul nostro pianeta la maggior parte della radiazione disponibile si trova proprio nella regione del visibile.

Tornando ai corpi a temperature prossime a quella ambiente, possiamo notare che l'emissione di questi avviene prevalentemente nella regione degli *infrarossi*; l'irraggiamento può essere considerato

a pieno titolo come un modo di *trasmissione del calore*, al pari della conduzione termica e della convezione.

Esercizi

2. Si trovi a quale lunghezza d'onda si ha un massimo di irraggiamento per un corpo arroventato a 900°C ?
3. Una lampadina ad incandescenza funziona con il filamento a 2800°C . Si calcoli la lunghezza d'onda corrispondente al massimo di emissione nel caso in cui la potenza risulti dimezzata.