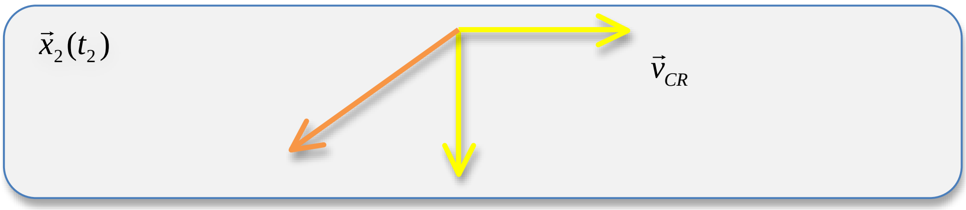
CAPITOLO 2
MOTI PIANI E SISTEMI DI RIFERIMENTO NON INERZIALI

Si dicono *piani* quei moti le cui traiettorie sono curve del piano, per la cui rappresentazione sono quindi necessarie, a differenza del moto rettilineo, due coordinate. La scelta di queste ricade di solito su quelle cartesiane ortogonali, ma anche sulle cosiddette *coordinate polari*, con le quali un punto viene rappresentato dalla sua distanza da un punto fisso detto *polo*, e dall'angolo formato dalla congiungente il punto con il polo e una semiretta fissata avente per origine il polo stesso.

2.1 Moti composti

Vogliamo risolvere il seguente problema.
Un nuotatore attraversa a 0,75m/s in direzione sud un fiume in cui la corrente scorre verso est. Il fiume è largo 81m. Quando l'uomo raggiunge l'altra sponda, si accorge di essere stato spostato di 90 m verso ovest. Qual è la velocità della corrente?

- La situazione è schematizzata nel modo seguente:



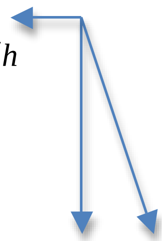
- La velocità del nuotatore rispetto alla corrente è determinata dalla relazione $\vec{v}_{NC} = \vec{v}_{NR} - \vec{v}_{CR}$. La velocità del nuotatore rispetto alla riva è $v_{NR} = 0,75 m/s$ e, in assenza di corrente, copre la distanza nella direzione nord-sud in $\Delta t = \frac{81}{0,75} = 108s$.
  Lo spostamento di 90m verso ovest, causato dalla corrente, viene coperto nello stesso tempo; la velocità della corrente è, quindi, $v_{CR} = \frac{90}{108} = 0,83 m/s$.

Esempi

1. Un aereo che vuol viaggiare in direzione sud alla velocità di 300 km/h, deve puntare nella direzione 20° sud-est per effetto del vento che soffia da est verso ovest. Determinare l'intensità (velocità rispetto alla terra) del vento.

- Si tratta di un moto composto: $\vec{v}_{AT} = \vec{v}_{AV} + \vec{v}_{VT} \Rightarrow \vec{v}_{VT} = \vec{v}_{AT} - \vec{v}_{AV}$

$v_{VT} = v_{AV} \sin 20° = 109\, km/h$



$v_{AV} = \frac{v_{AT}}{\cos 20°} = 319\, km/h$

2. Un punto si sposta di 10 km in direzione Ovest, poi di 3 km in direzione Nord. Si scrivano i vettori spostamento parziali e totale. Di quanto si è spostato dall'origine il punto? Quant'è la distanza percorsa?

- Indicato con $\Delta\vec{s}_i$ il vettore spostamento, si ha $\Delta\vec{s}_1 = (-10;0)$ e $\Delta\vec{s}_2 = (0;+3)$. Il vettore spostamento totale è, quindi, $\Delta\vec{s} = \Delta\vec{s}_1 + \Delta\vec{s}_2 = (-10,+3)$; il punto si è spostato dall'origine di una distanza pari a $\Delta s = \sqrt{10^2 + 3^2} = 10,44 km$, percorrendo una distanza complessiva di $d = |\Delta\vec{s}_1| + |\Delta\vec{s}_2| = 10 + 3 = 13 km$.

3. Un'automobile in moto alla velocità di 80 km/h vi viene incontro mentre viaggiate alla velocità di 120 km/h. Si determini la velocità dell'automobile rispetto a voi, caratterizzandola rispetto ad un opportuno sistema di riferimento.

- Si sceglie come sistema di riferimento la direzione ed il verso della vostra auto. Si ha, per la composizione delle velocità: $\vec{v}_{auto,noi} = \vec{v}_{auto,terra} + \vec{v}_{terra,noi} = -80\vec{i} - 120\vec{i} = -200\vec{i}$. Ci viene incontro alla velocità relativa di 200 km/h.

2.2 Moto parabolico

E' il moto descritto da un corpo (*proiettile*) lanciato nelle vicinanze della superficie terrestre. Per giungere all'equazione della traiettoria occorre fissare un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, con origine nel punto da cui il corpo viene lanciato. Il moto del proiettile è governato dall'azione della forza peso, che, come noto, in prossimità della superficie terrestre agisce in direzione perpendicolare al suolo. Con il sistema di riferimento scelto osserviamo che lungo l'asse *x* non agiscono forze, mentre lungo l'asse *y* agisce la forza peso costante.

Indicata la velocità iniziale con $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{i} + v_{0y}\vec{j}$, le leggi orarie assumono la forma $\begin{cases} x(t) = v_{0x}t \\ v_x(t) = v_{0x} \\ a_x(t) = 0 \end{cases}$ lungo la direzione *x* e $\begin{cases} y(t) = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y(t) = v_{0y} - gt \\ a_y(t) = -g \end{cases}$ lungo la direzione *y*.

Si tratta quindi di un moto rettilineo uniforme lungo la direzione *x* e di un moto rettilineo uniformemente accelerato lungo la direzione *y*. Le leggi orarie delle grandezze cinematiche sono quindi:

$\begin{cases} x(t) = v_{0x}t \\ v_x(t) = v_{0x} \\ a_x(t) = 0 \end{cases}$ lungo la direzione *x* e $\begin{cases} y(t) = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_y(t) = v_{0y} - gt \\ a_y(t) = -g \end{cases}$ lungo la direzione *y*. L'equazione cartesiana della traiettoria si ottiene eliminando la variabile tempo tra le equazioni che esprimono lo spostamento nelle direzioni orizzontale e verticale: $y = -\frac{g}{2v_{0x}^2}x^2 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x$, che rappresenta proprio l'equazione di una parabola.

La determinazione della quota massima

La massima altezza raggiunta dal proiettile, lanciato dal suolo, durante il moto può essere dedotta analiticamente, come vertice della traiettoria parabolica $x_V = \frac{v_{0x}v_{0y}}{g}; y_V = \frac{v_{0y}^2}{2g}$, oppure con le leggi orarie, essendo massima la quota raggiunta nell'istante di tempo in cui la velocità verticale è nulla: $v_y = 0 \Leftrightarrow t = \frac{v_{0y}}{g} \Rightarrow y_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g}$.

Esercizio. Determinare la quota massima nel caso di lancio da quota *h*. $\left[y_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} + h \right]$

La determinazione della gittata

Per *gittata* s'intende la distanza orizzontale dal punto di lancio, del punto d'impatto del proiettile. Anche questa grandezza si può determinare analiticamente (punto in cui la traiettoria parabolica interseca l'asse *x* ($y = 0 \Rightarrow x = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$), oppure servendoci delle leggi orarie del moto parabolico,

essendo la distanza orizzontale coperta nell'intervallo di tempo in cui il proiettile ricade al suolo:
$y=0 \Rightarrow t=\frac{2v_{0y}}{g} \Rightarrow x_{\max}=\frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$.

Esercizio. Determinare la gittata nel caso di lancio da quota *h*. $\left[x_{\max}=\frac{v_{0y}}{g}\left(v_{0y}+\sqrt{v_{0y}^2+2gh}\right)\right]$

La determinazione della velocità d'impatto col suolo

A partire dall'espressione vettoriale della velocità in un generico istante di tempo $\vec{v}=\vec{v}_x+\vec{v}_y=v_{0x}\vec{i}+(v_{0y}-gt)\vec{j}$ è possibile, utilizzando l'espressione dell'istante di tempo in cui il proiettile giunge al suolo, determinare con quale velocità ciò avviene: $\vec{v}_{suolo}=v_{0x}\vec{i}-v_{0y}\vec{j}$.

Esercizio. Confrontare l'espressione della velocità d'impatto con quella di partenza. $\left[\; v_x=v_{0x} \quad v_y=-v_{0y} \;\right]$

Esercizio. Si riformulino le relazioni di cui sopra nel caso generico di lancio a partire da una quota verticale *h*. $\left[\; v_x=v_{0x} \quad v_y=-\sqrt{v_{0y}^2+2gh} \;\right]$

Problemi

1. Calcolare la gittata di un corpo lanciato con velocità orizzontale $v_0=2$ m/s da una quota h =2 m. Calcolare la velocità iniziale di un corpo lanciato dalla stessa quota con un angolo di 30° affinché ricada a terra nello stesso punto del primo corpo. $\left[\; x_{\max}=1,28m \quad v_0'=2,31ms^{-1} \;\right]$

2. Un proiettile è lanciato dal punto O con una velocità iniziale di 20 m/s con un angolo di 45° sull'orizzontale. Determinare:
   a. la gittata; $\left[x_{\max}=40,8m\right]$
   b. le componenti e l'intensità del vettore velocità nel punto in cui il proiettile tocca terra. $\left[\; v_x=14,14ms^{-1}; \quad v_y=-14,14ms^{-1}; \quad v=20ms^{-1} \;\right]$
   c. La quota massima. $\left[y_{\max}=10,20m\right]$

3. Un giocatore di baseball corre nel tentativo di raggiungere la palla lanciata dall'altezza di 1,20 m da terra, con una certa velocità iniziale ed un angolo di 60°. Se il giocatore riesce a prendere la palla gettandosi a terra dopo una corsa di 50 m, si calcoli la velocità iniziale della palla. $\left[v_0 23,62ms^{-1}\right]$

4. Un giavellotto è lanciato da terra, con velocità iniziale di 29 m/s ed un angolo di 36° con l'orizzontale. Dopo quanto tempo forma un angolo di 18°? (*suggerimento: il giavellotto si può immaginare come un segmento tangente alla traiettoria del suo centro in ogni istante…)* $\left[t=0,96s\right]$

5. Un aereo viaggia da A verso B in direzione Nord e poi ritorna in A. La distanza tra A e B è L, la velocità dell'aereo in aria è *v*, la velocità del vento durante l'intero viaggio è *u*. Calcolare il tempo necessario per coprire l'intero percorso quando:
   a) Il vento soffia da nord; $\left[T=\frac{2vL}{v^2-u^2}\right]$

b) Il vento soffia da est. $\left[T=\frac{2L}{\sqrt{v^2-u^2}}\right]$

Suggerimento: determinare le velocità dell'aereo rispetto al suolo nei due tratti, il tempo per coprire il singolo tratto sarà dato dal rapporto tra la lunghezza L e la velocità trovata… La velocità dell'aereo rispetto al suolo è la somma di quella rispetto al vento e di quella del vento rispetto al suolo.

6. Un viaggiatore percorre 5 km in direzione ovest 45° nord, poi 8 km in direzione est ed infine 5 km ovest 45° sud. Determinare la distanza percorsa, i vettori spostamento parziali, e il vettore spostamento totale.

$$\left[\quad s=18km \quad \vec{s}_1=\left(-\frac{5}{\sqrt{2}},+\frac{5}{\sqrt{2}}\right)km, \vec{s}_2=(8,0)km, \vec{s}_3=\left(-\frac{5}{\sqrt{2}},-\frac{5}{\sqrt{2}}\right)km \quad \vec{s}=\left(8-5\sqrt{2},0\right)km \quad\right]$$

7. Un aereo che vuol viaggiare in direzione nord alla velocità di 300 km/h, deve puntare nella direzione 13° ovest da nord e viaggiare alla velocità di 250 km/h per effetto del vento. Si trovi la velocità *u* del vento rispetto al suolo.

$$\left[\quad u_x=56,24km/h \quad u_y=56,41km/h \qquad \theta=N45°E \quad u=79,7km/h \quad\right]$$

8. Una persona osserva la pioggia attraverso il finestrino di un treno fermo e nota che cade a 5 m/s. Dopo qualche minuto il treno si muove a velocità costante e la pioggia forma un angolo di 21° con la verticale. Qual è la velocità del treno? $v=[1,79\,m/s]$

9. Un punto si sposta di 5 km in direzione Est, e, successivamente, di 3 km in direzione Sud. Si scrivano i vettori spostamento parziali e totale. Di quanto si è spostato dall'origine il punto? Quant'è la distanza percorsa?

$$\left[\quad \vec{s}_1=(5,0)km; \vec{s}_2=(0,-3)km; \vec{s}=(5,-3)km \quad s=5,83km \quad 8km \quad\right]$$

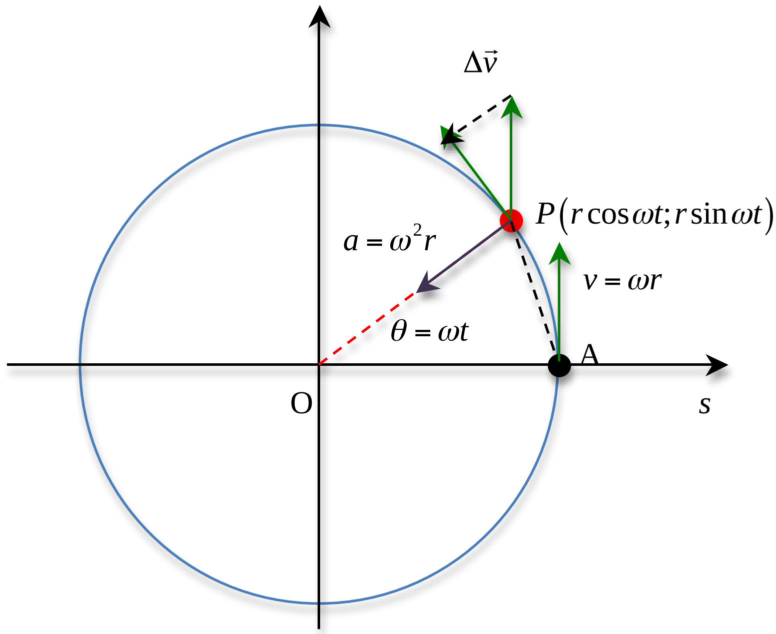
10. Un nuotatore deve attraversare un fiume largo 100 m da una riva all'altra. La velocità della corrente è di 0,5 m/s. Determinare la direzione in cui dovrà nuotare per attraversare il fiume in 2 minuti. $[\theta=121°]$ dalla riva, in senso antiorario

2.3 Moto circolare uniforme

In questo tipo di moto la traiettoria descritta è una circonferenza. Si parla di moto circolare *uniforme* se archi di circonferenza uguali, vengono percorsi in intervalli di tempo uguali. La velocità di variazione dell'angolo si dice *velocità angolare* e si indica così: $\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$. La velocità con cui viene percorso un qualsiasi arco della circonferenza si dice *velocità tangenziale*, ed è rappresentata da un vettore la cui direzione coincide con quella della tangente alla circonferenza in quel determinato istante di tempo, ed è legata alla velocità angolare dalla relazione $v=\omega r$, dove *r* è il raggio della circonferenza. Questa relazione è diretta conseguenza di quella che lega tra di loro la lunghezza dell'arco, del raggio, e l'ampiezza dell'angolo: $\Delta l=r\Delta\theta \Rightarrow v:=\frac{\Delta l}{\Delta t}=r\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\omega r$. La legge oraria con cui si esprime l'ampiezza dell'angolo è, di conseguenza, $\theta=\omega t$.

Il tempo impiegato per percorrere un giro completo della circonferenza si dice *periodo*, ed è legato alle grandezze viste dalla relazione $\omega=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi r}{v}$.

E' fondamentale osservare che, nel moto circolare uniforme, è costante solo l'*intensità* del vettore velocità tangenziale, in quanto la sua direzione cambia istante dopo istante. La variabilità del vettore velocità tangenziale origina, di conseguenza, un'accelerazione: la cosiddetta *accelerazione centripeta*.
E' possibile dimostrare, infatti, che nel moto circolare uniforme si ha un'accelerazione diretta lungo la direzione *radiale* nel verso che va dal punto *al* centro della circonferenza, d'intensità $a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$. Questa relazione può essere dedotta ragionando su piccoli angoli, in modo da sostituire l'arco AP con la corda (vedi figura sotto). In questo modo, stante la similitudine tra il triangolo OAP e quello formato dai vettori velocità e differenza di velocità, si può impostare la seguente proporzione: $\frac{\Delta l}{r} = \frac{\Delta v}{v} \Rightarrow \frac{\Delta l}{\Delta t r} = \frac{\Delta v}{\Delta t v} \Rightarrow \frac{v}{r} = \frac{a_c}{v} \Rightarrow a_c = \frac{v^2}{r}$. Notiamo come, al diminuire dell'angolo, la direzione del vettore $\Delta\vec{v}$ si avvicina sempre più a quella radiale: l'accelerazione di cui abbiamo calcolato l'intensità con la proporzione è effettivamente diretta verso il centro della circonferenza.



Esercizi

1. Due corpi si muovono di moto circolare uniforme con la stessa accelerazione centripeta. Se i raggi delle traiettorie sono $r_1 = 4r_2$, che relazione intercorre tra le frequenze di rotazione dei due corpi?
   - $\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega_1^2 r_1 = \omega_2^2 r_2 \Rightarrow \omega_2 = 2\omega_1 \Rightarrow f_2 = 2 f_1$.
2. Le pale di un'elica sono lunghe 200 cm ciascuna. Sapendo che la frequenza delle pale è $450\, giri/\min$, calcolare la velocità tangenziale degli estremi di una pala e di un punto della pala a 50,0 cm dall'asse di rotazione.
   - La velocità angolare della pala, di lunghezza $l = 2m$, è $\omega = 2\pi f = \frac{2,83 \cdot 10^3}{60} = 47,1 rad/s$. Di conseguenza la velocità degli estremi è $v = \omega l = 94,2\, m/s$, mentre quella di un punto a 50 cm dall'asse di rotazione è $v = \omega d = 23,6\, m/s$.
3. Un punto si muove di moto circolare uniforme. Se la frequenza iniziale viene ridotta ad un terzo, come si modifica il raggio della traiettoria affinché l'accelerazione centripeta risulti invariata?

- Indicati con *r* è con *r'* i raggi prima e dopo la modifica, risulta
  $a=\omega^2 r=4\pi^2 f^2 r=4\pi^2 \frac{f^2}{9} r' \Rightarrow r'=9r$.

4. Dopo quanto tempo le lancette di un orologio (quelle dei minuti e delle ore) si trovano sovrapposte a partire dalle ore 12:00? Quante volte avviene in un giorno questa sovrapposizione?
   - Dopo un'ora la lancetta delle ore ha percorso un angolo $\Delta\theta_h=\frac{2\pi}{12}$, mentre quella dei minuti $\Delta\theta_{\min}=2\pi$. Indichiamo con *t* i minuti che trascorrono, dopo un'ora, prima che la lancetta dei minuti si sovrapponga nuovamente a quella delle ore. Si avrà la prima sovrapposizione dopo un'ora e *t* minuti, dove $\frac{2\pi}{12}+\omega_h t=\omega_{\min} t$. Ora, la lancetta delle ore impiega 12 ore per fare un giro completo, mentre quella dei minuti un'ora; quindi $\omega_{\min}=12\omega_h$, da cui segue
     $t=\frac{2\pi}{12(\omega_{\min}-\omega_h)}=\frac{2\pi}{12\cdot 11\omega_h}=\frac{2\pi}{12\cdot 11\cdot\frac{2\pi}{12}h^{-1}}=\frac{1}{11}h=5,45\min$. Le lancette si troveranno sovrapposte dopo $1h5'27''$. Il ragionamento può essere generalizzato al fine di studiare i tempi delle sovrapposizioni in un'ora così: si avrà una sovrapposizione dopo *k* ore e *t* minuti, dove $\frac{2k\pi}{12}+\omega_h t=\omega_{\min} t \Rightarrow t=\frac{k}{11}h$. Le lancette si sovrapporranno ogni $\frac{12k}{11}h$, ovvero 11 volte in 12 ore (oltre all'istante iniziale), quindi 23 volte in un giorno.

5. Un carrello parte da fermo dal punto A e percorre, accelerando costantemente, un tratto rettilineo di lunghezza $L=2m$.

Quando giunge nel punto B, il carrello prosegue la sua corsa su una guida circolare di raggio $R=1m$, con velocità in modulo costante uguale a quella acquistata al termine del tratto rettilineo. Dopo aver precorso un arco di $\frac{5}{4}\pi$ radianti raggiunge il punto C e lascia la guida con direzione tangenziale ad essa. Determinare:

a) L'accelerazione nel tratto rettilineo iniziale affinché il carrello una volta staccatosi dalla guida circolare raggiunga la quota massima nel punto A. $\left[a=2,87ms^{-2}\right]$

b) Il tempo impiegato a percorrere l'arco di circonferenza. $\left[t=1,16s\right]$

6. Un pendolo conico ha un'apertura di 30° ed all'estremità libera è attaccata una massa ruotante a filo teso su un piano orizzontale. Dimostrare che la velocità con cui la massa ruota è indipendente dal valore della massa stessa. $\left[\begin{cases} T\cos\theta=mg \\ T\sin\theta=m\omega^2 R\end{cases} \Rightarrow \tan\theta=\frac{\omega^2 R}{g}\right]$

7. Un'automobile si appresta ad affrontare una curva di raggio $R = 50m$ alla velocità $v = 60kmh^{-1}$. Sapendo che il coefficiente di attrito statico tra gli pneumatici e l'asfalto è $\mu = 0,4$, stabilire se l'auto riuscirà ad effettuare la curva.

$\left[v = 16,7ms^{-1} \nleq \sqrt{\mu Rg} = 14ms^{-1}\right]$ l'auto non riuscirà a curvare

2.4 Sistemi di riferimento accelerati

Quanto detto fino ad ora vale nei sistemi di riferimento cosiddetti inerziali. Ma come ce li possiamo immaginare questi sistemi, in cui vale il primo principio della dinamica e rispetto ai quali riferire lo studio del moto dei corpi? La risposta non è semplice. Intanto, se ne esiste uno di questi sistemi *allora ne esistono infiniti*: tutti quelli che si muovono di moto rettilineo uniforme rispetto a quello dato. Possiamo approssimativamente considerare inerziale il sistema che ha l'origine nel sole e i tre assi che puntano nella direzione di tre stelle "fisse". In questo modo appare evidente che la terra non può essere considerata un sistema di riferimento inerziale, per via del suo moto di rivoluzione attorno al sole. Tuttavia, per i nostri scopi, la terra può approssimativamente essere considerata un sistema di riferimento inerziale: è difficile immaginare l'influenza del moto orbitale terrestre attorno al sole nello studio del moto di un punto materiale su un piano inclinato…

Diventa naturale, a questo punto, chiederci cosa ne è del secondo principio della dinamica nel caso di sistemi non inerziali, per esempio un autobus in frenata oppure una giostra che gira. Vale ancora la seconda legge della dinamica? Fortunatamente la risposta è affermativa, con qualche precisazione.

Chiamiamo le forze effettivamente agenti sul punto materiale *forze di interazione*, intendendo con queste le sole forze che sono in grado di osservare gli osservatori inerziali (quelli che stanno su un sistema di riferimento inerziale, chiamiamolo SI).

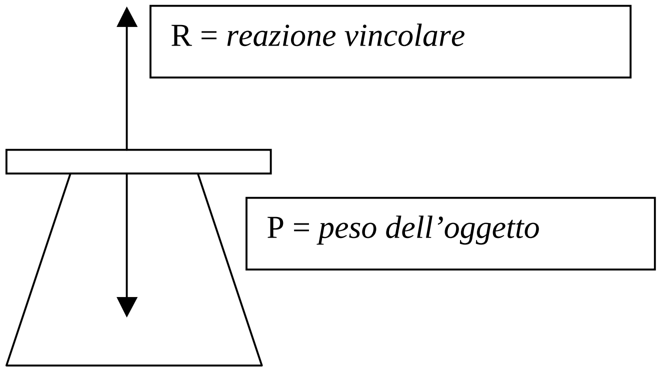
Gli osservatori che stanno su un sistema di riferimento non inerziale, chiamiamolo SNI, osservano accelerazioni diverse per il punto materiale, proprio in virtù della non inerzialità del sistema a cui appartengono. Queste diverse accelerazioni devono essere viste alla luce del secondo principio della dinamica: le forze che le causano sono forze che dipendono dal sistema di riferimento (non inerziale) da cui si osserva il punto materiale, per questo motivo vengono dette *forze apparenti o forze inerziali*.

Un esempio di applicazione di queste forze viene quotidianamente sperimentato dai passeggeri di un autobus quando questo riparte dopo una fermata: l'accelerazione necessaria per ripartire (rispetto alla terra) lo rende un sistema di riferimento non inerziale. Il passeggero sperimenta così un'accelerazione della stessa intensità e nella stessa direzione ma di verso opposto rispetto a quella dell'autobus. Il motivo di questo effetto è rappresentato dal principio d'inerzia, secondo cui il passeggero tende a rimanere nello stato in cui si trovava prima del cambiamento di velocità. Dal momento che il suo era uno stato di quiete, il mantenimento di questo dovrà avvenire con un'accelerazione vettorialmente opposta a quella dell'autobus. Al contrario, quando l'autobus frena, il passeggero, dovendo accelerare nel verso opposto per mantenere la velocità che aveva nell'istante in cui è iniziata la frenata, subisce una spinta verso la parte anteriore dell'autobus.

Il caso dell'ascensore

Un ascensore di un grattacielo è fermo ad un certo piano; tu sei dentro all'ascensore e stai effettuando un esperimento; hai disposto un oggetto pesante su una bilancia "pesa persone", che in realtà è un dinamometro. La bilancia segna 10 kg.

L'ascensore fermo ci permette di analizzare la semplice situazione statica dovuta all'equilibrio tra il peso dell'oggetto e la reazione vincolare della bilancia:



Scegliendo come direzione di riferimento quella verticale ascendente l'equazione della statica diventa:

$$R - P = 0\ .$$

La bilancia segnerà quindi 10 kg (massa dell'oggetto pesante) pari a

$$R = P = 98N\ .$$

Il valore della forza R è quello segnato dalla bilancia, se questa fosse tarata in newton!

Adesso l'ascensore parte verso l'alto, accelerando con $a = 2\,m/s^2$ *, costante, per un tempo di 1,5 s; quale valore indica la bilancia durante questo tempo?*

Seguiamo il suggerimento e sostituiamo la scala di misura in kg con una in newton.
Nel sistema di riferimento dell'ascensore, l'equazione della dinamica si scrive, nella direzione di riferimento scelta, così:

$$R - P = m(+a)\ .$$

Di conseguenza la bilancia segna

$$R = P + ma = mg + ma = m(g + a) = 118N\ .$$

L'oggetto pesante pesa realmente 118N? Certo che no! Ciò che la bilancia (tarata in newton…) segna è il peso dell'oggetto più la forza di 20N dovuta alla non inerzialità dell'ascensore in fase di accelerazione.

Passato questo tempo, la velocità raggiunta (3 m/s) si mantiene costante per ben 30 s; quale valore indica la bilancia durante questo moto uniforme?

Se il moto è uniforme, l'accelerazione dell'ascensore è nulla. Quindi l'equazione della dinamica diventa un'equazione della statica:

$$R - P = m \cdot 0 = 0\ .$$

La bilancia tornerà a segnare un valore per la forza pari a

$$R = P = 98N\ .$$

Alla fine l'ascensore decelera con $a = -2\,m/s^2$ *per un tempo di* $1,5s$, *fino a fermarsi; quale valore indica la bilancia durante questo tempo?*

Siamo di nuovo in una situazione dinamica con accelerazione non nulla; l'equazione corretta è dunque (stavolta l'accelerazione dell'ascensore è diretta verso il basso):

$$R - P = m(-a).$$

Di conseguenza la bilancia segna

$$R = P + ma = mg - ma = m(g-a) = 78N.$$

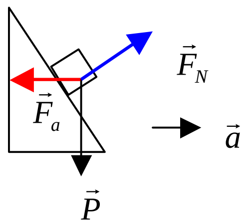
Esercizi

1. Una persona è in piedi su una bilancia situata alla base di un ascensore che sta accelerando. La bilancia segna un valore di 600N, mentre la massa della persona è di 55kg. Si determini l'accelerazione dell'ascensore, specificandone intensità e verso.
$\left[a = \frac{F_a}{m} = \frac{50N}{55kg} = 0,9\frac{m}{s^2}\right]$ verso l'alto.

2. Una persona della massa di 100kg si trova in piedi su una bilancia, tarata in Newton, posta sulla base di un ascensore che scende verso il basso con un'accelerazione di $0,8\frac{m}{s^2}$.
   a) Che tipo di forza misura in realtà la bilancia?.
   b) Calcolare la forza (direzione, intensità e verso) segnata dalla bilancia.
3. Un autobus frena improvvisamente passando dalla velocità di 36 km/h a 0 km/h in 3 secondi.
   c) Calcolare la decelerazione media dell'autobus.
   d) Calcolare la forza (direzione, intensità e verso) che avverte un passeggero di massa 80 kg, che si trova in piedi sull'autobus.
   e) Di che forza si tratta? A cosa è dovuta?

Il caso del piano inclinato in moto rettilineo uniformemente accelerato

Un blocco di massa 3 kg è appoggiato su un piano inclinato di un angolo alla base di 60°, in moto rettilineo uniformemente accelerato lungo un piano orizzontale. Si determini il valore massimo dell'accelerazione del piano inclinato affinché il blocco stia in equilibrio nel caso in cui tra il blocco e il piano inclinato il coefficiente di attrito statico è 0,5.



- Osserviamo preliminarmente che il blocco, nelle condizioni specificate, non starebbe in equilibrio se il piano si trovasse in quiete, in quanto la forza d'attrito massima sarebbe inferiore alla componente del peso lungo la direzione del piano inclinato: $mg\sin\alpha > k_s mg\cos\alpha$. All'equilibrio risulta

$$\begin{cases} F_x + F_{at,\max} = P_x \\ F_y + P_y = N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ma\cos\alpha + k(ma\sin\alpha + mg\cos\alpha) = mg\sin\alpha \\ ma\sin\alpha + mg\cos\alpha = N \end{cases}$$, da cui segue

$$a(\cos\alpha + k\sin\alpha) = g(\sin\alpha - k\cos\alpha) \Rightarrow a = g\frac{(\sin\alpha - k\cos\alpha)}{(\cos\alpha + k\sin\alpha)} = 6,47\,m/s^2.$$