

Definizione: Il teorema di Gauss per il campo elettrico

Un risultato di fondamentale importanza in elettrostatica mette in relazione il flusso del campo elettrico con la carica che lo produce: si tratta del **Teorema di Gauss** per il campo elettrico.

Il flusso del campo elettrico è direttamente proporzionale alla carica che lo produce:

$$\Phi = 4\pi kQ = \frac{Q}{\epsilon}.$$

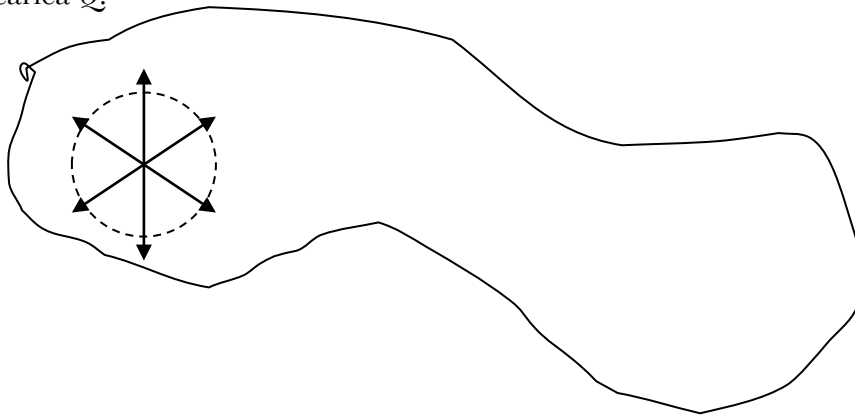
Dimostrazione. Consideriamo una superficie sferica di raggio r che racchiude la carica Q . La geometria della sfera è tale che il campo è perpendicolare in ogni punto della superficie alla superficie stessa, di conseguenza gli elementi di flusso possono essere scritti come

$$\Delta\Phi = E \cdot \Delta S = k \frac{Q}{r^2} \cdot \Delta S.$$

Il flusso totale si ottiene sommando i contributi dei singoli elementi di flusso:

$$\Phi = \sum E \cdot \Delta S = \sum k \frac{Q}{r^2} \cdot \Delta S = k \frac{Q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 \Rightarrow \Phi = 4\pi kQ.$$

A questo punto occorre generalizzare la dimostrazione al caso di una superficie chiusa *qualsiasi* che racchiude la carica Q .



Il numero di linee di forza uscenti dalla superficie generica è uguale al numero di linee che escono dalla superficie sferica in essa contenuta, e che racchiude la carica Q . Pertanto il risultato

$$\Phi = 4\pi kQ = \frac{Q}{\epsilon}$$

è da considerarsi dimostrato a tutti gli effetti. E' semplice osservare che il flusso è zero se la carica è esterna alla superficie; infatti, tante linee entrano e tante escono dalla superficie.