

Primo principio della Termodinamica

Esercizi svolti

- Un forno a microonde di 500W è usato per riscaldare 250ml d'acqua. Quanto tempo impiega per riscaldare l'acqua da 20°C a 90°C?
 - Il riscaldamento dell'acqua si compie in un intervallo di temperatura in cui non sono previsti cambi di stato. Di conseguenza il calore fornito è dato dalla relazione $Q = P\Delta t = mc_{H_2O}\Delta T$, da cui segue un tempo necessario per riscaldare la quantità d'acqua dato da

$$\Delta t = \frac{250 \cdot 10^{-6} m^3 \cdot 10^3 kg/m^3 \cdot 4,18 \cdot 10^3 J/(kg \cdot K) \cdot (90 - 20) K}{5 \cdot 10^2 J/s} = 146 s = 2 \text{ min } 46 s.$$
- Un barattolo isolato di alluminio di 200g contiene 50g di acqua a 20°C. Si riscaldano 300g di pallini di alluminio fino a 100°C e si mettono nel barattolo. Usando il valore del calore specifico dell'alluminio $c_{al} = 0,900 kJ/(Kg \cdot K)$ e dell'acqua $c_{H_2O} = 4,18 kJ/(Kg \cdot K)$, si trovi la temperatura finale del sistema, supponendo di non cedere calore all'ambiente esterno.
 - Il calore ceduto dai pallini di alluminio è $Q_c = m_p c_{al} (T - T_{i,al})$. Questo calore viene acquistato dal barattolo e dall'acqua in esso contenuta:

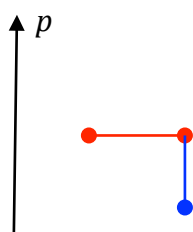
$$Q_a = (m_b c_{al} + m_{H_2O} c_{H_2O}) (T - T_{i,b+H_2O}).$$
 Siccome non viene ceduto calore all'ambiente esterno, si ha $Q_c + Q_a = 0$. Sostituendo nell'ultima espressione le quantità riferite al calore ceduto e a quello acquistato si ottiene

$$(m_b c_{al} + m_{H_2O} c_{H_2O}) (T - T_{i,b+H_2O}) + m_p c_{al} (T - T_{i,al}) = 0$$

$$((m_b + m_p) c_{al} + m_{H_2O} c_{H_2O}) T = (m_b c_{al} + m_{H_2O} c_{H_2O}) T_{i,b+H_2O} + m_p c_{al} T_{i,al}.$$

$$T = \frac{(m_b c_{al} + m_{H_2O} c_{H_2O}) T_{i,b+H_2O} + m_p c_{al} T_{i,al}}{((m_b + m_p) c_{al} + m_{H_2O} c_{H_2O})} = 326 K = 53^\circ C$$
- Una mole di gas perfetto è inizialmente nello stato caratterizzato da $p_1 = 3 \cdot 10^5 Pa$, $V_1 = 1 \cdot 10^{-3} m^3$ e $U_1 = 450 J$. Il gas viene fatto espandere a pressione costante fino al volume $V_2 = 3 \cdot 10^{-3} m^3$, infine viene raffreddato a volume costante fino al raggiungimento dello stato finale caratterizzato da $p_3 = 2 \cdot 10^5 Pa$, $V_3 = 3 \cdot 10^{-3} m^3$ e $U_3 = 900 J$. (a) Si tracci questo processo su un diagramma pV e si calcoli il lavoro compiuto dal gas. (b) si trovi il calore fornito al gas durante il processo.

Stato 1	Trasformazione	Stato 2	Trasformazione	Stato 3
$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2} nRT$	$Q = \Delta U + L$ $\Delta U = C_V \Delta T$ $L = p\Delta V$	$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2} nRT$	$Q = \Delta U + L$ $\Delta U = C_V \Delta T$ $L = 0$	$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2} nRT$
$p_1 = 3 \cdot 10^5 Pa$	ISOBARA	$p_2 = 3 \cdot 10^5 Pa$	ISOCORA	$p_3 = 2 \cdot 10^5 Pa$
$V_1 = 1 \cdot 10^{-3} m^3$	$L = p\Delta V = 600 J$	$V_2 = 3 \cdot 10^{-3} m^3$	$L = p\Delta V = 0 J$	$V_3 = 3 \cdot 10^{-3} m^3$
$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} = 36,1 K$	$\Delta U = 900 J$	$T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = 108,3 K$	$\Delta U = -450 J$	$T_3 = \frac{p_3 V_3}{nR} = 72,2 K$
$U_1 = 450 J$	$Q = 1500 J$	$U_2 = 1350 J$	$Q = -450 J$	$U_3 = 900 J$



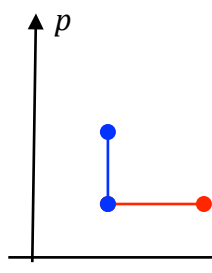
(a) $L = L_{12} + L_{23} = 600 J + 0 J = 600 J$

(b) $Q = Q_{12} + Q_{23} = 1500 J - 450 J = 1050 J$

—————→ V

4. Una mole di gas perfetto è inizialmente nello stato caratterizzato da $p_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_1 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ e $U_1 = 450 \text{ J}$. Il gas viene raffreddato a volume costante finché la pressione non raggiunge il valore $p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, poi si espande a pressione costante fino al raggiungimento dello stato finale caratterizzato da $p_3 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_3 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ e $U_3 = 900 \text{ J}$. (a) Si tracci questo processo su un diagramma pV e si calcoli il lavoro compiuto dal gas. (b) si trovi il calore fornito al gas durante il processo.

Stato 1	Trasformazione	Stato 2	Trasformazione	Stato 3
$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2}nRT$	$Q = \Delta U + L$ $\Delta U = C_V \Delta T$ $L = p\Delta V$	$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2}nRT$	$Q = \Delta U + L$ $\Delta U = C_V \Delta T$ $L = 0$	$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2}nRT$
$p_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	ISOCORA	$p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	ISOBARA	$p_3 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
$V_1 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$	$L = p\Delta V = 0 \text{ J}$	$V_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$	$L = p\Delta V = 400 \text{ J}$	$V_3 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} = 36,1 \text{ K}$	$\Delta U = -150 \text{ J}$	$T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = 24,1 \text{ K}$	$\Delta U = 600 \text{ J}$	$T_3 = \frac{p_3 V_3}{nR} = 72,2 \text{ K}$
$U_1 = 450 \text{ J}$	$Q = -150 \text{ J}$	$U_2 = 300 \text{ J}$	$Q = 1000 \text{ J}$	$U_3 = 900 \text{ J}$

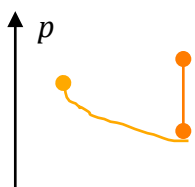


(a) $L = L_{12} + L_{23} = 0 \text{ J} + 400 \text{ J} = 400 \text{ J}$

(b) $Q = Q_{12} + Q_{23} = -150 \text{ J} + 1000 \text{ J} = 850 \text{ J}$

5. Una mole di gas perfetto è inizialmente nello stato caratterizzato da $p_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_1 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ e $U_1 = 450 \text{ J}$. Il gas si espande isotericamente fino al raggiungimento dei valori di pressione $p_2 = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ e volume $V_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, poi viene riscaldato a volume costante fino al raggiungimento dello stato finale caratterizzato da $p_3 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_3 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ e $U_3 = 900 \text{ J}$. (a) Si tracci questo processo su un diagramma pV e si calcoli il lavoro compiuto dal gas. (b) si trovi il calore fornito al gas durante il processo.

Stato 1	Trasformazione	Stato 2	Trasformazione	Stato 3
$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2}nRT$	$Q = \Delta U + L$ $\Delta U = C_V \Delta T$ $L = p\Delta V$	$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2}nRT$	$Q = \Delta U + L$ $\Delta U = C_V \Delta T$ $L = 0$	$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2}nRT$
$p_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	ISOTERMA	$p_2 = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	ISOCORA	$p_3 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
$V_1 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$	$L = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = 330 \text{ J}$	$V_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$	$L = p\Delta V = 0 \text{ J}$	$V_3 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} = 36,1 \text{ K}$	$\Delta U = 0 \text{ J}$	$T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = 36,1 \text{ K}$	$\Delta U = 450 \text{ J}$	$T_3 = \frac{p_3 V_3}{nR} = 72,2 \text{ K}$
$U_1 = 450 \text{ J}$	$Q = 330 \text{ J}$	$U_2 = 450 \text{ J}$	$Q = 450 \text{ J}$	$U_3 = 900 \text{ J}$



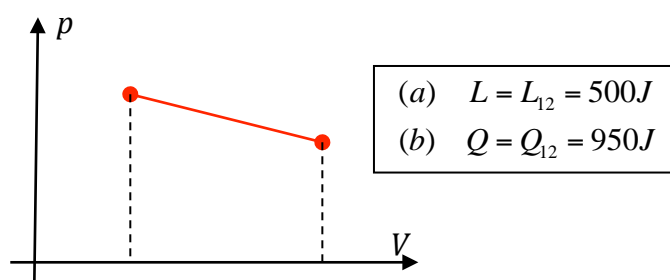
(a) $L = L_{12} + L_{23} = 330 \text{ J} + 0 \text{ J} = 330 \text{ J}$

(b) $Q = Q_{12} + Q_{23} = 330 \text{ J} + 450 \text{ J} = 780 \text{ J}$



6. Una mole di gas perfetto è inizialmente nello stato caratterizzato da $p_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_1 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ e $U_1 = 450 \text{ J}$. Il gas si espande e gli si fornisce calore, così che esso segua un percorso rettilineo su grafico pV fino al raggiungimento dello stato finale caratterizzato da $p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ e $U_2 = 900 \text{ J}$. (a) Si tracci questo processo su un diagramma pV e si calcoli il lavoro compiuto dal gas. (b) si trovi il calore fornito al gas durante il processo.

Stato 1	Trasformazione	Stato 2
$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2} nRT$	$Q = \Delta U + L$ $\Delta U = C_V \Delta T$ $L = p \Delta V$	$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2} nRT$
$p_1 = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	RETTILINEA	$p_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
$V_1 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$	$L = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) \Delta V = 500 \text{ J}$	$V_2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR} = 36,1 \text{ K}$	$\Delta U = 450 \text{ J}$	$T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = 72,2 \text{ K}$
$U_1 = 450 \text{ J}$	$Q = 950 \text{ J}$	$U_2 = 900 \text{ J}$



7. Una mole di un gas perfetto monoatomico è a 273 K e a 1 atm . Si trovino l'energia interna iniziale e finale, nonché il lavoro compiuto dal gas, se gli forniamo 500 J di calore (a) a pressione costante; (b) a volume costante.

- (a) $U_i = \frac{3}{2} nRT_i = 3400 \text{ J}; \quad V_i = \frac{nRT_i}{P_i} = 22,7 \text{ l}.$

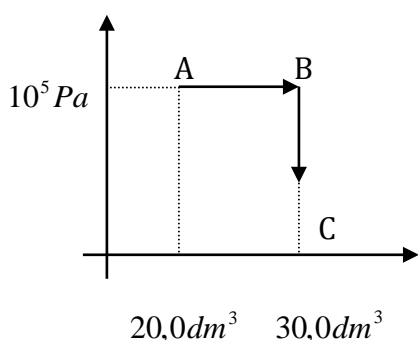
$$\left\{ \begin{array}{l} V_f = \frac{T_f V_i}{T_i} = \frac{T_f nR}{P_i} = \\ Q = \Delta U + L = \frac{3}{2} nR(T_f - T_i) + P_i(V_f - V_i) = \frac{3}{2} nR(T_f - T_i) + P_i \left(\frac{T_f nR}{P_i} - \frac{T_i nR}{P_i} \right) \Rightarrow \\ V_f = \frac{T_f V_i}{T_i} = \frac{T_f nR}{P_i} = \\ Q = \frac{3}{2} nR(T_f - T_i) + P_i \left(\frac{T_f nR}{P_i} - \frac{T_i nR}{P_i} \right) = \frac{5}{2} nRT_f - \frac{5}{2} nRT_i = \frac{5}{3} \Delta U \Rightarrow \Delta U = 300 \text{ J} \Rightarrow U_f = 3700 \text{ J} \end{array} \right.$$
- (b) L'energia interna è una funzione di stato, quindi non dipende dalla particolare trasformazione eseguita: $U_i = \frac{3}{2} nRT_i = 3400 \text{ J}; \quad V_i = \frac{nRT_i}{P_i} = 22,7 \text{ l}.$ La trasformazione

a volume costante (isocora) non fa compiere lavoro al gas:
 $Q = \Delta U \Rightarrow U_f = Q + U_i = 500J + 3400J = 3900J$.

8. Un gas perfetto è sottoposto alle trasformazioni indicate nella seguente tabella:

Stato 1	Trasformazione	Stato 2	Trasformazione	Stato 3
$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}pV$	$Q = \Delta U + L$ $\Delta U = C_v \Delta T$ $L = p\Delta V$	$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2}nRT$	$Q = \Delta U + L$ $\Delta U = C_v \Delta T$ $L = 0$	$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2}nRT$
$p_1 = 2 \cdot 10^5 Pa$	ISOBARA	$p_2 = 2 \cdot 10^5 Pa$	ISOCORA	$p_3 = 1 \cdot 10^5 Pa$
$V_1 = 1 \cdot 10^{-3} m^3$	$L = p\Delta V = +200J$	$V_2 = 2 \cdot 10^{-3} m^3$	$L = p\Delta V = 0J$	$V_3 = 2 \cdot 10^{-3} m^3$
$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR}$	$\Delta U = 300J$	$T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR}$	$\Delta U = -300J$	$T_3 = \frac{p_3 V_3}{nR}$
$U_1 = 300J$	$Q = 500J$	$U_2 = 600J$	$Q = -300J$	$U_3 = 300J$
	Trasformazione	Stato 4	Trasformazione	Stato 1
	$Q = \Delta U + L$ $\Delta U = C_v \Delta T$ $L = p\Delta V$	$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2}nRT$	$Q = \Delta U + L$ $\Delta U = C_v \Delta T$ $L = 0$	$pV = nRT$ $U = \frac{3}{2}nRT$
	ISOBARA	$p_4 = 1 \cdot 10^5 Pa$	ISOCORA	$p_1 = 2 \cdot 10^5 Pa$
	$L = p\Delta V = -100J$	$V_4 = 1 \cdot 10^{-3} m^3$	$L = p\Delta V = 0J$	$V_1 = 1 \cdot 10^{-3} m^3$
	$\Delta U = -150J$	$T_4 = \frac{p_4 V_4}{nR}$	$\Delta U = 150J$	$T_1 = \frac{p_1 V_1}{nR}$
	$Q = -250J$	$U_4 = 150J$	$Q = 150J$	$U_1 = 300J$

9. Una mole di un gas perfetto compie il ciclo mostrato in figura: Riempire le tabelle con i dati forniti, ed illustrare il procedimento con il quale vengono calcolati quelli mancanti.



$PV = RT$	A	B	C
P (pa)	10^5	10^5	$0,7 \cdot 10^5$
V (m^3)	$20 \cdot 10^{-3}$	$30 \cdot 10^{-3}$	$30 \cdot 10^{-3}$
T (K)	241	361	241
$U = \frac{3}{2}RT$ (K)	3000	4500	3000

	AB isobara	BC isocora	CA isoterma	totali
W	$W_{AB} = P\Delta V = 1000$	$W_{AB} = P\Delta V = 0$	$W_{CA} = RT \ln \frac{V_A}{V_C} = -812$	188
ΔU	$U_B - U_A = 1500$	$U_C - U_B = -1500$	$U_A - U_C = 0$	0
ΔQ	2500	-1500	-812	188

10. Una mole di gas perfetto monoatomico viene riscaldata a volume costante da 300K a 600K.
 (a) Si trovi il calore fornito, il lavoro compiuto e la variazione di energia interna. (b) Si trovino queste grandezze nel caso in cui il gas è scaldato a pressione costante.

- (a) A volume costante il lavoro è nullo: $L = 0$. La variazione di energia interna ed il calore fornito sono: $\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T = 3780J \Rightarrow Q = \Delta U + 0 = 3780J$;
- (b) A pressione costante $L = p\Delta V = nR\Delta T = 2493J$. La variazione di energia interna non dipende dalla trasformazione seguita, quindi

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T = 3780J \Rightarrow Q = \Delta U + L = 3780 + 2493J = 6273J.$$

Problemi

1. Una massa d'acqua di 100g si trova alla temperatura di 50°C. Ad essa viene mescolata una massa d'acqua di 50g e viene raggiunto un equilibrio termico alla temperatura di 60°C, senza che il sistema scambi calore con l'esterno. Qual era la temperatura iniziale della massa di 50g?
2. Un gas perfetto si trova alla temperatura di 350K. Se la sua densità alla temperatura di 0°C ed alla pressione di 1 atm è pari a $1,25 \text{ kg/m}^3$, determinare la velocità media delle sue particelle.
3. Due recipienti di volume V_1 e V_2 sono mantenuti a temperatura uguale e costante. Essi contengono lo stesso gas con le pressioni P_1 e P_2 . Messi in comunicazione tra loro si stabilisce un'unica pressione P. Trovare P in funzione dei parametri di volume e pressione dati; determinare inoltre le condizioni affinché P risulti uguale alla semisomma delle pressioni iniziali.
4. Una pietra di 0,20 kg cade da ferma da un'altezza di 15 m e finisce in un secchio che contiene 0,35 kg di acqua. La pietra e l'acqua si trovano alla stessa temperatura iniziale. Il calore specifico della pietra è $1,84 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$, mentre quello dell'acqua è $4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$.
 Trascurando il calore assorbito dal secchio, si calcoli l'aumento di temperatura della pietra e dell'acqua.
5. Un iceberg è lungo 120 km, largo 35 km ed ha uno spessore di 230 m. Quanto calore è necessario per fondere questo iceberg (a temperatura iniziale di 0 °C) e trasformarlo in acqua a 0 °C? (il calore latente di fusione del ghiaccio è $333,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, mentre la densità del ghiaccio è di 920 kg/m^3).
6. La lunghezza di una sbarra quando si trova alla temperatura di 20°C è 30 cm, mentre quando si trova alla temperatura di 100°C è 30,0264 cm. Si determini il coefficiente di dilatazione termica utilizzando il modello esponenziale che descrive la dilatazione lineare $L = L_0 e^{\alpha(T-T_0)}$.
7. Un gas perfetto monoatomico è inizialmente alla pressione di 4 atm e ha il volume di 1 l. Esso si espande isotermicamente finché la sua pressione non è diventata 1 atm ed il suo volume non è diventato 4 l. Successivamente viene riportato allo stato iniziale mediante una trasformazione isobara con temperatura finale 250 K, ed una isocora. Si calcoli:
 - a) La temperatura a cui avviene la trasformazione isoterma;
 - b) Il lavoro compiuto durante il ciclo;
 - c) La variazione di energia interna al termine dell'isocora ed al termine dell'isobara.

8. Un forno a microonde con una potenza di 500W fornisce energia per 2 minuti ad una quantità d'acqua pari a 250ml. Si calcoli la temperatura a cui giunge l'acqua, sapendo che la temperatura iniziale è di 20°C. (Calore specifico dell'acqua: $c_{H_2O} = 4,18 \frac{kJ}{kg \cdot K}$).

$$\bullet \quad P = \frac{Q}{t} \Rightarrow T - 20^\circ C = \frac{Pt}{mc_{H_2O}} = 57,4^\circ C \Rightarrow T = 77,4^\circ C$$

$$Q = mc_{H_2O} \Delta T$$

9. Un pneumatico di automobile viene gonfiato alla pressione relativa di 200kPa quando la temperatura ambiente è 20°C. Dopo che l'automobile ha viaggiato ad alta velocità, la pressione relativa dell'aria è salita a 250kPa. Supponendo che il volume del pneumatico non sia cambiato, si trovi la temperatura dell'aria all'interno del pneumatico alla fine del viaggio. (Ricordare che la pressione relativa è la differenza tra la pressione assoluta e quella dell'atmosfera...).

$$\bullet \quad \text{Si tratta di una trasformazione isocora, di conseguenza}$$

$$\frac{nRT_i}{P_{ass,i}} = \frac{nRT_f}{P_{ass,f}} \Rightarrow T_f = \frac{P_{ass,f}}{P_{ass,i}} T_i = \frac{P_{rel,f} + P_{atm}}{P_{rel,i} + P_{atm}} T_i = \frac{250 + 100}{200 + 100} \cdot 293K = 342K = 69^\circ C$$

10. Una barra di rame lunga 2m ha le estremità tenute alle temperature rispettivamente di 0° e 100°C. La superficie è isolata in modo da rendere trascurabile la dispersione di calore.

Sapendo che la corrente termica è pari a 6,3W (conduttività termica del rame $k = 401 \frac{W}{m \cdot K}$): Si calcoli: a) la sezione della sbarra, b) la temperatura a 50cm dall'estremità fredda.

11. Un recipiente isolato ha una superficie effettiva di $1800cm^2$, uno spessore di 2,0cm, ed una conduttività termica pari a $0,05 \frac{W}{m \cdot K}$, e viene riempito con 3,0 kg di acqua e con una certa quantità di ghiaccio, entrambi a 0°C. Sapendo che la temperatura esterna (al recipiente) è 15°C e che il ghiaccio fonde in 27 ore e 26 minuti, si calcoli: a) il calore trasferito nel tempo occorso al ghiaccio per fondere; b) la quantità iniziale di ghiaccio.

12. Un proiettile di piombo (calore specifico $c = 128J(kg \cdot K)^{-1}$ che si muove alla velocità di $200ms^{-1}$, viene fermato in un blocco di legno. Supponendo che tutta la variazione di energia vada a riscaldare il proiettile, si trovi la temperatura finale del proiettile, se quella iniziale era di 20°C.

13. Due moli di gas perfetto sono soggetti alle seguenti trasformazioni termodinamiche tra i vari stati. La situazione è riassunta nella seguente tabella, che deve essere completata nelle parti mancanti. Che relazione sussiste tra le quantità di calore e lavoro scambiate?

Stato 1	isobara	Stato 2	isocora	Stato 3	isobara	Stato 4	isocora	Stato 4
$P_1 = 2atm$	$\Delta U =$	$P_2 =$	$\Delta U =$	$P_3 = 1atm$	$\Delta U =$	$P_4 =$	$\Delta U =$	$P_1 = 2atm$
$V_1 = 1l$	$Q =$	$V_2 = 2l$	$Q =$	$V_3 =$	$Q =$	$V_4 = 1l$	$Q =$	$V_1 = 1l$
$T_1 =$	$L =$	$T_2 =$	$L =$	$T_3 =$	$L =$	$T_4 =$	$L =$	$T_1 =$

Soluzioni

$$1. \quad 100 \cdot c \cdot (60 - 50) = 50 \cdot c \cdot (T - 60)$$

$$T = 80^\circ C$$

$$2. \quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}NkT \Rightarrow \frac{1}{2}\rho V_0 v^2 = \frac{3}{2}NkT \Rightarrow \frac{1}{2}\rho \frac{NkT}{P_0} v^2 = \frac{3}{2}NkT \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3TP_0}{\rho T_0}} = 558 m/s$$

3. Il breve intervallo di tempo in cui si verifica la trasformazione è tale da poter considerare costante la temperatura. In questa ipotesi risulta:

$$P_1 V_1 = N_1 kT \Rightarrow P(V_1 + V_2) = (N_1 + N_2)kT = P_1 V_1 + P_2 V_2 \Rightarrow P = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{V_1 + V_2}. \text{ La pressione è}$$

uguale alla semisomma delle pressioni iniziali nel caso in cui i volumi iniziali sono uguali.

4. L'energia meccanica della pietra all'impatto con l'acqua è tutta di tipo cinetico:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = mgh. \text{ Questa energia andrà tutta a riscaldare l'acqua e la pietra, trasformandosi}$$

$$\text{quindi in energia termica } mgh = mc_p \Delta T + m_{H_2O} c_{H_2O} \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{mgh}{mc_p + m_{H_2O} c_{H_2O}} = 0,016^\circ C.$$

5. Detto V il volume dell'iceberg, il calore necessario per la sua fusione è

$$Q = \rho V L_f = 2,96 \cdot 10^{20} J.$$

6. Detta $L_0 = 30cm$ la lunghezza iniziale della sbarra, risulta

$$30,0264cm = 30cm e^{\alpha 80} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{70} \ln \frac{30,0264}{30} = 11 \cdot 10^{-6} K^{-1}.$$

7.

- a) La temperatura a cui avviene la trasformazione isoterma;

$$a. \quad \frac{P_2 V_2}{T} = \frac{P_3 V_3}{T_3} = \frac{P_1 V_1}{T} \Rightarrow \frac{400}{T} = \frac{100}{T_3} \Rightarrow T = 4T_3 = 4 \cdot 250 = 1000K \text{ temperatura}$$

dell'isoterma.

- b) Il lavoro compiuto durante il ciclo;

$$b. \quad W = W_{12} + W_{23} + W_{31} = 400 \ln 4 + 1 \cdot 10^5 (1 - 4) \cdot 10^{-3} + 0 = 400 \ln 4 - 300. \text{ Ora, essendo}$$

la trasformazione ciclica, la variazione complessiva di energia interna è zero. Risultata:

isoterma $Q_{12} = \Delta U_{12} + W_{12} = 400 \ln 4$

$$*isobara* \quad Q_{23} = \Delta U_{23} + W_{23} = \frac{3}{2} nR(T_3 - T) - 300 = -\frac{9}{2} nRT_3 - 300 = -750J$$

$$*isocora* \quad Q_{31} = \Delta U_{31} + W_{31} = \frac{3}{2} nR(T - T_3) = \frac{3}{2} nR3T_3 = \frac{9}{2} nRT_3 = 450J$$

- c) La variazione di energia interna al termine dell'isocora ed al termine dell'isobara.

$$c. \quad \Delta U_{31} = 450J \text{ e } \Delta U_{23} = -450J.$$

$$8. \quad P = \frac{Q}{t} \Rightarrow T - 20^\circ C = \frac{Pt}{mc_{H_2O}} = 57,4^\circ C \Rightarrow T = 77,4^\circ C$$

$$Q = mc_{H_2O} \Delta T$$

9. Si tratta di una trasformazione isocora, di conseguenza

$$\frac{nRT_i}{P_{ass,i}} = \frac{nRT_f}{P_{ass,f}} \Rightarrow T_f = \frac{P_{ass,f}}{P_{ass,i}} T_i = \frac{P_{rel,f} + P_{atm}}{P_{rel,i} + P_{atm}} T_i = \frac{250 + 100}{200 + 100} \cdot 293K = 342K = 69^\circ C$$

10.

- a) $\frac{Q}{t} = kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow A = \frac{Q \Delta x}{t k \Delta T} = 3,14 \text{ cm}^2 = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
- b) $\frac{Q}{t} = kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow \Delta T = \frac{Q \Delta x}{t k A} = \frac{6,3 \cdot 0,50}{401 \cdot 3,14 \cdot 10^{-4}} = 25^\circ \text{C} \Rightarrow T = 0^\circ \text{C} + 25^\circ \text{C} = 25^\circ \text{C}$

11.

- a) $\frac{Q}{t} = kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow Q = \frac{k A \Delta T}{\Delta x} t = 667 \text{ kJ}$
- b) $Q = m L_f \Rightarrow m = \frac{Q}{L_f} = \frac{667 \text{ kJ}}{333,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 2 \text{ kg}.$

$$12. \Delta K = mc\Delta T \Rightarrow T_f = T_i + \frac{v^2}{2c} = 176^\circ \text{C}.$$

13.

Stato 1	isobara	Stato 2		isocora
$P_1 = 2 \text{ atm}$ $V_1 = 1 \text{ l}$ $T_1 = 12 \text{ K}$	$\Delta U = +300 \text{ K}$ $Q = +500 \text{ K}$ $L = +200 \text{ K}$	$P_2 = 2 \text{ atm}$ $V_2 = 2 \text{ l}$ $T_2 = 24 \text{ K}$		$\Delta U = -300 \text{ K}$ $Q = -300 \text{ K}$ $L = 0 \text{ J}$
Stato 3	isobara	Stato 4	isocora	Stato 4
$P_3 = 1 \text{ atm}$ $V_3 = 2 \text{ l}$ $T_3 = 12 \text{ K}$	$\Delta U = -150 \text{ K}$ $Q = -250 \text{ J}$ $L = -100 \text{ J}$	$P_4 = 1 \text{ atm}$ $V_4 = 1 \text{ l}$ $T_4 = 6 \text{ K}$	$\Delta U = +150 \text{ K}$ $Q = +150 \text{ K}$ $L = 0 \text{ J}$	$P_1 = 2 \text{ atm}$ $V_1 = 1 \text{ l}$ $T_1 = 12 \text{ K}$

Durante la trasformazione sono stati scambiati $L = 200 + 0 - 100 + 0 = 100 \text{ J}$ di lavoro (da intendersi *compiuto dal gas*) e $Q = 500 - 300 - 250 + 150 = 100 \text{ J}$ di calore. Essendo la trasformazione *ciclica*, la variazione totale di energia interna è zero.

SEZIONE OLIMPICA (gare di 1° livello PROGETTO OLIMPIADI 2013)

1. In un calorimetro di capacità termica 80 JK^{-1} a 20°C , contenente 200 cm^3 d'acqua alla stessa temperatura, si versano 300 g d'acqua a 70°C . Se non ci sono dispersioni di calore, qual è la temperatura raggiunta all'equilibrio?
2. Un gas perfetto alla temperatura T_1 e pressione p_1 si trova in una parte di un recipiente termicamente isolante, separato dall'altra parte del recipiente, inizialmente vuota, da un setto divisorio rigido. Il setto divisorio viene improvvisamente rimosso, ed il gas può espandersi liberamente, occupando l'intero recipiente. Siano T_2 e p_2 la temperatura e la pressione ad equilibrio raggiunto. In che relazione sono questi valori con quelli iniziali di temperatura e pressione?
3. Un corpo di massa 5 kg assorbe calore ad un tasso costante di 49 kJ al minuto, fondendo completamente in 5 minuti alla temperatura di fusione di 50°C . Successivamente, il corpo

allo stato liquido si scalda fino alla temperatura di 125°C , sempre in 5 minuti. A quel punto inizia il processo di ebollizione che dura 15 minuti. Si calcoli la quantità di calore assorbita da 1kg del corpo tra l'istante in cui inizia la fusione e quello in cui termina l'ebollizione.

4. In uno scaldacqua a gas, l'acqua entra alla temperatura di 14°C ed esce alla temperatura di 33°C . In un certo intervallo di tempo circolano $9,8\text{l}$ d'acqua e vengono bruciati 27l di gas. L'azienda fornitrice del gas indica che il potere calorico del gas è di $37,44\text{MJm}^{-3}$. Si calcoli il rendimento dello scaldacqua.
5. Una persona è all'ombra in un'amaca in un giorno in cui la temperatura è di 37°C , uguale a quella del suo corpo. In queste condizioni, il processo migliore grazie al quale il suo corpo smaltisce il calore prodotto dal suo metabolismo (ad un tasso di 130W) è la traspirazione. Il calore di vaporizzazione dell'acqua alla temperatura di 37°C è $L = 2430\text{kJkg}^{-1}$. Si calcoli il volume di sudore che all'incirca evapora in un'ora.
6. In una stanza di dimensioni $8\text{m} \times 6\text{m} \times 4\text{m}$, è contenuta aria alla pressione di $1,013 \times 10^5\text{Pa}$ e alla temperatura di 18°C . Si tenga presente che nell'aria, in prima approssimazione, l'80% delle molecole è d'azoto e il 20% d'ossigeno. Le masse molari dell'azoto e dell'ossigeno valgono rispettivamente $M_N = 28\text{gmol}^{-1}$ e $M_O = 32\text{gmol}^{-1}$. Si tratti l'aria come un gas perfetto. Determinare le masse d'azoto e d'ossigeno contenute nella stanza.