Moti piani e sistemi di riferimento non inerziali

Problemi

1. Calcolare la gittata di un corpo lanciato con velocità orizzontale $v_0 = 2$ m/s da una quota h =2 m. Calcolare la velocità iniziale di un corpo lanciato dalla stessa quota con un angolo di 30° affinché ricada a terra nello stesso punto del primo corpo. $\left[\;x_{\max} = 1,28m \quad v_0' = 2,31ms^{-1}\;\right]$

2. Un proiettile è lanciato dal punto O con una velocità iniziale di 20 m/s con un angolo di 45° sull'orizzontale. Determinare:
   a. la gittata; $\left[x_{\max} = 40,8m\right]$
   b. le componenti e l'intensità del vettore velocità nel punto in cui il proiettile tocca terra. $\left[\;v_x = 14,14ms^{-1}; \quad v_y = -14,14ms^{-1}; \quad v = 20ms^{-1}\;\right]$
   c. La quota massima. $\left[y_{\max} = 10,20m\right]$

3. Un giocatore di baseball corre nel tentativo di raggiungere la palla lanciata dall'altezza di 1,20 m da terra, con una certa velocità iniziale ed un angolo di 60°. Se il giocatore riesce a prendere la palla gettandosi a terra dopo una corsa di 50 m, si calcoli la velocità iniziale della palla. $\left[v_0 23,62ms^{-1}\right]$

4. Un giavellotto è lanciato da terra, con velocità iniziale di 29 m/s ed un angolo di 36° con l'orizzontale. Dopo quanto tempo forma un angolo di 18°? (*suggerimento: il giavellotto si può immaginare come un segmento tangente alla traiettoria del suo centro in ogni istante…)* $\left[t = 0,96s\right]$

5. Un aereo viaggia da A verso B in direzione Nord e poi ritorna in A. La distanza tra A e B è L, la velocità dell'aereo in aria è *v*, la velocità del vento durante l'intero viaggio è *u*. Calcolare il tempo necessario per coprire l'intero percorso quando:
   a) Il vento soffia da nord; $\left[T = \dfrac{2vL}{v^2 - u^2}\right]$
   b) Il vento soffia da est. $\left[T = \dfrac{2L}{\sqrt{v^2 - u^2}}\right]$

   Suggerimento: determinare le velocità dell'aereo rispetto al suolo nei due tratti, il tempo per coprire il singolo tratto sarà dato dal rapporto tra la lunghezza L e la velocità trovata… La velocità dell'aereo rispetto al suolo è la somma di quella rispetto al vento e di quella del vento rispetto al suolo.

6. Un viaggiatore percorre 5 km in direzione ovest 45° nord, poi 8 km in direzione est ed infine 5 km ovest 45° sud. Determinare la distanza percorsa, i vettori spostamento parziali, e il vettore spostamento totale.

$$\left[\; s = 18km \quad \vec{s}_1 = \left(-\frac{5}{\sqrt{2}}, +\frac{5}{\sqrt{2}}\right)km, \vec{s}_2 = (8,0)km, \vec{s}_3 = \left(-\frac{5}{\sqrt{2}}, -\frac{5}{\sqrt{2}}\right)km \quad \vec{s} = \left(8 - 5\sqrt{2}, 0\right)km \;\right]$$

7. Un aereo che vuol viaggiare in direzione nord alla velocità di 300 km/h, deve puntare nella direzione 13° ovest da nord e viaggiare alla velocità di 250 km/h per effetto del vento. Si trovi la velocità *u* del vento rispetto al suolo.

$$\left[\; u_x = 56,24km/h \quad u_y = 56,41km/h \qquad \theta = N45°E \quad u = 79,7km/h \;\right]$$

8. Una persona osserva la pioggia attraverso il finestrino di un treno fermo e nota che cade a 5 m/s. Dopo qualche minuto il treno si muove a velocità costante e la pioggia forma un angolo di 21° con la verticale. Qual è la velocità del treno? $v = [1,79\, m/s]$
9. Un punto si sposta di 5 km in direzione Est, e, successivamente, di 3 km in direzione Sud. Si scrivano i vettori spostamento parziali e totale. Di quanto si è spostato dall'origine il punto? Quant'è la distanza percorsa?
$\left[\ \vec{s}_1 = (5,0)km; \vec{s}_2 = (0,-3)km; \vec{s} = (5,-3)km \quad s = 5,83km \quad 8km\ \right]$
10. Un nuotatore deve attraversare un fiume largo 100 m da una riva all'altra. La velocità della corrente è di 0,5 m/s. Determinare la direzione in cui dovrà nuotare per attraversare il fiume in 2 minuti. $[\theta = 121°]$ dalla riva, in senso antiorario

Esercizi

1. Due corpi si muovono di moto circolare uniforme con la stessa accelerazione centripeta. Se i raggi delle traiettorie sono $r_1 = 4r_2$, che relazione intercorre tra le frequenze di rotazione dei due corpi?
   - $\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega_1^2 r_1 = \omega_2^2 r_2 \Rightarrow \omega_2 = 2\omega_1 \Rightarrow f_2 = 2f_1$.
2. Le pale di un'elica sono lunghe 200 cm ciascuna. Sapendo che la frequenza delle pale è $450\, giri/\min$, calcolare la velocità tangenziale degli estremi di una pala e di un punto della pala a 50,0 cm dall'asse di rotazione.
   - La velocità angolare della pala, di lunghezza $l = 2m$, è $\omega = 2\pi f = \frac{2,83 \cdot 10^3}{60} = 47,1 rad/s$. Di conseguenza la velocità degli estremi è $v = \omega l = 94,2\, m/s$, mentre quella di un punto a 50 cm dall'asse di rotazione è $v = \omega d = 23,6\, m/s$.
3. Un punto si muove di moto circolare uniforme. Se la frequenza iniziale viene ridotta ad un terzo, come si modifica il raggio della traiettoria affinché l'accelerazione centripeta risulti invariata?
   - Indicati con *r* è con *r'* i raggi prima e dopo la modifica, risulta $a = \omega^2 r = 4\pi^2 f^2 r = 4\pi^2 \frac{f^2}{9} r' \Rightarrow r' = 9r$.
4. Dopo quanto tempo le lancette di un orologio (quelle dei minuti e delle ore) si trovano sovrapposte a partire dalle ore 12:00? Quante volte avviene in un giorno questa sovrapposizione?
   - Dopo un'ora la lancetta delle ore ha percorso un angolo $\Delta\theta_h = \frac{2\pi}{12}$, mentre quella dei minuti $\Delta\theta_{\min} = 2\pi$. Indichiamo con *t* i minuti che trascorrono, dopo un'ora, prima che la lancetta dei minuti si sovrapponga nuovamente a quella delle ore. Si avrà la prima sovrapposizione dopo un'ora e *t* minuti, dove $\frac{2\pi}{12} + \omega_h t = \omega_{\min} t$. Ora, la lancetta delle ore impiega 12 ore per fare un giro completo, mentre quella dei minuti un'ora; quindi $\omega_{\min} = 12\omega_h$, da cui segue $t = \frac{2\pi}{12(\omega_{\min} - \omega_h)} = \frac{2\pi}{12 \cdot 11\omega_h} = \frac{2\pi}{12 \cdot 11 \cdot \frac{2\pi}{12} h^{-1}} = \frac{1}{11} h = 5,45 \min$. Le lancette si troveranno sovrapposte dopo $1h5'27''$. Il ragionamento può essere generalizzato al fine di studiare i tempi delle sovrapposizioni in un'ora così: si avrà una

sovrapposizione dopo *k* ore e *t* minuti, dove $\frac{2k\pi}{12}+\omega_h t=\omega_{\min}t \Rightarrow t=\frac{k}{11}h$. Le lancette si sovrapporranno ogni $\frac{12k}{11}h$, ovvero 11 volte in 12 ore (oltre all'istante iniziale), quindi 23 volte in un giorno.

5. Un carrello parte da fermo dal punto A e percorre, accelerando costantemente, un tratto rettilineo di lunghezza $L=2m$.

Quando giunge nel punto B, il carrello prosegue la sua corsa su una guida circolare di raggio $R=1m$, con velocità in modulo costante uguale a quella acquistata al termine del tratto rettilineo. Dopo aver precorso un arco di $\frac{5}{4}\pi$ radianti raggiunge il punto C e lascia la guida con direzione tangenziale ad essa. Determinare:

a) L'accelerazione nel tratto rettilineo iniziale affinché il carrello una volta staccatosi dalla guida circolare raggiunga la quota massima nel punto A. $\left[a=2,87ms^{-2}\right]$

b) Il tempo impiegato a percorrere l'arco di circonferenza. $\left[t=1,16s\right]$

6. Un pendolo conico ha un'apertura di 30° ed all'estremità libera è attaccata una massa ruotante a filo teso su un piano orizzontale. Dimostrare che la velocità con cui la massa ruota è indipendente dal valore della massa stessa. $\left[\begin{cases} T\cos\theta = mg \\ T\sin\theta = m\omega^2 R \end{cases} \Rightarrow \tan\theta = \frac{\omega^2 R}{g}\right]$

7. Un'automobile si appresta ad affrontare una curva di raggio $R=50m$ alla velocità $v=60kmh^{-1}$. Sapendo che il coefficiente di attrito statico tra gli pneumatici e l'asfalto è $\mu=0,4$, stabilire se l'auto riuscirà ad effettuare la curva.

$\left[v=16,7ms^{-1} \not\leq \sqrt{\mu Rg}=14ms^{-1}\right]$ l'auto non riuscirà a curvare