

## CAPITOLO 10

### TEMPERATURA

#### 10.1 Caldo, freddo, temperatura

La sensazione di caldo e di freddo può essere quantificata in termini di variazione di una certa proprietà dei corpi, di solito il volume, che sappiamo variare per effetto della **dilatazione termica**. In linea di principio, la variazione di volume può dipendere anche da altre cause (pressione, passaggi di stato) di cui, per il momento, non ci occuperemo.

Diciamo che la **temperatura non varia** se il volume del corpo rimane costante, e che questo si trova in uno stato di **equilibrio termico** se la sua temperatura è costante nel tempo.

Per formalizzare il concetto di temperatura come grandezza fisica occorre definire il concetto di **contatto termico** come lo stato in cui si trovano due corpi che, per effetto della loro vicinanza, vedono modificare il loro stato di equilibrio termico; per esempio una sfera di ferro riscaldata che viene immersa in acqua fredda, o un comune termometro a mercurio quando ci misuriamo la febbre.

Il contatto termico si dice *completo* nel caso in cui un corpo è “immerso” nell’altro.

Al contrario, si parla di **isolamento termico** quando la variazione di temperatura di un corpo non influenza la temperatura dell’altro.

I corpi si possono così suddividere in base a quanto *tempo impiegano* per raggiungere l’equilibrio termico, in **conduttori termici** (metalli e liquidi) e **isolanti termici** (plastica, vetro, legno, gas molto rarefatti fino al vuoto).

#### 10.2 Termometri: scale Celsius e Fahrenheit

La temperatura può dirsi una grandezza fisica a tutti gli effetti una volta stabilito un procedimento di misura. Per questo scopo osserviamo preliminarmente che *se due corpi sono in equilibrio termico con un terzo, allora lo sono anche tra loro*. Questo fatto è noto come **principio zero**.

Lo strumento per la misura della temperatura, il cui funzionamento si basa sulla rilevazione della variazione di volume di una sostanza, si chiama **termometro**. Il volume è quindi una **proprietà termometrica**, e la sostanza contenuta nel termometro è la **sostanza termometrica** (di solito mercurio o gas a temperatura ambiente).

Il procedimento di *taratura* di un termometro può quindi essere riassunto in tre fasi:

1. Scelta della sostanza termometrica;
2. Stabilita una temperatura di riferimento (miscuglio acqua ghiaccio, o ghiaccio *fondente*),  $\theta_0$  si misura il corrispondente volume della sostanza,  $V_0$ ;
3. Definizione della *scala*: se la sostanza si trova in equilibrio termico, e  $V$  è il volume in questa situazione, la corrispondente temperatura  $\theta$  è definita dalla seguente relazione di

*proporzionalità diretta*:  $\theta - \theta_0 = k \frac{V - V_0}{V_0}$ . Se poniamo zero il valore della temperatura del

miscuglio acqua-ghiaccio, e 100 quello dell’acqua bollente, la costante di proporzionalità è:

$$k = 100 \frac{V_0}{V_{100} - V_0} \Rightarrow \theta = 100 \frac{V - V_0}{V_{100} - V_0}.$$

Nel termometro a mercurio, la sostanza è contenuta in un sottile tubicino a sezione circolare, e la graduazione avviene suddividendo in 100 parti la differenza tra l’altezza corrispondente alla temperatura dell’acqua, e quella del miscuglio acqua-ghiaccio. In questo caso si parla di *scala centigrada* o *Celsius*.

E’ stato trovato sperimentalmente che per il mercurio  $k = 5464 \Rightarrow \theta = 5464 \frac{V - V_0}{V_0}$ , mentre per i gas

(indipendentemente dal tipo di gas) lontano dalle condizioni di liquefazione,

$k = 273,15 \Rightarrow \theta = 273,15 \frac{V - V_0}{V_0}$ . Le principali scale termiche, basate sui punti fissi di fusione del

ghiaccio e di ebollizione dell'acqua, sono la scala Celsius ( $0^\circ - 100^\circ$ ) e la scala *Fahrenheit* ( $32^\circ F - 212^\circ F$ ). Essendo ambedue basate sulla variazione della temperatura in proporzione a quella del volume, è possibile stabilire regole di conversione della temperatura espressa nelle due scale:

$$t_c = \frac{5}{9}(t_F - 32^\circ F)$$

$$t_F = \frac{9}{5}t_C + 32^\circ F \quad .$$

In generale,  $t - t_0 = k \frac{V - V_0}{V_0} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} t - 0 = k_{celsius} \frac{V - V_0}{V_0} \\ t - 32 = k_{fahrenheit} \frac{V - V_0}{V_0} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 100 = k_{celsius} \frac{V_{100} - V_0}{V_0} \\ 212 - 32 = k_{fahrenheit} \frac{V_{100} - V_0}{V_0} \end{array} \right. , \text{ da cui}$

segue  $\left\{ \begin{array}{l} k_{celsius} = \frac{100V_0}{V_{100} - V_0} \\ k_{fahrenheit} = \frac{180V_0}{V_{100} - V_0} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} t_C = \frac{100(V - V_0)}{V_{100} - V_0} \\ t_F = 32 + \frac{180(V - V_0)}{V_{100} - V_0} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{t_C}{t_F - 32} = \frac{5}{9} .$

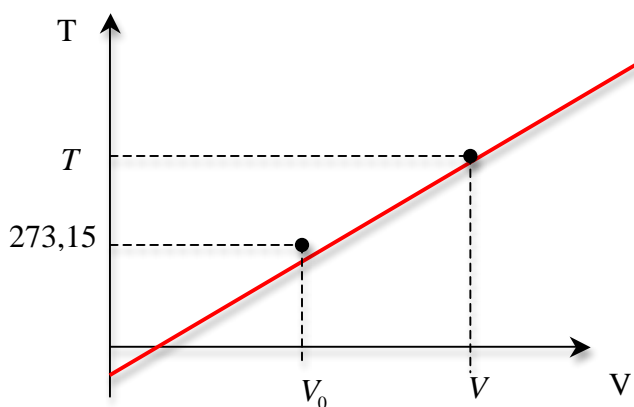
### La scala kelvin

Nelle idee esposte sopra esiste un problema di fondo: due termometri basati su proprietà termometriche diverse, non sono in accordo se usati per misurare la temperatura di un corpo. Si è tuttavia scoperto che, se si lavora a pressioni basse, il volume di un gas a pressione costante (o la pressione di un gas a volume costante), varia linearmente con la temperatura, indipendentemente dal tipo di gas usato come sostanza termometrica. Quando il volume si avvicina a zero, la

temperatura si avvicina a  $-273,15^\circ C$  (segue dalla  $\theta = 273,15 \frac{0 - V_0}{V_0} = -273,15^\circ C$ ). Si pone quindi

$T = 273,15K$  per la temperatura del ghiaccio fondente, e  $T = 373,15K$  per quella dell'acqua bollente. La relazione tra la scala Kelvin ( $T$ ) e quella centigrada ( $\theta$ ) è quindi:

$$T = \theta + 273,15 .$$



$$\frac{T}{V} = \frac{273,15}{V_0} \Rightarrow T = 273,15 \frac{V}{V_0}$$

La difficoltà pratica nel realizzare in laboratori diversi le condizioni per determinare i punti fissi del ghiaccio e del vapore acqueo, porta a considerare il punto triplo dell'acqua: si mettono acqua, ghiaccio e vapore in un contenitore sigillato privo d'aria; il sistema raggiunge una pressione ( $4,58mmHg$ ) ed una temperatura ( $0,01^\circ C$ ) in cui coesistono acqua ghiaccio e vapore. La scala assoluta delle temperature è definita in modo che la temperatura del punto triplo dell'acqua sia  $273,16 K$  (Kelvin). La variazione lineare della pressione con la temperatura porta alla proporzione:

$$p_3 : 273,16K = p : T \Rightarrow T = \frac{273,16p}{p_3} , \text{ dove } p_3 \text{ è la pressione del punto triplo dell'acqua.}$$

Con un termometro a gas si possono misurare temperature fino a 1K (utilizzando l'elio, sotto 1k liquefa). Poiché  $0,01^{\circ}\text{C} = 273,16\text{K}$ , segue che  $0^{\circ}\text{C} = 273,15\text{K}$ .

### Conseguenze della variazione di temperatura

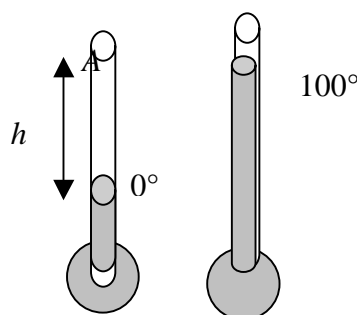
Per effetto della variazione di temperatura un corpo è soggetto a deformazione. Se questa è **isotropa**, cioè la stessa in tutte le direzioni, la deformazione lineare è espressa da questa legge empirica:

$$\Delta L = L_0 \alpha (T - T_0),$$

dove il coefficiente  $\alpha$  è caratteristico della sostanza e viene detto **coefficiente di dilatazione lineare**. E' possibile definire anche i coefficienti di dilatazione superficiale e cubica, rispettivamente come il doppio ed il triplo del coefficiente di dilatazione lineare della stessa sostanza.

### Problemi

1. Un righello di alluminio graduato correttamente a  $20^{\circ}\text{C}$ , viene usato alla temperatura di  $40^{\circ}\text{C}$  e dà come risultato della misurazione di una certa lunghezza il valore di  $86,19\text{cm}$ . Si determini l'errore della misura causato dalla dilatazione termica, e si dica quant'è il valore corretto della lunghezza misurata alla temperatura di  $40^{\circ}\text{C}$ .
2. Un pendolo di ottone è lungo  $L_0 = 1,5000\text{m}$  quando la temperatura è  $0^{\circ}\text{C}$ . Si studi la variazione del periodo di oscillazione  $\tau_0$  se fatto funzionare alla temperatura di  $-30^{\circ}\text{C}$ , specificando l'ordine di grandezza della variazione percentuale del periodo.
3. Un termometro a mercurio ( $\beta = 0,18 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$ ) è realizzato con un tubo di vetro ordinario ( $\beta_v = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$ ) avente il diametro interno di  $0,60\text{mm}$ . La distanza tra il punto fisso del ghiaccio e quello del vapore acqueo deve essere  $20,0\text{cm}$ . Si trovi il volume di mercurio necessario, nel bulbo e nel tubo.



4. Un tubo d'acciaio ha il diametro esterno di  $3,000\text{cm}$  a temperatura ambiente ( $20^{\circ}\text{C}$ ). Un tubo di ottone ha il diametro interno di  $2,997\text{cm}$  alla stessa temperatura. A che temperatura occorre scaldare le estremità dei due tubi per poter inserire il tubo d'acciaio in quello d'ottone?

**Soluzioni**

1. Dalla  $\Delta L = L_0 \alpha (T - T_0)$ ,  $L_0 = \frac{L}{1 + \alpha \Delta \theta} = \frac{86,19 \text{ cm}}{1 + 24 \cdot 10^{-6} \cdot 20} = 86,15 \text{ cm} \Rightarrow \Delta L = L - L_0 = 0,04 \text{ cm}$ .

Il valore corretto della misura è quindi  $L = 86,19 - 0,04 = 86,15 \text{ cm}$ .

2. Sapendo che il periodo di oscillazione del pendolo è  $\tau_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L_0}{g}}$ , allora

$$\Delta \tau = \tau - \tau_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} (\sqrt{L} - \sqrt{L_0}) < 0 \text{ e il periodo diminuisce. Dalla}$$

$$\frac{\Delta \tau}{\tau_0} = \frac{\sqrt{L} - \sqrt{L_0}}{\sqrt{L_0}} = \frac{\Delta L}{\sqrt{L_0} (\sqrt{L} + \sqrt{L_0})} \cong \frac{\Delta L}{\sqrt{L_0} (2\sqrt{L_0})} = \frac{\Delta L}{2L_0} = \frac{\alpha \Delta T}{2} \approx -0,03\%.$$

3. Indichiamo con  $V$  il volume del mercurio e con  $V_v$  il volume del vetro: a  $0^\circ\text{C}$  si ha  $V_v = V + Ah$ . Quando il termometro verrà scaldato a  $100^\circ\text{C}$ , dovrà risultare  $V + \Delta V = V_v + \Delta V_v \Rightarrow V(1 + \beta \Delta T) = (V + Ah)(1 + \beta_v \Delta T)$ . Da questa equazione segue:

$$V(\beta - \beta_v) \Delta T = Ah(1 + \beta_v \Delta T) \Rightarrow V = \frac{Ah(1 + \beta_v \Delta T)}{(\beta - \beta_v) \Delta T} = 3,7 \text{ cm}^3.$$

4. L'inserimento del tubo d'acciaio all'interno del tubo d'ottone avverrà quando, per effetto del riscaldamento delle estremità, sarà:  $d_a + \Delta d_a = d_o + \Delta d_o$ . Poiché  $\Delta d_o = d_o \alpha_o \Delta T$  e

$$d_a + \Delta d_a = d_o + \Delta d_o \Rightarrow d_o + d_o \alpha_o \Delta T = d_a + d_a \alpha_a \Delta T \Rightarrow$$

$$\Delta d_a = d_a \alpha_a \Delta T, \text{ allora } \Delta T = \frac{d_a - d_o}{d_o \alpha_o - d_a \alpha_a} = 125^\circ\text{C} \Rightarrow T = 145^\circ\text{C}.$$