STRATÉGIA SPOPLATŇOVANIA TELEKOMUNIKAČNEJ PREVÁDZKY TARIFFICATION STRATEGY IN TELECOMMUNICATION BUSSINESS

Gustáv Čepčiansky

Katedra telekomunikácií, Elektrotechnická fakulta, Žilinská univerzita Žilina

Abstrakt Politika spoplatňovania telekomunikačného prevádzkovateľa má strategický význam na dosahovanie čo najlepších výnosov a zásadný dopad na jeho postavenie v súťaži s inými prevádzkovateľmi na uvoľnenom telekomunikačnom trhu. Výšku poplatkov za uskutočnené spojenia cez telekomunikačnú sieť určuje sadzba za hovorovú jednotku, jej trvanie a ich počet v priebehu hovoru. Sadzbu a trvanie hovorovej jednotky si prevádzkovateľ určuje na základe podrobného rozboru rozsiahlych údajových súborov obsahujúcich štatistické údaje o počtoch a trvaní jednotlivých volaní v závislosti od druhu volania. Tieto súbory údajov sú známe len prevádzkovateľovi a sú predmetom jeho obchodného tajomstva. V článku si ukážeme, ako je možné len so znalosťou niekoľkých základných parametrov dospieť k odhadu výnosov z telekomunikačnej prevádzky. Prvé úvahy zaoberajúce sa touto problematikou je možné nájsť v [1], [2], [3].

Summary The tariff policy of a telecommunication operator has a strategic importance on achieving of optimal revenues and a fundamental impact on its position in the competition with another operators on the liberalised telecommunication market. The payment for a connection through a telecommunication network is determined by a rate for one call unit, by the duration of the call unit and their count during a call. An operator derives the rate and the duration of the call unit from a detailed analysis of large databases that contain statistical data on counts and duration of particular calls depending on the call type. Only the operator knows these data files and it keeps them confidential. It will be shown in the paper how it is possible to come to an estimation of revenues from telecommunication traffic only knowing a pair of basic parameters. The first considerations handling with this topic can be found in [1], [2], [3].

1. ZÁKLADNÁ ÚVAHA

Každý pokus o spojenie s výnimkou tiesňových volaní a volaní na zvláštne služby inteligentnej siete, u ktorého sa volaná strana prihlási, je spoplatňovaný v závislosti od:

- druhu volania (volania vo vlastnej sieti miestne, národné, volania do iných sietí – medzinárodné, mobilné, na internet),
- času volania (silná alebo slabá prevádzka, víkendy, sviatky),
- dĺžky volania.

V závislosti od druhu a času volania je stanovená dĺžka hovorovej jednotky h, ktorá je spoplatňovaná sadzbou S peňažných jednotiek. Čím volanie trvá dlhšie, tým sa do neho zmestí viac hovorových jednotiek a tým vyšší bude aj výnos plynúci pre prevádzkovateľa z takéhoto volania. Na druhej strane však, čím sú volania dlhšie, tým sú menej časté, ako je to zrejmé aj z obr. 1.

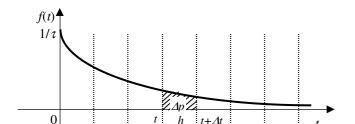
Odhad výnosov sa opiera o mnohokrát preverený poznatok, ktorý v teórii pravdepodobnosti a v teórii hromadnej obsluhy má ráz matematického zákona, a síce, že čím dlhšie trvá volanie, tým je menej pravdepodobné. Tento pokles sa riadi exponenciálnym zákonom rozdelenia náhodnej premennej, *ktorý má tvar:*

$$f(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{1}$$

kde τ je priemerná dĺžka volania.

Obr.1: Rovnomerné spoplatňovanie Fig.1: Flat tariffication

Problém bližšie ozrej muje obr. 1. Celá plocha pod krivkou f(t) je rovná 1, lebo funkcia f(t) predstavuje pravdepodobnostné rozdelenie. Plochu pod krivkou f(t) môžeme chápať aj ako pomer počtu volaní so všetkými možnými dobami obsadenia ku všetkým volaniam (teoreticky za podmienky, že počet všetkých volaní by bol nekonečne veľký). Potom vyznačená plocha $\Delta p(t) < 1$ predstavuje pomer volaní, ktoré trvajú od t do $t + \Delta t$ ($\Delta t = h$), ku všetkým volaniam. Tieto volania napríklad sú spoplatňované 4 hovorovými jednotkami so sadzbou S.



2. ROVNOMERNÉ SPOPLATŇOVANIE

U rovnomerného spoplatňovania sa dĺžka hovorovej jednotky *h* a sadzba za hovorovú jednotku *S* počas trvania hovoru nemenia (obr. 1). V takomto prípade môžeme skokovitú spoplatňovaciu funkciu vyjadriť nasledovne:

$$g(t) = \begin{cases} 0.....t < 0 \\ (n+1).S.....n.h \le t < (n+1).h \end{cases} \quad n = 1, 2, ... \quad (2)$$

Časť volaní, ktoré predstavuje vyšrafovaná plocha Δp v obr. 1, prispieva k pomernému výnosu (výnos vztiahnutý ku všetkým volaniam) čiastkou:

$$\Delta v = g(t).\Delta p(t) = g(t).f(t).\Delta t = g(t).\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\Delta t$$
 (3)

Pomerné výnosy so všetkých volaní so všetkými možnými dobami obsadenia pri $\Delta t \rightarrow 0$ budú:

$$v = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{n.h}^{(n+1).h} (n+1)S \cdot \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \frac{S}{\tau} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \int_{n.h}^{(n+1).h} e^{-\frac{t}{\tau}} dt =$$

$$= \frac{S}{\tau} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)\tau \left[e^{\frac{-nh}{\tau}} - e^{\frac{-(n+1)h}{\tau}} \right] =$$

$$= S \left[1 \left(1 - e^{\frac{-1h}{\tau}} \right) + 2 \left(e^{\frac{-1h}{\tau}} - e^{\frac{-2h}{\tau}} \right) + 3 \left(e^{\frac{-2h}{\tau}} - e^{\frac{-3h}{\tau}} \right) + \Lambda \right] =$$

$$= S \cdot \left[1 + e^{\frac{-1h}{\tau}} + e^{\frac{-2h}{\tau}} + e^{\frac{-3h}{\tau}} + \Lambda \right] =$$

$$= S \cdot \left[1 + \left(e^{\frac{-h}{\tau}} \right)^{1} + \left(e^{\frac{-h}{\tau}} \right)^{2} + \left(e^{\frac{-h}{\tau}} \right)^{3} + \Lambda \right] = \frac{S}{1 - e^{\frac{-h}{\tau}}}$$

$$(4)$$

Vzorec (4) predstavuje súčet nekonečného počtu členov geometrického radu s kvocientom $q = e^{-h/\tau} < 1$.

Celkový výnos za sledované časové obdobie bude:

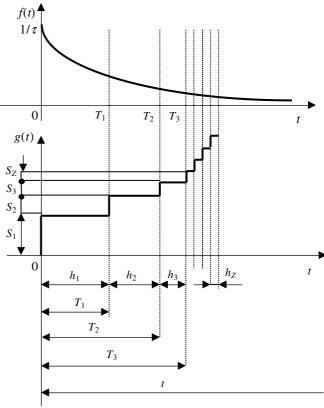
$$V = N.v = \frac{N.S}{1 - e^{-\frac{h}{\tau}}} \tag{5}$$

kde *N* je celkový počet volaní daného typu v danom spoplatňovacom čase v sledovanom období.

3. NEROVNOMERNÉ SPOPLATŇOVANIE

U nerovnomerného spoplatňovania je hovor spoplatňovaný hovorovými jednotkami o rôznej dĺžke a s rôznymi sadzbami. Nech 1. časový úsek je vymeraný hovorovou jednotkou h_1 so sadzbou S_1 , 2. časový úsek hovorovou jednotkou h_2 so sadzbou S_2 ,..., i-tý časový úsek hovorovou jednotkou h_i so sadzbou S_i ,... a zvyšok hovoru ho-

vorovou jednotkou h_Z so sadzbou S_Z (obr. 2).



Obr. 2: Nerovnomerné spoplatňovanie Fig. 2: Variable tariffication

Pomerný výnos z volaní v i-tom časovom úseku pre $t \in \langle T_{i-1}, T_i \rangle$ bude:

$$v_{i} = \int_{0}^{h_{i}} (S_{1} + S_{2} + \Lambda + S_{i}) \cdot f[t - (h_{1} + h_{2} + \Lambda + h_{i-1})] dt =$$

$$= (S_{1} + S_{2} + \Lambda + S_{i}) \int_{0}^{h_{i}} \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t + (h_{1} + h_{2} + \Lambda + h_{i-1})}{\tau}} dt =$$

$$= (S_{1} + S_{2} + \Lambda + S_{i}) \cdot e^{-\frac{h_{1} + h_{2} + \Lambda + h_{i-1}}{\tau}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{h_{i}}{\tau}}\right) =$$

$$= e^{-\frac{T_{i-1}}{\tau}} \left(1 - e^{-\frac{h_{i}}{\tau}}\right) \cdot \sum_{j=1}^{i} S_{j}$$
(6)

kde

$$T_{i-1} = h_0 + h_1 + h_2 + \Lambda + h_{i-1} = \sum_{j=0}^{i-1} h_j \quad h_0 = 0$$
 (7)

Pre skokovitú spoplatňovaciu funkciu zo zvyšných volaní v čase $t \in \langle T_i, \infty \rangle$, pre ktoré sa už uplatňuje rovnaká hovorová jednotka h_Z so sadzbou S_Z , platí:

$$g_{Z}(t) = \begin{cases} 0......t < T_{Z-1} \\ \Sigma + (n+1)S_{Z}.....nh_{Z} \le t + T_{Z-1} < (n+1)h_{Z} \end{cases}$$
(8)

kde

$$\Sigma = S_1 + S_2 + \Lambda + S_{Z-1} = \sum_{j=1}^{Z-1} S_j$$
 (9)

Potom podobne ako v (4) bude pomerný výnos z týchto

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{n.h_Z}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t+T_{Z-1}}{\tau}} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{n.h_Z}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t+T_{Z-1}}{\tau}} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{n.h_Z}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{n.h_Z}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{n.h_Z}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)h_Z} [\Sigma + (n+1)S_Z] \cdot \frac{1}{\tau} dt =$$

$$v_Z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{(n+1)$$

(10)

Pre celkové výnosy platí:

 $= e^{-\frac{T_{Z-1}}{\tau}} \left[\Sigma + \frac{S_Z}{-\frac{h_Z}{\tau}} \right]$

$$V = N.(v_{1} + v_{2} + \Lambda + v_{Z-1} + v_{Z}) =$$

$$= N.\left\{ \sum_{i=1}^{Z-1} \left[e^{\frac{T_{i-1}}{\tau}} \left(1 - e^{\frac{h_{i}}{\tau}} \right) \cdot \sum_{j=1}^{i} S_{j} \right] + e^{\frac{T_{Z-1}}{\tau}} \left(\sum_{j=1}^{Z-1} S_{j} + \frac{S_{Z}}{1 - e^{\frac{h_{z}}{\tau}}} \right) \right\}$$

$$(11)$$

kde T_{i-1} je dané vzťahom (7).

4. PRECHOD NA SEKUNDOVÉ SPOPLATŇO-**VANIE**

Pred časom prešli hlavní telekomunikační prevádzkovatelia na sekundové spoplatňovanie, aby svojim zákazníkom zobjektívnili podmienky pri platbách za volania rôznych dĺžok. Totiž ak predtým boli hovory spoplatňované napríklad každú minútu, zákazník musel zaplatiť minútovú sadzbu, aj keď hovor trval menej než násobok 1 minúty. Pri sekundovom spoplatňovaní platí zákazník sekundovú sadzbu za každú sekundu trvania hovoru.

Napríklad prevádzkovateľ mobilnej siete Orange prešiel vo vlastnej sieti z rovnomerného minútového spoplatňovania na rovnomerné sekundové spoplatňovanie. Označme h_m a S_m hovorovú jednotku a sadzbu pri minútovom spoplatňovaní a h_s a S_s hovorovú jednotku a sadzbu pri sekundovom spoplatňovaní. Pritom:

$$h_s = \frac{h_m}{60} \tag{12}$$

a logicky by mala byť aj sadzba:

$$S_s = \frac{S_m}{60} \tag{13}$$

Porovnaním celkových výnosov pri novom sekundovom spoplatňovaní a celkových výnosov pri starom minútovom spoplatňovaní zistíme dopad uvedenej zmeny na

$$\begin{cases}
r = \frac{V_s}{V_m} = \frac{1 - e^{-\frac{h_s}{\tau}}}{\frac{-h_m}{N \cdot S_m}} = \frac{1 - e^{-\frac{h_m}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{h_m}{\tau}}} = \frac{1 - e^{-\frac{h_m}{\tau}}}{60 \cdot \left(1 - e^{-\frac{h_s}{\tau}}\right)}
\end{cases} (14)$$

Uvažujme s priemernou dobou volania v mobilnej sieti τ = 60 s, pričom h_m = 60 s a h_s = 1 s. Potom:

$$r = \frac{1}{60} \cdot \frac{1 - e^{-1}}{\frac{1}{60}} = 0,64 \tag{15}$$

Ako je zrejmé z (15), za uvedených podmienok by prevádzkovateľ mobilnej siete stratil v porovnaní s pôvodným spôsobom spoplatňovania až 36 % na výnosoch.

Prevádzkovateľ pevnej siete Slovenské telekomunikácie tiež zaviedli sekundové spoplatňovanie volaní s tým, že k nemu dochádza až po 1. minúte hovoru (obr. 3). To je rovnocenné nerovnomernému spoplatňovaniu podľa vzorca (11), kde:

$$Z = 2$$

 $T_{Z-1} = T_1 = h_0 + h_1 = 0 + 60 = 60 \text{ s}$
 $h_Z = h_2 = 1 \text{ s}$
 $S_Z = S_2 = S_1/60$

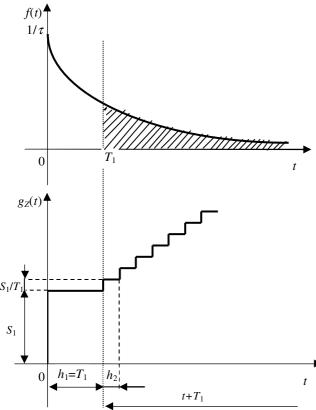
Priemerná doba obsadenia v pevnej sieti u miestnych volaní v dôsledku lacnejšieho spoplatňovania v porovnaní s mobilnou sieťou je dlhšia. Odhadneme ju na τ = 120 s.

Vzorec (11) nadobudne tvar:

$$V_{s} = N \cdot \left[S_{1} \left(1 - e^{-\frac{h_{1}}{\tau}} \right) + S_{1} e^{-\frac{h_{1}}{\tau}} \left(1 + \frac{1}{60} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\frac{h_{2}}{\tau}}} \right) \right] =$$

$$= N \cdot S_{1} \left[1 + \frac{e^{-\frac{h_{1}}{\tau}}}{60} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\frac{h_{2}}{\tau}}} \right] = N \cdot S_{1} \left[1 + \frac{1}{60} \cdot \frac{e^{-\frac{1}{2}}}{1 - e^{-\frac{1}{120}}} \right]$$

$$(16)$$



Obr. 3: Oddialené sekundové spoplatňovanie Fig. 3: Shifted per-second tariffication

Starý spôsob spoplatňovania miestnych volaní bola minútová hovorová jednotka so sadzbou S_1 a rovnomerné spoplatňovanie. Z toho plynuvšie výnosy v súlade s (5) boli:

$$V_m = \frac{N.S_1}{\frac{-h_1}{1 - e^{-\frac{1}{2}}}} = \frac{N.S_1}{1 - e^{-\frac{1}{2}}}$$
(17)

Pomerom (16) a (17) dostaneme:

$$r = \left(1 - e^{-\frac{1}{2}}\right) \left(1 + \frac{1}{60} \cdot \frac{e^{-\frac{1}{2}}}{1 - e^{-\frac{1}{120}}}\right) = 0,87$$
 (18)

V tomto prípade je strata na výnosoch už menšia, a to 13 %.

5. ZÁVER

V oboch prípadoch by prevádzkovatelia vykázali stratu na výnosoch. Preto musia vo svojej strategickej obchodnej politike hľadať spôsoby, ako túto stratu vyvážiť, napríklad:

- stanoviť vyššiu sadzbu za sekundové spoplatňovanie než 1/60 z pôvodnej sadzby pri minútovom spoplatňovaní;
- oddialiť sekundové spoplatňovanie o istý čas T;
- prijať opatrenia na predĺženie priemernej doby obsadenia, zvýšenie počtu zákazníkov v sieti, a tým aj počtu volaní;
- zvýšiť ceny pri iných druhoch volaní, atď...

Bez toho, aby bolo potrebné podrobne analyzovať rozsiahle súbory údajov, poznanie uvedených vzťahov so znalosťou len 3 kľúčových parametrov dáva riadiacim pracovníkom telekomunikačného podniku do rúk mocný nástroj na rýchly odhad dôsledkov zmien v spôsobe spoplatňovania volaní a na prijímanie optimálnych strategických rozhodnutí v meniacom sa podnikateľskom prostredí na telekomunikačnom trhu.

LITERATÚRA

- [1] Čepčiansky, G.: Odhad spoplatňovanej prevádzky. Slaboproudý obzor, 6, 1990
- [2] Čepčiansky, G.: Odhad výnosov zo spoplatňovania volaní. 2nd International Scientific Conference ELEKTRO '97, Žilina, jún 1997
- [3] Čepčiansky, G.: Stanovenie novej hovorovej jednotky pri prechode na jednotný vnútrouzlový tarif. Telekomunikace 7-8, 9, 1997