PREDIKCIA VLASTNOSTÍ STOCHASTICKÉHO PROCESU POMOCOU GENETICKEJ IDENTIFIKÁCIE

PREDICTION OF THE STOCHASTIC SYSTEM PROPERTIES USING GENETIC IDENTIFICATION

Rastislav Kuliha, Juraj Spalek

Katedra riadiacich a informačných systémov, Elektrotechnická fakulta, ŽU v Žiline, mail: kuliha@fel.utc.sk, tel.: 513 3342 mail: spale@fel.utc.sk, tel.: 513 3355

Abstrakt Článok sa zaoberá riešením rovníc pre zistenie podmienených pravdepodobností. Počet premenných v rovniciach pre odhad korelačných vzťahov sa dá redukovať s cieľom riešiť sústavu jednoznačne. Príklady ukazujú, že stochastický systém môžu dobre aproximovať stredné hodnoty podmienených pravdepodobností na celej časovej osi.

Summary The article deals with the equation solutions for conditional probabilities determination. The number of variables in equations for correlation estimation could be reduced under the specific conditions. Stochastic system could be approximated by the mean values of the conditional probabilities as it declared by presented example.

1. ÚVOD

Bezpečnosť možno definovať ako neovplyvnitelnosť systému podmienkami, ktoré môžu byť príčinou smrti, zranenia, choroby vyplývajúce z práce so systémom, stratu zariadenia alebo majetkovú škodu [5]. Udalosť spôsobujúca také situácie (napr. porucha systému) sa môže vyskytovať len s prijateľnou pravdepodobnosťou. Prezentovaná metóda umožňuje predikciu správania sa systému na báze analýzy postupnosti predchádzajúcich stavov. Na výpočet pravdepodobností stavov systému bez pamäti sa využíva markovovský model. V ňom je pravdepodobnosť určitého stavu závislá iba od predchádzajúceho stavu.

Intenzita prechodov λ_{ij} tu znamená pravdepodobnosť prechodu zo stavu x_i do x_j za časovú jednotku. Modelovanie bayesovskými sieťami je zase vhodné použiť v statických modeloch, alebo ak sa zaujímame o sústavu iba v obmedzenom časovom okne. V systéme, ktorý je množinou navzájom sa vylučujúcich javov bude hľadaná časová súvislosť týchto javov. Ak je braná do úvahy iba závislosť markovovská, v modeli na Obr.1 sú väzby iba medzi susednými stavmi x_i a x_{i+1} . Symbolom Δ je tu myslený časový krok pre diskretizácu systému.

V článku je označenie m chápané ako rád systému. Ak m=2 znamená to, že systém je bez pamäti. V systéme n-1 nezávislých a navzájom sa vylučujúcich javov bude ešte definovaný n-tý k nim doplnkový jav. Označenie $P(x_N=i|x_{N-1}=j,K,x_1=z)$ má význam pravdepodobnosti, že v čase N je systém v stave i, ak predtým, v čase N-1,N-2,...,1 bol v stavoch postupne j....z.

2. OPIS NÁHODNÉHO PROCESU

Nech je definovaná matica $N^{(m)}$ s rozmermi $[n \times (m-1)^n]$ v tvare (1) a diagonálna matica $D^{(m-l)}$ $[(m-1)^n \times (m-1)^n]$ podľa (2).

Na výpočet úhrnných pravdepodobností musí byť ešte zadaná stĺpcová matica jednotiek $J^{(m)} = [(m-1)^{n} \times 1]$. Ak sa zavedie matica $A^{(m)} = N^{(m)} \cdot D^{(m-1)}$ s rozmermi [n× (m-1)ⁿ], potom pre stavovú maticu pravdepodobnostného modelu platí rovnica (3). Je to pravdepodobnosť stavov v čase $m.\Delta$, (čas rovný rádu systému), teda so zahrnutím všetkých väzieb do minulosti. Pre predošlý čas k platí rovnica (4). Pre rád m=2 je $P(j/i)=a_{ii}$ konštantné, a zisťujú sa pravdepodobnosti stavov j=1,2,...,nz pravdepodobností stavov, ktoré im predchádzali. Modely stochastických procesov vyšších rádov majú konštantnú hodnotu podmienenej pravdepodobnosti najvyššieho $P(x_m/x_{m-1},x_{m-2},...,x_1).$ rádu podmienené pravdepodobnosti je nutné korigovať v priebehu výpočtu. Niekedy však môže postačujúce zistiť stredné veľkosti $N^{(k)}$ pre k=2,...,m.

Symbol *L* je zavedený pre väzbu medzi pravdepodobnosťou súčastného stavu a minulosťou. Stav je tak závislý od *L* stavov v minulosti.

Na výpočet diagonálnej matice $D^{(k)}$ sa použije matica $N^{(k)}$. Vopred však musí byť definované $D^{(0)}$. Všetky ostatné $D^{(k)}$ je už možné odvodiť rekurentne na základe rovnice (5). Význam operátora & bude vysvetlený v ďalšom texte.

$$\mathbf{N}^{(m)} = \begin{bmatrix} P(x_m = 1 | x_{m-1} = 1 \text{K } x_1 = 1) & \dots & P(x_m = 1 | x_{m-1} = n \text{K } x_1 = n) \\ P(x_m = 2 | x_{m-1} = 1 \text{K } x_1 = 1) & \dots & P(x_m = 2 | x_{m-1} = n \text{K } x_1 = n) \\ - - - - - - & \dots & - - - - - - \\ 1 - \sum_{i=1}^{n-1} P(x_m = i | x_{m-1} = 1 \text{K } x_1 = 1) & \dots & 1 - \sum_{i=1}^{n-1} P(x_m = i | x_{m-1} = n, \text{K } , x_1 = n) \end{bmatrix}$$

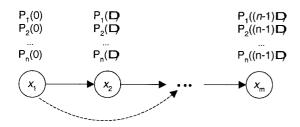
$$(1)$$

$$\mathbf{D}^{(m-1)} = \begin{bmatrix} P(x_1 = 1, L, x_{m-1} = 1) & 0 & 0 \\ ----- & -- & -- \\ 0 & L & 0 \\ 0 & P(x_1 = n, L, x_{m-2} = n, x_{m-1} = n-1) & L & 0 \\ 0 & L & P(x_1 = n, L, x_{m-1} = n) \end{bmatrix}$$

$$(2)$$

Pre uvažované priblíženie je však výhodnejšie počítať podľa rovníc (6) len tie matice $D^{(k)}$, ktoré sú potrebné na výpočet pravdepodobností a teda sú zaujímavé z hľadiska porovnania modelu s originálom.

Pri výpočte je užitočný unárny operátor &n s prioritou väčšou ako násobenie. Ten usporiada riadky matice, na ktorú je aplikovaný, na hlavnú diagonálu n krát po sebe.



Obr. 1 Dynamický stochastický systém Fig.1 The dynamic stochastic system

$$\begin{bmatrix} P_1(m.\Delta) \\ P_2(m.\Delta) \\ M \\ P_n(m.\Delta) \end{bmatrix} = \mathbf{P}^{(m)} = \mathbf{A}^{(m)}.\mathbf{J}^{(m)}$$
(3)

$$\mathbf{P}^{(k)} = \mathbf{A}^{(k)} . \mathbf{J}^{(k)} \text{ pre k} \leq \mathbf{L}. \tag{4}$$

Pre všetky
$$k$$
 platí:
$$\mathbf{D}^{(k)} = \mathbf{A}^{(k)} \& 1. \tag{5}$$

Pre výpočet je nutné, aby boli známe priemerné hodnoty $N^{(1)}$, $N^{(2)}$, ..., $N^{(l)}$. Operator " | " je tu použitý v kontexte zvyšku po delení.

$$\mathbf{N}^{(k)} = \mathbf{N}^{(k|L)} \quad \text{pre } k > L$$

$$\mathbf{D}^{(0)} = \mathbf{P}^{(0)} & 1 \quad \text{počiat.podmienka}$$

$$\mathbf{D}^{(k)} = \mathbf{P}^{(k|L)} & 1 \quad \text{pre } k = r.L, r = 1, 2, \dots$$
(6)

Všeobecné pravidlo (7), ktorým sa dajú počítať pravdepodobnosti javov úplnej množiny za uvedených priblížení znamená, že pri modelovaní je možné na začiatku zaviesť maticu (8) a použiť ju na celej časovej osi. Pre $k \le L$ platí:

$$\mathbf{A}^{(k)} = \mathbf{N}^{(k)}.(\mathbf{N}^{(k-1)} \& 1).(\mathbf{N}^{(k-2)} \& n).$$

$$.(\mathbf{N}^{(k-3)} \& n^2)...(\mathbf{N}^{(m)} \& n^{k-m-1})....$$
(7)
$$... \mathbf{N}^{(0)} \& n^{k-1}$$

Matica $\mathbf{Z}^{(L)}$ je mierou závislosti medzi stavom systému pred l-1 časovými krokmi a súčasnosťou.

$$\mathbf{Z}^{(L)} = \mathbf{N}^{(L)}.(\mathbf{N}^{(L-1)} \& 1).(\mathbf{N}^{(L-2)} \& n).(\mathbf{N}^{(L-3)} \& n^2)...$$
 (8)
...($\mathbf{N}^{(1)} \& n^{(L-2)}$)

Pravdepodobnosť stavu pre k > L je daná rovnicou:

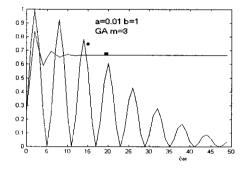
$$\mathbf{P}^{(k)} = \mathbf{Z}^{(L)}.(\mathbf{P}^{(k-L)} \& n^{L-1})\mathbf{J}^{(L)}. \tag{9}$$

GENETICKÁ IDENTIFIKÁCIA SYSTÉMU S PAMÄŤOU

Analytické určovane podmienených matíc je náročné. Vznikajú komplikácie so singularitou matíc, ako aj s ich prvkami, ktoré nezodpovedajú intervalom, do ktorých musia patriť pravdepodobnosti javov. Okrem toho je ťažké do rovníc pre výpočet zahrnúť podmienku úplného javu.

Vhodnou metódou na určovanie globálneho extrému je genetický algoritmus (GA). Vstupom pre genetický algoritmus určenia systému je reťazec matíc N⁽ⁱ⁾ i=1,2,..N, kde N je rád modelu. Tie je jednoduché generovať tak. aby vyhovovali uvedeným podmienkam. Pre markovovský model je N=2. Na Obr.2 je výsledok aproximácie systémom rádu N=3. Na overenie bol zvolený systém, v ktorom sa časovo menila pravdepodobnosť toho, že nastane jav ako harmonická funkcia tlmená podľa gaussovej krivky. Počiatočná populácia, v ktorej každý jedinec pozostáva z 3 matíc o rozmeroch [2x1],[2x2],[2x4], pričom prvá z nich je rovnaká pre všetkých jedincov, bola po výpočte pravdepodobnosti v celom časovom rozsahu ohodnotená podľa kritéria minima energie. Tento funkcionál je funkciou váh vo vzťahu (10). Ich rôzne nastavenia dávali výsledky podľa obr.2 a obr.4.

Z uvedených výsledkov sa dá odvodiť istá miera závislosti medzi váhami, ktoré určujú významnosť prvého a druhého diferenciálu funkcie a vernosťou jej aproximácie bayesovou sieťou (BNT). Kríženie sa dialo na úrovni bitov. Počet bitov pre kódovanie jednej pravdepodobnosti bol 10. Všetky matice jedného jedinca boli prevedené na reťazce bitov a kríženie medzi zodpovedajúcimi maticiam prebiehalo podľa Obr.3.

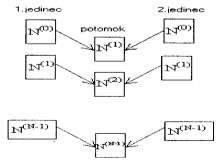


Obr.2 Pravdepodobnosti javu.

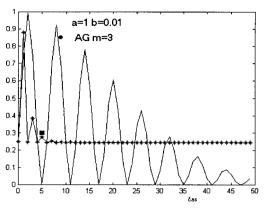
- •-Cieľová funkcia
- ■-aproximácia podľa GA pre m=3 pre váhy platí: a<b

Fig.2 Probability of event

- Target function
- ■-Approximation using GA for m=3 the weights a and b are in relation a < b



Obr.3 Spôsob kríženia v GA Fig.3 Crossover operation in GA



Obr.4 Pravdepodobnosti javu.

- •-Cieľová funkcia
- ■-aproximácia podľa GA pre m=3; pre váhy platí: a>b

Fig.4 Probability of event

- •-Target function
- ■-Aproximation using GA for m=3; the weights a and b are in relation

Graf na Obr.4 dokumentuje výsledky horolezeckého algoritmu [1], ak sa v hodnotiacej funkcii zohľadnili iné kombinácie váh a a b funkcie F(10)-kritéria pre hodnotenie.

$$F = \sum_{i=1}^{n} E_{i} =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{M} \left[a \left(x_{ip} \left(k \right) - x_{is} \left(k \right) \right)^{2} + b \left(\Delta x_{ip} \left(k \right) - \Delta x_{is} \left(k \right) \right)^{2} \right].$$
(10)

 E_i je súčet štvorcov rozdielov požadovanej hodnoty *i*-teho stavu na časovej osi, majúcej M časových krokov. Na *Obr.4* je stochastický systém aproximovaný *BNT* pre N=3. Vidno, že v porovnaní s *Obr.2* je statická aproximácia lepšia.

Z Obr.2 a Obr.4 vidno, že matice, ktoré je možné interpretovať ako korelačné vzťahy, nedávajú celkom uspokojivý výsledok pre konkrétny stochastický systém. Jeden jav reprezentoval pravdepodobnosť určitého stavu v čase (harmonická, gausovsky tlmená funkcia) a druhý bol k tomuto javu doplnkový. m znamená to isté ako L v (8). Ak sa ale zvýšila hodnota m (pozri Obr.5), potom model začína byť vernejším zobrazením skutočnosti. Na nájdenie modelu boli použité metódy genetických algoritmov podľa [1]. GA nájde iba jedno z nekonečného počtu riešení, ktoré je vyhovujúce vzhľadom na kritérium energiu (10), nie však vzhľadom na podstatu systému.

3.1 Doplňujúce podmienky pre neobnovované systémy

Systémy bez obnovy môžu prechádzať iba zo stavu s vyšším indexom do stavu s indexom nižším. Vyšší index znamená väčšiu mieru deštrukcie systému. Preto je nutné generovať matice N tak, aby boli nuly na tých

miestach v maticiach $N^{(m)}$, v ktorých nie je splnená podmienka:

$$p(S_i | S_{j_1}, S_{j_2}, ..., S_{j_k}) \neq 0$$
 (11)

pre
$$j_1 \le j_2 \le ... \le j_k$$

Zodpovedá to stavu, kedy sústava s časom degeneruje, t.j. nemôže si samovoľne vylepšiť svoje parametre. Z kombinatorickej analýzy vychádza, že pre systém rádu m a s počtom stavov n má matica $N^{(m)}$ celkovo

Možným riešením je ponechanie prvkov matice $N^{(m)}$, ktoré neprispievajú ku celkovej pravdepodobnosti, resp. nemajú žiaden vplyv na výsledok. V prvom riadku $N^{(m)}$ bude vždy iba prvý prvok, ostatné budú nulové. V ďalších sa doplnia prvky do prvých s stĺpcov, v zhode s postupnosťou (12), ak n je počet stavov systému.

$$\binom{n+m-1}{n-1}$$
 relevantných prvkov. Ako vidno z *Tab. 1*

a Tab.2, analytické určovanie polohy nulového a nenulového prvku matice $N^{(m)}$ je komplikované.

V maticiach v *Tab.1*, *Tab.2* znamená číslo pred písmenom r počet nenulových prvkov a ostatné čísla n vyjadrujú počet núl v riadku idúcich za sebou. Šípky znamenajú pokračovanie riadku. Z tabuliek vidno, že úplnou indukciou nie je jednoduché dopracovať sa ku všeobecnému vzorcu.

$$s = 2n^{m-2}, 3n^{m-2}, K, (n-1).n^{m-2}.$$
 (12)

Posledný riadok vznikne rozdielom *1-(prvých n-1)*. Ostatné prvky sú nulové.

Tab. 1 Štruktúra matice $N^{(3)}$ The $N^{(3)}$ matrix structure

$$1r (n+1)(n-1)$$
 $1r n-1$ $2r (n+1)(n-2)K$ $1r n-1$ $2r$ $n-2$ $3rK$ 2 $(n-1)r$ 1 n^2+n+1

Tab. 2 Štruktúra matice $N^{(4)}$ The $N^{(m)}$ matrix structure.

4. PRÍKLAD: ANALÝZA SPOĽAHLIVOSTI SYSTÉMU TMR

Na systémovej úrovni sa statická záloha najčastejšie realizuje formou majoritného vyhodnocovania výstupu niekoľkých prvkov [2]. Najjednoduchším variantom je zapojenie troch prvkov označované ako trojmodulová redundancia alebo taktiež systém *TMR*. (Triple Modular Redundancy) [3]. Modul hlasovača (Obr.6) realizuje funkciu:

$$f = f_1 f_2 + f_1 f_3 + f_3 f_2 \tag{13}$$

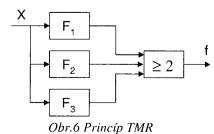


Fig. 6 The TMR principle

Ak sú intenzity porúch všetkých troch systémov rovnaké, potom pravdepodobnosť javu, že systém sa

bude nachádzať v stave funkčnosti minimálne dvoch subsystémov, ak sú rozdelenia hustôt pravdepodobností porúch všetkých jeho častí rovnaké a na sebe nezávislé je:

$$r(t) = 3R^{3}(t) - 2R^{2}(t). \tag{14}$$

Na aproximáciu vlastností systému *TMR* bol tiež použitý GA. Stavy systému sú:

S₁-všetky podsystémy sú v bezporuchovom stave;

S₂-iba niektoré 2 podsystémy pracujú bezchybne;

 S_3 -doplnkový jav ku javom 1 a 2.

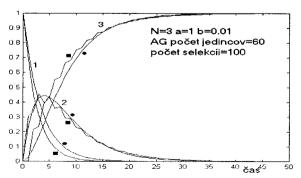
Stavy tvoria úplnú sústavu javov. Na Obr.7 vidno podobnosť medzi systémom nájdeným GA a systémom, ktorý tvoril trénovaciu množinu. Intenzity porúch λ_i modulov F_i boli všetky rovné jednej. Na Obr.7 a Obr.8 sú označené funkcie pravdepodobnosti stavov S_i číslami i=1,2,3. Bližší význam funkcíí je uvedený v popise obrázkov.

Na začiatku GA bolo náhodne vygenerovaných 50 jedincov. Každý jedinec má matice $N^{(2)}$ a $N^{(3)}$, ktoré musia spĺňať podmienku jednotkového súčtu v každom stĺpci. Tie, ktoré sa stali víťazmi súbojov vo všetkých 100 generačných cyklov, sú v Tab.3 a Tab.4.

Význam prvkov matíc zodpovedá označeniu podľa (1). Tab.4 je rozdelená na tri časti šípkami. Nenulové prvky boli na začiatku doplnené v súlade s podmienkou (11). Počiatočná generácia 50 jedincov bola redukovaná na prostrednú generáciu ($mating\ pool$) s polovičným počtom jedincov majúcich najlepšie vlastnosti. Každý jedinec musí obsahovať matice $N^{(2)}$ a $N^{(3)}$ spĺňajúce podmienku jednotkového súčtu v každom stĺpci. Druhá polovica populácie sa získala ich krížením bez mutácie bitov. Bitová mutácia by mohla znehodnotiť doplňujúce podmienky (ide o systém bez obnovy). To sa opakovalo v každom generačnom cykle [4]. Po 100 generačných cykloch vyšiel ako víťaz súbojov jedinec s najlepšími vlastnosťami. Jeho matice sú v Tab.3 a Tab.4.

Napríklad prvok $N^{(3)}(2,4)$ vyjadruje pravdepodobnosť zotrvania systému v stave S_2 v čase t+2 za podmienky, že bol v čase t+1 v stave S_2 a v čase t v stave S_1 .

Na Obr.8 je výsledok hľadania minima energie horolezeckým algoritmom. Výsledkom je systém lepšie aproximujúci pravdepodobnosť jednotlivých stavov, lenže v dôsledku hľadania minima a zmien bitov $0\rightarrow 1$ prvkov v maticiach $N^{(m)}$, ktoré mali zostať nulové, má



Obr.7 Výsledok hľadania korelačných vzťahov genetickým algoritmom

Fig.7.The results of correlation relation finding using GA method.

pravdepodobnosť p(1/2) prechodu systému $2\rightarrow 1$ hodnotu 0,03, čo je horšia aproximácia skutočných vlastností systému. Znamená to, že v modeli sa bude v 3% prípadov vracať zo stavu S_2 naspäť do stavu S_1 .

0.6864	0	0
0.3092	0.9830	0
0.0044	0.0170	1

Tab. 3 Prvky matice N² systému 2z3
The N² matrix elements of TMR
system

0.6609	0	0	
0.2258	0.0429	0.0059	\rightarrow
0.1133	0.9571	0.9941	

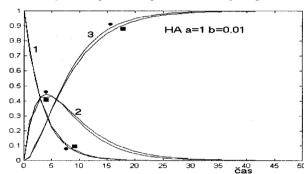
0	0	0	
0.5744	0.7439	0.8068	\rightarrow
0.4256	0.2561	0.1932	

0	0	0
0	0	0
1	1	1

Tab. 4 Prvky matice N⁽³⁾ systému 2z3

The N⁽³⁾ matrix elements of TMR system

Dosiahnuté výsledky ukazujú, že prezentovanú metódu možno s výhodou použiť napr. v technickej diagnostike.



Obr.8 Porovnanie modelu so skutočnosťou ak bol použitý horolezecký algoritmus Fig.8 The comparison of model and reality using hill climbing algorithm

Pri cyklickej kontrole modulov F_i s časovým krokom T=3 sa postupne kontroluje modul F_1 F_2 F_3 F_1 F_2 F_3 Za predpokladu, že v čase t bol systém v stave S_1 , bude pravdepodobnosť stavu S_3 v čase t+2 p(3/2,1)p(2/1)+ p(3/1,1)p(1/1). Je to teda rovné riziku, že hlasovač generuje nesprávnu informáciu. Pre uvedený ilustračný príklad (pozri Tab.3, Tab.4) je daná rovnicou:

$$r = P(3) = 0.4256 \ 0.3092 + 0.1133 \ 0.6864 = 0.209$$
(15)

5. ZÁVER

Predpoveď vlastností modelu stochastického systému s časovo invariantnými veľkosťami podmienených pravdepodobností prezentovanou metódou genetickej identifikácie sa zhoduje so štatistickým správaním systému. Uvedený formalizmus tak spĺňa najdôležitejšiu podmienku dobrej teórie: umožňuje predikciu. Táto vlastnosť je v každom systéme chápaná ako kvantifikácia pravdepodobnosti, že v ľubovoľnom čase nastane niektorý z možných javov. Ak je takáto aproximácia postačujúca, odpadá pri evaluácii sústavy potreba rekurentne odvodzovať matice $N^{(k)}$ v každom diskrétnom čase. Tým klesajú tiež nároky na výpočet a teda aj zložitosť riadiaceho systému.

Tento príspevok bol vypracovaný s podporou Slovenskej grantovej agentúry VEGA v rámci grantu č. 1/8261/01 "Použitie umelej inteligencie v riadení bezpečnostne kritických procesov".

LITERATÚRA

- [1] V.Kvasnička, Ľ.Beňušková, Úvod do teórie neurónových sietí, IRIS Bratislava, 1997
- [2] J.Hlavička a kol., Číslicové systémy odolné proti poruchám, ČVUT Praha, 1992
- [3] Storey, N., Safety-critical computer systems, Prentice Hall, 1996
- [4] http://www.univ-lille1.fr/eudil/eudilfr/transfert/
- [5] MIL-STD-882 " Standard Practice for System Safety ", U.S. Department of Defense, Washington, DC., 10. február 2000