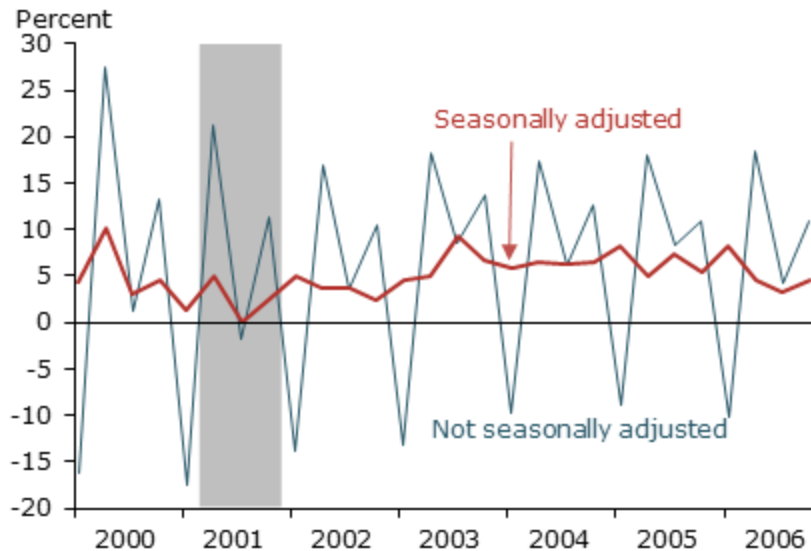


線形時系列予測

季節調整値

原系列(original series)を加工して季節性(seasonality)と考えられる要素を修正した値

- GDPなどの経済指標を扱う場合、季節性よりも経済成長に伴う長期的変動や中期的な景気循環(business cycle)に関心がある。
- 季節性を取り除く方法
 - 基本は前後の数値で平滑化, 代表的なものに移動平均(moving average)がある



<https://www.frbsf.org/economic-research/publications/economic-letter/2015/may/weak-first-quarter-gdp-residual-seasonality-adjustment/>

移動平均の基本型

- 時系列データの原系列を $\{x_t\}_T$ とする (T : 時系列の長さ)。

時刻 t のデータ x_t について前後 k 期ずつ計 $2k + 1$ 個のデータの算術平均を取る。

$$y_t = \frac{1}{2k + 1} (x_{t-k} + \cdots + x_t + \cdots + x_{t+k})$$

として新しい時系列 $y_{k+1}, y_{k+2}, \cdots, y_{T-k}$ を作る。

重み付き移動平均

加重平均を

$$y_t = \sum_{i=-k}^k w_i x_{t+i}$$

のように取ることもできる。

新しい系列 $\{y_t\}$ と原系列 $\{x_t\}$ の計量単位を揃えるために

$$\sum_{i=-k}^k w_i = 1$$

として、重みを全体で基準化することもしばしば行われる。

移動平均の中心化

- 多くの経済時系列データは月次データや四半期データなど偶数の周期を持つ。
- 移動平均の基本型で使う項数 $2k + 1$ は奇数。
- 月次データの場合、ある年の1月~12月の単純移動平均を取ると、中心となる月が6.5月になってしまう。
 - 同じ年の2月~翌年1月までを平均してその年の7.5月に対応する移動平均値を求める。
 - すでに求めた架空の6.5月と7.5月のデータの算術平均値をとれば、7月のデータに対応する季節調整値が求まる。

移動平均の中心化（数式編）

1年目の t 月の現データを $x_{1:t}$ で表すと、一年目の移動平均値（1つ目）は

$$y_{1:6.5} = \frac{1}{12}(x_{1:2} + x_{1:3} + \cdots + x_{1:12})$$

2つ目の移動平均値は

$$y_{1:7.5} = \frac{1}{12}(x_{1:2} + x_{1:3} + \cdots + x_{2:1})$$

よって一年目の7月の最終的な移動平均値 $y_{1:7}$ は

$$y_{1:7} = \frac{1}{2}y_{1:6.5} + \frac{1}{2}y_{1:7.5}$$

以上の手続きを一般化すると、原系列 $\{x_t\}$ から13項移動平均の系列 $\{y_t\}$ は

$$y_t = \frac{1}{24}(x_{t-6} + 2 \sum_{i=-5}^5 x_{t+i} + x_{t+6})$$