

“文远知行”杯 中山大学程序设计竞赛线上赛

2020年4月25日 14:00-17:30

A. 红宝石之光	2
B. 开花宣言	3
C. 向着梦想的一步	4
D. 夜空似乎知晓一切	5
E. 冬天给予的预感	6
F. 欲于辉夜之城起舞	8
G. 欢乐派对列车	9
H. 自我控制	11

温馨提示：

1. 不保证题目按照难度顺序排序，请合理安排解题顺序。
2. 本场比赛为单人赛，请不要以任何形式同其他选手交流。作弊者取消参赛资格。
3. 部分题目数据量较大，请注意输入输出效率，例如 C++ 选手请不要使用 `cin`、`cout` 等特别慢的输入输出语句。

A. 红宝石之光

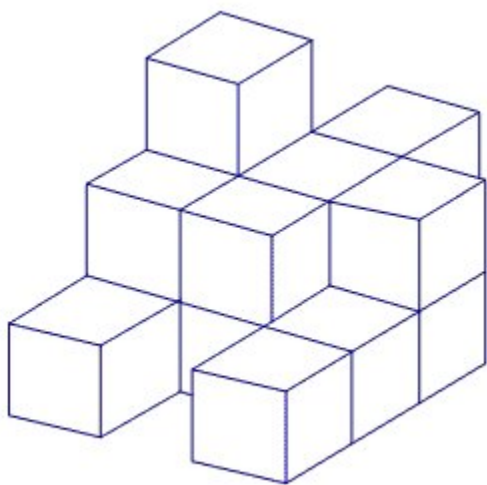
时间限制：1秒

空间限制：256MB

【题目描述】

疫情当前，Niyiz 不能外出，只能宅在家里玩玩具。

Niyiz 有很多红宝石立方体积木，他还有一张大小为 $n \times n$ 的网格图，他在网格图的格子上堆积木，这样就形成了一个几何体，如图所示：



他的红宝石积木表面会发光很好看，所以他想知道这个几何体的表面积是多少。

注意该题中的表面积包括其下底面。

【输入格式】

第一行一个整数 n ($n \leq 2000$)，意义如题面所述。

接下来 n 行，每行共 n 个整数，第 i 行第 j 个数 a_{ij} 表示第 i 行第 j 列堆砌的立方体高度 ($0 \leq a_i \leq 2000$)。

【输出格式】

一行，一个整数，表示几何体的表面积。

【样例数据】

样例输入	样例输出
4 2 1 2 0 1 3 2 2 0 2 2 1 0 1 0 1	62

B. 开花宣言

时间限制：1秒

空间限制：256MB

【题目描述】

疫情当前，Niyiz 不能外出，只能宅在家里种花。

种花需要肥料。Niyiz 有 n 种原料，第 i 种原料的肥力为 a_i 。如果使用若干种原料合成化肥，那么得到的肥力是这些原料肥力的异或和。例如，选择肥力分别为 1, 2, 3 的三种原料会合成肥力为 $1 \oplus 2 \oplus 3 = 0$ 的肥料，这当然是很失败的。

Niyiz 要从中选出恰好 m 种原料合成化肥，他想知道他能达到的最大肥力是多少。

【输入格式】

第一行两个整数 n, m 。 ($1 \leq m \leq n \leq 20$)

第二行 n 个整数，第 i 个数表示 a_i 。 ($0 \leq a_i \leq 2^{31}$)

【输出格式】

一行，一个整数，表示选出 m 个数异或的和的最大值。

【样例数据】

样例输入	样例输出
8 3 0 1 2 3 4 5 6 7	7

C. 向着梦想的一步

时间限制：1秒

空间限制：256MB

【题目描述】

疫情当前，Niyiz 不能外出，只能宅在家里梦想。

每天，Niyiz 都会朝着梦想前进一步，第一天他的梦想实现度为 a_1 ，第二天为 $a_2 = a_1 + d$ ，第三天为 $a_3 = a_2 + d \cdots$ 一共有 n 天，这 n 天的梦想实现度形成了一个等差数列。

Niyiz 想知道这 n 天的梦想实现度的最大公约数。

【输入格式】

一行，三个正整数 $a_1 \ d \ n$ ($1 \leq a_1, d, n \leq 10^4$)。

【输出格式】

一行，一个整数，表示最大公约数。

【样例数据】

样例输入	样例输出
1 2 3	1

D. 夜空似乎知晓一切

时间限制：1秒

空间限制：256MB

【题目描述】

疫情当前，Niyiz 不能外出，只能宅在家里仰望星空。

“总感觉无法入睡 今夜我无法入睡
思念不停在我心里触动
整晚一直翻来覆去
既然是最为珍重的朋友 那就不得不坦诚面对吧
试着对你说明我的真心 我现在不安又迷乱的真心
夜空啊 它好像全都明白这一切…你知道吗？”

“夜空啊 你真的 全然知晓吗？”

“我随便在平面上画两条线段，你也能立即告诉我它们是否相交吗？”

【输入格式】

第一行四个整数 x_1, y_1, x_2, y_2 ，表示第一条线段的两个端点。

第二行四个整数 x_3, y_3, x_4, y_4 ，表示第二条线段的两个端点。

线段的端点可以重合，此时线段退化成一个点。

($|x_i|, |y_i| \leq 10^8$)

【输出格式】

若两条线段相交，输出 **yes**，否则输出 **no**。

【样例数据】

样例输入	样例输出
0 0 1 1 0 1 1 0	yes
0 0 1 1 1 0 2 1	no
0 0 2 2 1 1 2 0	yes

E. 冬天给予的预感

时间限制：1秒

空间限制：256MB

【题目描述】

疫情当前，Niyiz 不能外出，只能宅在家里看偶像的 5 周年发布会。

发布会上说，她们要推出新的以冬日为主题的分组歌曲，还要进行巨蛋巡演。

Niyiz 对新的分组很感兴趣。这个偶像团体共有 n 个人，可以标号为 1 到 n ，每次出分组专辑会分成 m 个小组，第 i 个小组有 a_i 人。每个人都会属于一个小组，即 $\sum_{i=1}^m a_i = n$ 。

这是她们第二次出分组专辑，第一次的时候，第 i 个小组的成员分别是 $w_{i,1}, w_{i,2}, \dots, w_{i,a_i}$ 。由于偶像的 cp 是运营不能放过的卖点，因此这次出专，任何小组不能跟原来的某一个小组完全相同。

Niyiz 想知道这次她们有多少种可能的分组方案。由于答案比较大，请输出答案对 $10^9 + 7$ 取模。

两种分组方案不同，当且仅当存在两名成员，她们在其中一种方案中属于同一个小组，在另一种方案中属于不同的小组。

【输入格式】

第一行两个整数 n, m 。 $(1 \leq n \leq 1000, 1 \leq m \leq 15)$

接下来 m 行，第 i 行第一个整数为 a_i ，表示该小组的人数，接下来有 a_i 个整数 $w_{i,1}, \dots, w_{i,a_i}$ ，表示第一次分组时这些人被分到了一组。

保证 $\sum_{i=1}^m a_i = n$ ， $\forall i, 1 \leq a_i \leq n$ 。

保证所有 $w_{i,j}$ 互不相同，且 $1 \leq w_{i,j} \leq n$ 。

【输出格式】

一行，一个整数，表示答案对 $10^9 + 7$ 取模。

【样例数据】

样例输入	样例输出
3 2 1 1 2 2 3	2
9 4 2 1 3 2 4 9 2 5 6 3 2 7 8	966

【样例解释】

对于第一组样例，两种方案分别是 (2)(1,3) 和 (3)(1,2)。

对于第二组样例，其中一种符合题意的方案是 $(4, 5)(7, 8)(6, 9)(1, 2, 3)$ ，其中一种不符合题意的方案是 $(5, 6)(3, 4)(1, 2)(7, 8, 9)$ ，因为 $(5, 6)$ 这个分组重复了。

【提示】

你可能需要用到的知识：如何在模意义下进行除法运算？

根据费马小定理，对于质数 p ，若 a ($a > 0$) 与 p 互质，则 $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ 。

两边除以 a 可得 $a^{p-2} \equiv \frac{1}{a} \pmod{p}$ 。

在这题中， $p = 10^9 + 7$ 是一个质数。因此， $\frac{a}{b} \equiv a \cdot b^{p-2} \pmod{p}$ 。

F. 欲于辉夜之城起舞

时间限制：1秒

空间限制：256MB

【题目描述】

疫情当前，Niyiz 不能外出，只能宅在家里看电视舞蹈节目。

于辉夜之城起舞，是每一位舞者的梦想，不仅要非常努力地个人练习，还要进行组队练习。

在 Niyiz 看来，一个队伍所有人的能力值的中位数决定了这个队伍的优劣。中位数是指，假设队伍有 m 个人，那么将这 m 个能力值从小到大排序后取第 $\lceil \frac{m}{2} \rceil$ 个数。

这天一共有 n 个舞者来到辉夜之城，这 n 个人的能力值互不相同，且恰好形成了一个 1 到 n 的排列。这 n 个人会依次到达，但由于 Niyiz 并不知道会有多少人来，因此每来一个人，Niyiz 都想要知道，对于当前的舞者组成的队伍，能力值的中位数是多少。

【输入格式】

第一行一个整数 n ($n \leq 2 \cdot 10^6$)。

第二行 n 个整数，表示一个长度为 n 的排列 p_1, \dots, p_n ，代表依次到来的舞者的能力值。

【输出格式】

为了避免输出过大，将采用如下方式输出：

假设 p_1, \dots, p_i 的中位数为 m_i ，输出 $\sum_{i=1}^n m_i \cdot 2333333^i \bmod (10^9 + 7)$ 。

【样例数据】

样例输入	样例输出
6 1 5 2 6 3 4	275452670

【样例解释】

中位数依次是 1, 1, 2, 2, 3, 3。

G. 欢乐派对列车

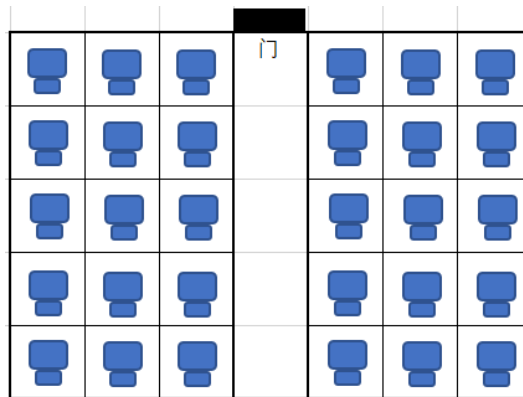
时间限制：1秒

空间限制：256MB

【题目描述】

疫情当前，Niyiz 不能外出，只能宅在家里回忆昔日的欢乐时光。

Niyiz 曾乘坐欢乐派对列车飞向蓝天，驶向梦想。他所在的车厢可以视为一个 n 行 $2m+1$ 列的矩阵（行从上往下按 1 至 n 编号，列从左往右按 1 至 $2m+1$ 编号），其中每行的前 m 个位置和后 m 个位置都是座位，中间的一列为走道，门位于走道的最上方。下图展示了一个 $n=5, m=3$ 的例子：



车上一共有 k 个人，第 i 个人位于第 x_i 行第 y_i 列。从列车到站的那一刻起，每秒钟，在车内的每个人可以选择下列三个行为之一：

- 若他位于 $(1, m+1)$ ，他可以选择从门出去；
- 若他位于座位，则向走道方向前进一格；若他位于走道，则向门方向前进一格；
- 原地不动。

每个格子每时每刻最多只能容纳一个人，因此不能有两人以上选择同一个格子作为下一秒的目的地。

Niyiz 只记得这么多了，他想知道最少需要多少秒，能让所有人离开车厢。

【输入格式】

第一行三个整数 n, m, k 。 ($1 \leq n, m \leq 1000, 1 \leq k \leq \min(2nm, 10^5)$)

接下来 k 行，第 i 行两个整数 x_i, y_i ，表示第 i 个人的初始位置。

【输出格式】

一行，一个整数，表示所有人离开车厢所需的最小时间。

【样例数据】

样例输入	样例输出
2 1 4 1 1 1 3 2 1 2 3	5
3 2 6 1 1 1 2 2 4 2 5 3 1 3 2	7

H. 自我控制

时间限制：1秒

空间限制：256MB

【题目描述】

疫情当前，Niyiz 不能外出，只能宅在家里看新闻。

新闻里基本都是，某国爆发了疫情，政府提醒大家一定要严格自我控制，要戴口罩，不要聚集，balabala

Niyiz 注意到一个特别的国家。这个国家有 n 个城市，有 m 条双向通道连接着这些城市。通道有两种，一种是航空通道，一种是公路。任何类型的通道都需要花 1 天时间通过。

某一天，城市 s 爆发了疫情。政府下令， a 天后关闭所有航空通道， b 天后关闭所有公路。这样一来，在 $\max(a, b)$ 天后，所有城市都被隔离开来了。

但是政府知道肯定有人在这些天内到处跑。为了制定下一步防疫政策，政府需要知道，当“全国封城”以后，有多少城市可能存在感染者。

【输入格式】

第一行五个整数 n, m, s, a, b 。 ($1 \leq n, a, b \leq 10^5, 1 \leq m \leq 2 \cdot 10^5, 1 \leq s \leq n$)

接下来 m 行，每行 3 个整数 u_i, v_i, w_i ，表示一条双向通道连接着城市 u_i 和 v_i ，若 $w_i = 0$ 则表示一条航空通道，若 $w_i = 1$ 则表示一条公路。

【输出格式】

一行，一个整数，表示最终有多少城市可能存在感染者。

【样例数据】

样例输入	样例输出
4 4 1 1 2 1 2 0 1 3 1 2 3 0 2 4 1	4
4 4 1 1 2 1 2 1 1 3 0 2 3 1 2 4 0	3

【样例解释】

对于第二组样例，感染者若要前往城市 4，必须先花 1 天时间从城市 1 到达城市 2，而这 1 天后航空通道就关闭了，因此城市 4 不会被感染。而其他 3 座城市都可能被感染。