

Måling av magnetisk deklinasjon og inklinasjon nord-øst på Gløshaugen i Trondheim ved bruk av smarttelefoner

Thorbjørn C. Djupvik¹, Oskar F. Jakobsen¹, Vemund Aakre¹ og Linus Nord-Varhaug¹

¹Institutt for fysikk, NTNU

19. april 2023

Sammendrag

Magnetisk deklinasjon er en misvisning som kommer av at jordas magnetfelt ikke er orientert langs jordas rotasjonakse. Den er definert som vinkelen mellom geografisk nord og retningen på magnetfeltet. Inklinasjon er vinkel mellom horisontalplanet og magnetfeltet. For å finne inklinasjonen kan det gjøres målinger av magnetfeltet og så analysere disse. Ved å måle magnetfeltet i forhold til referansepunkter kan deklinasjonen bestemmes ut fra disse dersom geografisk nord også er kjent i forhold til referansepunktene. Resultatene ble en deklinasjon på $6.14 \pm 5.39^\circ$ mot vest og inklinasjon på $71.20 \pm 4.82^\circ$. De største feilkildene var mulig variasjon i koordinatsystem, feil med sensor i telefonen, og unøyaktig siktemiddel. Deklinasjonen og inklinasjonen er innenfor størrelsesområdet til World Magnetic Model, men deklinasjonen vi målte var mot vest i kontrast til World Magnetic Model, som oppgir den mot øst.

1 Innledning

Historisk sett har variasjonen i den magnetiske deklinasjonen og inklinasjonen ført til komplikasjoner innen navigasjon. Magnetisk deklinasjon forteller noe om avviket mellom geografisk nord og magnetisk nord. Magnetisk inklinasjon forteller på den andre siden noe om avviket mellom horisontalplanet og den jordmagnetiske feltvektoren. Disse to fenomenene vil være avhengig av hvor på jorden man befinner seg.

Det finnes flere måter å måle magnetisk deklinasjon på. I dag brukes en kombinasjon av flere forskjellige typer utstyr, men den mest fremtredende og nøyaktige måten er ved bruk av satellitter [7].

Den magnetiske inklinasjonen kan måles ved hjelp av et "inklinatorium". Dette er en kompassnål som opererer i det vertikale planet, i motsetning til et kompass som opererer i horisontalplanet [3].

I denne rapporten er målet å finne den magnetiske deklinasjonen og inklinasjonen ved hjelp av sensorene i mobiltelefonen. Det tas utgangspunkt i posisjonen til der målingen holdt sted, samt ett referansepunkt for å finne geografisk nord. Ut ifra denne informasjonen kan man bruke sensorene i mobiltelefonen til å finne magnetisk nord. Deretter kan man regne ut magnetisk deklinasjon og inklinasjon. Rapporten består av teorien og metoden som ligger bak målingene og utregningene. Deretter vil resultatene for målingene bli fremlagt. Til slutt vil en diskusjon av resultatene og feilkildene bli lagt fram.

2 Teori

Jorda er omsluttet av et magnetfelt, som kan tilnærmes med en dipol orientert omtrent i flukt med rotasjonsaksen. Jordas magnetiske sørpol befinner seg i nærheten av jordas geografiske nordpol, og magnetisk nordpol befinner seg i nærheten av geografisk sørpol. Presiseringen "i nærheten av" er således viktig i forbindelse med dette prosjektet, ettersom dette gir opphav til fenomenet deklinasjon. Et kompass vil peke mot den magnetiske sørpolen og ikke mot den geografiske nordpolen. Denne misvisningen kalles deklinasjon og blir oppgitt som vinkelen mellom geografisk nord og retningen på magnetfeltet. På grunn av asymmetrien til de magnetiske polene i forhold til rotasjonsaksen, vil deklinasjonen variere og være avhengig av posisjonen på jorda. [7]

Et annet fenomen er inklinasjon som beskriver hvor mye magnetfeltet peker nedover i forhold til horisontalplanet. Ettersom magnetfeltlinjene ikke følger jordas overflate vil magnetfeltet peke nedover mot bakken. Inklinasjonen blir derfor oppgitt som den vertikale vinkelen mellom tangentplanet til jorda og magnetfeltet.

2.1 Phyphox

Phyphox er en app man kan laste ned på telefonen sin som lar brukeren bruke telefonen sine sensorer til å foreta ulike målinger. Deriblant finnes det et magnetometer som lar en måle magnetfeltstyrken langs alle koordinataksene til telefonen, i tillegg til absolutt feltstyrke. [11]

2.2 Hvordan måle inklinasjonen

For å måle inklinasjonen, trenger en kun å finne magnetfeltstyrken i horisontalplanet og i vertikal retning. Da blir formelen for inklinasjonen

$$\gamma = \arctan \frac{-B_z}{B_H} \quad (1)$$

hvor B_z er feltstyrken i z-retning, og B_H er feltstyrken i horisontalplanet, som kan uttrykkes med $B_H = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$. B_x og B_y er henholdsvis magnetfeltet i x-retning og y-retning. Minustegnet foran B_z kommer av at B_z vil være en negativ størrelse, ettersom magnetfeltet peker inn mot jorden, mens positiv z-akse står normalt opp fra horisontalplanet. Inklinasjon derimot blir oppgitt som en positiv størrelse. Inklinasjonen blir dermed gitt ved

$$\gamma = \arctan \frac{-B_z}{\sqrt{B_x^2 + B_y^2}} \quad (2)$$

2.3 Hvordan måle deklinasjonen

For å finne ut deklinasjonen kreves det at man vet hvor både magnetisk sørpol og geografisk nordpol er, for så å kunne regne ut vinkelen mellom dem. For å oppnå dette kan det benyttes et mellomsteg, hvor en velger et fast referansepunkt som er enkelt å lokalisere. Dette punktet kan en så relatere både magnetfeltet og geografisk nord til. Hvis man finner vinkelen mellom magnetfeltet og referansepunktet, og geografisk nord og referansepunktet, kan deklinasjonen regnes ut basert på dette. Gitt vinklene ovenfor blir deklinasjonen

$$\alpha = \beta - \theta \quad (3)$$

hvor β er vinkelen mellom referansepunktet og magnetfeltet, og θ er vinkelen mellom referansepunktet og geografisk nord.

2.3.1 Vinkel mellom referansepunkt og magnetfelt

Vinkelen mellom referansepunktet og magnetfeltet kan bli funnet ved å først bestemme et koordinatsystem. I dette koordinatsystemet finner en magnetfeltsvektoren og posisjonsvektoren til referansepunktet, og dermed også vinklene til vektorene i forhold til x-aksen til koordinatsystemet. Gitt dette oppsettet blir vinkelen mellom x-aksen og magnetfeltet

$$\phi = \arctan \frac{B_y}{B_x} \quad (4)$$

Vinkelen mellom magnetfeltet og referansepunktet blir dermed

$$\beta = \psi - \phi = \psi - \arctan \frac{B_y}{B_x} \quad (5)$$

hvor ψ er vinkelen mellom referansepunktet og x-aksen.

Formelen for deklinasjonen kan dermed skrives om til

$$\alpha = \psi - \arctan \frac{B_y}{B_x} - \theta \quad (6)$$

2.3.2 Koordinater til referansepunkt og målelokasjon

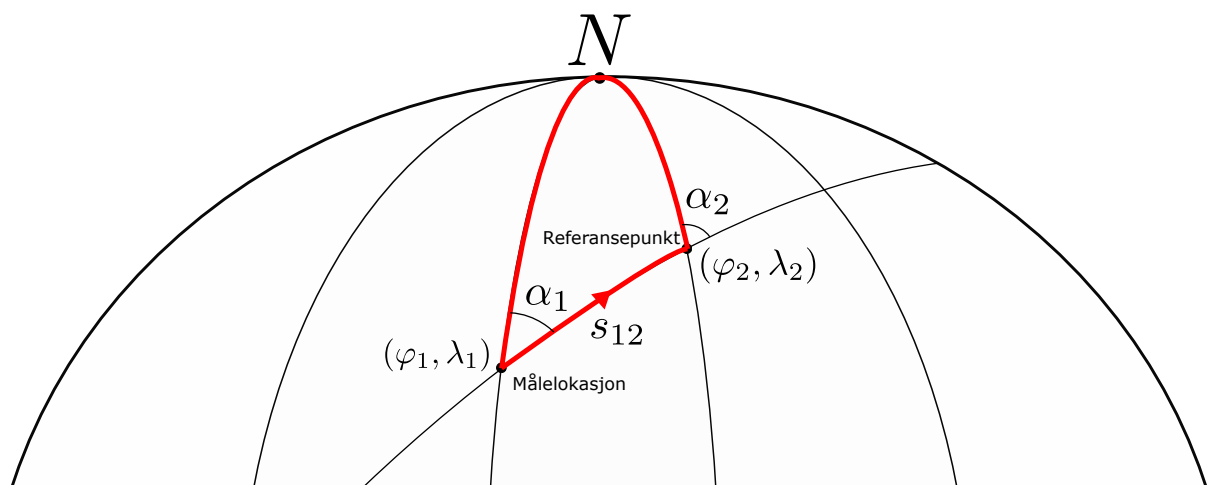
Metoden som brukes for å regne ut vinkelen mellom referansepunktet og geografisk nord, θ i ligning (6), krever at man kjenner koordinatene til disse. Dette burde helst bli gjort ved hjelp av GPS. Metode-delen av rapporten beskriver hvordan dette ble gjort ved hjelp av telefonens GPS-sensor for målelokasjonen samt Google Maps for referansepunktene.

2.3.3 Vinkel mellom referansepunkt og geografisk nord

For å finne vinkler på jordoverflaten brukes en ellipsoidisk modell av jorden. WGS-84 (World Geodetic System) sin referanseellipsoide blir brukt i denne rapporten. Vinkelen mellom meridianen (linje fra geografisk nordpol til geografisk sørpol) gjennom målelokasjonen og kurven fra målelokasjonen til referansepunktet kalles asimut [1] og gis ofte symbolet α (se figur 1). Problemet man står ovenfor da er:

Finn asimuten α_1 gitt to punkter på jordoverflaten (φ_1, λ_1) og (φ_2, λ_2) , hvor φ er breddegradene og λ er lengdegradene.

Dette problemet blir kalt **Inverse Problem** i *Algorithms for geodesics* (2013) [4]. Karney presenterer en metode for å løse slike problemer. Python-biblioteket geographiclib implementerer denne; funksjonen `geodesic.Geodesic.WGS84.Inverse()` tar inn to punkter og løser for geodetisk avstand samt de to asimutene [5], se figur (1).



Figur 1: Skisse av en ellipsoidisk modell av jordkloden. Avstanden s_{12} er den geodetiske avstanden mellom to punkter på overflaten. Hvert punkt har en tilhørende asimut (α): vinkelen mellom meridianen og den geodetiske kurven.

3 Metode

Utstyr

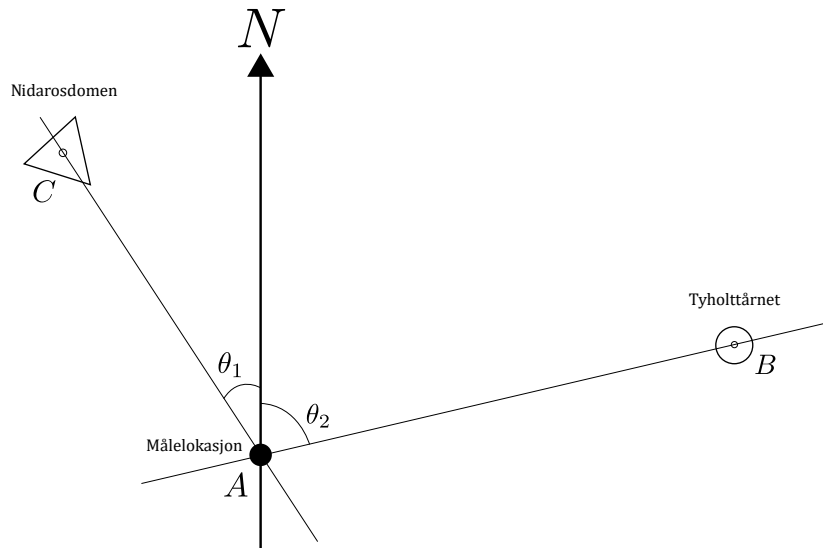
- Telefoner med Phyphox
- Telefonholder
- Trefot
- Vater

Det ble foretatt målinger med Djupviks iPhone SE, Jakobsens Samsung Galaxy A40 og Aakres iPhone 13.

3.1 Referansepunkter og målelokasjon

Det ble gjort målinger med 2 ulike referansepunkt for å få et større datagrunnlag. De valgte referansepunktene var spiret til Nidarosdomen og Tyholtårnet fordi disse var lette å sikte seg inn på i tillegg til å være et godt stykke unna målelokasjonen (se figur 2). Målingene ble utført på vestre siden av broen som krysser Eidsvolls gate langs Øvre alle.

Koordinatene til referansepunktene ble bestemt med å klikke på punktene på Google Maps (satelitt-bilder). Koordinatene til målelokasjonen ble målt ved hjelp av phyphox' verktøy for lokasjonsmåling [11]. Telefonens GPS-sensor ble kalibrert ved at telefonen ble flyttet rundt målelokasjonen. Deretter ble telefonen plassert i ro i telefonholderen. Lokasjonsdata ble eksportert i `.csv`-format.



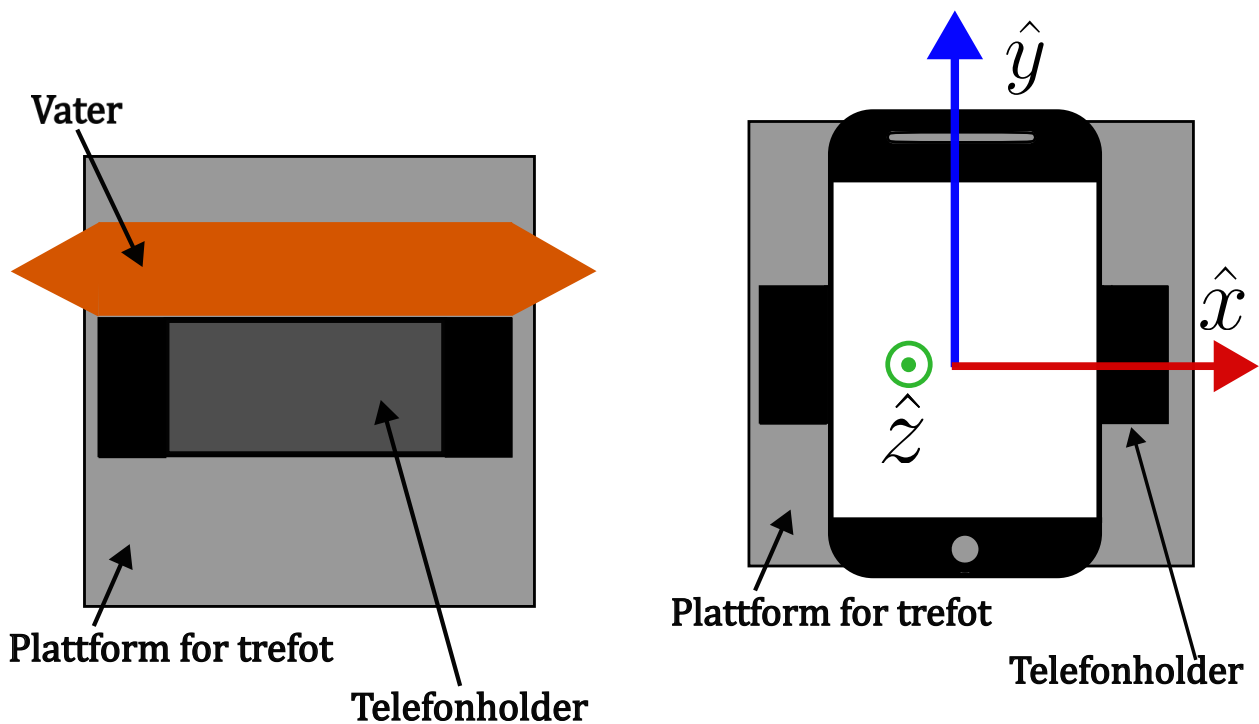
Figur 2: Skisse av målelokasjon (A) og to referansepunkter (B og C) samt vinkelen mellom disse og geografisk nord.

3.2 Måling av magnetfelt og oppsett

En trefot med en plattform for telefonene ble brukt, hvor telefonene ble plassert i en telefonholder. For å gi riktig retning på telefonene, ble det plassert ett vater langsmed telefonholderen (se figur 3a). Vateret ble så brukt som siktemiddel slik at telefonholderen, og dermed $-x$ -aksen til telefonens referansesystem 3b, lå i retning av referansepunktet. Vi får da at $\psi = -180^\circ$ i likning (6). Deretter ble plattformens inklinasjon justert slik at telefonen la horisontalt ved hjelp av vateret.

Før hver måling ble telefonene kalibrert ved å rotere den rundt alle tre aksene. Deretter ble telefonene plassert i telefonholderen og ble liggende omkring 30 sekunder. Dataene ble så eksportert til `.csv`-format.

Måling med Nidarosdomen som referansepunkt ble gjennomført først. Det ble gjennomført et målesett (en måling med hver telefon). Deretter ble plattformen stilt inn på nytt med Tyholtårnet som referansepunkt. Det ble gjort målinger med flymodus aktivert og etter å ha gjort en omstart av telefonene for å sjekke om dette kunne ha innvirkning på resultatene. Målingene med flymodus ble gjennomført ved at telefonene ble satt i flymodus, kalibrert og dermed satt i telefonholderen. Målingene etter omstart ble gjennomført ved at telefonene ble startet på nytt, kalibrert og så plassert i telefonholderen.



(a) Figuren viser oppsettet for måling før telefonen ble plassert i telefonholderen. Vateret er siktemiddel for oppsettet.

(b) Skisse av telefon under måling. Skissen viser også koordinatsystemet, angitt med \hat{x} , \hat{y} , \hat{z} , som benyttes til analysen.

3.2.1 Analyse av data

Rådata for magnetfeltet og koordinatene til målelokasjonen ble gruppert for målesett og telefon. Inklinasjonen ble bestemt ved bruke likning (2) på hvert datasett, samt bruke funksjonene `numpy.mean`, `numpy.median` og `sympy.stats.tstd` for å finne gjennomsnittet, medianen og standardavviket. Deretter ble vinkelen mellom referansepunkt og geografisk nord (θ) regnet ut for hver telefon ved å bruke `geodesic.Geodesic.WGS84.Inverse()` fra `geographiclib`-biblioteket. Innsatt i likning (6) gir dette deklinasjonen for hvert målesett. Deretter ble alle dataene samlet i et målesett, og analysert i sin helhet med analysemetoden som ble brukt for hvert enkelt datasett beskrevet over. På grunn av stort avvik fra de andre målesettene ble måledataene til iPhone 13 for Nidarosdomen filtrert ut. En ny analyse ble så gjennomført.

4 Resultat

Samlet data over deklinasjon og inklinasjon

Målesett	Størrelse	Gjennomsnitt [°]	Median [°]	Standardavvik [°]
Alle	Deklinasjon	-10.53	-5.75	13.98
	Inklinasjon	72.15	70.23	5.36
Filtrert	Deklinasjon	-6.14	-5.36	5.39
	Inklinasjon	71.20	70.12	4.82

Tabell 1: Tabellen viser en oversikt over gjennomsnittet, medianen og standardavviket til all samlet data. Filtrert inneholder ikke måledata som har stort avvik fra annen måledata.

Inklinasjon

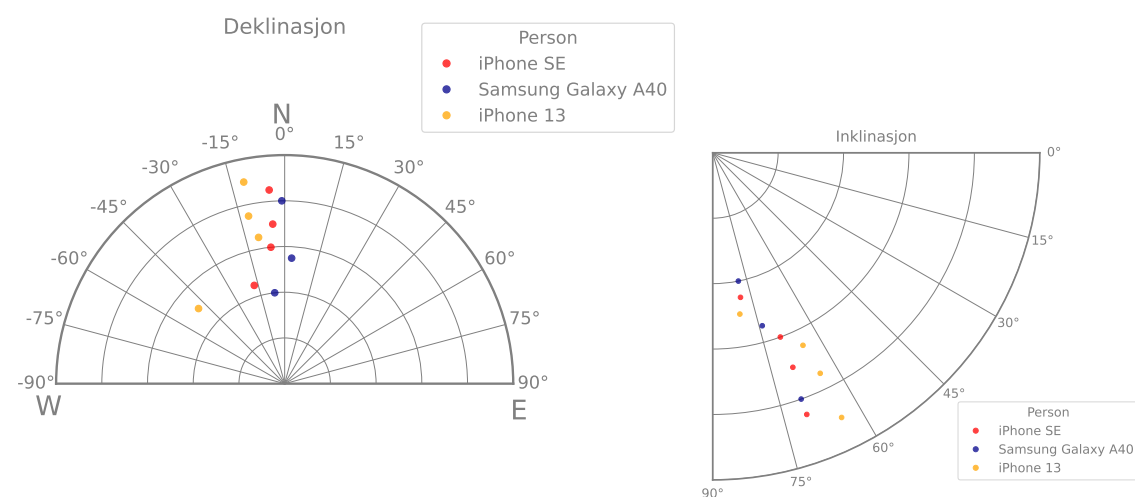
Målesett	Telefon	Gjennomsnitt [°]	Median [°]	Standardavvik [°]
Nidarosdomen	Samsung Galaxy A40	78.69	78.82	0.41
	iPhone SE	79.12	79.31	0.80
	iPhone 13	80.44	80.56	0.36
Tyholt	Samsung Galaxy A40	74.01	73.99	0.17
	iPhone SE	69.84	69.84	0.24
	iPhone 13	64.88	64.89	0.15
Tyholt flymodus	Samsung Galaxy A40	-	-	-
	iPhone SE	69.51	69.51	0.23
	iPhone 13	64.01	64.00	0.20
Tyholt restart	Samsung Galaxy A40	70.24	70.24	0.14
	iPhone SE	70.22	70.20	0.36
	iPhone 13	64.03	64.03	0.15

Tabell 2: Tabellen viser gjennomsnitt, medianen og standardavviket for inklinasjonen over målingene. Det ble ikke gjort noen målinger med flymodus for Samsung Galaxy A40.

Deklinasjon

Målesett	Telefon	Gjennomsnitt [°]	Median [°]	Standardavvik [°]
Nidarosdomen	Samsung Galaxy A40	-6.24	-6.15	0.89
	iPhone SE	-17.20	-17.43	1.71
	iPhone 13	-48.91	-49.88	2.74
Tyholt	Samsung Galaxy A40	3.18	3.10	0.72
	iPhone SE	-5.76	-5.78	0.84
	iPhone 13	-10.12	-10.11	0.33
Tyholt flymodus	Samsung Galaxy A40	-	-	-
	iPhone SE	-4.27	-4.28	0.66
	iPhone 13	-12.16	-12.15	0.29
Tyholt restart	Samsung Galaxy A40	-0.90	-0.83	0.67
	iPhone SE	-4.58	-4.68	0.98
	iPhone 13	-11.48	-11.48	0.24

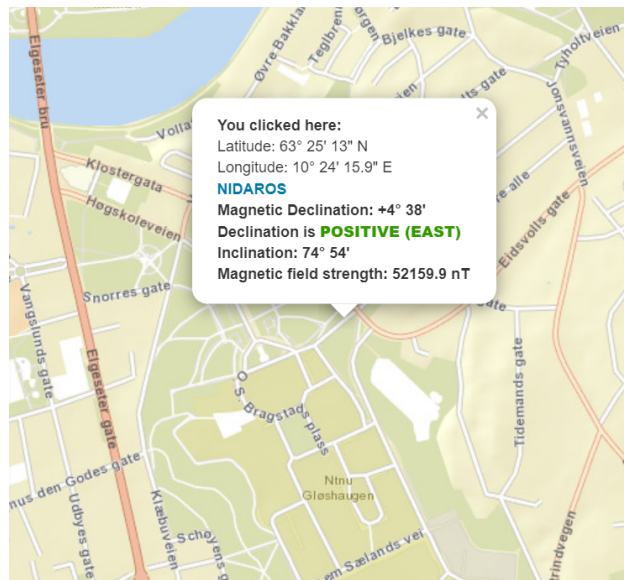
Tabell 3: Tabellen viser gjennomsnittet, medianen og standardavviket for deklinasjonen til målingene. Det ble ikke gjort noen målinger med flymodus for Samsung Galaxy A40.



(a) Plott av deklinasjon for de ulike målesettene. Fargen angir hvilken telefon som ble benyttet.

(b) Plott av inklinasjon for de forskjellige målesettene. Fargen angir hvilken telefon som ble benyttet.

Figur 4: Deklinasjon og inklinasjon



Figur 5: Magnetisk deklinasjon og inklinasjon på vestre side av av broen som krysser Eidsvollsgate langs Øvre alle ifølge magnetic-declination.com. Denne nettsiden bruker World Magnetic Model 2020. [6]

5 Diskusjon

Det er naturlig å sammenligne med verdiene den empiriske modellen World Magnetic Model (WMM) gir. Magnetisk deklinasjon for Trondheim (hentet 19. april 2023) er $+4.63^\circ$. Inklinasjonen er 74.9° (se figur 5). Det er verdt å merke seg at WMM opererer med positive vinkler *fra* nord *til* retningen på magnetfeltet. Teorien, metoden og resultatet presentert i denne rapporten bruker positivt fortegn på vinkelen *fra* magnetfeltet *til* geografisk nord. Ved å definere deklinasjonen som vinkelen *fra* geografisk nord *til* retningen til magnetfeltet i et koordinatsystem med positiv vinkel med klokken sett ovenfra vil fortegnet på resultatene i rapporten stemme overens med fortegnet til WMM.

Fra figur 4a og tabell ?? er det tydelig at målingene tyder på at den magnetiske misvisningen er mot vest. Den gjennomsnittlige målte deklinasjonen fra de filtrerte dataene er -6.14° med et standardavvik på 5.39° .

En potensiell systematisk feilkilde er at Phyphox' påståtte referansesystem i virkeligheten er noe rotert. Dette vil isåfall gi et resultat som er systematisk rotert. Et forsøk som kan gjøres for å avkrefte/bekreft dette er å sette mobiltelefonen i et kjent magnetfelt (for eksempel et tilnærmet uniformt magnetfelt generert av Helmholtz-spoler). Man burde så sammenligne resultatene for hver telefon.

Målingene ble gjennomført 14. mars 2023 i tidsrommet 14:00-14:30. Man må gjøre flere målinger over flere dager og på ulike tidspunkter på døgnet for å kunne måle tidsvariasjonen i misvisningen.

Det kan også hende at telefonene ikke har ligget helt i vater eller at de ikke har ligget parallelt med telefonholderen. Dette kan da gi feilmargin. For de måleseriene som har samme referansepunkt, er det liten variasjon mellom målingene for samme person. Trolig er det dermed ikke store feil som følge av plasseringen av telefonen i telefonholderen.

Eksterne forstyrrelser var det i liten grad. I området rundt målingslokasjonen var det ingen store kilder av elektromagnetisk stråling. Dermed er det trolig liten endring i målingene som følge av eksterne kilder.

Fra resultatene ser man også at det er et klart skille mellom målingene med Nidarosdomen som referansepunkt, og med Tyholtårnet som referansepunkt. Dette tyder på at det har vært en forskjell i oppsettet mellom de to orienteringene, som delvis kan forklares med feil når under siktet. Dersom det ble bommet på referansepunktet med N grader ser en ut fra likning (6) at feilen i deklinasjon også blir N grader. Avviket mellom de ulike måleretningen overskrider derimot 10 grader i noen tilfeller, noe som er litt mye til å bare kunne beskrives med feil i siktet. På den andre siden er det få andre usikkerhetsmoment som er avhengig av orienteringen til oppsettet. En mulig forklaring, som må undersøkes videre for å ha noe hold, er hvorvidt Phyphox blir bedre kalibrert desto flere målinger en gjør. Siden nidarosdomen var den første måleserien som ble foretatt, kan det ha hatt en effekt. Utover dette må det gjøres flere undersøkelser.

6 Konklusjon

Det ble gjort målinger for å finne den magnetiske deklinasjonen og inklinasjon. Målingene ble gjennomført med bruk av telefoner og Phyphox. Data ble så eksportert og analysert ved hjelp av Python. For å finne deklinasjonen ble det valgt 2 referansepunkter som et koordinatsystem. Ved å analysere dataene og så sammenligne de med referansepunktenes vinkel til geografisk nord, kunne deklinasjonen bestemmes. Inklinasjonen ble bestemt ved å beregne vinkelen mellom horisontalplanet og vertikalplanet til magnetfeltet.

Den gjennomsnittlige magnetiske deklinasjonen ble målt til $-6.14 \pm 5.39^\circ$. Den gjennomsnittlige magnetiske inklinasjonen ble målt til $71.20 \pm 4.82^\circ$. Det største bidraget til usikkerheten kan ha vært siktemiddelet, da dette er utsatt for menneskelig feil. I tillegg er det mulig at Phyphox sitt referansesystem kan være feil, og dette vil trolig bidra til systematiske feil. Ved en senere gjentakelse av forsøket vil det være hensiktsmessig å gjøre flere målinger over flere dager.

Referanser

- [1] Britannica, T. Editors of Encyclopaedia (4. mars 2019). azimuth. Encyclopedia Britannica. <https://www.britannica.com/science/azimuth>
- [2] Brüne, Christoph. LABORATORIUM I FY1003 ELEKTRISITET OG MAGNETISME. NTNU Institutt for fysikk, 03. jan. 2023.
- [3] Gullikstad Johnsen, M. (2023, januar 22). inklinometer. Hentet 17. april 2023 fra Store Norske Leksikon: <https://snl.no/inklinometer>
- [4] Karney, Charles F.F. Algorithms for geodesics. J Geod 87, 43–55 (2013). <https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z>
- [5] Karney, Charles F.F. GeographicLib. 2022. <https://geographiclib.sourceforge.io/Python/doc/code.html#geographiclib.geodesic.Geodesic.Inverse>
- [6] Magnetic-Declination.com. (19. april 2023). <https://www.magnetic-declination.com/>
- [7] National Centers for Environmental Information. (10. januar 2023). World Magnetic Model (WMM). Hentet 17 april 2023 fra ncei: <https://www.ncei.noaa.gov/products/world-magnetic-model>
- [8] NumPy Developers. Numpy. 2023. <https://numpy.org/doc/stable/index.html>
- [9] National Centers for Environmental Information. World Magnetic Model (WMM). Hentet april 17, 2023 fra ncei: <https://www.ncei.noaa.gov/products/wandering-geomagnetic-poles>
- [10] The SciPy Community. SciPy. 2023. <https://docs.scipy.org/doc/scipy/index.html>
- [11] Ulrich Rüdiger (18. mars 2023). Supported sensors. Phyphox. <https://phyphox.org/sensors/>