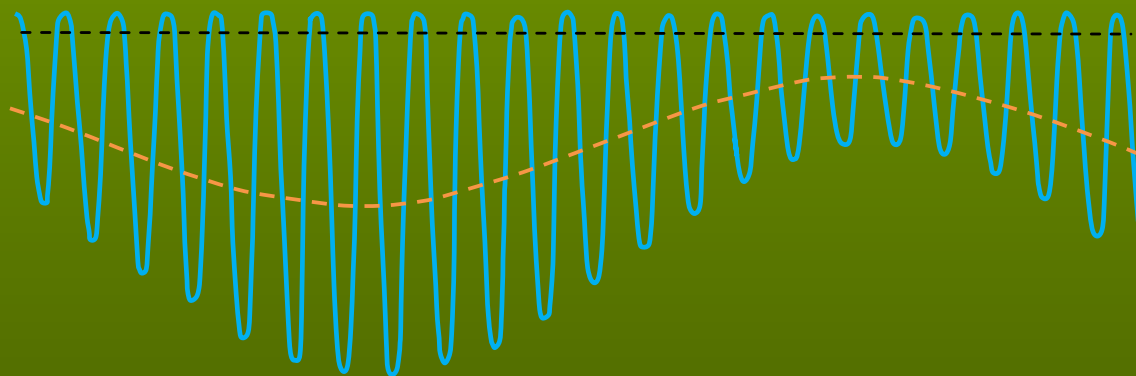




**А. Л. ЛАРИН**

# **АНАЛОГОВАЯ ЭЛЕКТРОНИКА**



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

**А. Л. Ларин**

# **АНАЛОГОВАЯ ЭЛЕКТРОНИКА**

2-е издание, переработанное и дополненное

*Рекомендовано  
Учебно-методическим объединением  
высших учебных заведений Российской Федерации  
по образованию в области прикладных математики и физики  
в качестве учебного пособия для студентов вузов  
по направлению подготовки «Прикладные математика и физика»*

МОСКВА  
МФТИ  
2013

УДК 621.37(075)  
ББК 32.814я73  
Л25

**Рецензенты:**

Кафедра управления и информатики Московского энергетического  
института (технического университета)  
(зав. кафедрой доктор технических наук, профессор *В. М. Беседин*)

Доктор технических наук, профессор *О. А. Тягунов*

**Ларин, А. Л.**

Л25      Аналоговая электроника : учеб. пособие. – Изд-е 2-е,  
перераб. и доп. / А. Л. Ларин. – М. : МФТИ, 2013. – 268 с.  
ISBN 978-5-7417-0442-4

В данном учебном пособии отражено содержание лекционного курса, который автор читает студентам телекоммуникационного направления факультета радиотехники и кибернетики Московского физико-технического института (государственного университета) (МФТИ) в пятом семестре. Предполагается, что изучающие настоящий учебник знакомы с такими дисциплинами, как «Радиотехнические цепи и сигналы» и «Электронные приборы», изучаемыми студентами ФРТК на 2 курсе. Однако пособие доступно и студентам других факультетов, проходящих лабораторный практикум на кафедре радиотехники. Целью пособия является ознакомление студентов с основными принципами обработки аналоговых сигналов.

По сравнению с первым изданием внесены добавления практически во все главы, введена глава «Резисторный усилитель», существенным образом изменена глава, посвященная системам ФАПЧ, где рассмотрены вопросы устойчивости системы.

Предназначено для студентов младших курсов технических вузов.

**УДК 621.37(075)**  
**ББК 32.814я73**

ISBN 978-5-7417-0442-4

© Ларин А. Л., 2013  
© Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего профессионального  
образования «Московский физико-технический институт  
(государственный университет)», 2013

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	8
ГЛАВА 1. УСИЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ.....	9
1.1. Принцип усиления электрических сигналов.....	9
1.2. Биполярный транзистор.....	10
1.3. Полевой транзистор.....	13
1.4. Усиление малых сигналов .....	17
1.4.1. Усилитель на транзисторе с общим эмиттером.....	18
1.4.2. Характеристики биполярного транзистора.....	19
1.5. Режим резисторного усилителя по постоянному току.....	23
1.6. Задачи .....	27
ГЛАВА 2. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СХЕМЫ ТРАНЗИСТОРОВ .....	29
2.1. Физическая эквивалентная схема биполярного транзистора ..	29
2.2. Инерционность транзистора.....	35
2.3. Эквивалентная схема транзистора с $h$ -параметрами.....	40
2.4. Эквивалентная схема полевого транзистора.....	42
2.5. Задачи .....	43
ГЛАВА 3. РЕЗИСТОРНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ .....	44
3.1. Усиление переменного сигнала .....	44
3.1.1. Максимальный неискаженный сигнал на выходе.....	44
3.1.2. Параметры усилителя для малых входных сигналов.....	46
3.1.3. Входное сопротивление .....	48
3.1.4. Выходное сопротивление .....	49
3.1.5. Коэффициенты усиления напряжения .....	50
3.1.6. Стабилизированный усилитель с $C_E = 0$ .....	50
3.2. Частотная характеристика усилителя .....	51
3.2.1. Усиление в области нижних частот.....	51
3.2.2. Усиление в области верхних частот .....	54
3.3. Переходная характеристика усилителя .....	56
3.3.1. Переходная характеристика дифференцирующей цепи ...	57
3.3.2. Переходная характеристика интегрирующей цепи.....	57
Примеры.....	58
3.4. Задачи .....	59

ГЛАВА 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ.....	61
4.1. Параметры дифференциального усилителя .....	61
4.1.1. Коэффициенты усиления .....	61
4.1.2. Входные сопротивления .....	62
4.1.3. Выходное сопротивление .....	63
4.2. Дифференциальный усилитель на биполярных транзисторах .....	64
4.3. Схемы источников постоянного тока – генераторов стабильного тока (ГСТ).....	68
4.4. Токовое зеркало в качестве динамической нагрузки .....	71
4.5. Задачи .....	73
ГЛАВА 5. ОБРАТНЫЕ СВЯЗИ В УСИЛИТЕЛЯХ.....	75
5.1. Структурная схема усилителя, охваченного обратной связью .....	75
5.2. Диаграмма Найквиста .....	76
5.3. Последовательная обратная связь .....	83
5.4. Параллельная обратная связь .....	86
5.5. Задачи .....	89
ГЛАВА 6. ОПЕРАЦИОННЫЙ УСИЛИТЕЛЬ.....	90
6.1. Схема операционного усилителя .....	92
6.1.1. Усилитель мощности.....	92
6.2. Основные свойства операционного усилителя (ОУ) .....	96
6.2.1. Идеальный операционный усилитель.....	97
6.3. Частотная характеристика операционного усилителя.....	97
6.4. Применение операционных усилителей.....	99
6.4.1. Инвертирующий усилитель .....	99
6.4.2. Неинвертирующий усилитель .....	100
6.5. Частотно-зависимая обратная связь.....	101
6.5.1. Интегратор .....	101
6.5.2. Дифференциатор.....	102
6.6. Логарифмические и экспоненциальные преобразователи....	103
6.6.1. Логарифмические преобразователи.....	103
6.7. RC-генераторы .....	105
6.7.1. Общие сведения .....	105
6.7.2. RC-генератор с мостом Вина.....	109
6.8. Задачи .....	112

ГЛАВА 7. РЕЗОНАНСНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ .....	114
7.1. Схема резонансного усилителя .....	114
7.2. Колебательный контур в резонансном усилителе .....	115
7.3. Устойчивость резонансного усилителя .....	118
7.4. Резонансный усилитель на основе дифференциального усилителя .....	123
7.5. Задачи .....	124
ГЛАВА 8. LC-ГЕНЕРАТОРЫ СИНУСОИДАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ .....	126
8.1. Условие самовозбуждения генератора .....	126
8.2. Условие существования стационарных колебаний в генераторе .....	128
8.2.1. Автоматическое смещение в генераторе .....	135
8.3. Трехточечные автогенераторы .....	138
8.3.1. Схема трехточечного генератора .....	139
8.3.2. Трехточечные генераторы с индуктивной и емкостной связью .....	140
8.4. Задачи .....	143
ГЛАВА 9. СТАБИЛИЗАЦИЯ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ .....	146
9.1. Стабильность частоты автогенераторов .....	146
9.2. Кварцевый резонатор .....	149
9.2.1. Кристалл кварца. Пьезоэлектрический эффект .....	149
9.2.2. Эквивалентная электрическая схема кварца .....	151
9.3. Генераторы с кварцевой стабилизацией частоты .....	153
9.3.1. Кварцевые генераторы с трансформаторной связью .....	153
9.3.2. Трехточечные кварцевые генераторы .....	155
9.3.3. Кварцевые генераторы с использованием параллельного резонанса кварца .....	156
9.3.4. Кварцевый генератор на дифференциальном усилителе .....	159
9.4. Задачи .....	161
ГЛАВА 10. МОДУЛИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ .....	163
10.1. Виды модуляции. Спектры модулированных колебаний .....	163
10.1.1. Амплитудная модуляция .....	164
10.1.2. Балансная модуляция .....	167

10.1.3. Однополосная модуляция .....	168
10.1.4. Фазовая и частотная модуляция .....	169
10.1.5. Фазовая манипуляция .....	173
10.2. Задачи .....	177
<b>ГЛАВА 11. МЕТОДЫ ПОЛУЧЕНИЯ МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ .....</b>	<b>178</b>
11.1. Схемы амплитудных модуляторов .....	178
11.1.1. Балансный модулятор .....	181
11.2. Схемы частотных и фазовых модуляторов .....	183
11.3. Схемы формирования ФМн-сигналов .....	187
11.4. Задачи .....	191
<b>ГЛАВА 12. ДЕТЕКТИРОВАНИЕ .....</b>	<b>192</b>
12.1. Амплитудное детектирование .....	192
12.1.1. Последовательный диодный детектор .....	192
12.1.2. Параллельный диодный детектор .....	198
12.2. Детектирование частотно-модулированных сигналов .....	199
12.3. Фазовое детектирование .....	203
12.4. Синхронное детектирование .....	204
12.5. Детектирование фазоманипулированных сигналов .....	211
12.6. Задачи .....	213
<b>ГЛАВА 13. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТЫ .....</b>	<b>216</b>
13.1. Преобразование частоты на транзисторе .....	216
13.2. Преобразователь частоты с использованием перемножителя .....	220
13.3. Супергетеродинный прием .....	221
13.4. Задачи .....	222
<b>ГЛАВА 14. ШУМЫ И СИГНАЛЫ .....</b>	<b>224</b>
14.1. Шумы в радиотехнических устройствах .....	224
14.2. Описание шумов. Основные термины и определения .....	226
14.2.1. Законы распределения случайной величины. Плотность вероятности .....	226
14.2.2. Числовые характеристики случайных величин .....	228
14.3. Функция корреляции. Спектр шума .....	229
14.3.1. Функция корреляции .....	229

14.3.2. Спектральная плотность мощности шума .....	230
14.3.3. Белый шум .....	232
14.4. Линейная фильтрация белого шума.....	232
14.4.1. Идеальный фильтр нижних частот .....	233
14.4.2. Идеальный полосовой фильтр.....	234
14.4.3. Интегрирующая $RC$ -цепь.....	234
14.4.4. Колебательный $LC$ -контур .....	236
14.5. Задачи .....	237
ГЛАВА 15. ВЫДЕЛЕНИЕ СИГНАЛА ИЗ СМЕСИ ШУМОВ....	238
15.1. Линейное детектирование синусоидального сигнала и шума .....	238
15.2. Сравнение влияния помех при амплитудной и частотной модуляции .....	239
15.3. Оптимальная линейная фильтрация сигналов известной формы .....	242
15.3.1. Согласованный линейный фильтр .....	243
15.3.2. Согласованный фильтр как коррелятор .....	244
15.3.3. Частотная характеристика согласованного фильтра.....	246
15.3.4. Физическая интерпретация частотного коэффициента передачи согласованного фильтра.....	246
15.3.5. Прохождение суммы сигнала и шума через согласованный фильтр .....	247
15.4. Задачи .....	248
ГЛАВА 16. ФАЗОВАЯ АВТОПОДСТРОЙКА ЧАСТОТЫ.....	249
16.1. Структура системы ФАПЧ .....	249
16.2. Исследование системы ФАПЧ .....	253
16.3. Устойчивость систем ФАПЧ.....	255
16.4. Динамические и статические характеристики ФАПЧ .....	258
16.5. Поведение системы ФАПЧ при скачкообразном изменении фазы .....	259
16.6. Поведение системы ФАПЧ при скачкообразном изменении частоты .....	262
16.7. Полоса удержания и полоса захвата системы ФАПЧ .....	264
16.8. Задачи .....	266
ЛИТЕРАТУРА.....	267



## ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящего учебного пособия является ознакомление студентов с основными принципами обработки аналоговых сигналов. Рассмотрены как линейные методы преобразования сигналов – усиление, фильтрация и другие, так и нелинейные преобразования – модуляция, детектирование, фазовая автоподстройка частоты. Значительное место уделено вопросам генерирования синусоидальных колебаний.

При создании данного учебного пособия использован многолетний опыт преподавания радиотехнических дисциплин на кафедре радиотехники и телекоммуникаций МФТИ. При написании отдельных разделов автор воспользовался учебными пособиями, методическими указаниями и описаниями лабораторных работ, в создании которых участвовали преподаватели кафедры радиотехники. Главы 7 и 8, посвященные генераторам синусоидальных колебаний и стабилизации частоты, в значительной степени представляют собой переработанный материал из учебного пособия профессора Э. М. Габидулина и доцента Л. П. Куклева «Генерирование синусоидальных колебаний и нелинейные преобразования сигналов».

При подготовке второго издания данного пособия было переработано большинство глав и устранены неточности, допущенные в первом издании. Добавлена глава «Резисторные усилители». Каждая глава сопровождается задачами.

Автор выражает глубокую благодарность за советы и помощь в работе доценту Е. В. Воронову.

# ГЛАВА 1. УСИЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

## 1.1. Принцип усиления электрических сигналов

Усиление электрических сигналов чаще всего осуществляется с использованием следующей основной идеи.

Берут элемент, током  $i_{\text{вых}}$  через который можно управлять, подавая соответствующее напряжение  $u_{\text{вх}}$  на управляющий вход. Последовательно с таким управляемым элементом включают резистор нагрузки  $R_{\text{нагр}}$ . Ток в этой цепи возникает благодаря источнику питания  $U_{\text{П}}$  (рис. 1.1). Напряжение на нагрузке  $u_{\text{вых}}$  оказывается зависимым от входного сигнала  $u_{\text{вх}}$ :

$$u_{\text{вых}} = i_{\text{вых}} \cdot R_{\text{нагр}} = F(u_{\text{вх}}) \cdot R_{\text{нагр}}.$$

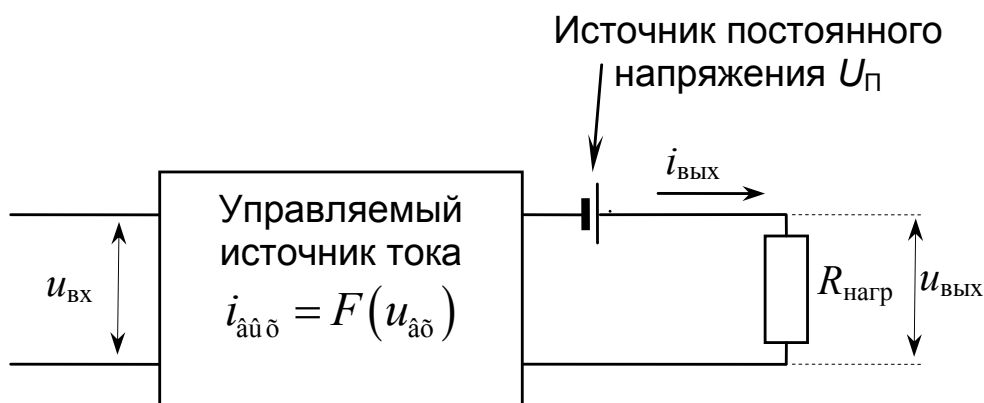


Рис. 1.1. Иллюстрация принципа усиления

Желательно, чтобы  $F(u_{\text{вх}})$  была линейной функцией, тогда ток можно представить в виде  $i_{\text{вых}} = Su_{\text{вх}}$ , где  $S$  – коэффициент, называемый крутизной. В этом случае  $u_{\text{вых}} = i_{\text{вых}} \cdot R_{\text{нагр}} = S \cdot R_{\text{нагр}} \cdot u_{\text{вх}}$ . При соответствующем выборе крутизны управляемого источника тока  $S$  и сопротивления нагрузки  $R_{\text{нагр}}$  можно получить коэффициент усиления напряжения  $K = S \cdot R_{\text{нагр}}$  больше единицы.

В качестве управляемого источника тока используются электронные лампы, биполярные и полевые транзисторы.

## 1.2. Биполярный транзистор

Биполярный транзистор представляет собой объединение двух  $p$ – $n$ -переходов. На рис. 1.2а схематически показана структура  $n$ – $p$ – $n$ -транзистора. Меньший по размерам  $n$ -слой называется эмиттером,  $p$ -слой – базой, больший по размерам  $n$ -слой – коллектором. Каждая часть кристалла снабжена металлическим контактом, с помощью которого она может быть подключена к электрической цепи.

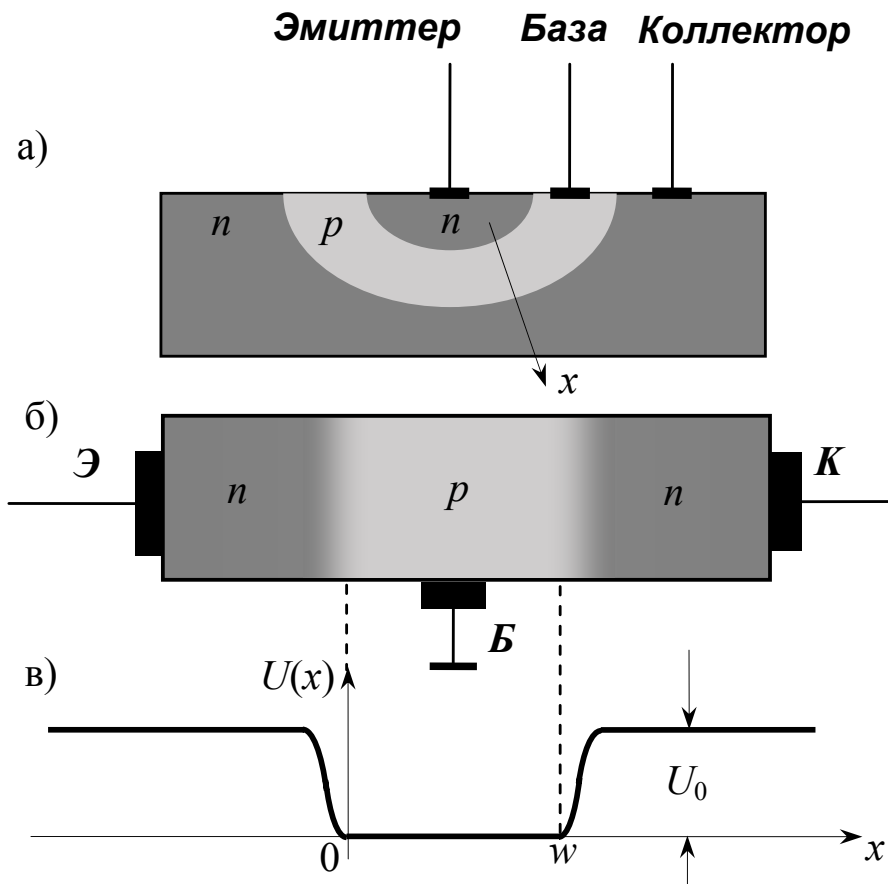


Рис. 1.2. Биполярный  $n$ – $p$ – $n$ -транзистор:  
а) реальная структура;  
б) схематическое изображение в разрезе по оси  $x$ ;  
в) распределение электрического потенциала в отсутствие внешних смещений

Наиболее важными с точки зрения функционирования транзистора являются процессы, происходящие в узкой области базы непосредственно под эмиттером. Поэтому при первоначальном изучении работы транзистора его схематически представляют в виде простой трехслойной  $n$ – $p$ – $n$ -структуры, как показано на

рис. 1.2б, где условно изображено сечение транзистора по оси  $x$ , проведенной перпендикулярно границам раздела  $p$ - и  $n$ -слоев.

При отсутствии внешних смещений на каждом из  $p$ - $n$ -переходов возникает потенциальный барьер  $U_0$ , так что зависимость электрического потенциала  $U$  вдоль пространственной оси  $0x$  имеет вид, приведенный на рис. 1.2в; потенциал  $p$ -слоя принят равным нулю, точка  $x = 0$  располагается в пределах базы и соответствует границе области пространственного заряда, возникающего на переходе эмиттер–база.

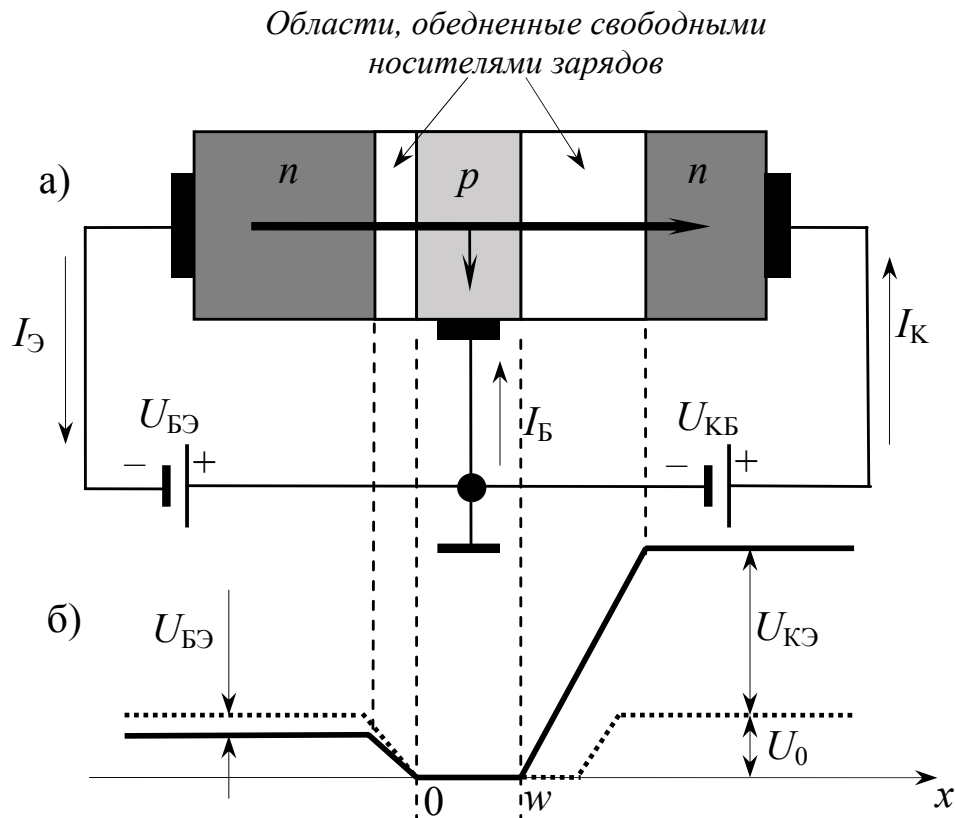


Рис. 1.3. Транзистор с прямым смещением эмиттерного  $p$ - $n$ -перехода и обратным смещением коллекторного  $p$ - $n$ -перехода (а) и распределение электрического потенциала (б)

Предположим, что к транзистору приложены напряжения от двух независимых источников, как показано на рис. 1.3а. Напряжение  $U_{БЭ}$ , прикладываемое между базой и эмиттером, осуществляет смещение эмиттерного  $p$ - $n$ -перехода в прямом направлении и для транзисторов, изготовленных на основе кремния, при токах коллектора от 1 мА до 100 мА имеет величину порядка 0.6–0.7 В. Напряжение  $U_{КБ}$ , прикладываемое между коллектором и базой, осуществляет смещение коллекторного перехода в обратном направ-

лении и у транзисторов разных типов может иметь величину от единиц до сотен вольт. Зависимость электрического потенциала вдоль оси  $Ox$  имеет вид, показанный на рис. 1.3б.

При изготовлении транзистора обеспечивается такое соотношение между концентрациями примесей, что в каждом из  $n$ -слоев они значительно превосходят концентрацию примесей в  $p$ -слое; то есть концентрация свободных электронов в эмиттере намного больше концентрации дырок в базе. Поэтому ток через границу раздела эмиттер–база, возникающий в результате смещения в прямом направлении эмиттерного  $p$ – $n$ -перехода, в основном состоит из электронов, переходящих из эмиттера в базу.

Попадая в базу, свободные электроны благодаря диффузии перемещаются в сторону коллекторного  $p$ – $n$ -перехода и, достигнув границы электрического поля (точка  $w$  на оси  $Ox$ , рис. 1.3б), затягиваются этим полем в коллектор. Базу делают очень тонкой, так что почти все электроны, совершившие переход из эмиттера в базу, достигают коллектора. Однако часть этих электронов за время пребывания в базе успевает рекомбинировать с дырками этого слоя. Чтобы база оставалась электрически нейтральной в пределах между точками  $0$  и  $w$  вдоль оси  $Ox$ , из внешней цепи должен поступать в базу ток, равный среднему числу дырок, рекомбинирующих с электронами в единицу времени. Представление о дырках неприменимо к металлическим проводникам во внешней цепи, поэтому реально новые дырки возникают в базе за счет образования пар электрон–дырка и ухода электронов во внешнюю цепь.

Таким образом, ток эмиттера  $I_{\text{Э}}$  равен сумме коллекторного тока  $I_{\text{К}}$  и тока базы  $I_{\text{Б}}$ :

$$I_{\text{Э}} = I_{\text{К}} + I_{\text{Б}}. \quad (1.1)$$

Одним из наиболее важных параметров транзистора является отношение тока коллектора к току эмиттера, обозначаемое  $h_{21\text{Б}}$  и называемое коэффициентом усиления тока в схеме с общей базой:

$$h_{21\text{Б}} = \frac{I_{\text{К}}}{I_{\text{Э}}}, \quad h_{21\text{Б}} < 1. \quad (1.2)$$

Благодаря различию концентрации примесей в эмиттере и в базе, узости базы и тому, что площадь коллекторного  $p$ – $n$ -перехода много больше площади эмиттерного перехода, коллекторный ток почти равен току эмиттера и величина  $h_{21\text{Б}}$  близка к единице. Типичное значение коэффициента  $h_{21\text{Б}}$  равняется 0.99.

Зависимость коллекторного тока биполярного транзистора от напряжения между базой и эмиттером (проходная характеристика) имеет вид, представленный на рис. 1.4.

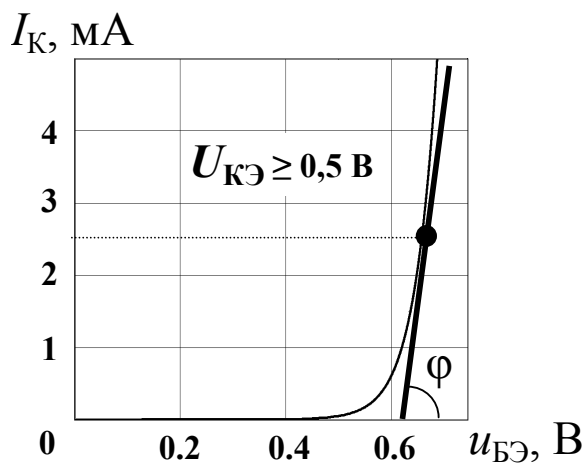


Рис. 1.4. Проходная характеристика кремниевого биполярного транзистора

Важным параметром транзистора является крутизна  $S$ , определяемая как отношение приращения тока коллектора к приращению напряжения между базой и эмиттером:  $S = di_K / du_{БЭ} = \text{tg} \varphi$ .

Рассмотренный нами транзистор образован двумя  $n$ -слоями, разделенными  $p$ -слоем. Такой транзистор называют транзистором типа  $n-p-n$ . Существуют аналогичные транзисторы типа  $p-n-p$ , у которых эмиттер и коллектор являются слоями с проводимостью  $p$ -типа, а база –  $n$ -типа. В этом случае полярность напряжений, прикладываемых к выводам транзистора, противоположна указанным на рис. 1.3а, а эмиттерный и коллекторный токи являются в основном дырочными.

### 1.3. Полевой транзистор

В отличие от рассмотренного выше  $n-p-n$ -биполярного транзистора в полевых транзисторах, называемых также униполярными, ток не течет через  $p-n$ -переход, а представляет собой обычный дрейфовый ток носителей в полупроводниковом кристалле под влиянием приложенного электрического напряжения. Существуют полевые транзисторы двух типов:

- 1) транзисторы с управляющим  $p-n$ -переходом;
- 2) транзисторы с изолированным затвором (МОП-транзисторы).

Более широкое распространение получили транзисторы вто-

рого типа, поэтому кратко остановимся на принципе их работы и характеристиках. На рис. 1.5 представлена конструкция транзистора с изолированным затвором, в котором реализуется принцип управления током посредством изменения электрического поля в кристалле полупроводника.

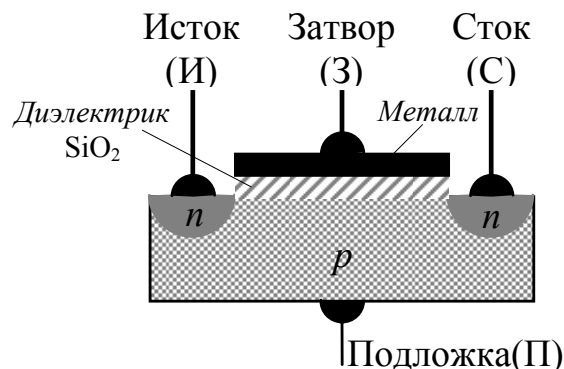


Рис. 1.5. Схематическое изображение транзистора с изолированным затвором

В кристалле с относительно низкой проводимостью типа  $p$ , называемом подложкой, создаются области  $n$ -типа с высокой концентрацией примесей, одна из которых служит истоком (И), а другая – стоком (С). На поверхности подложки между истоком и стоком создается слой диэлектрика в виде диоксида кремния, а поверх него – слой металла, используемый в качестве вывода затвора (З). При приложении к затвору положительного напряжения  $+U_{зи}$  относительно заземленных истока и подложки электрическое поле, возникающее в подложке, обеспечивает собирание редких неосновных носителей подложки (свободных электронов) вблизи ее поверхности между истоком и стоком и отталкивание основных носителей (дырок), их перемещение в сторону от затвора. Между областью с относительно большой концентрацией свободных электронов и основной частью подложки, пребывающей в своем обычном состоянии полупроводника с проводимостью  $p$ -типа, возникает область пространственного заряда, образуемая ионами примесных атомов. В этой области нет ни дырок, ни свободных электронов. Таким образом, исток и сток оказываются связанными один с другим узким проводящим каналом  $n$ -типа вблизи поверхности подложки, изолированным от остальной части подложки. Изменяя напряжение между затвором и истоком, можно изменять ширину канала и соответственно его проводимость.

Если приложить положительное напряжение  $U_{си}$  к стоку относительно истока (и соединенной с ним подложки), то это вызовет перемещение электронов в канале от истока к стоку, то есть протекание тока, и искривление формы канала (рис. 1.6).

Действительно, представим себе вначале, что исток соединен со стоком (но не с подложкой, которая заземлена) и на них подан положительный потенциал относительно земли; это вызовет равномерное сужение канала по всей длине, так как потенциалы всех точек канала станут положительными относительно подложки, что приведет к расширению изолирующей области пространственного заряда. При наличии дрейфа дырок от истока к стоку, возникающего при заземленном истоке и положительном напряжении на стоке, потенциал точки в канале тем более положителен относительно подложки, чем ближе точка к стоку. По мере приближения к стоку изолирующая область пространственного заряда становится шире, а проводящий канал – уже.

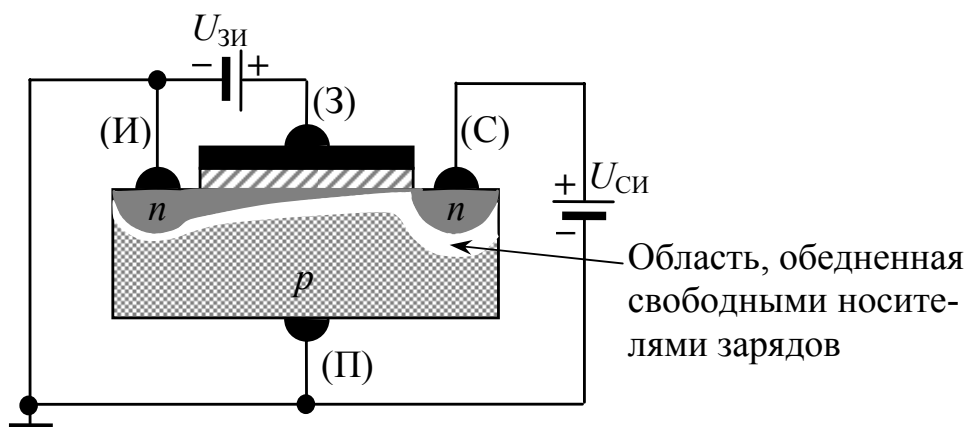


Рис. 1.6. Искривление формы канала при протекании тока от истока к стоку

С ростом  $U_{си}$  в проводящем канале наступает насыщение, то есть состояние с предельной плотностью тока (сперва вблизи стока), которое по мере дальнейшего роста  $U_{си}$  распространяется в сторону истока, так что с изменением  $U_{си}$  изменяется длина участка с предельной плотностью тока. Напряженность поля на этом участке и определяемый ее ток остаются неизменными. Насыщение наступает тем раньше (при меньших  $U_{си}$ ), чем меньше исходная ширина канала, которая зависит от величины напряжения, приложенного к затвору. Стоковые характеристики такого прибора име-



ют вид, показанный на рис. 1.7.

Поскольку проводящий канал возникает лишь при подаче соответствующего напряжения на затвор, описанная конструкция носит название МОП-транзистора с **индуцированным каналом**. На рис. 1.7б кривая 1 представляет проходную характеристику  $i_C(U_{ЗИ})$  такого транзистора ( $U_{СИ} > U_{СИ\text{ нас}}$ ).

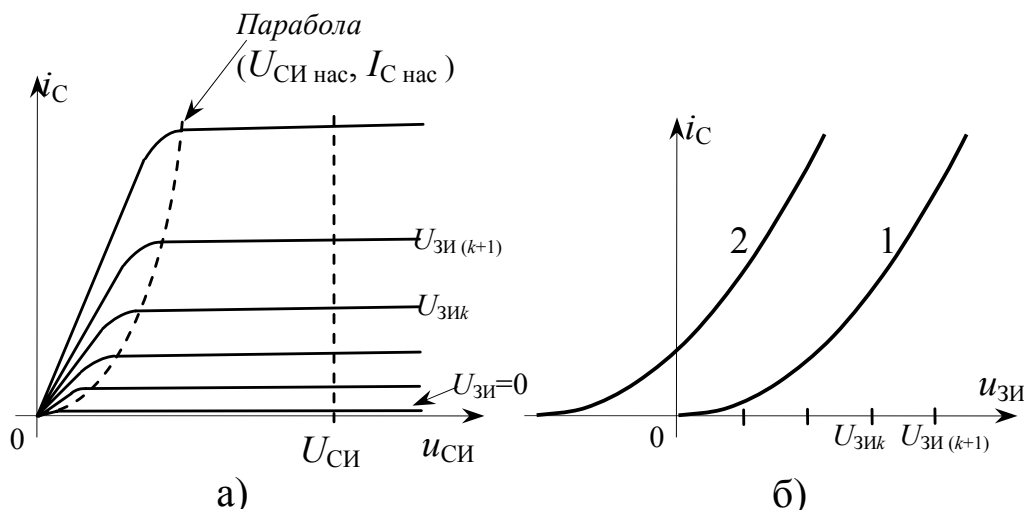


Рис. 1.7. Выходная (а) и проходная (б) характеристики МОП-транзистора с каналом  $n$ -типа (1 – с индуцированным каналом, 2 – со встроенным каналом)

Если при изготовлении транзистора перед нанесением диэлектрика на поверхность подложки между истоком и стоком в материал подложки ввести небольшое количество донорной примеси, то такая конструкция, называемая МОП-транзистором со **встроенным каналом**, будет обладать дополнительным полезным свойством. Появляется возможность управлять током стока с помощью напряжения (прикладываемого к затвору), которое может быть как положительным, так и отрицательным. В случае применения канала  $n$ -типа (подложка  $p$ -типа) при подаче положительного напряжения на затвор проводящий канал расширяется за счет перемещения дополнительных свободных электронов из подложки к ее поверхности (происходит обогащение канала носителями) и ток стока увеличивается. При подаче отрицательного напряжения канал сужается вследствие ухода части свободных электронов в сторону от затвора (происходит обеднение канала) и ток стока уменьшается. Проходная характеристика такого транзистора представлена кривой 2 на рис. 1.7б.

Меняя местами слои  $p$ - и  $n$ -типа в исходной конструкции (рис. 1.5), получают МОП-транзисторы с каналом  $p$ -типа (индуцированным или встроенным); полярности напряжений, прикладываемых к электродам, при этом меняются на противоположные по отношению к рассмотренному случаю. На рис. 1.8 приведены принятые обозначения МОП-транзисторов. Часто подложка бывает соединена с истоком внутри транзистора.

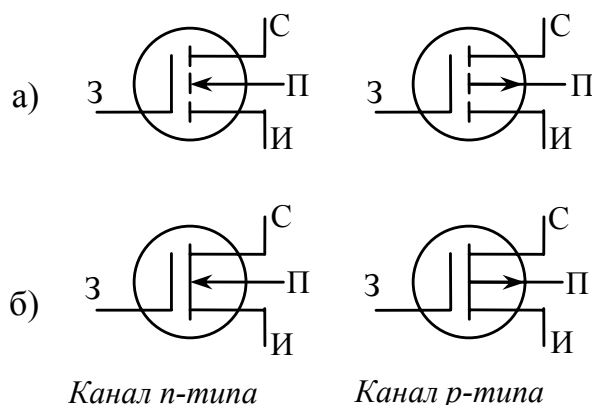


Рис. 1.8. Условное обозначение МОП-транзисторов:

а) с индуцированным каналом,  
б) со встроенным каналом

#### 1.4. Усиление малых сигналов

Один из возможных способов использования биполярного  $n$ - $p$ - $n$ -транзистора для усиления электрических сигналов приведен на рис. 1.9.

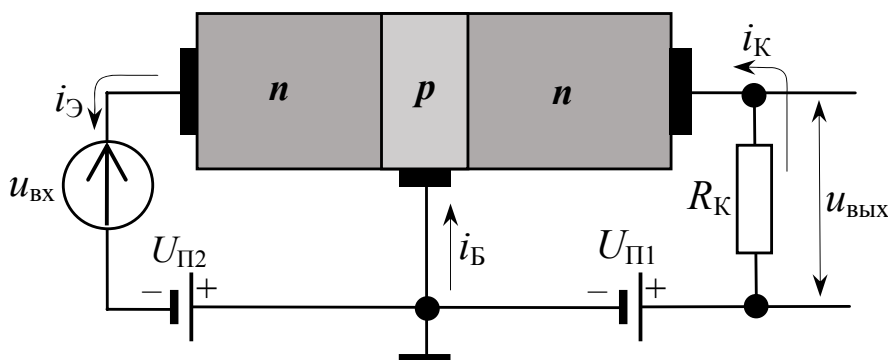


Рис. 1.9. Схема усилителя на транзисторе (схема с общей базой)

В эмиттерную цепь транзистора включен источник сигнала  $u_{BX}(t)$ , под влиянием которого потенциальный барьер на эмиттерном  $p$ - $n$ -переходе принимает различные значения и эмиттерный ток меняется во времени. При малых  $u_{BX}$  приращение эмиттерного тока почти линейно зависит от  $u_{BX}$ . С изменением эмиттерного тока меняется ток коллектора. Приращение коллекторного тока прибли-

зительно равно приращению эмиттерного тока. Поэтому переменная составляющая  $u_{\text{ВЫХ}}$  напряжения на резисторе нагрузки  $R_K$ , включенном в коллекторную цепь, приблизительно пропорциональна входному сигналу  $u_{\text{ВХ}}$ . К коллекторному переходу прикладывается напряжение, создающее обратное смещение. Значение его достаточно велико, и ток коллектора слабо зависит от этого напряжения; благодаря этому сопротивление  $R_K$  можно выбрать довольно большим и при заданном приращении эмиттерного и коллекторного токов получить выходное напряжение  $u_{\text{ВЫХ}}$ , много большее, чем  $u_{\text{ВХ}}$ .

#### 1.4.1. Усилитель на транзисторе с общим эмиттером

Приведенный на рис. 1.9 способ включения источника сигнала и нагрузки называется включением транзистора по схеме с общей базой (схемой ОБ): базовый вывод транзистора является общей точкой для цепей входного и выходного сигналов. Часто более предпочтительным является включение транзистора по схеме с общим эмиттером (схема ОЭ), показанное на рис. 1.10. Здесь использовано стандартное изображение  $n$ - $p$ - $n$ -транзистора, а включение источника коллекторного напряжения  $U_{\text{П}}$  между шиной коллекторного питания и общей шиной (землей) указано неявным образом.

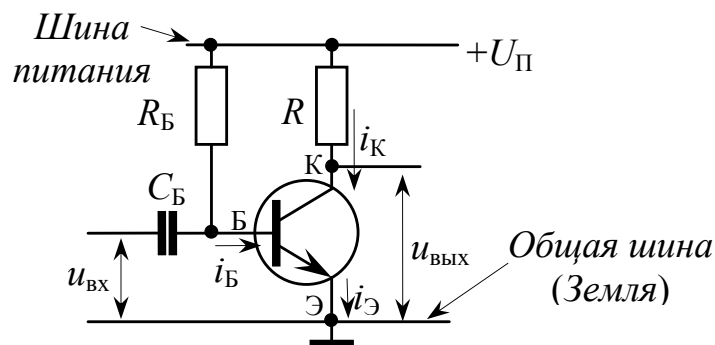


Рис. 1.10. Включение транзистора по схеме с общим эмиттером

Принцип усиления в этой схеме тот же, что и ранее: входной сигнал  $u_{\text{ВХ}}$  вызывает изменение во времени высоты потенциального барьера на эмиттерном  $p$ - $n$ -переходе, следствием чего являются изменения эмиттерного и коллекторного токов; при малых  $u_{\text{ВХ}}$  переменная составляющая напряжения между коллектором и землей, равная по величине переменной составляющей напряжения на ре-

зисторе  $R_K$ , пропорциональна  $u_{\text{вх}}$ .

Согласно (1.1) и (1.2) имеем

$$I_K = \frac{h_{21Б}}{1 - h_{21Б}} \cdot I_B. \quad (1.3)$$

Так как коэффициент  $h_{21Б}$  близок к 1, ток коллектора  $I_K$  много больше тока базы  $I_B$ . Перенося это рассуждение на приращения базового и коллекторного токов, приходим к выводу, что в схеме с общим эмиттером, помимо усиления сигнала по напряжению, осуществляется также усиление по току. Коэффициент пропорциональности между  $I_K$  и  $I_B$  обозначается  $h_{21Э}$  и носит название коэффициента усиления тока в схеме с общим эмиттером:

$$\frac{I_K}{I_B} = h_{21Э} = \frac{h_{21Б}}{1 - h_{21Б}}. \quad (1.4)$$

#### 1.4.2. Характеристики биполярного транзистора

Графическое представление вольтамперных характеристик транзистора  $i_B = f_{U_{КЭ}}(u_{БЭ})$  и  $i_K = f_{I_B}(u_{КЭ})$  позволяет наглядно проиллюстрировать работу транзистора в схеме усилителя. Мы рассмотрим здесь характеристики транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером (ОЭ). Такое включение транзистора является наиболее распространенным.

На рис. 1.11 показаны принятые обозначения и положительные направления токов, текущих через  $n-p-n$ -транзистор, а также напряжения между его электродами.

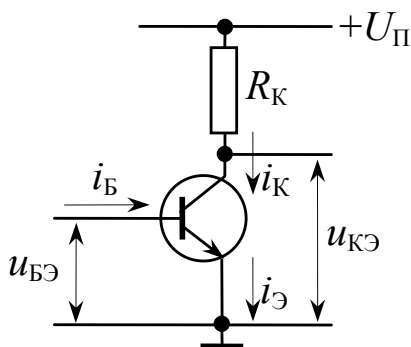


Рис. 1.11. Напряжения на транзисторе и токи, протекающие в цепях базы, эмиттера и коллектора

В схеме, использующей  $p-n-p$ -транзистор, полярность напряжений и направления токов противоположны тем, что имеются в рассмотренной схеме с  $n-p-n$ -транзистором.

## Семейство входных характеристик

Входными характеристиками транзистора называется семейство зависимостей базового тока  $i_B$  от напряжения  $u_{БЭ}$  между базой и эмиттером; параметром семейства является напряжение  $U_{КЭ}$  между коллектором и эмиттером (рис. 1.12).

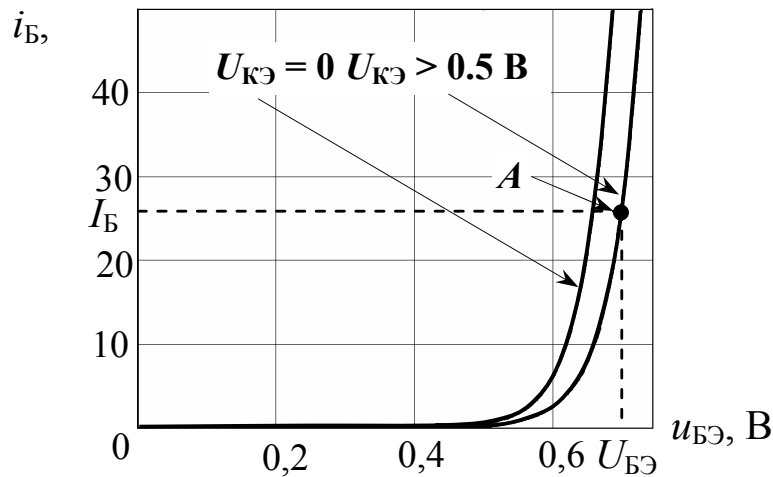


Рис. 1.12. Входные характеристики транзистора

Поскольку ток через эмиттерный  $p$ – $n$ -переход  $i_Э$  (эмиттерный ток) экспоненциально зависит от приложенного извне (в прямом направлении) смещения  $u_{БЭ}$ , базовый ток  $i_B$ , являющийся  $(1-h_{21Б})$ -й частью эмиттерного тока, также экспоненциально зависит от  $u_{БЭ}$ .

Это рассуждение носит приближенный характер, так как экспоненциальная зависимость относится к  $p$ – $n$ -переходу с бесконечной длиной  $p$ -слоя (предполагается, что ток через переход является главным образом электронным). В транзисторе же база узка, и условия диффузии электронов зависят от ширины  $w$  электрически нейтральной части базы, которая в свою очередь зависит от величины запирающего напряжения  $U_{КБ}$  между коллектором и базой. Поэтому в транзисторе как эмиттерный, так и базовый токи зависят от напряжения, приложенного к коллектору. Представление о характере этой зависимости можно получить, рассматривая изменение распределения концентрации электронов вдоль базы от эмиттера к коллектору при изменении напряжения на коллекторе  $U_{КЭ}$  от  $U_{КЭ1}$  до  $U_{КЭ2}$ . С ростом  $U_{КЭ}$  увеличиваются размеры области пространственного заряда на переходе база–коллектор, поэтому ширина базы, то есть длина пути  $w$ , который электроны проходят посредством диффузии, сокращается. Если напряжение между ба-

зой и эмиттером  $u_{БЭ}$  поддерживается постоянным и определяемая этим значением концентрация электронов у границы эмиттерного перехода остается неизменной, то с увеличением  $U_{КЭ}$  уменьшится среднее число рекомбинаций электронов с дырками в единицу времени, т.е. уменьшится базовый ток.

В действительности напряжение  $U_{КЭ}$  слабо влияет на вид входной характеристики. В частности, для всех  $U_{КЭ}$  из диапазона значений, представляющих интерес применительно к задачам усиления сигналов ( $U_{КЭ} > 0.5$  В), зависимости  $i_{Б} = f_{U_{КЭ}}(u_{БЭ})$  мало отличаются одна от другой, сливаясь, по существу, в единственную кривую  $i_{Б}(u_{БЭ})$ :

$$i_{Б} = (1 - h_{21Б}) \cdot i_{Э} \approx (1 - h_{21Б}) \cdot I_{Э0} \cdot \exp(u_{БЭ}/U_T).$$

### **Семейство выходных характеристик**

Выходными (коллекторными) характеристиками транзистора называется семейство зависимостей коллекторного тока  $i_{К}$  от коллекторного напряжения  $u_{КЭ}$ , параметром семейства является базовый ток  $I_{Б}$  (рис. 1.13).

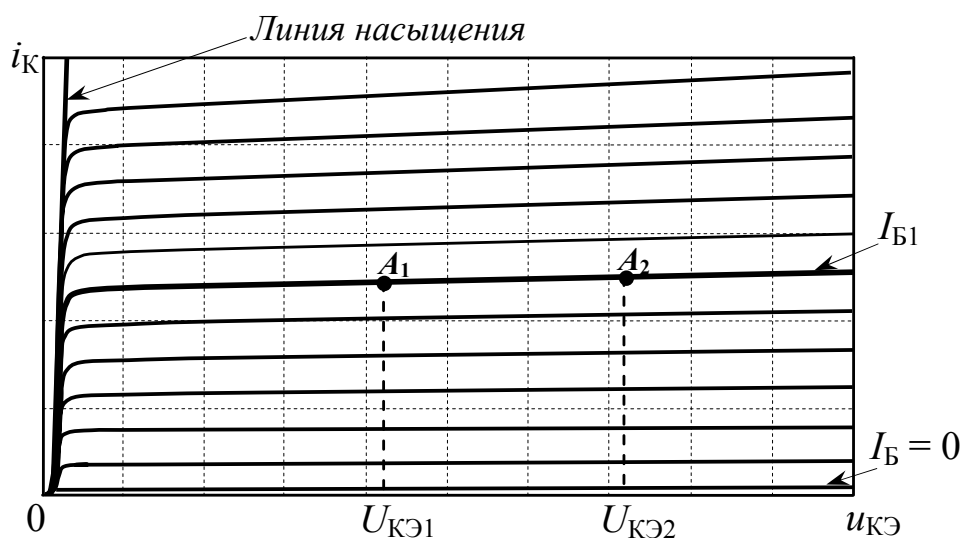


Рис. 1.13. Семейство выходных характеристик транзистора

Существует область малых значений  $u_{КЭ}$ , при которых ток коллектора  $i_{К}$ , начиная с определенного значения тока базы  $I_{Б}$ , практически перестает зависеть от величины тока базы. Говорят, что при этом транзистор находится в насыщении. Транзистор не должен заходить в область насыщения, когда требуется усиливать

сигнал без искажений.

В области значений  $(u_{кЭ}, i_к)$ , являющейся рабочей областью при усилении сигнала, наиболее важными являются следующие два обстоятельства:

- 1 – слабый рост  $i_к$  с увеличением  $u_{кЭ}$  при постоянном токе базы  $I_б$ ;
- 2 – наличие не равного нулю тока  $i_к$  при  $I_б = 0$ :  $i_к \Big|_{I_б=0} \equiv I_{к0}$ .

Первое обстоятельство является следствием изменения распределения плотности неосновных носителей в пределах базы при изменении ее ширины. При увеличении напряжения на коллекторе от  $U_{кЭ1}$  до  $U_{кЭ2}$  ширина базы уменьшается. Для обеспечения постоянства тока базы плотность электронов в базе у эмиттерного перехода должна увеличиться таким образом, чтобы количество электронов в базе осталось неизменным. При этом увеличивается по абсолютной величине градиент плотности электронов  $dn/dx$  и пропорциональный ему ток коллектора. Изменения токов и напряжений в транзисторе при фиксированном  $i_б = I_{б1}$  соответствует переходу из точки  $A_1$  в точку  $A_2$  на выходных характеристиках.

Изменение коллекторного тока  $i_к$  в зависимости от напряжения  $u_{кЭ}$  между коллектором и эмиттером означает, что с увеличением  $u_{кЭ}$  растет коэффициент усиления тока  $h_{21Э}$ , равный по определению отношению  $I_к$  к  $I_б$ , где  $I_к \equiv i_к \Big|_{u_{кЭ}=U_{кЭ}}$ . Если предположить, что  $h_{21Э}$  линейно зависит от  $u_{кЭ}$  и может быть представлен в виде

$$h_{21Э}(u_{кЭ}) = h_{21Э}(0) \cdot \left( 1 + \frac{u_{кЭ}}{|U_{Эрли}|} \right),$$

где  $h_{21Э}(0)$  – некоторая исходная константа, а  $U_{Эрли}$  – коэффициент пропорциональности, то из равенства  $i_к = h_{21Э}I_б$  следует

$$i_к = I_к(0) \cdot \left( 1 + \frac{u_{кЭ}}{|U_{Эрли}|} \right), \quad (1.5)$$

где  $I_к(0) = h_{21Э}(0)I_б$ . Соотношение (1.5) представляет собой уравнение прямой линии, проведенной в координатах  $(u_{кЭ}, i_к)$  и проходящей через точку  $U_{Эрли}$  на оси абсцисс. Предположение о линейной зависимости  $h_{21Э}$  от  $u_{кЭ}$  оказывается приближенно справедливым на практике; поэтому принято считать, что выходные характеристики

транзистора  $i_K = f_{I_B}(u_{KЭ})$  в пределах рабочей области являются отрезками прямых, продолжения которых пересекаются в одной точке на оси  $u_{KЭ}$  независимо от значения тока базы  $I_B$  (рис. 1.14). Величина  $U_{Эрли}$  носит название **напряжения Эрли** и имеет значение порядка нескольких десятков вольт.

Относительно второго из упомянутых обстоятельств – наличия неравного нулю тока коллектора  $I_{K0}$  при  $I_B = 0$  – необходимо сказать, что его величина зависит от температуры и в ряде случаев учет этого тока необходим. Однако в первом приближении этим током часто пренебрегают по причине его малости.

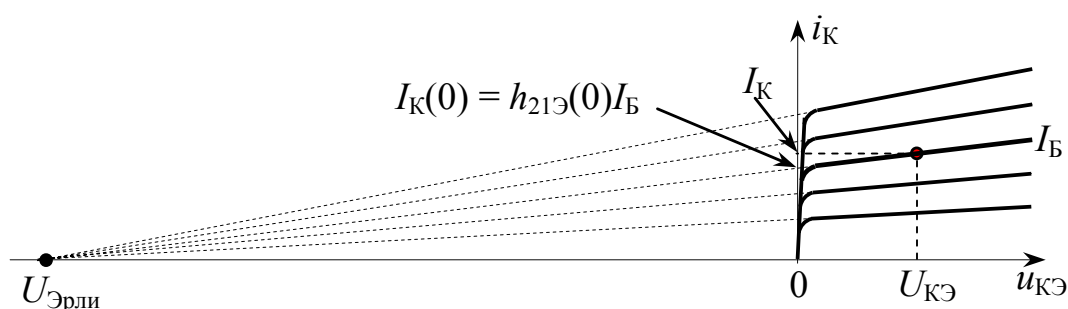


Рис. 1.14. К определению напряжения Эрли

### 1.5. Режим резисторного усилителя по постоянному току

Характер зависимости тока коллектора от напряжения между базой и эмиттером (рис. 1.4) говорит о том, что для функционирования транзистора в качестве усилительного элемента необходимо обеспечить смещение эмиттерного перехода в прямом направлении. Для маломощных кремниевых транзисторов напряжение смещения  $U_{БЭ}$  составляет величину порядка 0.65 В. В схеме с общим эмиттером, приведенной на рис. 1.15, требуемое смещение обеспечивается с помощью резистора  $R_B$ .

Постоянный ток коллектора (в отсутствие входного сигнала, т.е. при  $u_{вх} = 0$ ) можно определить, используя следующие соотношения:

$$I_K = h_{21Э} I_B,$$

$$U_{\Pi} = U_{БЭ} + I_B R_B.$$



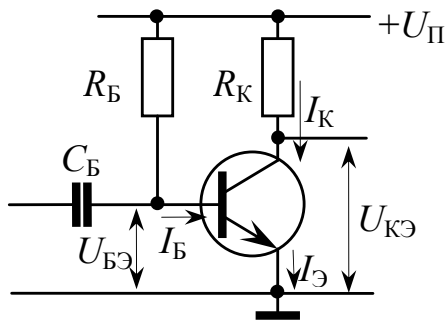


Рис. 1.15. Схема усилителя с общим эмиттером

Учитывая, что обычно  $U_{\Pi} \gg U_{БЭ}$ , получаем

$$I_B \approx h_{21Э} \frac{U_{\Pi}}{R_B}. \quad (1.6)$$

Назначение указанного на рисунке разделительного конденсатора  $C_B$  состоит в том, чтобы изолировать источник усиливаемого сигнала  $u_{вх}$  от базовой цепи транзистора по постоянному току.

Таким образом, до подачи усиливаемого входного сигнала  $u_{вх}$  транзистор находится в состоянии, соответствующем точке  $A$  на входной характеристике (см. рис. 1.12); это его начальная, **рабочая точка**. При этом ток коллектора определяется соотношением

$$I_K = h_{21} I_B \approx h_{21Э} \frac{U_{\Pi}}{R_B}. \quad (1.7)$$

При известном токе базы легко найти положение рабочей точки  $A$  также и на коллекторных характеристиках (рис. 1.16). Для этого необходимо графически решить систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} i_K &= f_{I_B}(u_{КЭ}), \\ u_{КЭ} &= U_{\Pi} - i_K R_K. \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

Прямая, описываемая в координатах  $(u_{КЭ}, i_K)$  вторым из уравнений (1.8), проходящая через точку  $U_{\Pi}$  на оси абсцисс под углом  $\varphi = \arctg(1/R_K)$ , называется **линией нагрузки**.

Система уравнений (1.8) справедлива для полных значений  $u_{КЭ}$ ,  $i_K$ . Поэтому построения на коллекторных характеристиках используются не только для определения режима транзистора по постоянному току, они позволяют также получить наглядное представление о состоянии транзистора и мгновенных значениях токов

и напряжений в схеме в различные моменты времени при подаче на вход переменного сигнала  $u_{\text{вх}}$ .

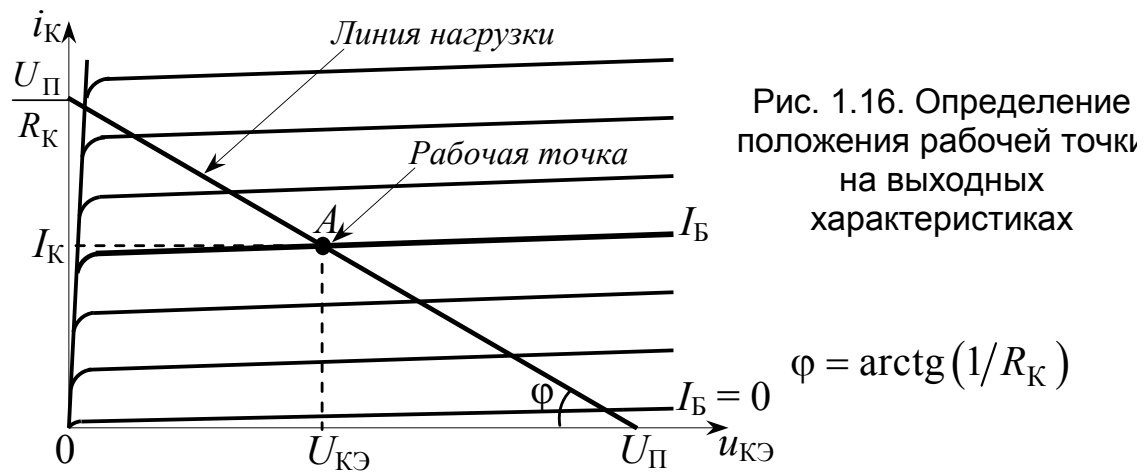


Рис. 1.16. Определение положения рабочей точки на выходных характеристиках

Одним из недостатков простейшей схемы усилителя, приведенной на рис. 1.15, является сильная зависимость положения рабочей точки от параметра транзистора  $h_{21Э}$ . Этот недостаток практически отсутствует в схеме с делителем напряжения в цепи базы (рис. 1.17) при условии, что  $I_B \ll U_{\text{П}}/(R_{\text{Б1}} + R_{\text{Б2}})$ . Задача определения режима этой схемы по постоянному току состоит в нахождении величин токов и напряжений при заданных характеристиках транзистора, значениях сопротивлений и величине  $U_{\text{П}}$ . Для решения этой задачи нам предстоит воспользоваться теоремой об эквивалентном генераторе (теорема Тевенина).

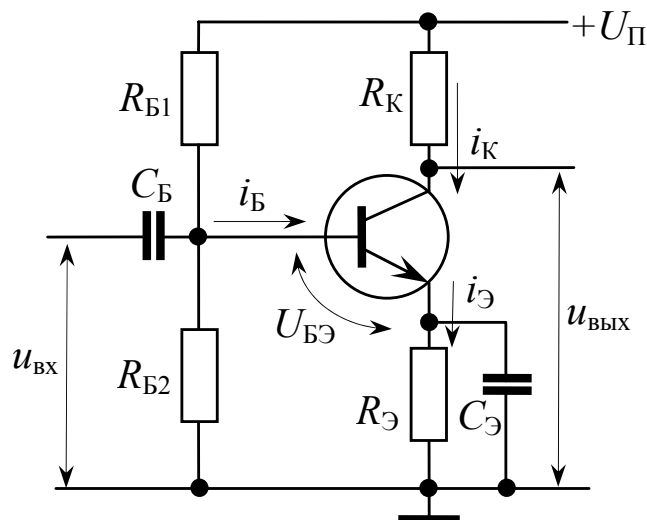


Рис. 1.17. Схема стабилизированного усилителя с делителем напряжения в цепи базы и резистором в цепи эмиттера

Применим теорему Тевенина к цепи, состоящей из источника питания ( $+U_{\Pi}$ ) и двух резисторов ( $R_{Б1}$ ,  $R_{Б2}$ ). Заменяя в схеме на рис. 1.17 делитель в цепи базы эквивалентной ему цепью, получим схему, приведенную на рис. 1.18, для которой справедливы следующие соотношения:

$$U_B = U_{\Pi} \frac{R_{Б2}}{R_{Б1} + R_{Б2}},$$

$$R_B = R_{Б1} \parallel R_{Б2} = \frac{R_{Б1} \cdot R_{Б2}}{R_{Б1} + R_{Б2}}.$$

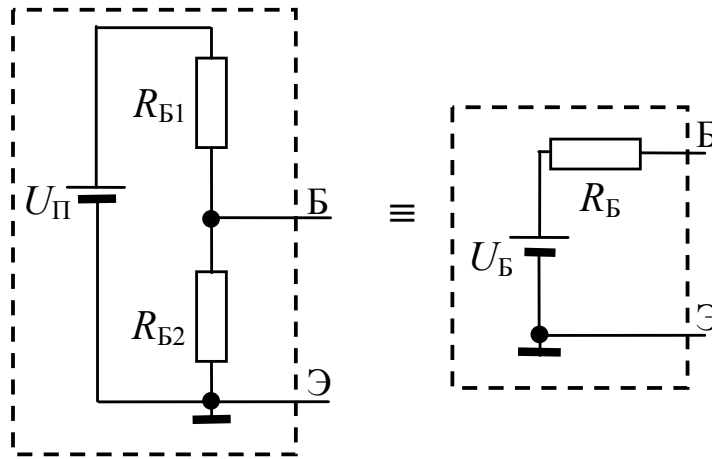


Рис. 1.18. Преобразование делителя напряжения в цепи базы в соответствии с теоремой Тевенина

Уравнение Кирхгофа для контура в цепи базы имеет вид

$$U_B = I_B R_B + U_{БЭ} + I_{Э} R_{Э}.$$

Учитывая, что  $I_{Э} = (h_{21Э} + 1) I_B$ , находим

$$I_B = \frac{U_B - U_{БЭ}}{R_B + (h_{21Э} + 1) R_{Э}}.$$

Таким образом,

$$I_K = h_{21Э} I_B \frac{h_{21Э} (U_B - U_{БЭ})}{R_B + (h_{21Э} + 1) R_{Э}} \quad (1.9)$$

и

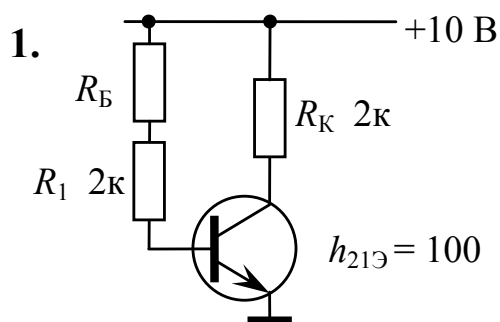
$$U_{КЭ} \approx U_{\Pi} - I_K (R_K + R_{Э}),$$

где последнее приближенное равенство справедливо, поскольку  $I_{Э} \approx I_K$  при  $h_{21Э} \gg 1$ .

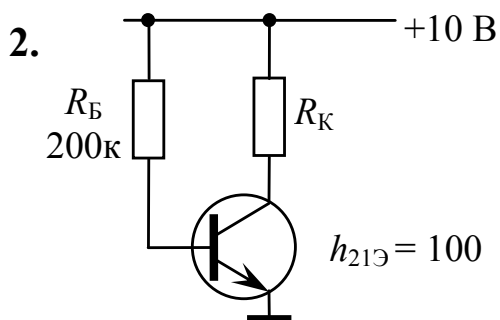
Режим транзистора по постоянному току, то есть ток  $I_K$  и напряжение  $U_{KЭ}$  слабо зависят от коэффициента усиления по току  $h_{21Э}$ , если  $(h_{21Э} + 1)R_Э \gg R_Б$ ; при этом  $I_Э \approx (U_Б - U_{БЭ})/R_Э$ .

При расчете режима по постоянному току усилителя с кремниевым транзистором  $U_{БЭ}$  принимают равным 0.65 В, а для усилителя с германиевым транзистором принимают  $U_{БЭ} = 0.25$  В. Связанные с этим погрешности невелики, если ток коллектора не выходит за пределы нескольких миллиампер, что обычно и бывает в схемах усилителей слабых сигналов.

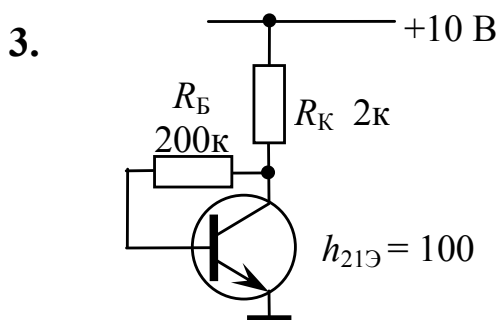
## 1.6. Задачи



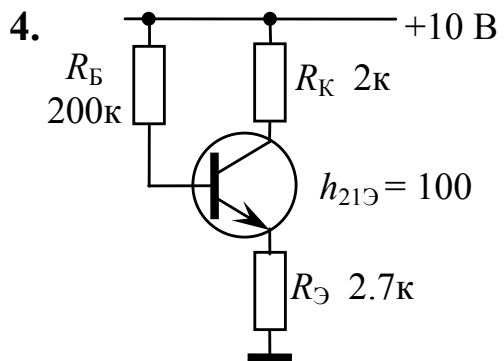
Для приведенной схемы получить зависимость тока коллектора  $I_K$  от сопротивления резистора  $R_Б$  при его изменении от нуля до бесконечности. Построить график этой зависимости. Транзистор кремниевый.



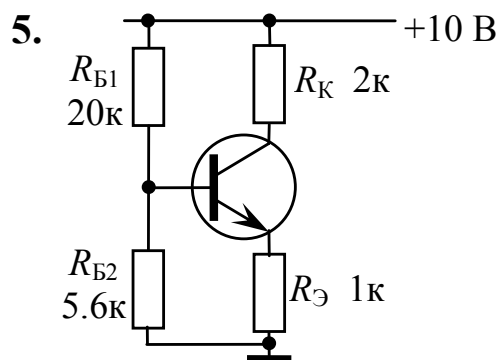
Для приведенной схемы получить зависимость тока коллектора  $I_K$  от сопротивления резистора  $R_K$  при его изменении от нуля до бесконечности. Построить график этой зависимости.



Для приведенной схемы найти ток коллектора  $I_K$ .



Для приведенной схемы найти ток коллектора  $I_K$ .



Для приведенной схемы найти ток коллектора  $I_K$  при  $h_{21Э} = 50$  и при  $h_{21Э} = 200$ .

## ГЛАВА 2. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СХЕМЫ ТРАНЗИСТОРОВ

### 2.1. Физическая эквивалентная схема биполярного транзистора

Рассуждения, с помощью которых мы придем к электрической схеме, эквивалентной транзистору с точки зрения прохождения малых сигналов, не являются строгими. В их основе лежат качественные соображения физического характера, откуда и происходит название схемы.

#### *Первое приближение*

При подаче сигнала (назовем его  $u_{б1э}$ ) на вход между базой и эмиттером транзистора, включенного по схеме ОЭ, в базовой цепи возникает переменный ток  $i_б$ . При не слишком большой величине сигнала ток  $i_б$  оказывается пропорциональным напряжению  $u_{б1э}$ . Следовательно, со стороны входных клемм база–эмиттер транзистор ведет себя как резистор с сопротивлением  $r_{б1э}$ , равным отношению  $u_{б1э}$  к  $i_б$ . Со стороны выходных клемм коллектор–эмиттер транзистор служит источником переменного тока  $i_к$ , который, протекая по резистору нагрузки  $R_н$ , создает на нем выходное напряжение. При малых  $u_{б1э}$  и  $i_б$  ток  $i_к$  приблизительно пропорционален напряжению, действующему на входе транзистора:  $i_к = Su_{б1э}$ ; коэффициент  $S$  носит название крутизны. Таким образом, в первом приближении эквивалентная схема транзистора имеет вид, показанный на рис. 2.1 (обведена пунктиром).

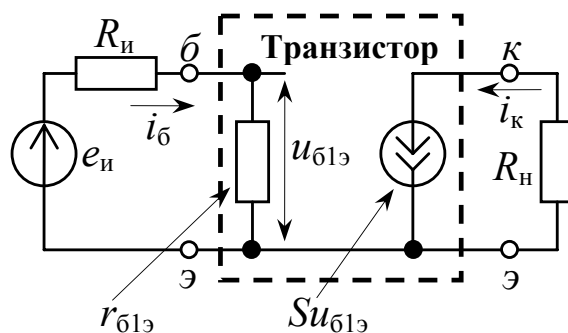


Рис. 2.1. Схема усилителя, в которой транзистор представлен эквивалентной схемой (первое приближение):

б – база,  
э – эмиттер,  
к – коллектор

Сопротивление  $r_{61э}$  между выводами базы и эмиттера должно отражать свойства открытого эмиттерного перехода и то обстоятельство, что ток во входной цепи  $i_6$  является базовым током транзистора и поэтому составляет  $\left[1/(h_{21э} + 1)\right]$ -ю часть эмиттерного тока  $i_э$ , где  $h_{21э}$  по определению есть отношение коллекторного тока к току базы:

$$h_{21э} = i_k / i_6 . \quad (2.1)$$

В свою очередь малое приращение эмиттерного тока  $di_э \equiv i_э(t)$  связано с приращением напряжения на эмиттерном переходе  $du_{БЭ} \equiv u_{6э}(t)$  соотношением  $du_{БЭ} = r_э \cdot di_э$  (рис. 2.2), где

$$r_э = \frac{1}{\left. \frac{di_э}{du_{БЭ}} \right|_{i_э = I_э}} .$$

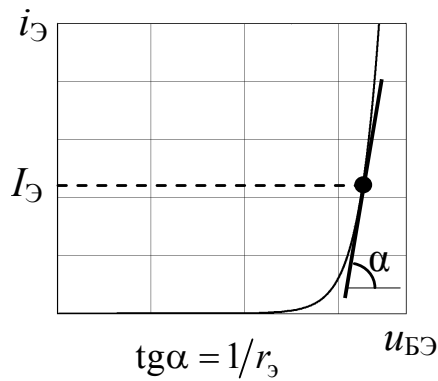


Рис. 2.2. К установлению связи между приращением эмиттерного тока  $i_э$  и приращением напряжения  $u_{БЭ}$  на эмиттерном  $p-n$ -переходе

Величина  $r_э$  носит название дифференциального сопротивления эмиттерного перехода. Используя для вольтамперной характеристики  $p-n$ -перехода выражение

$$i = I_0 \cdot e^{\frac{u}{U_T}} ,$$

получим

$$r_э = \frac{1}{\left. \frac{di_э}{du_{БЭ}} \right|_{i_э = I_э}} = \frac{U_T}{i_э} \Big|_{i_э = I_э} = \frac{U_T}{I_э} . \quad (2.2)$$

При  $T = 300\text{K}$  значение  $U_T$  составляет 26 мВ, поэтому

$$r_э[\text{Ом}] \approx \frac{26 [\text{мВ}]}{I_э [\text{мА}]} , \quad (2.3)$$

где в квадратных скобках указана размерность соответствующих величин. Учитывая связь между  $i_3$  и  $i_6$ , вытекающую из равенства (2.1), имеем

$$r_{613} = (h_{213} + 1) \cdot r_3 = (h_{213} + 1) \cdot \frac{U_T}{I_3}. \quad (2.4)$$

Второй параметр эквивалентной схемы – крутизну  $S$  – также можно выразить через  $r_3$  и  $h_{213}$ . Действительно,

$$i_k = h_{213} \cdot i_6 = h_{213} \cdot \frac{u_{613}}{r_{613}} = \frac{h_{213}}{h_{213} + 1} \cdot \frac{1}{r_3} \cdot u_{613}.$$

Следовательно,

$$S = \frac{h_{213}}{h_{213} + 1} \cdot \frac{1}{r_3} \approx \frac{1}{r_3}, \quad (2.5)$$

где приближенное равенство справедливо при  $h_{213} \gg 1$ .

Подчеркнем, что даже в первом приближении параметры эквивалентной схемы не являются независимыми: резистор  $r_{613}$  и коэффициент пропорциональности  $S$  отражают в эквивалентной схеме одно и то же явление с точки зрения свойств транзистора со стороны входных и выходных клемм соответственно – при открывании эмиттерного  $p$ – $n$ -перехода в большей или меньшей степени. Поэтому нет ничего удивительного в том, что сопротивление  $r_{613}$  и крутизна  $S$  выражаются через одни и те же величины  $r_3$  и  $h_{213}$ .

Уточнения сводятся к включению в эквивалентную схему дополнительных резисторов  $r_{616}$ ,  $r_{кэ}$  и  $r_{61к}$  (рис. 2.3).

Необходимость включения резистора  $r_{616}$  на пути базового тока (рис. 2.3а) обусловлена конструкцией транзистора. Концентрация примесей в базе относительно невелика, поэтому сопротивление, оказываемое базовому току самим кристаллом (базой), сравнимо с сопротивлением  $r_{613}$ , и напряжение  $u_{613}$ , приложенное к эмиттерному переходу, меньше напряжения  $u_{63}$ , приложенного к выводам база–эмиттер. Сопротивление  $r_{616}$  называется объемным сопротивлением базы. Точка «б1» в эквивалентной схеме соответствует границе эмиттерного перехода в кристалле базы.

Чтобы иметь возможность оперировать фиксированным значением коэффициента усиления тока  $h_{213}$  и вместе с тем принять во внимание тот факт, что коллекторный ток  $i_k$  зависит от напряжения



$u_{кэ}$  при постоянном токе базы  $i_B$  (см. рис. 1.13), достаточно включить в эквивалентную схему транзистора резистор  $r'_{кэ}$  между коллектором и эмиттером (рис. 2.3а).

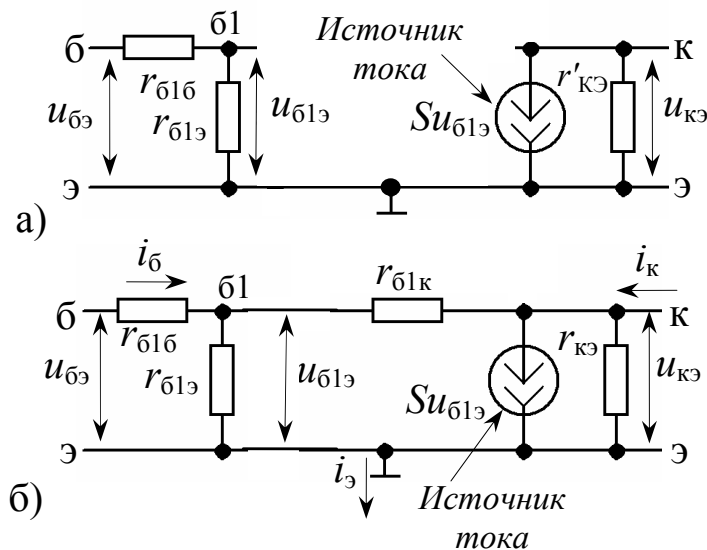


Рис. 2.3. Уточнение эквивалентной схемы транзистора:  
 а) учет объемного сопротивления базы и наклона коллекторных характеристик; б) учет влияния  $u_{кэ}$  на зависимость  $i_B$  от  $u_{бэ}$  вследствие изменения ширины базы

Выбрав сопротивление  $r'_{кэ}$  равным  $1/\text{tg}\alpha$ , где  $\alpha$  – угол наклона коллекторных характеристик транзистора в окрестности рабочей точки, мы получаем возможность с помощью эквивалентной схемы находить фактическое значение переменной составляющей коллекторного тока.

Наклон коллекторных характеристик является лишь одним из следствий изменения ширины базы в транзисторе в зависимости от напряжения  $u_{кэ}$ . Распределение неосновных носителей вдоль базы является функцией  $u_{кэ}$ , а от этого распределения в свою очередь зависят напряжение на эмиттерном переходе  $u_{бэ}$  и/или базовый ток  $i_B$ . Чтобы учесть в эквивалентной схеме транзистора эту зависимость условий функционирования базовой цепи от коллекторного напряжения, можно соединить базовую и коллекторную цепи, включив между ними резистор  $r_{б1к}$  (рис. 2.3б).

После введения резистора  $r_{б1к}$  оба сопротивления  $r_{б1э}$  и  $r_{кэ}$  оказывают влияние на зависимость тока  $i_k$  от напряжения  $u_{кэ}$ , поэтому величина  $r_{кэ}$  в схеме на рис. 2.3б уже не равна  $1/\text{tg}\alpha$ , где  $\alpha$  – угол наклона коллекторных характеристик.

### Связь между $r_{б1к}$ и $r_{кэ}$

Поскольку оба резистора  $r_{б1к}$  и  $r_{кэ}$  отражают в эквивалентной схеме один и тот же эффект – изменение ширины базы с изменением коллекторного напряжения – значения их сопротивлений не являются независимыми. Чтобы установить связь между ними, рассмотрим, как меняется распределение электронов  $n(x)$  в пределах базы  $n$ – $p$ – $n$ -транзистора при изменении  $u_{кэ}$ .

Относительное число электронов, рекомбинирующих с дырками в процессе диффузии по базе, невелико. Поэтому диффузионный ток остается примерно одним и тем же для различных точек внутри базы. Но диффузионный ток пропорционален градиенту концентрации электронов. Следовательно, в пределах базы величина  $dn/dx$  остается приблизительно постоянной, и зависимость  $n(x)$  представляет собой практически прямую линию.

Пусть  $U_{кэ}$ ,  $w$  и  $n(0)$  – первоначальные значения коллекторного напряжения, ширины базы и концентрации электронов на границе эмиттерного перехода соответственно (рис. 2.4б, в). При увеличении напряжения коллектор–эмиттер на  $\Delta U_{кэ} < U_{кэ}$  и неизменном токе базы  $i_B = I_B$  распределение электронов в базе  $n(x)$  изменяется таким образом, что площадь под  $n(x)$  остается постоянной (рис. 2.4в):

$$\frac{1}{2} \cdot [n(0) + \Delta n(0)] \cdot (w - \Delta w) = \frac{1}{2} \cdot n(0) \cdot w.$$

Пренебрегая произведением малых величин  $\Delta w$  и  $\Delta n(0)$ , находим

$$\Delta w/w \approx \Delta n(0)/n(0). \quad (2.6)$$

С учетом сказанного выше о природе диффузионного тока приходим к выводу, что результирующее относительное изменение коллекторного тока равно

$$\frac{\Delta i_K}{I_K} = \frac{[n(0) + \Delta n(0)]/(w - \Delta w) - n(0)/w}{n(0)/w}.$$

Преобразуем правую часть этого равенства с использованием соотношения  $1/(w - \Delta w) = (1/w) \cdot (1 + \Delta w/w + \dots)$ , пренебрегая слагаемыми второго порядка малости и выше и принимая во внимание (2.6), получим

$$\frac{\Delta i_K}{I_K} \approx 2 \cdot \frac{\Delta n(0)}{n(0)} . \quad (2.7)$$

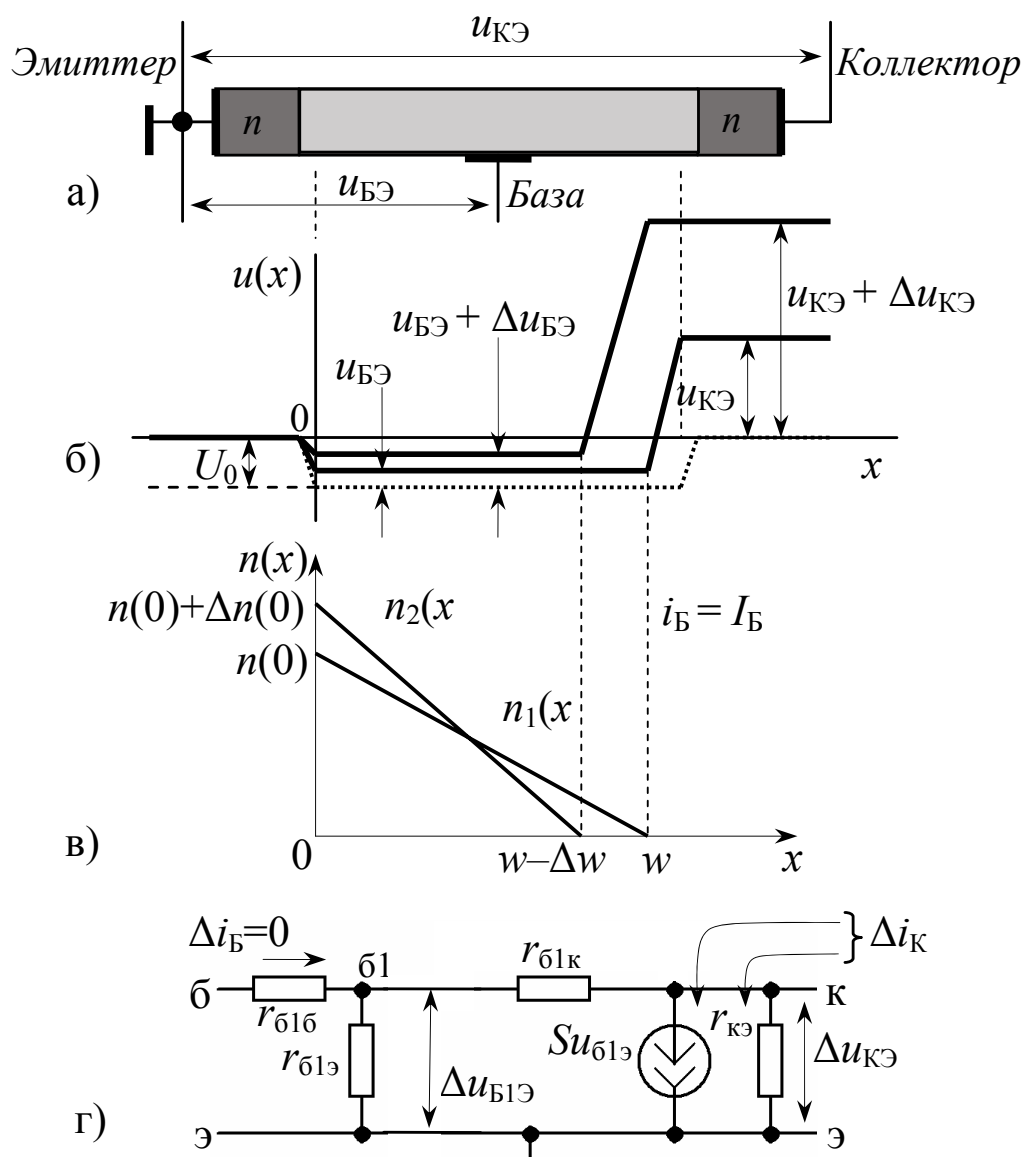


Рис. 2.4. К выводу соотношения между  $r_{б1к}$  и  $r_{кэ}$ : а) схематическое изображение транзистора; б) зависимость электрического потенциала  $U$  от координаты  $x$ ; в) распределение неосновных носителей (электронов) вдоль базы; г) эквивалентная схема транзистора

Значение  $n(0)$  определяется напряжением  $U_{БЭ}$ , действующим на переходе база–эмиттер. Поэтому из (2.7) можно сделать вывод, что полное относительное приращение коллекторного тока вдвое превосходит ту его часть, которая своим происхождением обязана

изменению величины потенциального барьера на эмиттерном переходе.

Вернемся к эквивалентной схеме транзистора и потребуем, чтобы соотношение между ее параметрами обеспечивало выполнение условия, выражаемого приближенным равенством (2.7).

Пусть  $\Delta u_{КЭ}$  – напряжение между коллектором и эмиттером (рис. 2.4г) и имеет место режим холостого хода в цепи базы по переменному току ( $i_B = I_B$ ;  $\Delta i_B = 0$ ). Забегая немного вперед (далее мы получим, что  $r_{б1к} \gg r_{кэ}$ ), примем ток, текущий по резистору  $r_{б1к}$ , пренебрежимо малым по сравнению с  $\Delta i_K$ , а  $r_{б1э} \ll r_{б1к}$ . Тогда

$$\Delta i_K \approx \frac{\Delta u_{КЭ}}{r_{кэ}} + S \cdot \Delta u_{Б1Э},$$

$$\Delta u_{Б1Э} \approx \frac{r_{б1э}}{r_{б1к}} \cdot \Delta u_{КЭ}.$$

В выражении для  $\Delta i_K$  второе слагаемое обусловлено изменением напряжения между базой и эмиттером. Поэтому требование, вытекающее из (2.7), сводится к тому, что  $\Delta i_K$  должно по величине вдвое превосходить второе слагаемое. Следовательно, с учетом (2.4) и (2.5) должно выполняться равенство

$$r_{б1к} = h_{21э} \cdot r_{кэ}.$$

Физическую эквивалентную схему (рис. 2.3б) иногда называют П-образной (π-образной).

## 2.2. Инерционность транзистора

### *Емкости p–n-переходов*

Полученная выше эквивалентная схема довольно точно отражает процессы, происходящие в транзисторе при усилении медленно изменяющихся сигналов, спектр которых лежит в области нижних частот. При усилении высокочастотных сигналов необходимо учесть инерционность процессов в транзисторе, что достигается включением в эквивалентную схему емкостей  $C_{б1э}$  и  $C_{б1к}$  эмиттерного и коллекторного переходов, как показано на рис. 2.5.

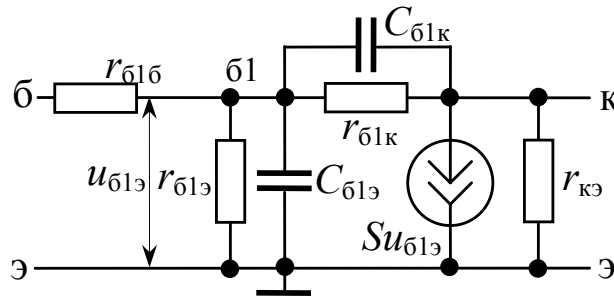


Рис. 2.5. Эквивалентная схема транзистора для высоких частот

Каждую емкость можно представить в виде суммы барьерной и диффузионной емкостей:

$$\begin{aligned} C_{б1э} &= C_{б1э \text{ бар}} + C_{б1э \text{ диф}}, \\ C_{б1к} &= C_{б1к \text{ бар}} + C_{б1к \text{ диф}}. \end{aligned}$$

### Барьерные емкости

Барьерной называется емкость воображаемого конденсатора, образованного двумя слоями неподвижных зарядов по обе стороны границы раздела в  $p-n$ -переходе. По определению барьерная емкость  $C_{p-n \text{ бар}}$  равна отношению приращения объемного заряда в запирающем слое по каждую сторону границы раздела к вызвавшему это приращение изменению  $\Delta U_{БЭ}$  напряжения, приложенного к  $p-n$ -переходу извне.

Величина барьерной емкости зависит от среднего значения напряжения  $U_{БЭ}$ :

$$C_{p-n \text{ бар}} = \frac{C_{p-n \text{ бар}}}{\sqrt{U_0 - U_{БЭ}}}, \quad (2.8)$$

где  $U_0$  — величина равновесного потенциального барьера, а  $C_{p-n \text{ бар}}$  — константа размерности  $[\Phi \cdot \text{В}^{1/2}]$ , учитывающая геометрию перехода.

В случае эмиттерного перехода ( $U_{БЭ} > 0$ ) знаменатель в (2.8) относительно мал, но одновременно малым является коэффициент пропорциональности  $C_{p-n \text{ бар}} \equiv C_{б1э \text{ бар}}$ , поскольку сравнительно небольшой является площадь поверхности, служащей границей между эмиттером и базой (см. рис. 1.2а). Поэтому в целом значение

$C_{б1э \text{ бар}}$  невелико; хотя оно может оказаться сравнимым с величиной  $C_{б1к \text{ бар}}$ , этим слагаемым в  $C_{б1э}$ , как правило, можно пренебречь.

Коллекторный переход смещен в обратном направлении ( $U_{кб} < 0$ ) и обычно  $|U_{кб}| \gg U_0$ . Поэтому справедливо приближенное равенство

$$C_{б1к \text{ бар}} \approx \frac{C_{б1к \text{ бар}}}{\sqrt{U_{кб}}}.$$

Сам факт уменьшения  $C_{б1к \text{ бар}}$  с ростом модуля  $U_{кб}$  имеет простую физическую интерпретацию: при увеличении потенциального барьера глубина областей пространственного заряда в каждом из слоев растет, что эквивалентно раздвиганию пластин воображаемого конденсатора.

### *Диффузионные емкости*

Представление о диффузионных емкостях становится понятным, если рассмотреть изменение распределения плотности носителей в базе при скачкообразном изменении разности потенциалов на соответствующем  $p$ – $n$ -переходе.

Пусть, например, первоначальное значение напряжения  $u_{бэ}$  между базой и эмиттером равняется  $U_{бэ}$  и соответствующее ему распределение электронов в базе  $n(x)$  на рис. 2.6а выражается линией 1. В результате увеличения  $u_{бэ}$  на  $\Delta U_{бэ}$  через некоторое время должно установиться новое распределение  $n(x)$ , выражаемое линией 3 на том же рисунке, и, следовательно, должен увеличиться суммарный объемный заряд электронов в базе (на такую же величину должен измениться заряд дырок для обеспечения электрической нейтральности базы). Для того чтобы произошло требуемое изменение суммарного объемного заряда, необходимо, чтобы в первое время сразу после скачка напряжения  $u_{бэ}$  ток через переход эмиттер–база содержал дополнительную составляющую, обеспечивающую накопление заряда в базе; этот промежуточный случай представлен на рис. 2.6а кривой 2, у которой относительно большое по абсолютной величине значение  $dn/dx$  при  $x = 0$  как раз и указывает на наличие дополнительной составляющей эмиттерного тока. По мере того как с течением времени в результате диффузии будет устанавливаться новое распределение  $n(x)$ , величина тока через эмиттерный переход будет стремиться к новому стационарному

значению. Таким образом, процесс накопления заряда в базе и постепенного установления нового значения тока – с точки зрения зависимости тока от времени – подобен процессу, происходящему в  $RC$ -цепи на рис. 2.7 при скачкообразном изменении входного напряжения. Эта аналогия дает основание включить в эквивалентную схему транзистора между точками «б1» и «э» (см. рис. 2.5) емкость  $C_{б1э \text{ диф}}$ , выражающую инерционность процесса диффузии по отношению к скачкообразному изменению напряжения  $u_{БЭ}$ .

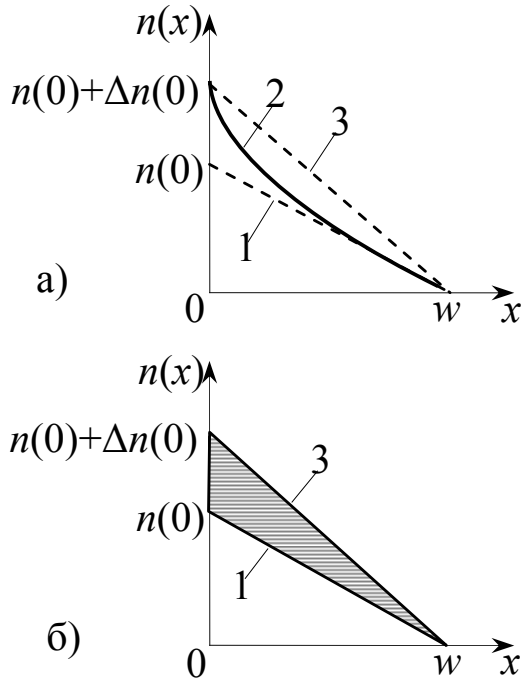


Рис. 2.6. Изменение распределения плотности электронов в базе при скачкообразном увеличении  $u_{БЭ}$ :  
1 – первоначальное распределение;  
2 – промежуточный случай;  
3 – новое распределение в установившемся режиме

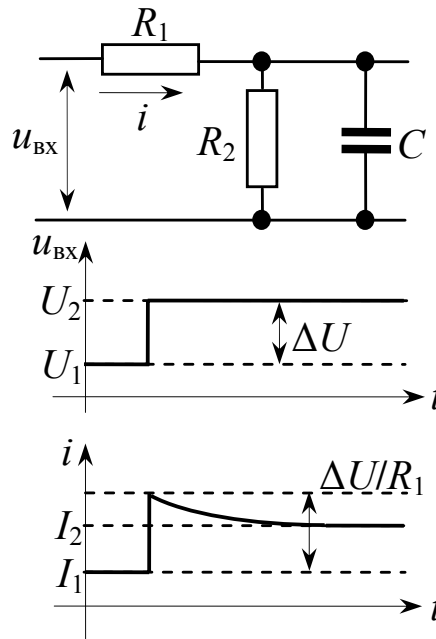


Рис. 2.7. Воздействие скачка напряжения на цепь, содержащую емкость, эквивалентное накоплению заряда в базе

Значение диффузионной емкости, относящейся к эмиттерному переходу, по определению принимается равным

$$C_{б1э \text{ диф}} = \Delta Q_{(БЭ)} / \Delta u_{БЭ},$$

где  $\Delta Q_{(БЭ)}$  – результирующее приращение суммарного объемного заряда неосновных носителей в базе при изменении  $u_{БЭ}$  на величину  $\Delta u_{БЭ}$ . Покажем, как  $C_{б1э \text{ диф}}$  зависит от режима транзистора по постоянному току.

Предполагая, как и ранее, что концентрация электронов в базе не зависит от положения точки в плоскости, перпендикулярной оси  $Ox$ , приходим к выводу, что изменение заряда  $\Delta Q_{(БЭ)}$  пропорционально площади заштрихованного треугольника на рис. 2.6б:

$$\Delta Q_{БЭ} \sim \frac{1}{2} \cdot \Delta n(0) \cdot w.$$

Поэтому

$$C_{б1э \text{ диф}} \sim \frac{\Delta n(0)}{\Delta u_{БЭ}} \approx \left. \frac{dn(0)}{du_{БЭ}} \right|_{u_{БЭ} = U_{БЭ}}.$$

Поскольку  $n(x)$  является практически прямой линией для  $x$  из интервала  $(0, w)$ ,  $n(0) = w \cdot (dn/dx)$ , где  $dn/dx$  – градиент концентрации носителей вдоль пространственной координаты  $x$ , значением которого определяется величина диффузионного тока и, в частности, величина эмиттерного тока  $I_{Э}$ . Таким образом, емкость  $C_{б1э \text{ диф}}$  пропорциональна производной  $I_{Э}$  по  $u_{БЭ}$  в точке  $u_{БЭ} = U_{БЭ}$ , которая в свою очередь выражается через  $i_{Э} \big|_{u_{БЭ} = U_{БЭ}} \equiv I_{Э}$ . В результате имеем

$$C_{б1э \text{ диф}} = c_{б1э \text{ диф}} \cdot I_{Э},$$

где  $c_{б1э \text{ диф}}$  – коэффициент пропорциональности, имеющий размерность  $[Ф/А]$ , зависит от геометрии эмиттерного перехода и ширины базы  $w$ .

Рассуждения, аналогичные приведенным выше, могут служить основанием для включения в эквивалентную схему транзистора между точками «б1» и «к» (см. рис. 2.5) емкости  $C_{б1к \text{ диф}}$ , значение которой заключается в том, чтобы отразить инерционность процесса диффузии электронов в базе по отношению к изменению напряжения  $u_{КБ}$  между коллектором и базой. По определению

$$C_{б1к \text{ диф}} = \left| \Delta Q_{(КБ)} \right| / \Delta u_{КБ},$$

где  $\Delta Q_{(КБ)}$  – результирующее изменение объемного заряда неосновных носителей в базе при увеличении напряжения  $u_{КБ}$  на величину  $\Delta u_{КБ}$ .

В тех же предположениях, что и ранее,  $\left| \Delta Q_{(КБ)} \right|$  пропорционально площади заштрихованного треугольника на рис. 2.8.



Необходимо, однако, принять во внимание тот факт, что распределение электронов в базе и определяемые им эмиттерный и коллекторный токи очень чувствительны к изменению напряжения  $u_{БЭ}$ , а влияние напряжения  $u_{КБ}$  значительно слабее.

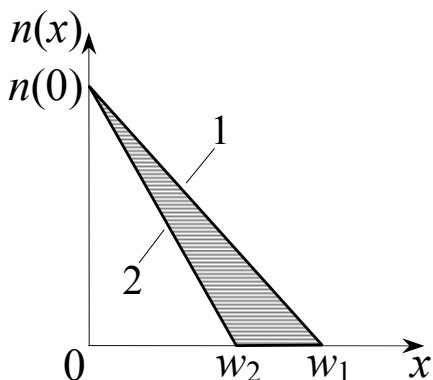


Рис. 2.8. Изменение распределения плотности электронов в базе при увеличении напряжения  $u_{КБ}$ :  
1 – первоначальное распределение;  
2 – новое распределение в установившемся режиме

Другими словами, одинаковые изменения этих напряжений вызывают такие изменения объемного заряда  $\Delta Q_{(БЭ)}$  и  $\Delta Q_{(КБ)}$ , что

$$|\Delta Q_{КБ}| \ll \Delta Q_{(БЭ)} \text{ при } \Delta u_{БЭ} = \Delta u_{КБ}.$$

Следовательно,

$$C_{б1к \text{ диф}} \ll C_{б1э \text{ диф}}.$$

$$\text{Обычно } C_{б1э \text{ бар}} \ll C_{б1э \text{ диф}} \text{ и } C_{б1к \text{ диф}} \ll C_{б1к \text{ бар}},$$

поэтому

$$C_{б1э} \approx C_{б1э \text{ диф}}, \quad C_{б1к} \approx C_{б1к \text{ бар}}.$$

### 2.3. Эквивалентная схема транзистора с $h$ -параметрами

Физическая эквивалентная схема не является единственно возможной эквивалентной схемой транзистора. Основное достоинство этой схемы состоит в наглядном представлении физических процессов в транзисторе. Недостаток подобной схемы заключается в невозможности экспериментального определения ее параметров путем непосредственного измерения токов и напряжений из-за наличия внутренней точки (точка «б1» на рис. 2.3), недоступной для подключения приборов.

Распространенным вариантом описания произвольного четырехполюсника, при котором указанный недостаток отсутствует, является система  $h$ -параметров. Для каждой пары входных клемм 1–0 и выходных клемм 2–0 (рис. 2.9) одна из двух величин – ток или напряжение – может быть задана извне; оставшиеся токи и напря-

жения будут функциями заданных величин и параметров, посредством которых описываются свойства четырехполюсника.

Выбирая в качестве независимых переменных ток  $i_1$  и напряжение  $u_2$ , имеем

$$u_1 = h_{11} \cdot i_1 + h_{12} \cdot u_2, \quad (2.9)$$

$$i_2 = h_{21} \cdot i_1 + h_{22} \cdot u_2. \quad (2.10)$$

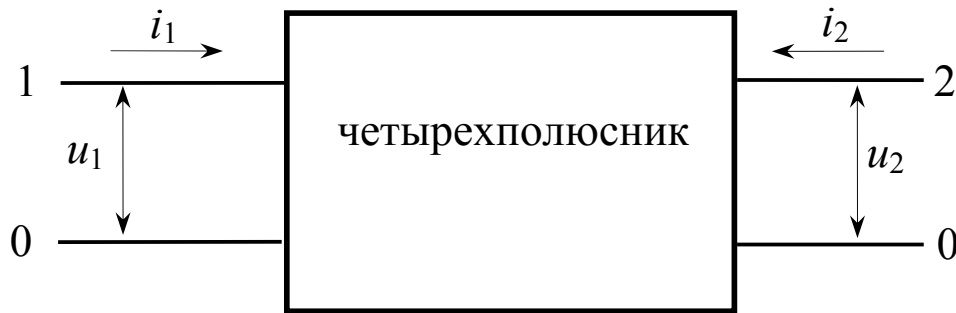


Рис. 2.9. Определение токов и напряжений для произвольного четырехполюсника

Эквивалентная схема биполярного транзистора с использованием  $h$ -параметров приведена на рис. 2.10.

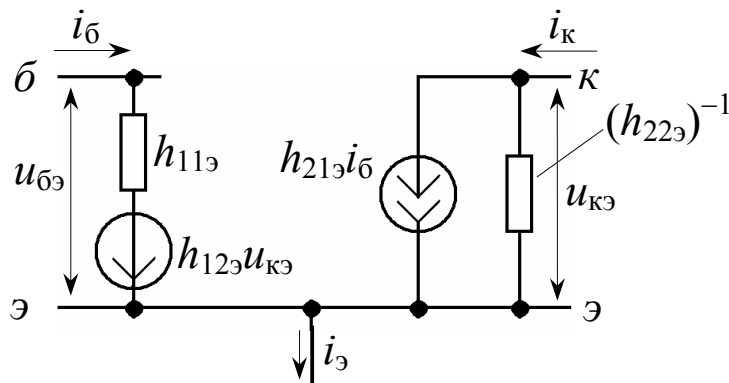


Рис. 2.10. Эквивалентная схема транзистора с использованием  $h$ -параметров

$$u_{бэ} = h_{11э} \cdot i_{б} + h_{12э} \cdot u_{кэ},$$

$$i_{к} = h_{21э} \cdot i_{б} + h_{22э} \cdot u_{кэ}.$$

Каждый из  $h$ -параметров имеет определенный физический смысл:

$h_{11э}$  – входное сопротивление транзистора при коротком замыкании на выходе ( $u_{кэ} = 0$ );

$h_{12э}$  – коэффициент обратной связи (передачи напряжения с выхода на вход) при разомкнутом входе ( $i_{\bar{б}} = 0$ );

$h_{21э}$  – коэффициент передачи тока при коротком замыкании на выходе ( $u_{кэ} = 0$ );

$h_{22э}$  – выходная проводимость (величина, обратная выходному сопротивлению) при разомкнутом входе ( $i_{\bar{б}} = 0$ ).

Путем сопоставления эквивалентных схем, показанных на рис. 2.3б и 2.10, определяется связь между параметрами этих схем:

$$\begin{aligned} h_{11э} &= r_{\bar{б}1\bar{б}} + (r_{\bar{б}1э} \parallel r_{\bar{б}1к}) \approx r_{\bar{б}1\bar{б}} + r_{\bar{б}1э}, & h_{21э} &\approx S \cdot r_{\bar{б}1э}, \\ h_{12э} &\approx \frac{r_{\bar{б}1э}}{r_{\bar{б}1к}}, & h_{22э} &\approx \frac{S \cdot r_{\bar{б}1э}}{r_{\bar{б}1к}} + \frac{1}{r_{кэ}}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

## 2.4. Эквивалентная схема полевого транзистора

Как и ранее, в случае биполярного транзистора, вывод эквивалентной схемы полевого транзистора основывается на приближенных рассуждениях физического характера.

Поскольку ток в цепи затвора крайне мал, активное входное сопротивление полевого транзистора велико. Оно составляет величину порядка 10...100 МОм и более – и в эквивалентной схеме, как правило, не учитывается. Тем большую роль при этом играют межэлектродные емкости – емкость затвор–исток  $C_{зи}$ , емкость затвор–сток  $C_{зс}$ , а также емкость  $C_{си}$  между стоком и истоком (рис. 2.11). Со стороны выходных клемм сток–исток транзистор является источником переменного тока  $i_c$ , величина которого пропорциональна при малых сигналах напряжению между затвором и истоком:  $i_c = S \cdot u_{зи}$ , где  $S$  – крутизна транзистора. Включение сопротивления  $r_{си}$  параллельно источнику тока позволяет учесть наклон выходных (стоковых) характеристик.

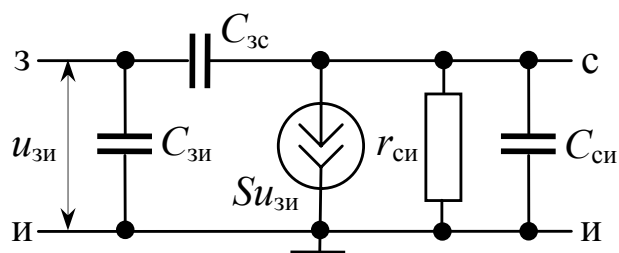


Рис. 2.11. Эквивалентная схема полевого транзистора

Для маломощного полевого транзистора типичными являются следующие значения параметров эквивалентной схемы:

$$\begin{aligned} S &= 0.5 \dots 20 \text{ мА/В}, \\ r_{си} &= 20 \dots 500 \text{ кОм}, \\ C_{зи} &= 0.5 \dots 10 \text{ пФ}, \\ C_{зс} &= 0.2 \dots 2 \text{ пФ}, \\ C_{си} &= 0.5 \dots 10 \text{ пФ}. \end{aligned}$$

## 2.5. Задачи

1. Выразить  $h$ -параметры биполярного транзистора через параметры физической эквивалентной схемы, изображенной на рис. 2.1.
2. Выразить параметры физической эквивалентной схемы, изображенной на рис. 2.3а, через  $h$ -параметры биполярного транзистора.
3. Выразить  $h$ -параметры биполярного транзистора через параметры физической эквивалентной схемы, изображенной на рис. 2.5.
4. Выразить  $h$ -параметры полевого транзистора через параметры эквивалентной схемы, изображенной на рис. 2.11.

## ГЛАВА 3. РЕЗИСТОРНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ

### 3.1. Усиление переменного сигнала

В стабилизированном усилителе с конденсатором  $C_Э$ , имеющим большую емкость (рис. 1.17,  $C_Э \rightarrow \infty$ ), эмиттер транзистора по переменному току соединен с землей. Такой усилитель с точки зрения усиления переменного сигнала во многом сходен с нестабилизированным усилителем (рис. 1.10). Поэтому, рассматривая их характеристики, будем называть обе схемы усилителем с заземленным по переменному току эмиттером транзистора.

Стабилизированный усилитель можно использовать и без конденсатора  $C_Э$  ( $C_Э = 0$ ), однако его характеристики в этом случае будут другими.

При изучении свойств усилителей часто предполагается, что переменным входным сигналом  $u_{вх}$  является малое по величине синусоидальное напряжение.

#### 3.1.1. Максимальный неискаженный сигнал на выходе

Наглядное представление о состоянии транзистора и значениях токов и напряжений в схеме в различные моменты времени при подаче на вход переменного сигнала  $u_{вх}$  можно получить используя коллекторные характеристики транзистора.

В случае, когда к выходу усилителя не подключена внешняя нагрузка (рис. 3.1), линия нагрузки, построенная для постоянного тока (рис. 1.16), является также **линией нагрузки по переменному току**.

Если к выходу усилителя через разделительный конденсатор  $C_p$  подключена внешняя нагрузка  $R_n$ , как показано на рис. 3.2, и  $1/(\omega C_p) \ll R_K + R_n$ , то линия нагрузки по переменному току задается уравнением

$$\Delta u_{КЭ} = -\Delta i_K \cdot (R_K \parallel R_n)$$

или

$$u_{КЭ} = U_{КЭ} - (i_K - I_K) \cdot R_n^*,$$

где  $U_{КЭ} = U_{\Pi} - I_{К} \cdot R_{К}$  и  $I_{К}$  – постоянные составляющие напряжения  $u_{КЭ}$  и тока  $i_{К}$ , а  $R_{н}^* = R_{К} \parallel R_{н} = R_{К} R_{н} / (R_{К} + R_{н})$  – нагрузка в коллекторной цепи по переменному току. В этом случае линией нагрузки по переменному току является прямая, проходящая через рабочую точку под углом к оси абсцисс, тангенс которого равен  $(R_{н}^*)^{-1}$  (рис. 3.3).

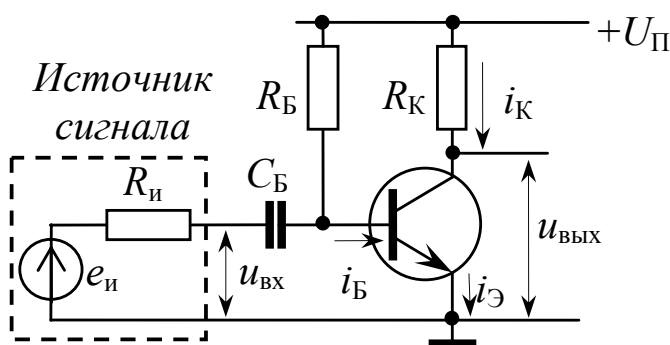


Рис. 3.1. Усилитель с включением транзистора по схеме с общим эмиттером

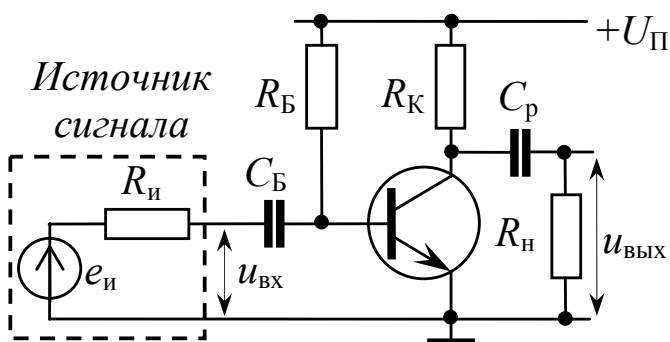


Рис. 3.2. Усилитель с внешней нагрузкой  $R_{н}$

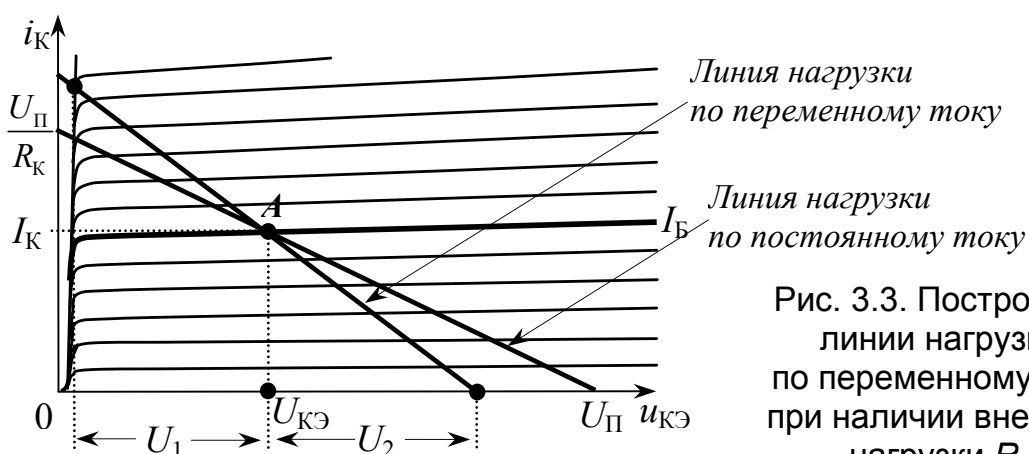


Рис. 3.3. Построение линии нагрузки по переменному току при наличии внешней нагрузки  $R_{н}$

Для стабилизированного усилителя с  $C_{Э} \rightarrow \infty$  справедливы построения на коллекторных характеристиках, аналогичные представленным на рис. 3.3 для нестабилизированного усилителя. При

этом угол наклона линии нагрузки по постоянному току определяется сопротивлением  $R_K + R_{\text{Э}}$ , а угол наклона линии нагрузки по переменному току определяется сопротивлением  $R_{\text{н}}^*$ .

Проведение линии нагрузки по переменному току дает возможность оценить максимальный неискаженный сигнал, который может быть получен на выходе усилителя. В схемах с заземленным по переменному току эмиттером транзистора амплитуда максимального неискаженного сигнала  $U_{\text{ВЫХ МАКС}}$  не может превышать меньшего из значений  $U_1, U_2$  (рис. 3.3).

У стабилизированного усилителя с  $C_{\text{Э}} = 0$  линия нагрузки по переменному току совпадает с линией нагрузки по постоянному току. В этом случае при определении максимального неискаженного сигнала на выходе необходимо принять во внимание, что  $u_{\text{ВЫХ}}$  не совпадает с  $\Delta u_{\text{КЭ}}$ , а является его частью:  $u_{\text{ВЫХ}} = \Delta u_{\text{КЭ}} \cdot R_K / (R_K + R_{\text{Э}})$  (см. [2], с. 107).

### 3.1.2. Параметры усилителя для малых входных сигналов

Свойства усилителя выражают с помощью следующих параметров (рис. 3.4):

$R_{\text{ВХ}} = U_{\text{ВХ}} / I_{\text{ВХ}}$  – входное сопротивление,

$R_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВЫХ ХХ}} / I_{\text{ВЫХ КЗ}}$  – выходное сопротивление,

$U_{\text{ВЫХ ХХ}}$  – напряжение на выходе при  $R_{\text{н}} \rightarrow \infty$ ,

$I_{\text{ВЫХ КЗ}}$  – выходной ток при  $R_{\text{н}} = 0$ ,

$\left. \begin{aligned} K_u &= U_{\text{ВЫХ}} / U_{\text{ВХ}} \\ K_e &= U_{\text{ВЫХ}} / \mathcal{E}_{\text{и}} \end{aligned} \right\}$  – коэффициенты усиления напряжения,

где  $U, \mathcal{E}, I$  – действующие значения переменных составляющих соответствующих напряжений и токов.

Из-за наличия конденсаторов в схеме усилителя и из-за инерционности процессов, происходящих в транзисторе, поведение усилителя зависит от частоты  $\omega$  усиливаемого синусоидального сигнала, а между напряжениями и токами в схеме имеются сдвиги по фазе. Поэтому, строго говоря, входные и выходные сопротивления и коэффициенты усиления напряжения, определенные как отношения соответствующих синусоидальных напряже-

ний и токов в комплексной записи, также являются комплексными величинами.

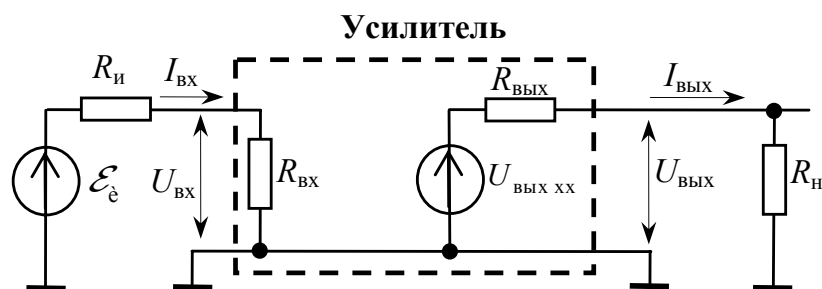


Рис. 3.4. К определению входного и выходного сопротивлений усилителя и коэффициентов усиления напряжения

В частности, модуль коэффициента усиления  $K_e$  зависит от частоты  $\omega$  так, как это показано на рис. 3.5.

У резисторных усилителей, то есть когда нагрузкой в коллекторной цепи являются резисторы, верхняя граничная частота  $\omega_v$  может на несколько порядков превосходить нижнюю граничную частоту  $\omega_n$ . Существует понятие **область средних частот**, в пределах которой коэффициент  $K_e$  остается практически постоянным.

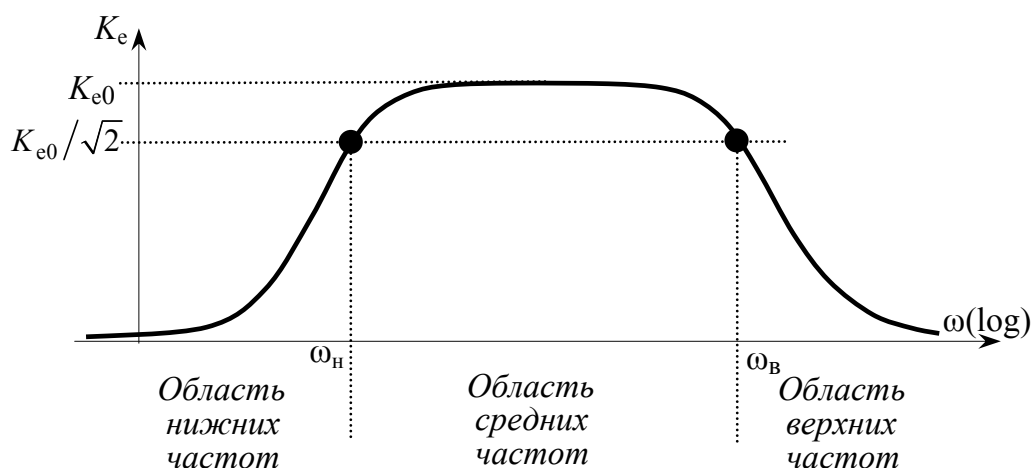


Рис. 3.5. Амплитудно-частотная характеристика резисторного усилителя

В области средних частот входное и выходное сопротивления и коэффициенты усиления напряжения являются действительными величинами и не зависят от частоты  $\omega$ . Ниже именно об этих значениях пойдет речь при определении  $R_{вх}$ ,  $R_{вых}$ ,  $K_u$  и  $K_e$ .



### 3.1.3. Входное сопротивление

Составим эквивалентную схему усилителя, справедливую в области средних частот, для чего заменим транзистор его эквивалентной схемой с  $h$ -параметрами. Из эквивалентной схемы усилителя (рис. 3.6) видно, что входное сопротивление усилителя (сопротивление между точками 1 и 0) определяется не только свойствами транзистора, но и сопротивлениями внешних резисторов  $R_B$ ,  $R_K$  и  $R_H$ .

Различают входное сопротивление транзистора  $R_{вх\ тр}$  и входное сопротивление усилителя  $R_{вх}$ .

Согласно эквивалентной схеме транзистора (рис. 3.6), получим, что **входное сопротивление транзистора** равно

$$R_{вх\ тр} = \frac{U_{вх}}{I_{\bar{6}}} = h_{11э} - \frac{h_{12э} \cdot h_{21э}}{h_{22э} + (R_H^*)^{-1}}. \quad (3.1)$$

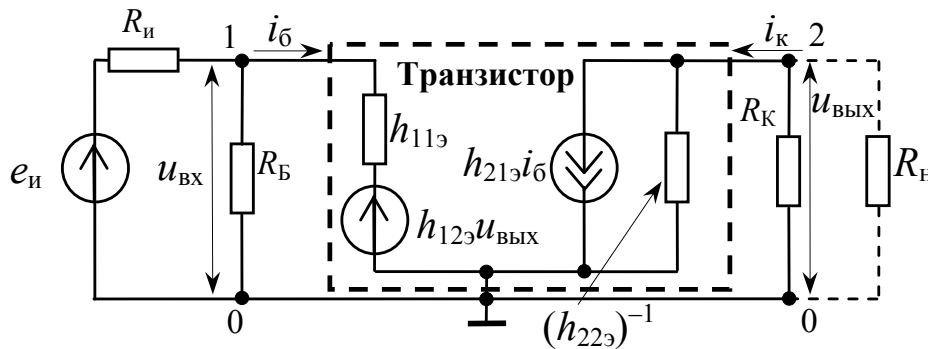


Рис. 3.6. Эквивалентная схема усилителя с заземленным по переменному току эмиттером транзистора для средних частот (в случае стабилизированного усилителя  $R_A = R_1 \parallel R_2$ )

Часто транзисторы работают в режиме, близком к режиму короткого замыкания на выходе (это происходит, когда  $R_H^* \ll R_{вх\ тр}$ ). В этом случае выражение (3.1) можно упростить и принять в качестве оценки, что  $R_{вх\ тр} \approx h_{11э}$ . Входное сопротивление транзистора зависит от режима транзистора по постоянному току, поскольку дифференциальное сопротивление эмиттерного перехода  $r_э$ , определяющее величину  $h_{11э}$ , обратно пропорционально эмиттерному току  $I_э$ .

**Входное сопротивление усилителя**  $R_{\text{вх}}$  представляет собой сопротивление параллельно включенных входного сопротивления транзистора  $R_{\text{вх тр}}$  и резистора  $R_{\text{Б}}$ :

$$R_{\text{вх}} \approx R_{\text{Б}} \parallel h_{11э} = \frac{R_{\text{Б}} \cdot h_{11э}}{R_{\text{Б}} + h_{11э}}.$$

### 3.1.4. Выходное сопротивление

В соответствии с теоремой об эквивалентном генераторе выходную цепь линейного четырехполюсника в области средних частот можно представить в виде источника ЭДС  $\mathcal{E}_{\text{вых}}$  и выходного сопротивления  $R_{\text{вых}}$ :

$$\mathcal{E}_{\text{вых}} = U_{\text{вых хх}}, R_{\text{вых}} = U_{\text{вых хх}} / I_{\text{вых кз}}.$$

Следует различать выходное сопротивление транзистора  $R_{\text{вых тр}}$  и выходное сопротивление усилителя  $R_{\text{вых}}$ .

**Выходное сопротивление транзистора** определяется как отношение выходного напряжения при  $R_{\text{К}} \rightarrow \infty$  и  $R_{\text{н}} \rightarrow \infty$  к выходному току при  $R_{\text{К}} = 0$ . Из эквивалентной схемы усилителя (рис. 3.6) следует, что

$$(R_{\text{вых тр}})^{-1} = h_{22э} - \frac{h_{12э} \cdot h_{21э}}{h_{11э} + R_{\text{и}}^*}; \quad (3.2)$$

$$(R_{\text{вых тр}})^{-1} = \begin{cases} h_{22э} & \text{при } R_{\text{и}}^* \rightarrow \infty, \\ h_{22э}/2 & \text{при } R_{\text{и}}^* = 0, \end{cases}$$

где  $R_{\text{и}}^* = R_{\text{и}} \parallel R_{\text{Б}}$  – выходное сопротивление эквивалентного источника сигнала, действующего во входной цепи.

Если  $h_{12э} \rightarrow 0$  и  $h_{22э} \rightarrow 0$ , то  $R_{\text{вых тр}} \rightarrow \infty$ .

**Выходное сопротивление усилителя** равно сопротивлению параллельно включенных выходного сопротивления транзистора и резистора  $R_{\text{К}}$ :

$$R_{\text{вых}} = \frac{R_{\text{вых тр}} \cdot R_{\text{К}}}{R_{\text{вых тр}} + R_{\text{К}}}.$$

Если  $R_{\text{вх тр}} \rightarrow \infty$ , то  $R_{\text{вых}} = R_{\text{К}}$ .

### 3.1.5. Коэффициенты усиления напряжения

Коэффициенты усиления  $K_u$  и  $K_e$  связаны соотношением

$$K_e = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{\mathcal{E}_{\text{И}}} = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} \cdot \frac{U_{\text{ВХ}}}{\mathcal{E}_{\text{И}}} = K_u \cdot \frac{U_{\text{ВХ}}}{\mathcal{E}_{\text{И}}}.$$

Если сопротивление источника сигнала  $R_{\text{И}}$  и входное сопротивление усилителя  $R_{\text{ВХ}}$  известны, то

$$K_e = \frac{R_{\text{ВХ}}}{R_{\text{И}} + R_{\text{ВХ}}} \cdot K_u. \quad (3.3)$$

Рассчитаем коэффициент усиления  $K_u$ , воспользовавшись эквивалентной схемой, приведенной на рис. 3.6:

$$u_{\text{ВЫХ}} = -i_{\text{К}} \cdot R_{\text{Н}}^* = -h_{21\text{э}} i_{\text{б}} \frac{R_{\text{Н}}^*}{1 + R_{\text{Н}}^* \cdot h_{22\text{э}}},$$

$$i_{\text{б}} = \frac{u_{\text{ВХ}} - h_{12\text{э}} u_{\text{ВЫХ}}}{h_{11\text{э}}},$$

$$u_{\text{ВЫХ}} = -\frac{(u_{\text{ВХ}} - h_{12\text{э}} u_{\text{ВЫХ}}) \cdot h_{21\text{э}} \cdot R_{\text{Н}}^*}{h_{11\text{э}} \cdot (1 + R_{\text{Н}}^* \cdot h_{22\text{э}})}.$$

Из последнего равенства следует:

$$K_u = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = -\frac{h_{21\text{э}} \cdot R_{\text{Н}}^*}{h_{11\text{э}} + (h_{11\text{э}} h_{22\text{э}} - h_{12\text{э}} h_{21\text{э}}) R_{\text{Н}}^*} \approx -\frac{h_{21\text{э}} \cdot R_{\text{Н}}^*}{h_{11\text{э}} (1 + h_{22\text{э}} R_{\text{Н}}^* / 2)}.$$

Если  $R_{\text{Н}}^* \ll (h_{22\text{э}})^{-1}$ , то

$$K_u = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} \approx -h_{21\text{э}} \frac{R_{\text{Н}}^*}{h_{11\text{э}}}.$$

Выражая  $h$ -параметры через параметры физической эквивалентной схемы, при  $r_{\text{б1б}} \ll r_{\text{б1э}}$  имеем:  $K_u \approx -S \cdot R_{\text{Н}}^* \approx -R_{\text{Н}}^* / r_{\text{э}}$ .

### 3.1.6. Стабилизированный усилитель с $C_{\text{э}} = 0$

На рис. 3.7 приведена эквивалентная схема для средних частот стабилизированного усилителя, у которого отсутствует конденсатор в цепи эмиттера ( $C_{\text{э}} = 0$ ) (см. рис. 1.17). В отношении транзистора воспользуемся оправданным во многих случаях предположе-

нием, что  $h_{12э} = 0$  и  $h_{22э} = 0$ . Из эквивалентной схемы усилителя следует:

$$R_{\text{вх}} = R_{\text{Б}} \parallel [h_{11э} + (h_{21э} + 1)R_{\text{Э}}], \quad R_{\text{Б}} = R_1 \parallel R_2,$$

$$K_u = -\frac{h_{21э}R_{\text{К}}}{h_{11э} + (h_{21э} + 1)R_{\text{Э}}}.$$

Если  $r_{\text{б1э}} \ll r_{\text{б1э}}$ , то  $h_{11э} \approx (h_{21э} + 1)r_{\text{э}}$  и

$$K_u \approx -\frac{R_{\text{К}}}{R_{\text{Э}} + r_{\text{э}}}.$$

В частности,  $K_u \approx R_{\text{К}}/R_{\text{Э}}$  при  $r_{\text{э}} \ll R_{\text{Э}}$ .

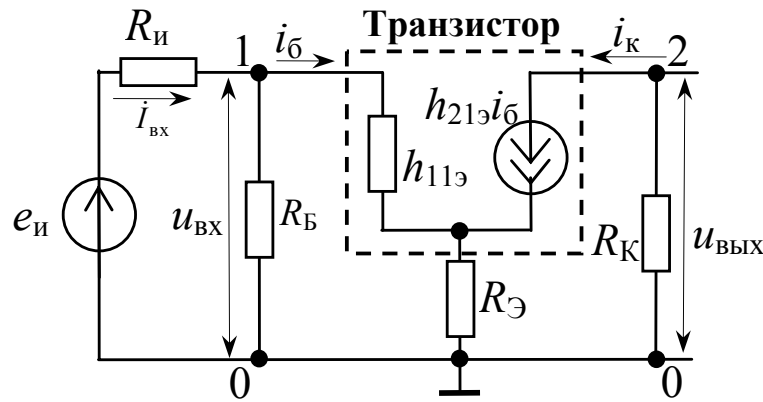


Рис. 3.7. Эквивалентная схема для средних частот стабилизированного усилителя с  $C_{\text{Э}} = 0$  ( $R_{\text{Б}} = R_1 \parallel R_2$ )

## 3.2. Частотная характеристика усилителя

### 3.2.1. Усиление в области нижних частот

На рис. 3.8а приведена эквивалентная схема усилителя, справедливая в области нижних частот, из которой следует, что коэффициент  $K_u$ , равный по определению  $\dot{U}_{\text{ВЫХ}}/\dot{U}_{\text{ВХ}}$ , не зависит от частоты сигнала; здесь, на рис. 3.8 и далее  $\dot{U}$ ,  $\dot{\mathcal{E}}$ ,  $\dot{I}$  – синусоидальные напряжения и токи в комплексной записи. От частоты зависит  $\dot{U}_{\text{ВХ}}$ , поскольку входная цепь представляет собой дифференцирующую цепь (рис. 3.8б):

$$\dot{U}_{\text{ВХ}} = \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{и}} + 1/(j\omega C_{\text{Б}}) + R_{\text{вх}}} \cdot \dot{\mathcal{E}}_{\text{и}}.$$

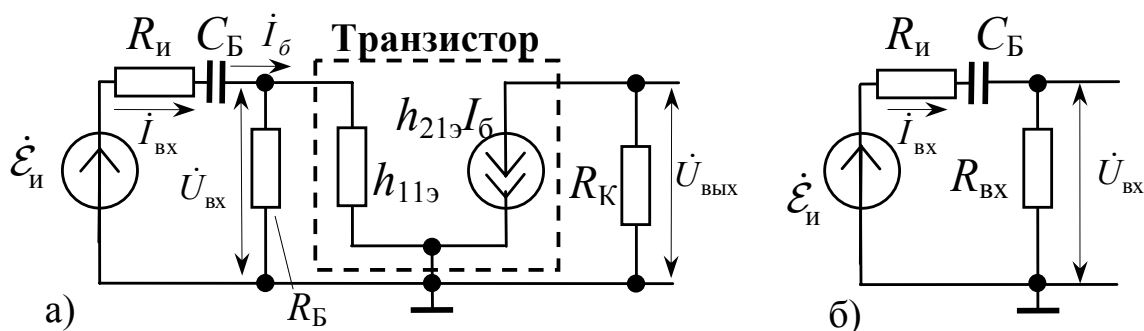


Рис. 3.8. Упрощенная эквивалентная схема усилителя с заземленным по переменному току эмиттером транзистора (а) и эквивалентная схема входной цепи (б) в области нижних частот

Поскольку  $\dot{K}_e$  равно  $\dot{U}_{\text{вых}} / \dot{\mathcal{E}}_и$ , получим

$$\begin{aligned} \dot{K}_e &= \frac{R_{\text{вх}}}{R_и + 1/(j\omega C_Б) + R_{\text{вх}}} \cdot K_u = \\ &= \frac{1}{1 + 1/[j\omega C_Б(R_и + R_{\text{вх}})]} \cdot \frac{R_{\text{вх}}}{R_и + R_{\text{вх}}} \cdot K_u = \\ &= \frac{1}{1 + 1/[j\omega C_Б(R_и + R_{\text{вх}})]} \cdot K_{e0}, \end{aligned}$$

где  $K_{e0} = K_u R_{\text{вх}} / (R_и + R_{\text{вх}})$  – значение коэффициента усиления  $K_e$  на средних частотах.

Частота  $\omega_n$ , на которой модуль коэффициента усиления  $K_e(j\omega)$  в  $\sqrt{2}$  раз меньше величины  $K_{e0}$ , называется **нижней граничной частотой**. Для определения  $\omega_n$  необходимо найти частоту  $\omega$ , при которой выполняется равенство

$$\left| \frac{1}{1 + 1/[j\omega C_Б(R_и + R_{\text{вх}})]} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Отсюда следует, что

$$\omega_n = 1/[C_Б(R_и + R_{\text{вх}})] = 1/\tau_n, \quad (3.4)$$

где  $\tau_n$  – постоянная времени входной цепи.

Сдвиг фазы между входным и выходным напряжениями определяется выражением

$$\varphi = \pi + \arctg(1/\tau_n \omega).$$

Здесь первое слагаемое характеризует сдвиг фазы, вносимый усилителем на средних частотах, а второе – сдвиг фазы, вносимый дифференцирующей  $RC$ -цепью на входе усилителя.

На рис. 3.9 приведены нормированная амплитудно-частотная характеристика и фазочастотная характеристика усилителя в области нижних частот.

В стабилизированном усилителе с конденсатором в цепи эмиттера на поведение коэффициента усиления  $\dot{K}_e$  в области нижних частот может сказаться конечное значение емкости  $C_\Sigma$ .

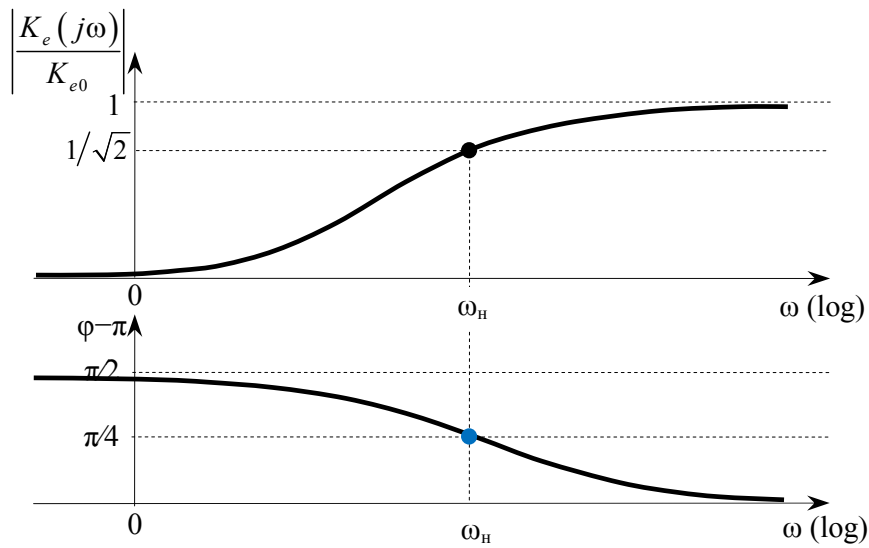


Рис. 3.9. Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики усилителя в области нижних частот

Если влияние  $C_\Sigma$  оказывается преобладающим в таком диапазоне частот  $\omega$ , где величина  $1/(\omega C_\Sigma)$  остается пренебрежимо малой по сравнению с  $R_{\text{и}} + R_{\text{вх}}$ , и если  $K_u|_{C_\Sigma=0} \approx -R_{\text{н}}^*/R_\Sigma$  много меньше по модулю, чем  $K_u|_{C_\Sigma \rightarrow \infty} \approx -h_{21э} \cdot R_{\text{н}}^*/h_{11э}$ , то

$$\omega_{\text{н}} \approx \frac{1}{\left( \frac{R_{\text{и}}^* + h_{11э}}{h_{21э} + 1} \parallel R_\Sigma \right) \cdot C_\Sigma}, \quad (3.5)$$

где  $\frac{R_{\text{и}}^* + h_{11э}}{h_{21э} + 1}$  – выходное сопротивление транзистора со стороны эмиттера,  $R_{\text{и}}^* = R_{\text{и}} \parallel R_1 \parallel R_2$ . Если при переходе из области средних

частот в область нижних частот влияние  $C_B$  и  $C_E$  начинает проявляться одновременно, то нижняя граничная частота оказывается большей, чем те значения, которые определяются выражениями (3.4) и (3.5) порознь.

В случае стабилизированного усилителя с  $C_E = 0$  справедлива эквивалентная схема входной цепи, приведенная на рис. 3.8б, с  $R_{вх} = R_1 \parallel R_2 \parallel [h_{1э} + (h_{2э} + 1)R_э]$ .

### 3.2.2. Усиление в области верхних частот

Для нахождения **верхней граничной частоты**  $\omega_{в}$ , то есть частоты, на которой модуль коэффициента усиления  $K_e(j\omega)$  при увеличении частоты падает в  $\sqrt{2}$  раз по сравнению со значением этого коэффициента на средних частотах, обратимся к эквивалентной схеме усилителя с использованием физической эквивалентной схемы транзистора (рис. 3.10а).

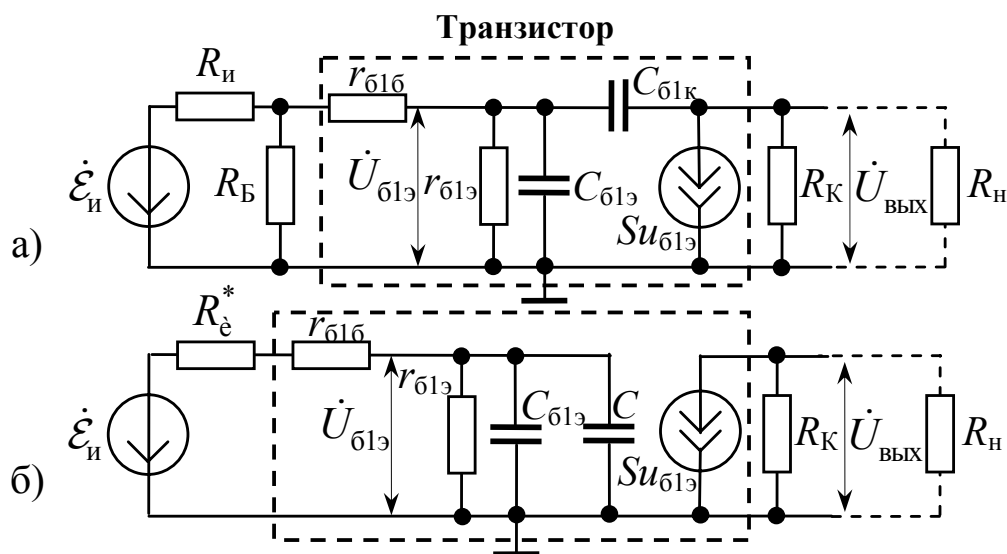


Рис. 3.10. Эквивалентная схема усилителя с заземленным по переменному току эмиттером в области верхних частот:

а) исходная схема; б) схема, получающаяся в результате преобразования  $C_{б1к}$  в  $C$

На этой схеме отсутствуют резисторы  $r_{б1к}$  и  $r_{кэ}$ , сопротивления которых, по предположению, велики по сравнению с величинами  $1/(\omega C_{б1к})$  и  $R_K$  соответственно.

Схему, приведенную на рис. 3.10а, можно заменить более простой эквивалентной схемой, показанной на рис. 3.10б. Источник сигнала в цепи базы и делитель, состоящий из  $R_{и}$  и  $R_{б}$ , преобразованы по теореме об эквивалентном генераторе в источник сигнала с ЭДС  $\dot{\mathcal{E}}_{и}^* = \dot{\mathcal{E}}_{и} \cdot R_{б} / (R_{и} + R_{б})$  и выходным сопротивлением  $R_{и}^* = R_{и} \parallel R_{б}$ . Емкость конденсатора  $C_{б1к}$  учтена путем включения емкости  $C$  параллельно емкости  $C_{б1э}$ . Такая замена оказывается справедливой, если величина  $C$  выбирается из условия, что ток, протекающий через емкость  $C_{б1к}$  в схеме на рис. 3.10а, равен току, протекающему через емкость  $C$  в схеме на рис. 3.10б, и много меньше тока  $S\dot{U}_{б1э}$ .

Из этого условия получаем

$$j\omega C_{б1к} (1 + SR_{и}^*) \cdot \dot{U}_{б1э} = j\omega C \cdot \dot{U}_{б1э};$$

следовательно,

$$C = C_{б1к} (1 + SR_{и}^*).$$

Если  $r_{б1б} \ll r_{б1э}$ , то  $SR_{и}^* \approx |K_u|$  и  $C = C_{б1к} (1 + |K_u|)$ .

Входная цепь на рис. 3.10б является интегрирующей цепью. С учетом этого нетрудно найти верхнюю граничную частоту  $\omega_{в}$ . Для этого надо найти частоту, на которой напряжение  $|\dot{U}_{б1э}|$  падает в  $\sqrt{2}$  раз по сравнению с величиной  $|\dot{U}_{б1э}|$  на средних частотах. Указанное изменение происходит на частоте  $\omega$ , для которой выполняется условие:

$$\left| \frac{1}{j\omega(C_{б1э} + C)} \right| = (R_{и}^* + r_{б1б}) \parallel r_{б1э},$$

откуда

$$\omega_{в} = 1/\tau_{в} = 1/\left\{ (C_{б1э} + C) \left[ (R_{и}^* + r_{б1б}) \parallel r_{б1э} \right] \right\}. \quad (3.6)$$

Сдвиг фазы между входным и выходным напряжениями определяется выражением

$$\varphi = \pi + \text{arctg}(\tau_{в} \omega).$$

Здесь первое слагаемое характеризует сдвиг фазы, вносимый усилителем на средних частотах, а второе – сдвиг фазы, вызванный



инерционностью транзистора.

На рис. 3.11 приведены нормированная амплитудно-частотная характеристика и фазочастотная характеристика усилителя в области верхних частот, в предположении, что нижняя граничная частота равна нулю.

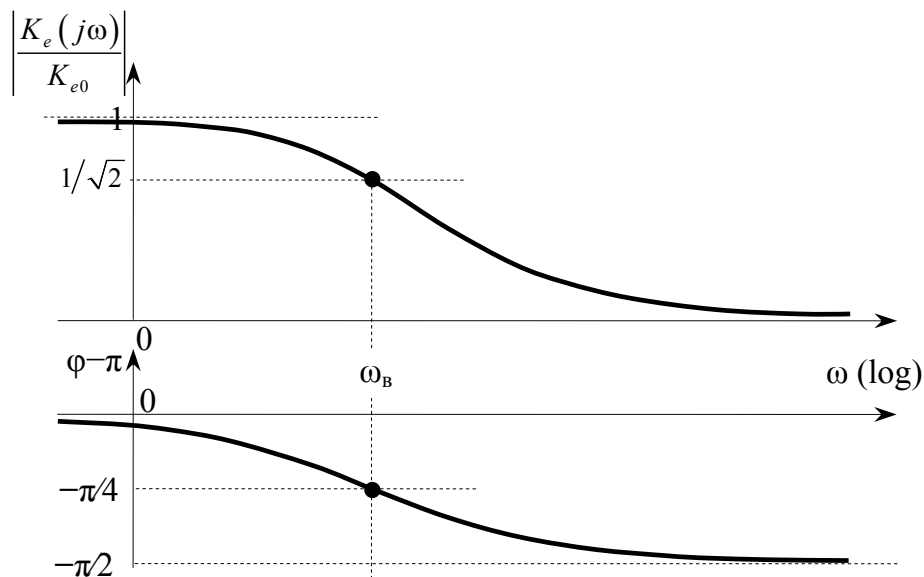


Рис. 3.11. Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики усилителя в области верхних частот

При переходе от схемы стабилизированного усилителя с конденсатором  $C_Э$  в цепи эмиттера ( $C_Э \rightarrow \infty$ ) к схеме без конденсатора ( $C_Э = 0$ ) верхняя граничная частота увеличивается; при некоторых условиях верхняя граничная частота может увеличиться во столько раз, во сколько уменьшается коэффициент усиления  $K_u$  на средних частотах (см. [2], с. 128 и далее).

### 3.3. Переходная характеристика усилителя

Кроме частотной характеристики свойства усилителя можно описать с помощью переходной характеристики.

Переходная характеристика  $h(t)$  – это реакция усилителя на единичный скачок  $\sigma(t)$  (рис. 3.12).

Как было показано выше при анализе частотной характеристики, частотно-зависимые цепи усилителя представляют собой дифференцирующую и интегрирующую цепи. Переходную характеристику усилителя можно найти перемножая переходные харак-

теристики дифференцирующей и интегрирующей цепей, которые определяются независимо.

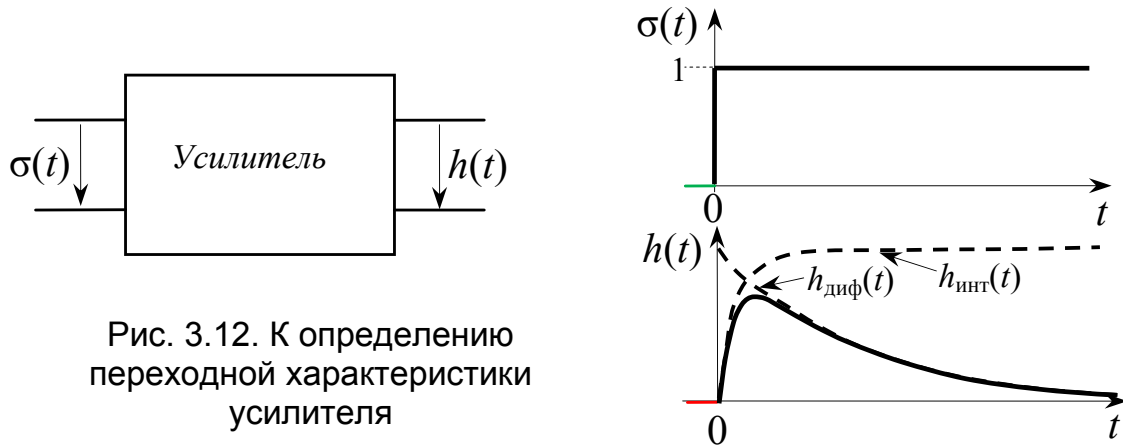


Рис. 3.12. К определению переходной характеристики усилителя

### 3.3.1. Переходная характеристика дифференцирующей цепи

На рис. 3.13а приведена схема дифференцирующей цепи. Входное напряжение равно сумме напряжений на конденсаторе и резисторе:

$$u_{\text{вх}} = \frac{1}{C_1} \int i dt + i R_1.$$

Дифференцируя и заменяя ток  $i$  величиной  $u_{\text{вых}} / R_1$ , получим

$$\frac{du_{\text{вых}}}{dt} + \frac{1}{\tau_H} \cdot u_{\text{вых}} = \frac{du_{\text{вх}}}{dt},$$

где  $\tau_H = R_1 C_1$ .

При  $t > 0$  имеем:  $u_{\text{вх}} = U_0$ ,  $\frac{du_{\text{вх}}}{dt} = 0$ , поэтому

$$u_{\text{вых\_д.ц.}} = U_0 \cdot e^{-t/\tau_H}.$$

На рис. 3.13в показан вид переходной характеристики дифференцирующей RC-цепи.

### 3.3.2. Переходная характеристика интегрирующей цепи

Поскольку  $u_{\text{вх}} = u_{C_2} + u_{R_2}$  (рис. 3.14а), выходное напряжение интегрирующей цепи равно разности между входным напряжением и выходным напряжением дифференцирующей цепи:

$$u_{\text{ВЫХ\_И.Ц.}} = u_{\text{ВХ}} - u_{\text{ВЫХ\_Д.Ц.}}$$

Следовательно, в данном случае  $u_{\text{ВЫХ}} = U_0 (1 - e^{-t/\tau_{\text{В}}})$ , где  $\tau_{\text{В}} = R_2 C_2$ .

Вид переходной характеристики интегрирующей  $RC$ -цепи приведен на рис. 3.14в.

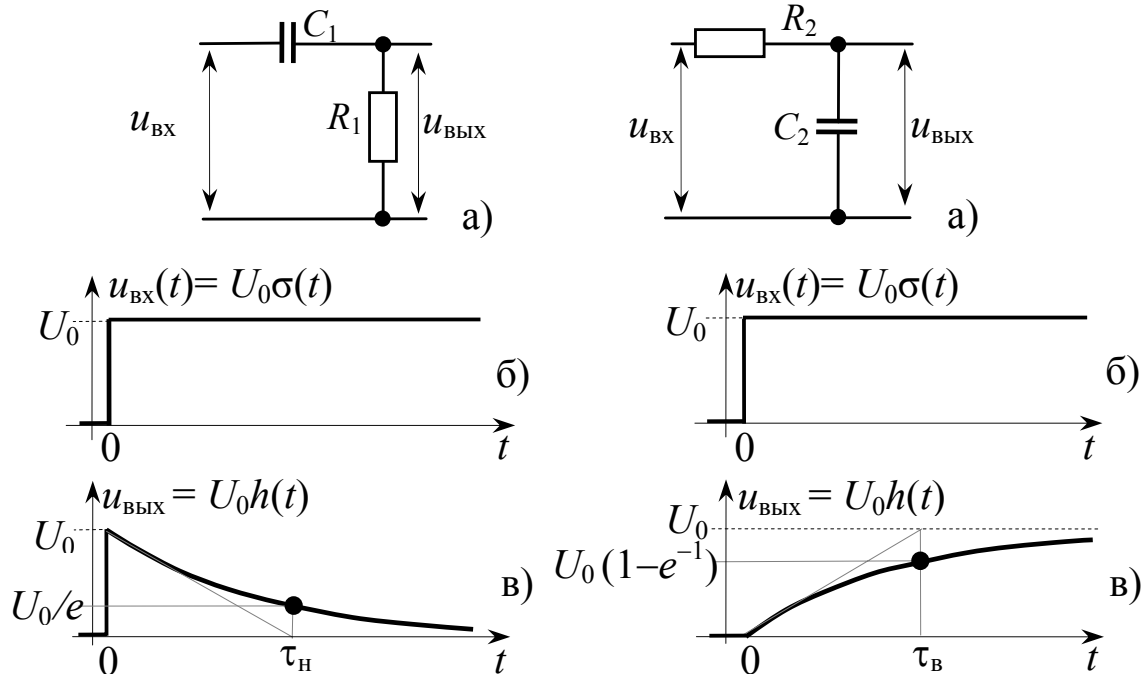


Рис. 3.13. Схема дифференцирующей цепи (а) и временные диаграммы (б, в), иллюстрирующие ее переходную характеристику

Рис. 3.14. Схема интегрирующей цепи (а) и временные диаграммы (б, в), иллюстрирующие ее переходную характеристику

### Примеры

На практике дифференцирующая и интегрирующая цепи чаще всего встречаются в виде, указанном на рис. 3.15. Нетрудно убедиться, что схема на рис. 3.15а ведет себя как дифференцирующая цепь с постоянной времени  $(R_1 + R_2)C$ , а схема на рис. 3.15б – как интегрирующая цепь с постоянной времени  $(R_1 \parallel R_2)C$ .

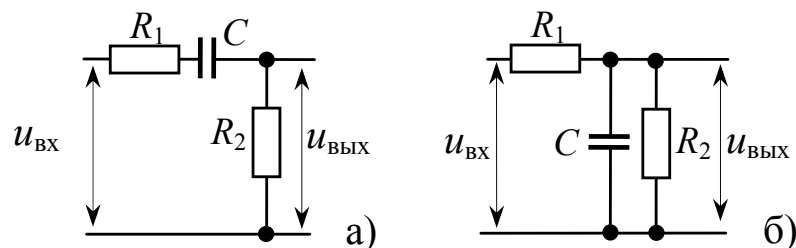
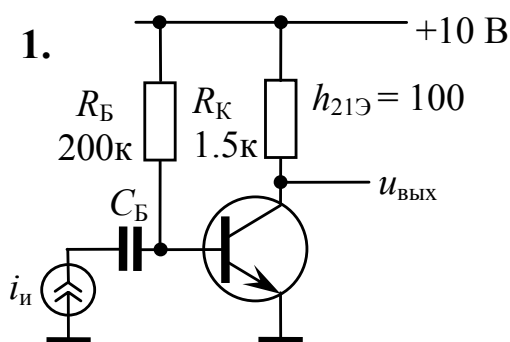


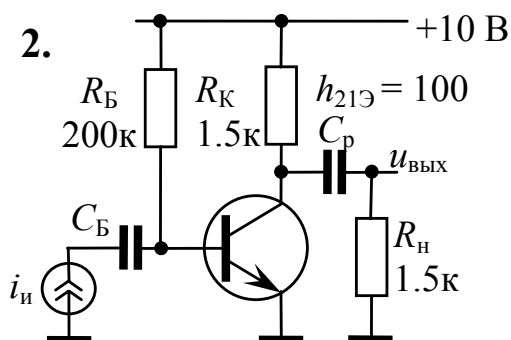
Рис. 3.15. Примеры дифференцирующей (а) и интегрирующей (б) цепей

Эти схемы отличаются от схем на рис. 3.13а и 3.14а тем, что в области средних частот, где сопротивление конденсатора  $C$  в первой схеме можно считать равным нулю, а во второй схеме сопротивление конденсатора  $C$  можно принять бесконечным, коэффициент передачи  $U_{\text{ВЫХ}}/U_{\text{ВХ}}$  равен  $K_0 = R_2/(R_1 + R_2)$ . Из этого следует, что у переходных характеристик скачок на выходе дифференцирующей цепи (рис. 3.15а) и асимптотическое значение на выходе интегрирующей цепи (рис. 3.15б) равны  $K_0 U_0$ , где  $U_0$  – величина скачка на входе.

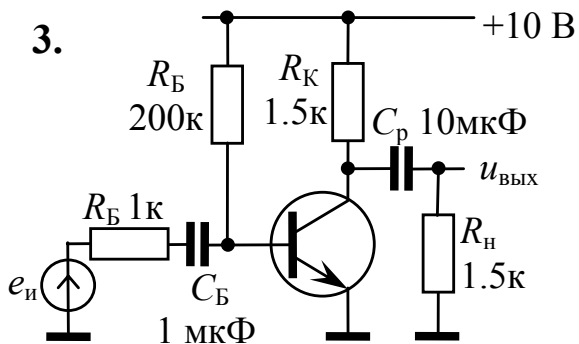
### 3.4. Задачи



Для приведенной схемы найти максимальную амплитуду неискаженного сигнала  $U_{\text{ВЫХ макс}}$ .  
 $i_{\text{и}}(t) = I_m \cos(\omega t)$ .



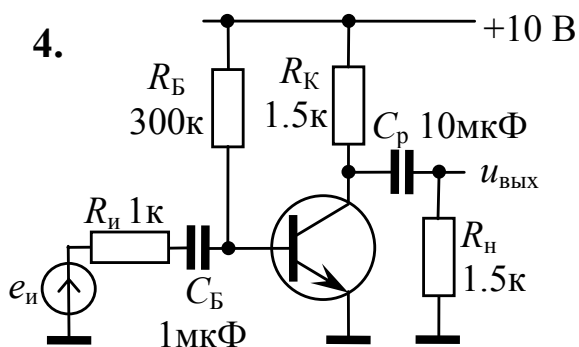
Для приведенной схемы найти максимальную амплитуду неискаженного сигнала  $U_{\text{ВЫХ макс}}$ , считая, что выполняется неравенство  
 $|1/j\omega C_p| \ll R_K + R_H$ .  
 $i_{\text{и}}(t) = I_m \cos(\omega t)$ .



Для приведенной схемы найти  $K_u$ ,  $K_e$ ,  $R_{вх}$ ,  $f_H$ .

Параметры транзистора:

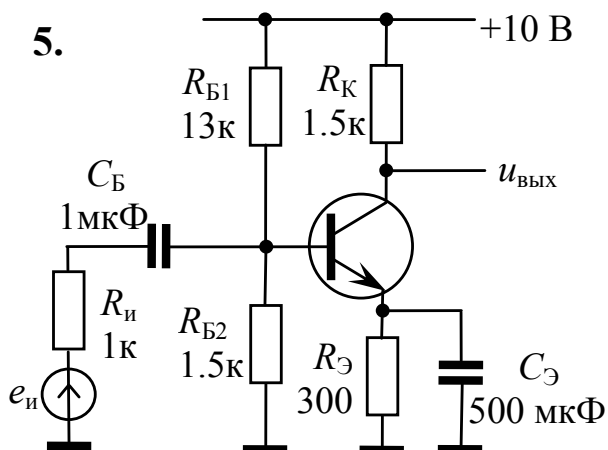
$r_{б1б} = 100 \text{ Ом}$ ,  $h_{21Э} = 100$ .



Для приведенной схемы найти  $f_v$ .

Параметры транзистора:

$r_{б1б} = 100 \text{ Ом}$ ,  $h_{21Э} = 100$ ,  
 $C_э = 50 \text{ пФ}$  (при  $I_э = 1 \text{ мА}$ ),  
 $C_к = 3 \text{ пФ}$  (при  $U_{кэ} = 5 \text{ В}$ ).



Для приведенной схемы найти  $K_u$ ,  $K_e$ ,  $R_{вх}$ ,  $f_H$ .

Параметры транзистора:

$r_{б1б} = 100 \text{ Ом}$ ,  $h_{21Э} = 100$ .

## ГЛАВА 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ

Кроме рассмотренных выше усилителей переменного напряжения существуют усилители, называемые усилителями постоянного тока, которые способны усиливать не только переменные напряжения, но и постоянные составляющие. Нижняя граничная частота таких усилителей равна нулю. Наиболее распространенным вариантом усилителей постоянного тока являются дифференциальные усилители.

### 4.1. Параметры дифференциального усилителя

#### 4.1.1. Коэффициенты усиления

Дифференциальным усилителем называют усилитель постоянного тока, имеющий два входа и два выхода (рис. 4.1). Выходное напряжение пропорционально разности входных напряжений:

$$u_{\text{ВЫХ}} = u_{\text{ВЫХ1}} - u_{\text{ВЫХ2}} = -K_{\text{диф}}(u_{\text{ВХ1}} - u_{\text{ВХ2}}) = -K_{\text{диф}} \cdot u_{\text{диф}}. \quad (4.1)$$

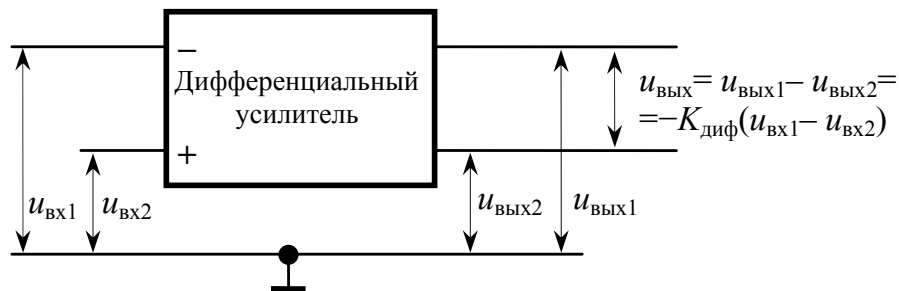


Рис. 4.1. Дифференциальный усилитель

Коэффициент  $K_{\text{диф}}$ , называемый **дифференциальным** коэффициентом усиления, является одним из основных параметров дифференциального усилителя.

Один из входов дифференциального усилителя называется инвертирующим: при подаче сигнала на этот вход и заземленном другом входе на выходе появляется сигнал  $u_{\text{ВЫХ}} = -K_{\text{диф}} \cdot u_{\text{ВХ1}}$ . Инвертирующий вход обозначается на схемах знаком «минус» или кружочком  $\ominus$ .

Второй вход дифференциального усилителя называется неинвертирующим: при подаче сигнала на этот вход и заземленном другом входе на выходе появляется сигнал  $u_{\text{ВЫХ}} = K_{\text{диф}} \cdot u_{\text{ВХ2}}$ .

В качестве выходного сигнала можно использовать сигнал с одного из выходов  $u_{\text{вых1}}$  или  $u_{\text{вых2}}$ . В этом случае имеем

$$u_{\text{вых1}} = -K_{\text{диф}} \frac{u_{\text{диф}}}{2}, \quad u_{\text{вых2}} = K_{\text{диф}} \frac{u_{\text{диф}}}{2}. \quad (4.2)$$

Из соотношений (4.1) и (4.2) следует, что выходные сигналы зависят только от разности входных сигналов и не зависят от величины самих сигналов, то есть если  $u_{\text{вх1}} = u_{\text{вх2}} \neq 0$ , то выходные сигналы равны нулю. В реальных схемах дифференциальных усилителей выходные сигналы в этом случае не равны нулю.

Для реальных дифференциальных усилителей вводится понятие синфазный входной сигнал, определяемый как полусумма входных сигналов  $u_{\text{вх сф}} = (u_{\text{вх1}} + u_{\text{вх2}})/2$ . Теперь выходные сигналы будут описываться выражениями

$$\begin{aligned} u_{\text{вых1}} &= -\frac{K_{\text{диф}}}{2} u_{\text{вх диф}} - K_{\text{сф1}} u_{\text{вх сф}}, \\ u_{\text{вых2}} &= +\frac{K_{\text{диф}}}{2} u_{\text{вх диф}} - K_{\text{сф2}} u_{\text{вх сф}}, \\ u_{\text{вых}} &= -K_{\text{диф}} \cdot u_{\text{диф}} - K_{\text{сф}} \cdot u_{\text{вх сф}}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где  $K_{\text{сф}} = K_{\text{сф1}} - K_{\text{сф2}}$ .

Коэффициенты  $K_{\text{сф1}}$ ,  $K_{\text{сф2}}$ , называют коэффициентами передачи синфазного сигнала по выходам 1 и 2. Они показывают, на сколько изменяются потенциалы выходных клемм при  $u_{\text{вх1}} = u_{\text{вх2}} \neq 0$ .

С практической точки зрения важны не абсолютные значения коэффициентов передачи синфазного сигнала, а отношение  $K_{\text{сф}}/K_{\text{диф}}$ , выражаемое обычно в децибелах. Это отношение называют Коэффициентом Ослабления Синфазного Сигнала и обозначают КОСС или *CMRR* (*Common Mode Rejection Ratio*):

$$\text{КОСС} = \text{CMRR} = 20 \lg(K_{\text{сф}}/K_{\text{диф}}). \quad (4.4)$$

#### 4.1.2. Входные сопротивления

Входную цепь дифференциального усилителя можно представить в виде, изображенном на рис. 4.2.

Входное сопротивление усилителя для **дифференциального** сигнала  $R_{\text{вх диф}}$  определяется соотношением

$$R_{\text{вх диф}} = \frac{u_{\text{диф}}}{i_{\text{вх}}} = \frac{u_{\text{вх1}} - u_{\text{вх2}}}{i_{\text{вх}}} \quad (4.5)$$

при наличии на входах противофазных сигналов ( $u_{\text{вх1}} = -u_{\text{вх2}}$ ). В этом случае  $i_{\text{вх1}} = -i_{\text{вх2}} = i_{\text{вх}}$  – входной ток.

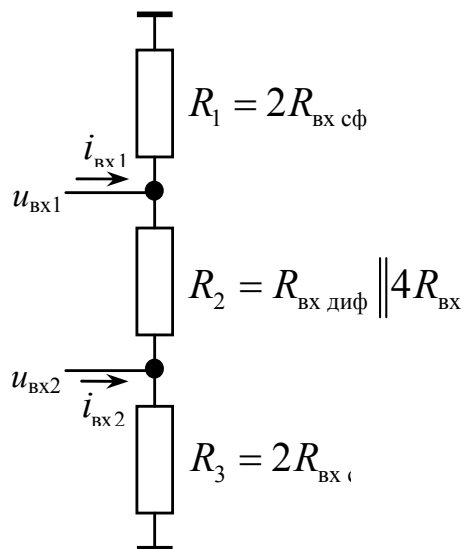


Рис. 4.2. Эквивалентная схема входной цепи дифференциального усилителя

Входное сопротивление для **синфазного** сигнала  $R_{\text{вх сф}}$  определяется соотношением

$$R_{\text{вх сф}} = \frac{u_{\text{сф}}}{i_{\text{вх1}} + i_{\text{вх2}}}, \quad (4.6)$$

при этом на входы подается только синфазный сигнал ( $u_{\text{вх1}} = u_{\text{вх2}} = u_{\text{вх сф}}$ ).

Обычно (для усилителей на биполярных транзисторах) входное сопротивление для синфазного сигнала значительно больше, чем входное сопротивление для дифференциального сигнала, поэтому в эквивалентной схеме входной цепи можно использовать приближение  $R_2 = R_{\text{вх диф}}$ .

### 4.1.3. Выходное сопротивление

Эквивалентную схему выходной цепи усилителя можно представить в виде двух генераторов напряжения  $u_{\text{вых1}}$  и  $u_{\text{вых2}}$  с выходными сопротивлениями  $R_{\text{вых1}}$  и  $R_{\text{вых2}}$ . На рис. 4.3а изображен вариант эквивалентной схемы выходной цепи идеализированного усилителя, т.е. такого, у которого напряжения  $u_{\text{вых1}}$  и  $u_{\text{вых2}}$  пропор-



циональны только дифференциальному входному сигналу. Если дифференциальный усилитель имеет очень большое выходное сопротивление ( $R_{\text{вых}} \gg R_{\text{нагр}}$ ), то целесообразно воспользоваться схемой с источниками тока (рис. 4.3б). Параметром, определяющим усиление в данном случае, является дифференциальная крутизна усилителя

$$S_{\text{диф}} = \frac{K_{\text{диф}}}{R_{\text{вых1}} + R_{\text{вых2}}}.$$

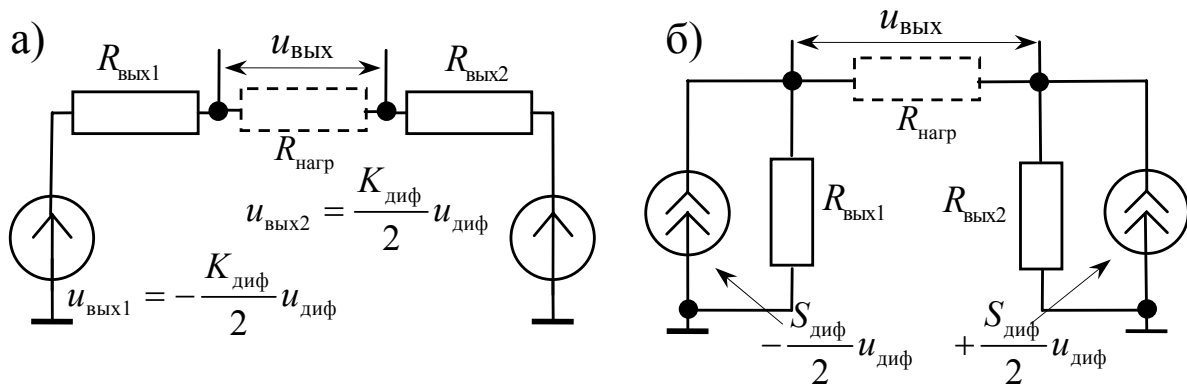


Рис. 4.3. Эквивалентные схемы выходной цепи дифференциального усилителя

## 4.2. Дифференциальный усилитель на биполярных транзисторах

Схема дифференциального усилителя на биполярных транзисторах с резисторной нагрузкой показана на рис. 4.4. С целью уменьшения коэффициента передачи синфазного сигнала выбираются транзисторы с хорошо согласованными характеристиками.

Определим введенные выше параметры дифференциального усилителя, предполагая, что характеристики транзисторов  $VT1$  и  $VT2$  идентичны, а сопротивления резисторов в цепях коллекторов одинаковы ( $R_{K1} = R_{K2} = R_K$ ). Для описания свойств транзистора воспользуемся упрощенной эквивалентной схемой, полагая  $h_{12э} = 0$  и  $h_{22э} = 0$ .

Ток базы транзистора  $VT1$  равен

$$i_{б1} = (u_{вх1} - u_э) / h_{11э},$$

где через  $u_э$  обозначена переменная составляющая потенциала эмиттеров.

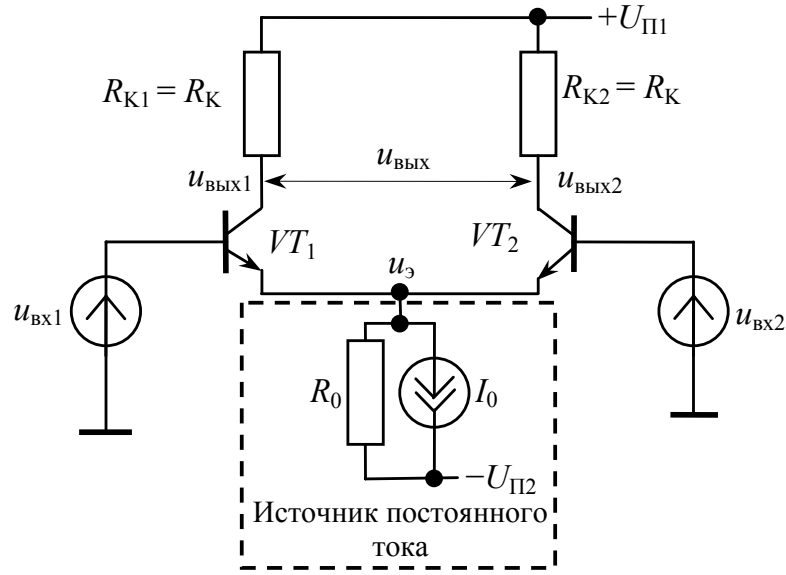


Рис. 4.4. Схема дифференциального усилителя

Ток коллектора, соответствующий  $i_{\delta 1}$ , равен

$$i_{\delta 1} = h_{21\dot{y}} \cdot i_{\dot{a}1} = (u_{\hat{a}\delta 1} - u_{\dot{y}}) h_{21\dot{y}} / h_{11\dot{y}},$$

а напряжение на коллекторе  $VT1$  определяется следующим выражением:

$$u_{\text{ВЫХ}1} = -i_{K1} \cdot R_K = -\frac{(u_{\text{ВХ}1} - u_{\dot{y}}) h_{21\dot{y}} R_K}{h_{11\dot{y}}}.$$

Аналогично находится напряжение на выходе второго транзистора:

$$u_{\text{ВЫХ}2} = -\frac{(u_{\text{ВХ}2} - u_{\dot{y}}) h_{21\dot{y}} R_K}{h_{11\dot{y}}}.$$

Следовательно,

$$u_{\text{ВЫХ}} = u_{\text{ВЫХ}1} - u_{\text{ВЫХ}2} = -\frac{h_{21\dot{y}} R_K}{h_{11\dot{y}}} \cdot (u_{\text{ВХ}1} - u_{\text{ВХ}2}) = -K_{\text{диф}} u_{\text{диф}}.$$

Таким образом, дифференциальный коэффициент усиления равен

$$K_{\text{диф}} = \frac{h_{21\dot{y}} R_K}{h_{11\dot{y}}} \approx S R_K. \quad (4.7)$$

Дифференциальный коэффициент усиления не зависит от сопротивления источника постоянного тока  $R_0$  и равен коэффициенту

усиления однокаскадного усилителя, включенного по схеме с общим эмиттером.

Для определения входного сопротивления  $R_{вх \text{ диф}}$  подадим на входы дифференциального усилителя противофазные сигналы равной амплитуды

$$u_{вх1} = -u_{вх2} = \frac{u_{вх1} - u_{вх2}}{2} = \frac{u_{\text{диф}}}{2}.$$

В этом случае синфазный входной сигнал равен нулю, откуда следует, что  $u_{\text{сф}} = 0$ , поэтому

$$i_{вх} = i_{\text{б1}} = \frac{u_{вх1}}{h_{11\text{э}}} = \frac{u_{\text{диф}}}{2h_{11\text{э}}}.$$

Используя соотношение (4.5), находим

$$R_{вх \text{ диф}} = \frac{u_{\text{диф}}}{i_{вх}} = 2h_{11\text{э}}. \quad (4.8)$$

Для синфазного сигнала параметры усилителя можно определить, воспользовавшись схемой, приведенной на рис. 4.5, где показано, как подается синфазный сигнал на входы усилителя.

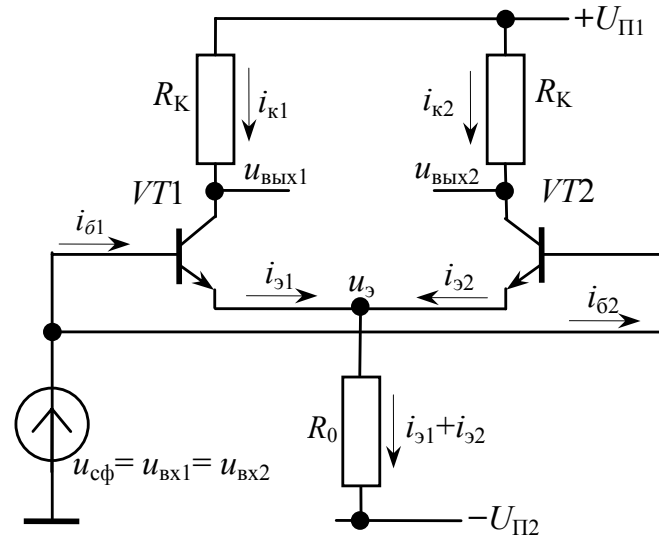


Рис. 4.5. Схема дифференциального усилителя при наличии на входе только синфазного сигнала

Коэффициент усиления  $K_{сф1,2}$  синфазного сигнала при идентичных параметрах транзисторов равен

$$K_{сф1,2} = -\frac{u_{вых1}}{u_{сф}} = -\frac{u_{вых2}}{u_{сф}} = -\frac{i_k R_K}{i_{\text{б}} h_{11\text{э}} + 2i_{\text{э}} R_0}.$$

Подставляя  $i_3 = (h_{213} + 1)i_6$  и  $i_k = h_{213}i_6$ , получим

$$K_{\text{сф}1,2} = -\frac{h_{213}R_K}{h_{113} + 2R_0(h_{213} + 1)}. \quad (4.9)$$

Коэффициент ослабления синфазного сигнала для каждого из выходов равен

$$\text{КОСС}_{1,2} = 20\lg \frac{K_{\text{сф}1,2}}{K_{\text{диф}}} = 20\lg \frac{h_{113}}{h_{113} + 2R_0(h_{213} + 1)}. \quad (4.10)$$

Поскольку  $h_{213} \gg 1$ , а  $R_0$  – сопротивление источника тока бывает таким, что  $2R_0(h_{213} + 1) \gg h_{113}$ , выражение для  $K_{\text{сф}1,2}$  упрощается:  $K_{\text{сф}1,2} \approx \frac{R_K}{2R_0}$ , и в этом случае

$$\text{КОСС}_{1,2} \approx 20\lg \frac{h_{113}}{2R_0(h_{213} + 1)} \approx -20\lg(2R_0S), \quad S = \frac{1}{r_3}. \quad (4.10a)$$

Для уменьшения  $K_{\text{сф}1,2}$  и  $\text{КОСС}_{1,2}$  необходимо выбирать генератор стабильного тока с возможно большим выходным сопротивлением  $R_0$ .

Для рассмотренного случая, когда схема дифференциального усилителя симметрична,  $K_{\text{сф}} = 0$  и  $\text{КОСС} = \infty$ .

Входное сопротивление  $R_{\text{вх сф}}$  для синфазного сигнала в соответствии с определением (4.6) равно отношению входного синфазного сигнала  $u_{\text{сф}}$  к сумме базовых токов транзисторов  $VT1$  и  $VT2$ :

$$R_{\text{вх сф}} = \frac{u_{\text{сф}}}{i_{61} + i_{62}} = \frac{u_{\text{сф}}}{2i_6}.$$

Согласно рис. 4.5 базовый ток  $i_6$  каждого транзистора равен

$$i_6 = \frac{u_{\text{сф}}}{h_{113} + 2R_0(h_{213} + 1)}.$$

Следовательно, для сопротивления  $R_{\text{вх сф}}$  имеем

$$R_{\text{вх сф}} = \frac{h_{113}}{2} + R_0(h_{213} + 1) \approx R_0(h_{213} + 1). \quad (4.11)$$

С учетом сделанных ранее предположений о том, что  $h_{123} = 0$  и  $h_{223} = 0$ , выходные сопротивления в эквивалентном представлении выходной цепи дифференциального усилителя в виде схем, приведенных на рис. 4.3, равны

$$\begin{aligned} R_{\text{вых}1} &= R_{\text{вых}2} = R_K, \\ R_{\text{вых}} &= R_{\text{вых}1} + R_{\text{вых}2} = 2R_K, \end{aligned} \quad (4.12)$$

а крутизна  $S_{\text{диф}}$  усилителя –

$$S_{\text{диф}} = \frac{K_{\text{диф}}}{R_{\text{вых}}} = \frac{h_{21э} R_K}{h_{11э}} \cdot \frac{1}{2R_K} = \frac{h_{21э}}{2h_{11э}} \approx \frac{S}{2}. \quad (4.13)$$

Дифференциальные усилители во многих случаях работают при малых токах эмиттера и приближенно можно считать, что  $r_{б1б} \ll r_{б1э}$ , поэтому  $h_{11э} \approx r_{э} (h_{21э} + 1)$ ,  $r_{э} = 25\text{мВ}/I_{э}$  – дифференциальное сопротивление эмиттерного перехода. Тогда

$$S_{\text{диф}} = \frac{1}{2r_{э}} = \frac{I_{э} (\text{мА})}{50 (\text{мВ})} = 20I_{э} \left[ \frac{\text{мА}}{\text{В}} \right]. \quad (4.13a)$$

### 4.3. Схемы источников постоянного тока – генераторов стабильного тока (ГСТ)

В качестве простейшего источника постоянного тока ГСТ можно использовать схему, состоящую из резистора  $R_0$ , подключенного к источнику питания  $-U_{\text{П2}}$  (рис. 4.6а). Величина тока  $I_0$  равна в этом случае  $I_0 = \frac{U_{\text{П2}} - |U_{\text{БЭ}}|}{R_0}$ ,  $|U_{\text{БЭ}}| \approx 0.65 \text{ В}$ .

Для уменьшения коэффициента усиления синфазного сигнала необходимо увеличивать сопротивление  $R_0$  (см. (4.10)). Создание резисторов, имеющих большое сопротивление, в микросхемах затруднительно; кроме того, при ограниченной величине  $-U_{\text{П2}}$  с увеличением  $R_0$  уменьшается ток  $I_0$  и соответственно крутизна транзисторов  $S$ . Поэтому схема, приведенная на рис. 4.6а, используется только в тех случаях, когда к дифференциальному усилителю не предъявляется высоких требований.

Широко используемая схема представлена на рис. 4.6б. Здесь источником стабильного тока является транзистор  $VT3$ , в эмиттерной цепи которого включен резистор  $R_{э}$ , а на базу подается стабильное опорное напряжение  $U_{\text{ОП}}$ .

Ток коллектора  $I_0$ , который примерно равен току эмиттера, можно найти по формуле  $I_0 \approx I_{э} = \frac{U_{\text{П2}} - (U_{\text{ОП}} - U_{\text{БЭ}})}{R_{э}}$ .

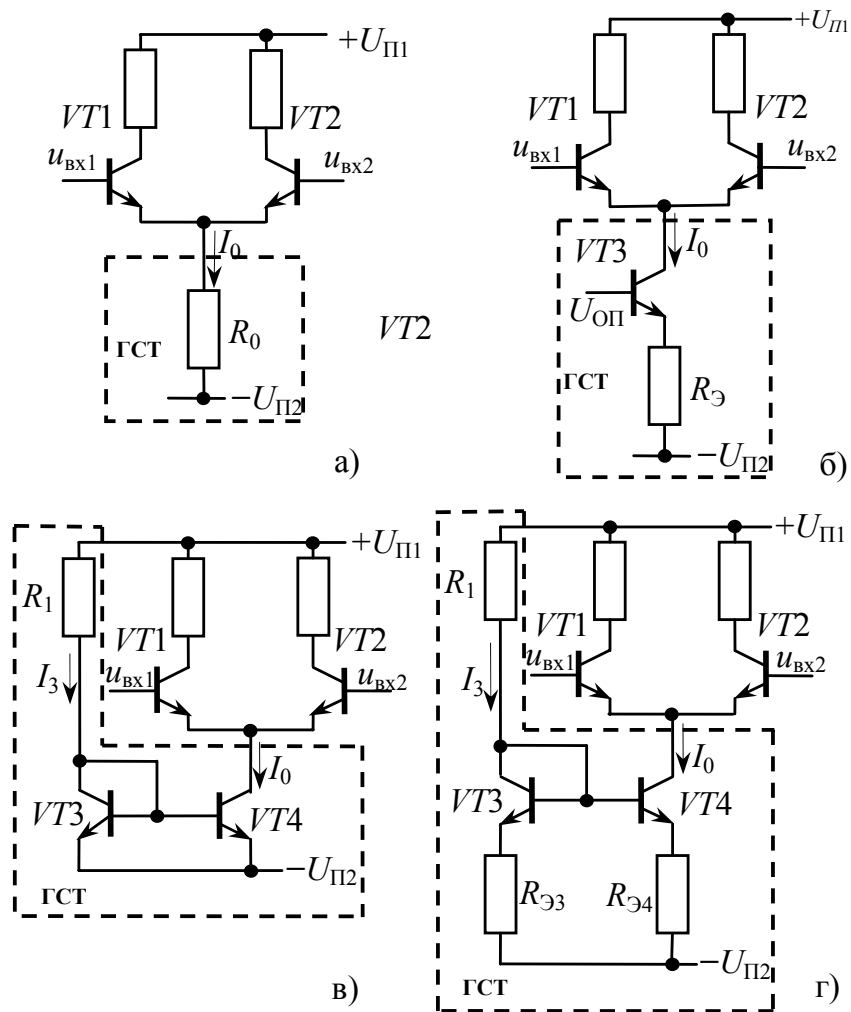


Рис. 4.6. Схемы генераторов стабильного тока

За счет выбора  $U_{\text{ОП}}$  можно обеспечить требуемую величину тока  $I_0$  от единиц микроампер до единиц миллиампер при умеренных значениях резистора  $R_3$ . Выходное сопротивление  $R_0$  этой схемы можно найти как выходное сопротивление транзистора  $VT3$ , включенного по схеме с ОБ, при наличии резистора  $R_3$  в цепи эмиттера. Воспользовавшись эквивалентной схемой транзистора с  $h$ -параметрами, включенного по схеме с общей базой, найдем

$$\frac{1}{R_0} = h_{226} + \frac{h_{216}h_{126}}{h_{116} + R_3}. \quad (4.14)$$

Основной вклад в выходную проводимость обычно вносит второе слагаемое. Пренебрегая первым слагаемым, получим

$$R_0 \approx \frac{h_{116} + R_3}{h_{216}h_{126}} \approx \frac{R_3}{h_{126}}. \quad (4.15)$$

Типичные значения коэффициента  $h_{126}$  составляют от  $10^{-4}$  до  $10^{-3}$ , и если выбрать  $R_3 = 1$  кОм, то получим  $R_0 = 1 \div 10$  МОм.

На рис. 4.6в приведена схема генератора стабильного тока, называемая **токовым зеркалом**. Если транзисторы  $VT3$  и  $VT4$  имеют одинаковые характеристики, то ток  $I_0$  практически равен току  $I_3$ , отличаясь от него на сумму токов базы транзисторов  $VT3$  и  $VT4$ . Так как напряжения между базой и эмиттером у обоих транзисторов равны, то

$$I_0 = I_3 - 2I_B = \frac{U_{П1} + U_{П2} - U_{БЭ}}{R_1} - 2I_B. \quad (4.16)$$

Выходное сопротивление  $R_0$  находится как выходное сопротивление транзистора  $VT4$ , включенного по схеме с общим эмиттером, с резистором в цепи базы, имеющим сопротивление  $h_{113}$  транзистора  $VT3$ . Считая параметры транзисторов одинаковыми, находим

$$\frac{1}{R_0} = h_{223} - \frac{h_{123}h_{213}}{h_{113}(1 + 1/h_{213})} \approx h_{223} - \frac{h_{123}h_{213}}{h_{113}}. \quad (4.17)$$

Это выражение можно привести к виду

$$R_0 \approx \frac{2}{h_{223}} = 2r_{кэ}. \quad (4.18)$$

Выходное сопротивление транзистора  $r_{кэ}$  определяется выражением  $r_{кэ} = U_{Эрли} / I_K$ . Схемы токового зеркала, обычно используемые в микросхемах для создания источников постоянного тока, имеют выходное сопротивление  $R_0 \approx 1$  МОм.

К достоинствам токового зеркала можно отнести слабую зависимость тока  $I_0$  от температуры. Недостатками простейшей схемы токового зеркала, приведенной на рис. 4.6в, являются относительно малая величина выходного сопротивления  $R_0$  и необходимость включения резистора  $R_1$ , имеющего большое сопротивление (несколько сотен кОм) в тех случаях, когда необходима малая величина тока  $I_0$ . Вторым недостатком устраняют путем увеличения площади эмиттера транзистора  $VT3$ . Ее делают в  $n$  раз больше площади эмиттера транзистора  $VT4$ . В этом случае  $I_0 = I_1/n$ . Соответственно величина резистора  $R_1$  уменьшается в  $n$  раз.

Наиболее распространена схема ГСТ, являющаяся комбинацией схем, приведенных на рис. 4.6б и рис. 4.6в. Эта схема пред-

ставлена на рис. 4.6г. Предполагая, что характеристики транзисторов  $VT3$  и  $VT4$  одинаковы, а ток эмиттера связан с напряжением между базой и эмиттером  $U_{БЭ}$  соотношением  $I_{\text{Э}} \approx I_{\text{Э}0} e^{U_{БЭ}/U_T}$ , получим

$$I_0 = \frac{I_1 R_{\text{Э}3} + U_T \ln(I_1/I_0)}{R_{\text{Э}4}}, \quad (4.19)$$

$$I_1 = \frac{U_{\text{П}1} + U_{\text{П}2} - U_{БЭ}}{R_1 + R_{\text{Э}3}}. \quad (4.20)$$

Выбором сопротивлений резисторов  $R_{\text{Э}3}$  и  $R_{\text{Э}4}$  можно получить малый ток  $I_0$  при относительно небольших значениях сопротивления  $R_1$ . Предположим, например, что ток  $I_0$  должен быть равен 40 мкА при  $U_{\text{П}2} = 5$  В,  $U_{\text{П}1} = 5$  В. Выберем  $R_{\text{Э}3} = 0$ ,  $R_{\text{Э}4} = 2.4$  кОм. Тогда из (4.19) получим  $I_1 = 1.86$  мА, а из (4.20) найдем, что  $R_1 = 2.6$  кОм. В схеме с токовым зеркалом (рис. 4.6в) для получения того же тока потребовался бы резистор  $R_1$ , имеющий сопротивление 235 кОм. Выходное сопротивление  $R_0$  этой схемы близко к выходному сопротивлению схемы, представленной на рис. 4.6б, если  $R_{\text{Э}4} = R_{\text{Э}}$ . В нашем примере  $R_0 \approx R_{\text{Э}4}/h_{126} \approx 5 \cdot 10^6$  Ом.

#### 4.4. Токовое зеркало в качестве динамической нагрузки

Дифференциальное входное сопротивление усилителя на биполярных транзисторах, равное согласно (4.8)

$$R_{\text{вх диф}} \approx 2h_{11\text{э}} = 2 \left( r_{\text{б}1\text{э}} + (h_{21\text{э}} + 1) \frac{U_T}{I_{\text{Э}}} \right),$$

можно увеличить, уменьшая постоянный ток эмиттера. Однако это приводит к уменьшению модуля дифференциального коэффициента усиления  $K_{\text{диф}} = -SR_K = -I_{\text{Э}} R_K / U_T$ . Сохранить коэффициент усиления можно увеличивая сопротивления коллекторных резисторов  $R_K$ . В настоящее время дифференциальные усилители с использованием дискретных компонентов (транзисторы, резисторы) практически не делают, а в интегральных микросхемах изготовление высокоомных резисторов связано со значительным увеличением площади кристалла.

В усилителях на полевых транзисторах не стоит задача повышения входного сопротивления, однако крутизна  $S$  полевых



транзисторов сравнительно мала ( $\sim 0.5\text{--}10\text{ мА/В}$ ), и для повышения коэффициента усиления также желательно увеличивать сопротивление стоковых резисторов  $R_C$ .

В целях повышения коэффициента усиления в цепи коллекторов или стоков вместо резисторов включают токовое зеркало. Как было показано в разделе 4.3, токовое зеркало имеет большое выходное сопротивление для приращений сигнала. В то же время сопротивление для постоянного тока остается низким, равным  $U_{КЭ}/I_K = U_{КЭ}/I_0$ .

Схема дифференциального усилителя с токовым зеркалом в качестве нагрузки приведена на рис. 4.7а. Нагрузкой дифференциального усилителя, собранного на транзисторах  $VT1$ ,  $VT2$ , служит токовое зеркало (транзисторы  $VT3$ ,  $VT4$ ). Выходное напряжение  $u_{\text{ВЫХ}}$  выделяется на резисторе  $R_H$ . Воспользовавшись свойством токового зеркала, рассчитаем параметры усилителя. На рис. 4.7б представлена эквивалентная схема выходной цепи усилителя.

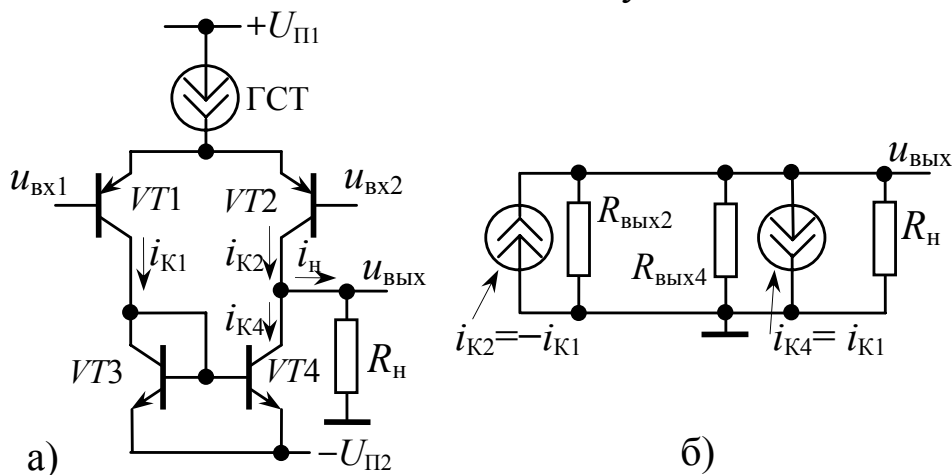


Рис. 4.7. Дифференциальный усилитель с токовым зеркалом в качестве нагрузки: а) принципиальная схема; б) эквивалентная схема выходной цепи

В токовом зеркале ток коллектора транзистора  $VT4$  практически равен току коллектора транзистора  $VT1$ , поэтому равны и их приращения:

$$i_{K4} = i_{K1} = -\frac{h_{21э}}{h_{11э}} \cdot \frac{u_{\text{диф}}}{2},$$

здесь  $u_{\text{диф}} = u_{\text{ВХ1}} - u_{\text{ВХ2}}$  — дифференциальное входное напряжение;  $h_{21э}$  и  $h_{11э}$  — параметры транзисторов  $VT1$  и  $VT2$ .

В дифференциальном усилителе токи транзисторов  $VT1$  и  $VT2$  связаны соотношением

$$i_{K2} = -i_{K1} = \frac{h_{21э}}{h_{11э}} \cdot \frac{u_{\text{диф}}}{2}.$$

Используя эквивалентную схему выходной цепи (рис. 4.7б), находим выходное напряжение

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}} &= (i_{K2} - i_{K4}) \cdot (R_{\text{вых}} \parallel R_{\text{н}}) = -2i_{K1} \cdot (R_{\text{вых}} \parallel R_{\text{н}}) = \\ &= \frac{h_{21э}}{h_{11э}} \cdot u_{\text{диф}} \cdot (R_{\text{вых}} \parallel R_{\text{н}}), \end{aligned} \quad (4.21)$$

где  $R_{\text{вых}} = R_{\text{вых2}} \parallel R_{\text{вых4}}$  – полное значение выходного сопротивления усилителя. Выходное сопротивление  $R_{\text{вых2}}$  транзистора  $VT2$  зависит от сопротивления источника входного сигнала. При изменении сопротивления источника сигнала от нуля до бесконечности выходное сопротивление изменится от  $1/h_{22э}$  до  $2/h_{22э}$ . Выходное сопротивление  $R_{\text{вых4}}$  токового зеркала определяется выражениями (4.17) или (4.18).

Из (4.21) следует, что дифференциальный коэффициент усиления при отсутствии внешней нагрузки ( $R_{\text{н}} = \infty$ ) равен

$$K_{\text{диф}} = \frac{u_{\text{вых}}}{u_{\text{диф}}} = \frac{h_{21э}}{h_{11э}} \cdot R_{\text{вых}}, \quad (4.22)$$

а дифференциальная крутизна усилителя

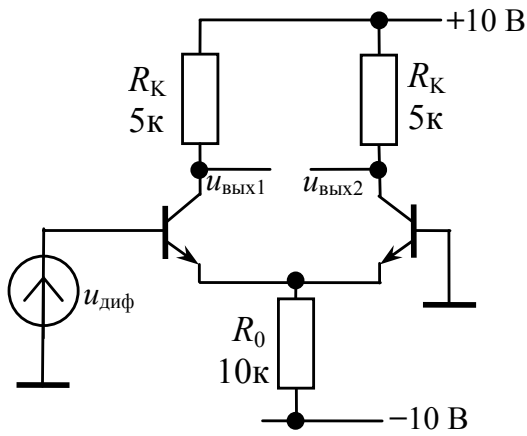
$$S_{\text{диф}} = \frac{K_{\text{диф}}}{R_{\text{вых}}} = \frac{h_{21э}}{h_{11э}} \approx \frac{1}{r_{\text{э}}}. \quad (4.23)$$

Видно, что крутизна усилителя с нагрузкой в виде токового зеркала в два раза больше крутизны усилителя с резисторными нагрузками (см. (4.13), (4.13а)). Несмотря на несимметричный выход (выходной сигнал снимается с одного плеча дифференциального усилителя), потери усиления не происходит.

## 4.5. Задачи

**1.** Найти амплитуду выходного напряжения  $U_{\text{вых диф}}$  дифференциального усилителя, имеющего  $K_{\text{диф}} = 150$ ,  $K_{\text{сф}} = 2$ , а при входных напряжениях:  $u_{\text{вх1}} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(\omega t)$  В,  $u_{\text{вх2}} = 15 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(\omega t)$  В.

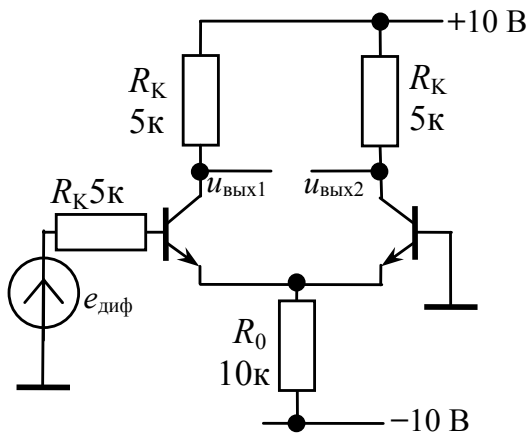
2.



Для приведенной на рисунке схемы определить  $K_{\text{диф}}$  и  $K_{\text{сф}1} = K_{\text{сф}2}$ .

$$h_{21э} = 100.$$

3.



Для приведенной на рисунке схемы определить  $R_{\text{вх} \text{ диф}}$  и  $K_e \text{ диф}$ .

$$h_{21э} = 100.$$

4. Рассчитать сопротивления резисторов в токовом зеркале, схема которого показана на рис. 4.6г, так, чтобы при токе  $I_3 = 1 \text{ мА}$ , ток  $I_0$  равнялся  $0.1 \text{ мА}$ .  $U_{\text{П}1} = 5 \text{ В}$ ,  $U_{\text{П}2} = 5 \text{ В}$ .

## ГЛАВА 5. ОБРАТНЫЕ СВЯЗИ В УСИЛИТЕЛЯХ

### 5.1. Структурная схема усилителя, охваченного обратной связью

Усилитель с обратной связью представляет собой устройство, в котором осуществляется передача части выходного сигнала на вход усилителя, в результате чего на входе помимо усиливаемого сигнала действует сигнал обратной связи. Обратная связь позволяет повысить стабильность усиления, уменьшить нелинейные искажения сигнала при усилении, а также изменить в нужную для пользователя сторону такие характеристики усилителя, как входное и выходное сопротивления. На рис. 5.1 приведена структурная схема усилителя, охваченного обратной связью.

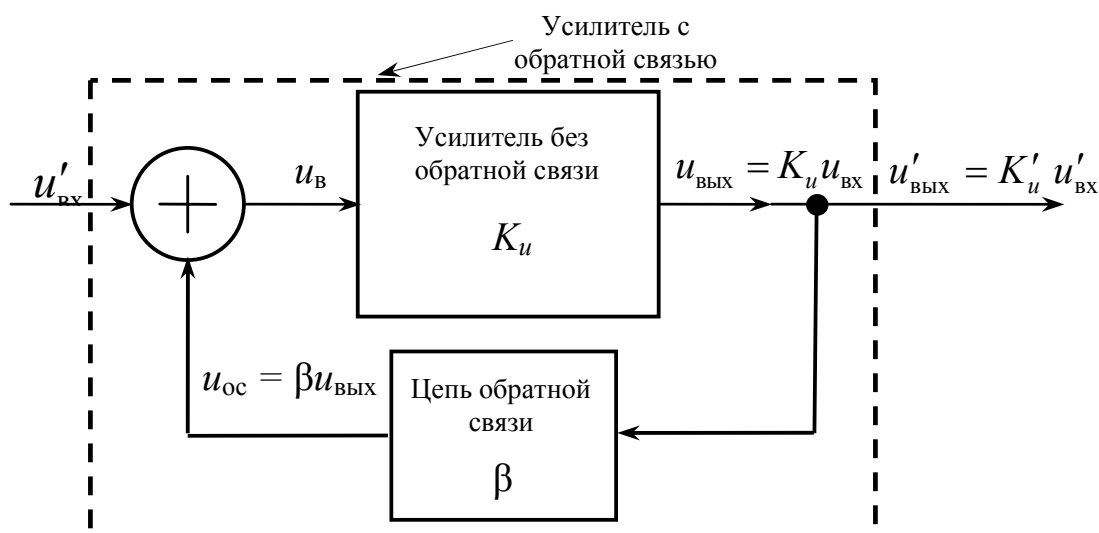


Рис. 5.1. Структурная схема усилителя, охваченного обратной связью

Усилитель характеризуется коэффициентом усиления  $K_u = u_{\text{вых}} / u_{\text{вх}}$ , а цепь обратной связи коэффициентом передачи  $\beta = u_{\text{ос}} / u_{\text{вых}}$ , который, как правило, меньше единицы. Напряжение на входе усилителя, охваченного обратной связью, равно

$$u_{\text{вх}} = u'_{\text{вх}} + u_{\text{ос}} = u'_{\text{вх}} + \beta u_{\text{вых}},$$

а выходное напряжение равно

$$u'_{\text{вых}} = u_{\text{вых}} = K_u u_{\text{вх}} = K_u (u'_{\text{вх}} + \beta u_{\text{вых}}).$$

Следовательно, для усилителя, охваченного обратной связью,

$$K'_u = u'_{\text{ВЫХ}} / u'_{\text{ВХ}} = u_{\text{ВЫХ}} / u'_{\text{ВХ}} = K_u + \beta K_u K'_u,$$

откуда

$$K'_u = \frac{K_u}{1 - \beta K_u}. \quad (5.1)$$

Полученное соотношение, связывающее коэффициенты усиления усилителя, охваченного обратной связью, и усилителя без обратной связи является основным соотношением в теории усилителей с обратной связью. Величина  $\beta K_u$  характеризует усиление петли обратной связи и называется **петлевым усилением**.

В общем случае величины  $K'_u, K_u$  и  $\beta$  являются комплексными. Если величина  $\beta K_u$  является такой, что модуль  $K'_u$  меньше модуля  $K_u$ , то обратная связь называется отрицательной.

Если при отрицательной обратной связи  $|\beta K_u| \gg 1$ , то говорят, что усилитель охвачен глубокой отрицательной обратной связью. В случае отрицательной обратной связи, когда  $\beta K_u < 0$ , соотношение, связывающее  $K'_u$  и  $K_u$ , часто записывают в виде

$$K'_u = \frac{K_u}{1 + |\beta K_u|}.$$

Если  $\beta K_u$  – вещественная положительная или комплексная величина, вызывающая увеличение усиления  $|K'_u| > K_u$ , то обратную связь называют положительной.

При  $\beta K_u = 1$  в (5.1) коэффициент усиления усилителя, охваченного положительной обратной связью, обращается в бесконечность. Фактически это означает, что на выходе усилителя имеется напряжение при отсутствии напряжения  $u'_{\text{ВХ}}$ , приложенного извне, т. е. усилитель превращается в генератор.

## 5.2. Диаграмма Найквиста

Отрицательная обратная связь, вводимая в схему усилителя, может стать причиной самовозбуждения – возникновения автоколебаний. Автоколебания могут возникнуть, потому что коэффициенты  $K$  и  $\beta$  зависят от частоты и для некоторых частот обратная связь из отрицательной превращается в положительную.

В усилителе режим самовозбуждения совершенно недопустим, так как при этом усилитель превращается в автогенератор и

сигнал на его выходе не зависит от входного сигнала. Поэтому при создании усилителей с отрицательной обратной связью важно убедиться в том, что автоколебания не возникают не только в рабочей области частот, но и во всем возможном диапазоне частот от нуля до бесконечности.

Одним из удобных способов проверить устойчивость усилителя, охваченного обратной связью, является диаграмма Найквиста, которая строится следующим образом. Для некоторой частоты по оси абсцисс (рис. 5.2) откладывается вещественная  $U$ , а по оси ординат – мнимая часть  $V$  петлевого усиления  $\beta K_u = U + jV$ .

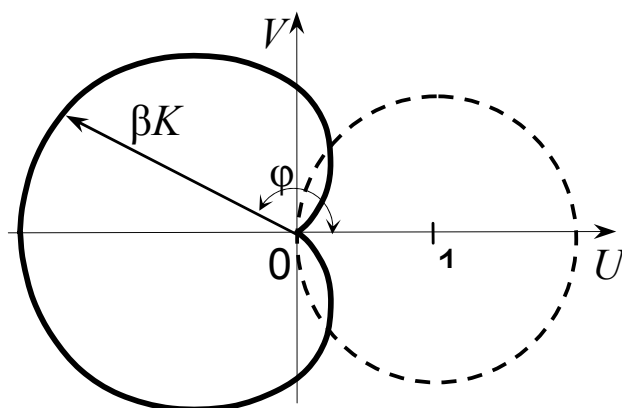


Рис. 5.2. Диаграмма Найквиста (Nyquist)

В результате на комплексной плоскости получается точка. Радиус-вектор, проведенный из начала координат в эту точку, характеризует коэффициент передачи петли обратной связи для определенной частоты, так как длина радиуса-вектора равна модулю коэффициента передачи, а угол  $\varphi$  между ним и осью абсцисс равен фазовому сдвигу между выходным и входным сигналами петли обратной связи. Обычно для усилителя вычисляют и измеряют модуль коэффициента передачи и фазовый сдвиг между выходным и входным сигналами. Поэтому на комплексной плоскости удобно откладывать полярные координаты точки  $\beta K_u$ . Для некоторой другой частоты мы получим другую точку  $\beta K_u$ . Совокупность точек  $\beta K_u$  для всего диапазона частот от 0 до  $\infty$  дает непрерывную линию, называемую диаграммой Найквиста.

Построение диаграммы обычно начинают с точки  $\beta K_u$  для некоторой средней частоты усилителя. Следующую точку диаграммы определяют для более высокой или более низкой частоты.

Последовательно двигаясь в сторону увеличения, а затем уменьшения частоты или в обратном порядке, соединяют соседние точки отрезками плавной линии и в результате получают диаграмму Найквиста.

Петлевое усиление можно записать в виде

$$K_u(j\omega) \cdot \beta(j\omega) = U + jV,$$

где  $U = |K_u \beta| \cos \varphi$  и  $V = |K_u \beta| \sin \varphi$ .

Из общего уравнения обратной связи (5.1) имеем

$$\frac{K'_u(j\omega)}{K_u(j\omega)} = \frac{1}{1 - U - jV},$$

так что

$$\left| K'_u(j\omega) / K_u(j\omega) \right|^2 = \frac{1}{(1 - U)^2 + V^2}. \quad (5.2)$$

Граничное значение частоты, при которой изменяется знак обратной связи, соответствует условию  $|K'_u(j\omega)| = |K_u(j\omega)|$ . При этом знаменатель выражения (5.2) равен единице:

$$(1 - U)^2 + V^2 = 1.$$

Это выражение на плоскости с координатами  $U$  и  $V$ , то есть на комплексной плоскости петлевого усиления  $\beta K_u$ , определяет окружность единичного радиуса с центром в точке  $(1, 0)$ , как показано на рис. 5.2.

На частотах, где годограф петлевого усиления оказывается внутри граничной окружности, обратная связь будет положительной, поскольку  $|K'_u(j\omega)| > |K_u(j\omega)|$ , что может привести к неустойчивости и самовозбуждению усилителя. В соответствии с **критерием устойчивости Найквиста** усилитель с обратной связью устойчив, если годограф петлевого усиления не охватывает точку с координатами  $(1, 0)$ .

В качестве примера рассмотрим усилитель, частотная характеристика которого в области высоких частот соответствует характеристике одной интегрирующей цепи

$$K_u(j\omega) = \frac{K_{u0}}{1 + j\omega\tau_b}, \quad (5.3)$$

где  $\tau_b$  – постоянная времени интегрирующей цепи.

Предположим, что коэффициент обратной связи не зависит от частоты и имеет значение  $\beta(j\omega) = -\beta$  ( $\beta > 0$ ), соответствующее отрицательной обратной связи на средних частотах ( $\omega \ll 1/\tau_b$ ). Тогда петлевое усиление примет вид

$$K_u(j\omega) \cdot \beta(j\omega) = -K_{u0}\beta / (1 + j\omega\tau_b).$$

Эта функция показана на рис. 5.3 для частного случая  $\beta K_{u0} = -5$ .

Видно, что годограф петлевого усиления находится вне граничной окружности, и, следовательно, обратная связь на всех частотах является отрицательной. Посмотрим, как изменяется частотная характеристика усилителя с обратной связью при изменении коэффициента обратной связи.

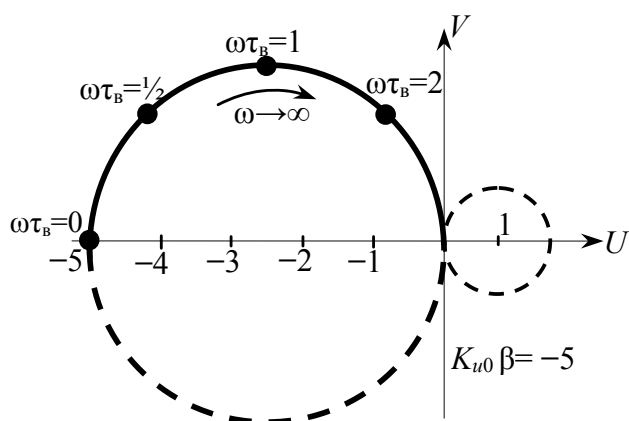


Рис. 5.3. Годограф петлевого усиления для усилителя с одной интегрирующей цепью

На рис. 5.4 представлены результаты расчета  $|K'_u(j\omega)|$  для  $K_{u0} = 100$  и значений  $\beta$ , указанных на рисунке.

Как видно из рис. 5.4, коэффициент усиления на низких и средних частотах ( $\omega \ll 1/\tau_b$ ) понижается на  $20\lg(1 + K_{u0}\beta)$  децибел, то есть уменьшается в  $(1 + \beta K_{u0})$  раз. В то же время на высоких частотах ( $\omega \gg 1/\tau_b$ ) обратная связь слабо влияет на изменение коэффициента усиления из-за уменьшения глубины обратной связи. Это приводит к увеличению верхней граничной частоты.

Действительно, подставим (5.3) и значение  $\beta(j\omega) = -\beta$  в (5.1). Тогда после преобразований найдем

$$K'_u(j\omega) = \frac{K_u(j\omega)}{1 - \beta K_u(j\omega)} = \frac{K'_{u0}}{1 + j\omega\tau'_b},$$



где  $K'_{u0} = \frac{K_{u0}}{1 + \beta K_{u0}}$  – коэффициент усиления на средних частотах с учетом обратной связи;

$\tau'_B = \frac{\tau_B}{1 + \beta K_{u0}}$  – постоянная времени усилителя на верхних частотах с учетом обратной связи.

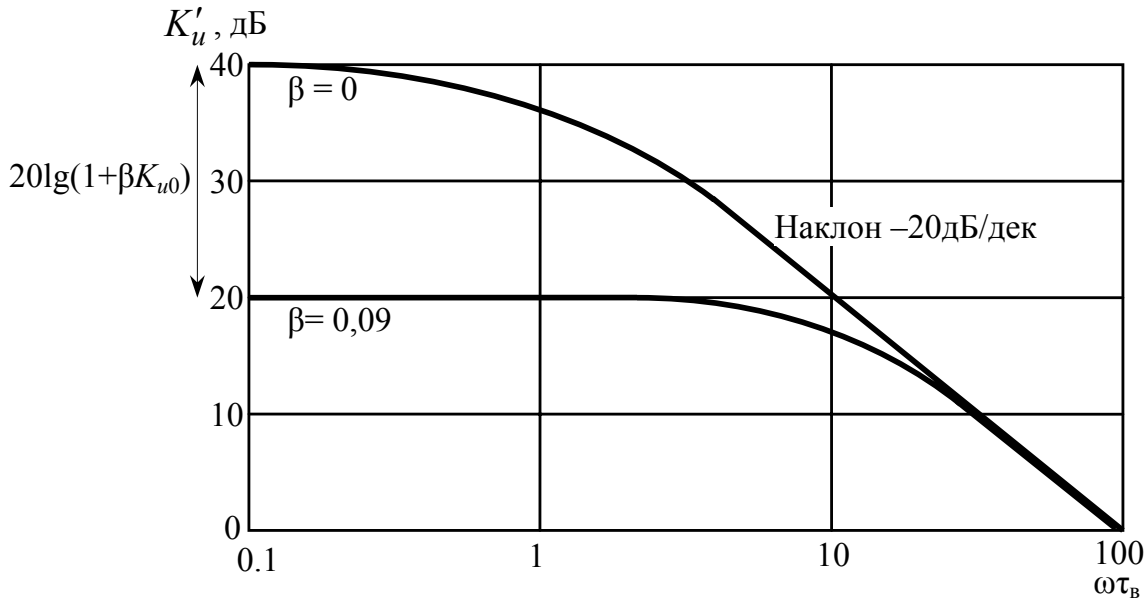


Рис. 5.4. Частотные характеристики в области высоких частот однокаскадного усилителя с отрицательной обратной связью

Верхняя граничная частота усилителя с обратной связью определяется соотношением

$$\omega'_B = \frac{1}{\tau'_B} = \omega_B (1 + \beta K_{u0}), \quad (5.4)$$

в котором  $\tau_B = 1/\omega_B$  – верхняя граничная частота усилителя без обратной связи. Таким образом, величина  $(1 + \beta K_{u0})$  является как мерой снижения коэффициента усиления, так и мерой увеличения верхней граничной частоты. Иначе говоря, произведение коэффициента усиления на верхнюю граничную частоту, называемое иногда «площадью усиления», остается одинаковым при наличии или отсутствии обратной связи.

Рассматривая аналогичным путем усилитель с цепью дифференцирующего типа (например, входной  $RC$ -цепью), определяющей поведение усилителя на низких частотах, для которого

$$K_u(j\omega) = \frac{K_{u0}}{1 + 1/j\omega\tau_H},$$

$$\beta(j\omega) = -\beta \quad (\beta > 0),$$

найдем, что нижняя граничная частота усилителя понизится в  $(1 + \beta K_{u0})$  раз:

$$\omega'_H = \frac{\omega_H}{1 + \beta K_{u0}}, \quad (5.5)$$

где  $\omega_H = 1/\tau_H$  – нижняя граничная частота усилителя без обратной связи.

Одновременный учет влияния интегрирующей и дифференцирующей цепей в усилителе с обратной связью не нарушает результатов анализа, отраженных в формулах (5.4) и (5.5), если выполняется неравенство  $\tau_H \gg \tau_B$ . В этом случае каждая из цепей определяет поведение усилителя на различных и далеко отстоящих друг от друга участках частотного диапазона.

На рис. 5.5 показан пример диаграммы Найквиста для двухкаскадного усилителя, охваченного отрицательной обратной связью.

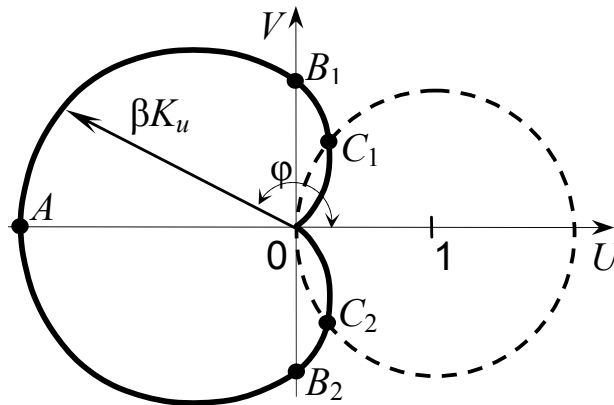


Рис. 5.5. Годограф петлевого усиления для двухкаскадного усилителя

Левая точка  $A$  пересечения диаграммы с осью абсцисс соответствует некоторой частоте в области средних частот усилителя. Для этой точки фазовый сдвиг в петле обратной связи равен  $180^\circ$ . Верхняя и нижняя точки  $B_1$  и  $B_2$  пересечения диаграммы с осью ординат при одинаковых усилительных каскадах соответствуют верхней и нижней частотам, при которых в каждом из каскадов

возникает дополнительный фазовый сдвиг  $\pm 45^\circ$ , а общий фазовый сдвиг в петле обратной связи изменяется на  $\pm 90^\circ$ . Точки  $C_1$  и  $C_2$  соответствуют таким верхним и нижним частотам, на которых коэффициент усиления усилителя с обратной связью равен коэффициенту усиления усилителя без обратной связи.

Дальнейшее повышение или понижение частоты относительно этих частот приводят к тому, что модуль радиус-вектора уменьшается, а сам он переходит в верхний или нижний правый квадрант координатной плоскости. При частотах, приближающихся к нулю, или очень высоких частотах радиус-вектор приближается к положительному направлению оси абсцисс, но его длина для двухкаскадного резисторного усилителя все время уменьшается, обращаясь в пределе в нуль. На рис. 5.6 показан вид амплитудно-частотных характеристик двухкаскадного усилителя при различных значениях коэффициента обратной связи  $\beta$ .

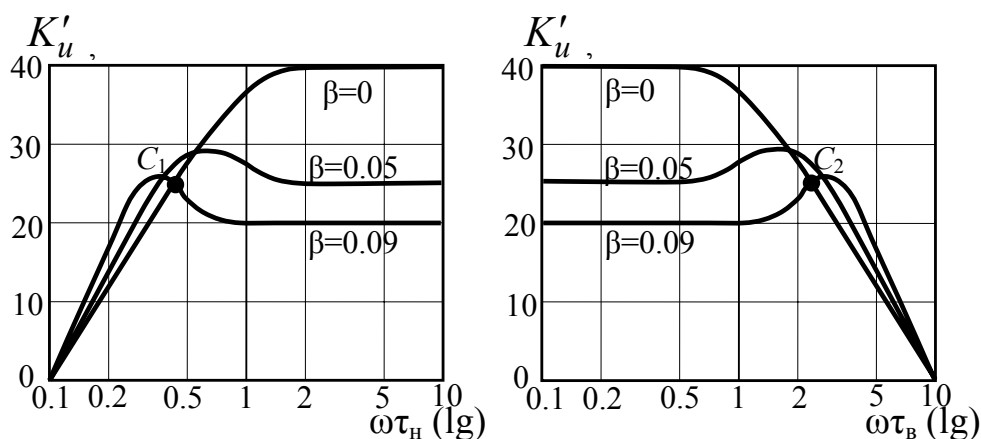


Рис. 5.6. Амплитудно-частотная характеристика двухкаскадного усилителя с отрицательной (на средних частотах) обратной связью

Характерно, что на низких и высоких частотах усилитель с обратной связью — отрицательной на средних частотах — дает большее усиление, чем в отсутствие обратной связи. Однако при любом  $\beta K_{u0}$  усилитель сохраняет устойчивость и не самовозбуждается. Отметим также, что эффект расширения частотной характеристики не так заметен, как в однокаскадном усилителе, а увеличение верхней и уменьшение нижней граничных частот не подчиняется простым соотношениям (5.4) и (5.5). Здесь следует сказать, что за исключением случая однокаскадного усилителя нет простых правил, которые бы точно устанавливали соотношение между гра-

ничными частотами при наличии обратной связи и без нее. Решение этого вопроса в каждом конкретном случае производится путем подстановки  $K_u(j\omega)$  и  $\beta(j\omega)$  в общее выражение (5.1) и его последующего аналитического и графического анализа.

В зависимости от способа подачи части выходного сигнала на вход усилителя различают усилители с последовательной и параллельной обратной связью.

### 5.3. Последовательная обратная связь

На рис. 5.7 представлены структурные схемы усилителей с последовательной обратной связью. Сигнал обратной связи, обозначенный через  $u_{oc}$ , образуется в схеме на рис. 5.7а как часть выходного сигнала и подается на вход усилителя последовательно с входным сигналом. По принятой в радиотехнике терминологии схема на рис. 5.7а называется схемой усилителя с последовательной обратной связью по **напряжению**.

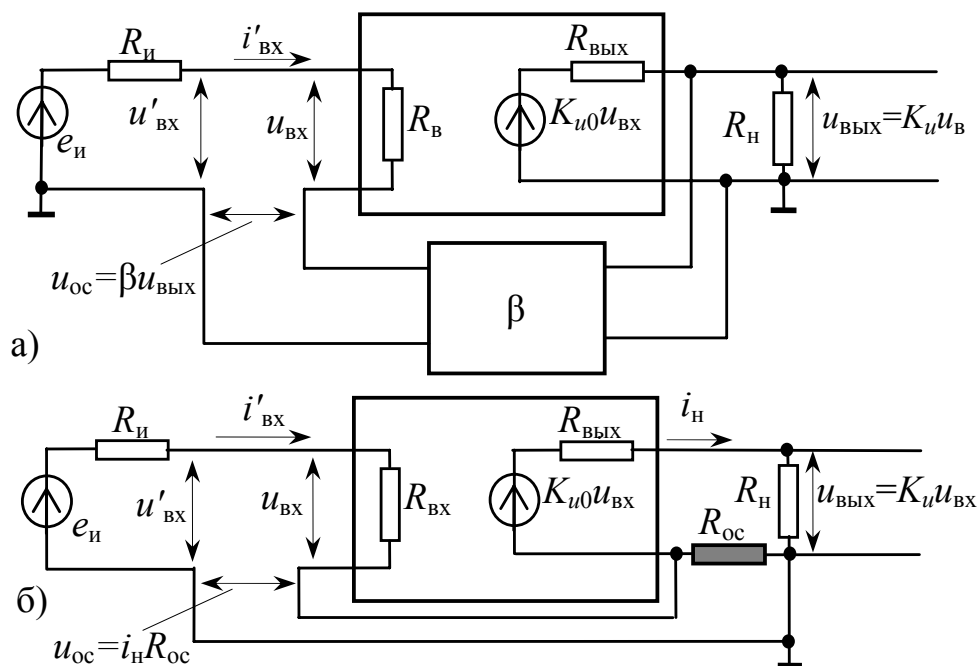


Рис. 5.7. Усилители с последовательной обратной связью по напряжению (а) и по току (б)

В схеме на рис. 5.7б напряжение обратной связи пропорционально току в нагрузке, поэтому данную схему называют усилителем с последовательной обратной связью по **току**. Различие этих двух способов образования напряжения обратной связи проявляет-

ся при изменении сопротивления нагрузки усилителя. При  $R_n = 0$  (режим короткого замыкания на выходе усилителя) исчезает обратная связь по напряжению, но сохраняется обратная связь по току. Как будет показано ниже, обратные связи по напряжению и по току различным образом влияют на изменение выходного сопротивления усилителя.

Входное сопротивление усилителя при последовательной обратной связи (рис. 5.7а) определяется как  $R'_{BX} = u'_{BX} / i'_{BX}$ . Если входное сопротивление собственно усилителя равно  $R_{BX}$ , то, имея ввиду  $u_{BX} = u'_{BX} + u_{oc} = u'_{BX} + \beta u_{ВЫХ}$ , найдем

$$R'_{BX} = R_{BX} (1 - \beta K_u).$$

При отрицательной обратной связи, когда  $\beta K_u < 0$ , входное сопротивление равно

$$R'_{BX} = R_{BX} (1 + |\beta K_u|),$$

что в  $1 + |\beta K_u|$  раз больше входного сопротивления, измеренного непосредственно на входных зажимах усилителя. Заметим, что полученное выражение справедливо как для обратной связи по напряжению, так и по току, если принять во внимание соотношение  $\beta = u_{oc} / u_{ВЫХ} = R_{oc} / R_n$  при  $i'_{BX} \ll i_n$ .

Для определения выходного сопротивления предположим, что на выходные зажимы усилителя подано напряжение  $u_{ВЫХ}$ , а  $u'_{BX} = 0$ , и найдем отношение  $u_{ВЫХ} / i_{ВЫХ}$ , равное искомому значению  $R'_{ВЫХ}$ . (Другой способ определения  $R'_{ВЫХ}$  по методу холостого хода и короткого замыкания на выходе, когда  $R'_{ВЫХ} = u_{ВЫХ\ XX} / i_{ВЫХ\ КЗ}$ , приводит к тому же результату.) Для схемы с обратной связью по напряжению (рис. 5.7а) при  $u'_{BX} = 0$

$$i_{ВЫХ} = \frac{u_{ВЫХ} - K_{u0} u_{BX}}{R_{ВЫХ}} = \frac{u_{ВЫХ} - K_{u0} \beta u_{ВЫХ}}{R_{ВЫХ}},$$

откуда найдем

$$R'_{ВЫХ} = \frac{u_{ВЫХ\ XX}}{i_{ВЫХ\ КЗ}} = \frac{R_{ВЫХ}}{1 - \beta K_{u0}},$$

где  $K_{u0}$  — коэффициент усиления усилителя при разомкнутой нагрузке ( $R_n \rightarrow \infty$ ), связанный с коэффициентом усиления  $K_u$  наг-

женного усилителя соотношением  $K_u = \frac{R_H}{R_H + R_{\text{ВЫХ}}} \cdot K_{u0}$ .

Для отрицательной обратной связи по напряжению, когда  $\beta K_u < 0$ , выходное сопротивление равно

$$R'_{\text{ВЫХ}} = \frac{R_{\text{ВЫХ}}}{1 + |\beta K_{u0}|},$$

т. е. в  $1 + |\beta K_u|$  раз меньше, чем без обратной связи. При глубокой обратной связи выходное сопротивление становится очень малым, и усилитель, подобно идеальному источнику напряжения, приобретает способность работать на низкоомную нагрузку без заметного снижения выходного напряжения.

Для обратной связи по току (рис. 5.7б) при  $u'_{\text{ВХ}} = 0$

$$i_{\text{ВЫХ}} = \frac{u_{\text{ВЫХ}} - K_{u0} u_{\text{ВХ}}}{R_{\text{ВЫХ}} + R_{\text{ОС}}} = \frac{u_{\text{ВЫХ}} + K_{u0} i_{\text{ВЫХ}} R_{\text{ОС}}}{R_{\text{ВЫХ}} + R_{\text{ОС}}}$$

и, следовательно,

$$R'_{\text{ВЫХ}} = u_{\text{ВЫХ}} / i_{\text{ВЫХ}} = R_{\text{ВЫХ}} + R_{\text{ОС}} (1 - K_{u0}).$$

При отрицательной связи, когда  $K_{u0} < 0$ , выходное сопротивление равно

$$R'_{\text{ВЫХ}} = R_{\text{ВЫХ}} + R_{\text{ОС}} (1 + |K_{u0}|),$$

что превышает выходное сопротивление усилителя без обратной связи на величину  $R_{\text{ОС}} (1 + |K_{u0}|)$ . При  $|K_{u0}| \rightarrow \infty$  усилитель приобретает свойства идеального генератора тока, для которого ток в нагрузке не зависит от величины сопротивления нагрузки.

На рис. 5.8 приведены примеры усилителей с отрицательной последовательной обратной связью.

Схема, изображенная на рис. 5.8а, называется эмиттерным повторителем. Коэффициент обратной связи  $\beta = -1$ , поэтому при

$$K_u \gg 1 \quad K'_u = \frac{K_u}{1 - \beta K_u} \approx \frac{1}{-\beta} = 1.$$

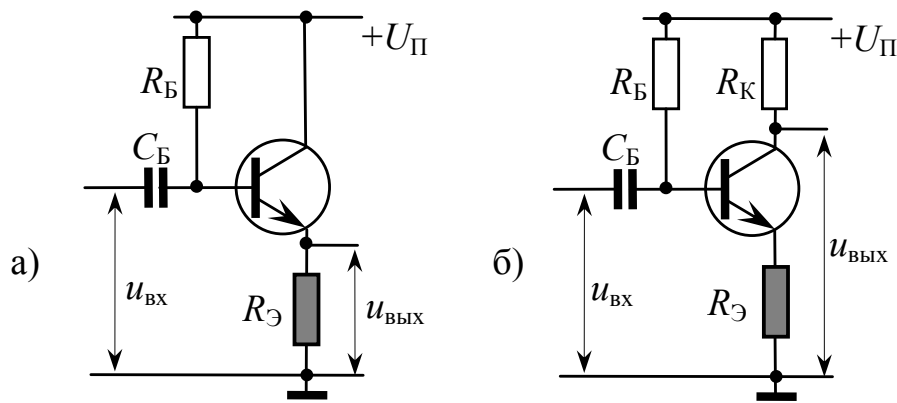


Рис. 5.8. Примеры усилителей с последовательной обратной связью:  
а) по напряжению, б) по току

#### 5.4. Параллельная обратная связь

На рис. 5.9 и 5.10 приведены структурные схемы усилителей, где сигнал обратной связи подается на вход усилителя **параллельно** с усиливаемым сигналом. Такой тип обратной связи называется **параллельной обратной связью**.

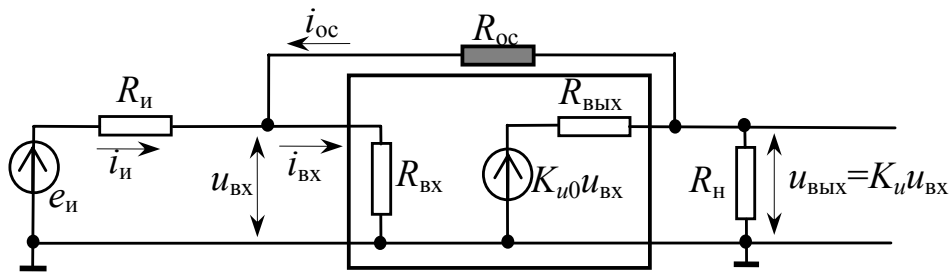


Рис. 5.9. Усилитель с параллельной обратной связью по напряжению

На рис. 5.9 изображена структурная схема усилителя с параллельной обратной связью по напряжению.

Следует обратить внимание на то, что при параллельной обратной связи  $K_u = K_{u0} \left( R_H / (R_H + R_{\text{ВЫХ}}) \right)$  не изменяется при введении обратной связи, если  $R_{\text{ОС}} \gg R_{\text{ВЫХ}} \parallel R_H$ , что обычно выполняется.

Напряжение  $u_{\text{ВХ}}$  на входе усилителя в соответствии с принципом суперпозиции равно

$$u_{\text{ВХ}} = \frac{R_{\text{ВХ}} \parallel R_{\text{ОС}}}{R_{\text{И}} + (R_{\text{ВХ}} \parallel R_{\text{ОС}})} e_{\text{И}} + \frac{R_{\text{ВХ}} \parallel R_{\text{И}}}{R_{\text{ОС}} + (R_{\text{ВХ}} \parallel R_{\text{И}})} u_{\text{ВЫХ}}. \quad (5.6)$$

Второй член в правой половине соотношения (5.6) представ-

ляет собой напряжение обратной связи  $u_{oc}$ , поэтому коэффициент обратной связи равен

$$\beta = \frac{R_{BX} \parallel R_{II}}{R_{oc} + (R_{BX} \parallel R_{II})}. \quad (5.7)$$

Обозначая  $\gamma = \frac{R_{BX} \parallel R_{oc}}{R_{II} + (R_{BX} \parallel R_{oc})}$  и имея ввиду, что  $u_{BX} = u_{ВЫХ} / K_u$ , найдем из (5.6) коэффициент усиления

$$K'_e = \frac{u_{ВЫХ}}{e_{II}} = \frac{\gamma K_u}{1 - \beta K_u}. \quad (5.8)$$

Выражение (5.8) с точностью до коэффициента  $\gamma$  совпадает с выражением (5.1).

Для отрицательной обратной связи

$$K'_e = \frac{\gamma K_u}{1 + |\beta K_u|}$$

и если  $|\beta K_u| \gg 1$ , то

$$K'_e \approx \frac{\gamma}{\beta}. \quad (5.9)$$

В случае  $R_{BX} \gg R_{II}$  и  $R_{BX} \gg R_{oc}$  коэффициент усиления при глубокой обратной связи равен  $K'_e = R_{oc} / R_{II}$ .

Входное сопротивление и выходное сопротивление определяются следующими соотношениями:

$$R'_{BX} = R_{BX} \parallel \frac{R_{oc}}{1 - K_u}, \quad R'_{ВЫХ} = \frac{R_{ВЫХ}}{1 - \beta K_{u0}}.$$

На рис. 5.10 изображена структурная схема усилителя с параллельной обратной связью по току.

Если ввести следующие обозначения:

$$\gamma = \frac{R_{BX} \parallel R_{oc2}}{R_{II} + (R_{BX} \parallel R_{oc2})},$$

$$\beta = \beta_1 \cdot \beta_2, \quad \beta_1 = \frac{R_{oc1}}{R_{II}}, \quad \beta_2 = \frac{R_{BX} \parallel R_{II}}{R_{oc2} + (R_{BX} \parallel R_{II})},$$

то коэффициент усиления определяется так же, как и для усилителя с параллельной обратной связью по напряжению:



$$K'_e = \frac{u_{\text{ВЫХ}}}{e_{\text{И}}} = \frac{\gamma K_u}{1 - \beta K_u}.$$

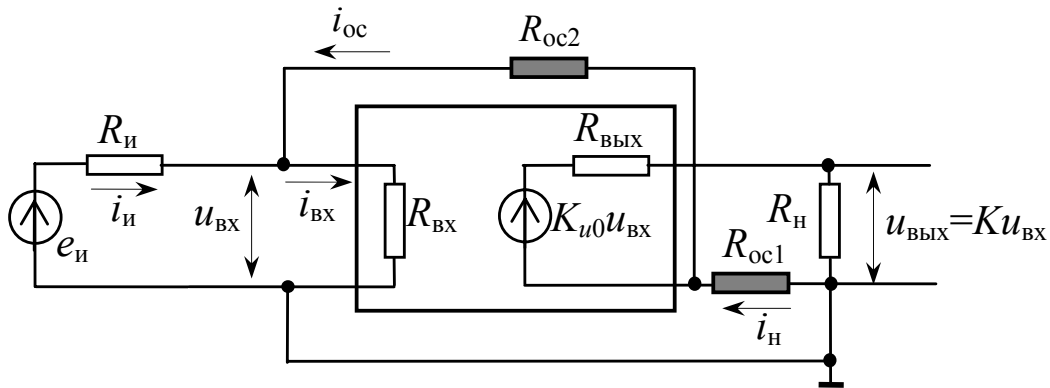


Рис. 5.10. Усилитель с параллельной обратной связью по току

Входное сопротивление и выходное сопротивление определяются следующими соотношениями:

$$R'_{\text{ВХ}} = R_{\text{ВХ}} \parallel \frac{R_{\text{ОС2}}}{1 - \beta_1 K_u},$$

$$R'_{\text{ВЫХ}} = R_{\text{ВЫХ}} + R_{\text{ОС1}} (1 - \beta K_{u0}).$$

На рис. 5.11 приведены примеры усилителей с отрицательной параллельной обратной связью.

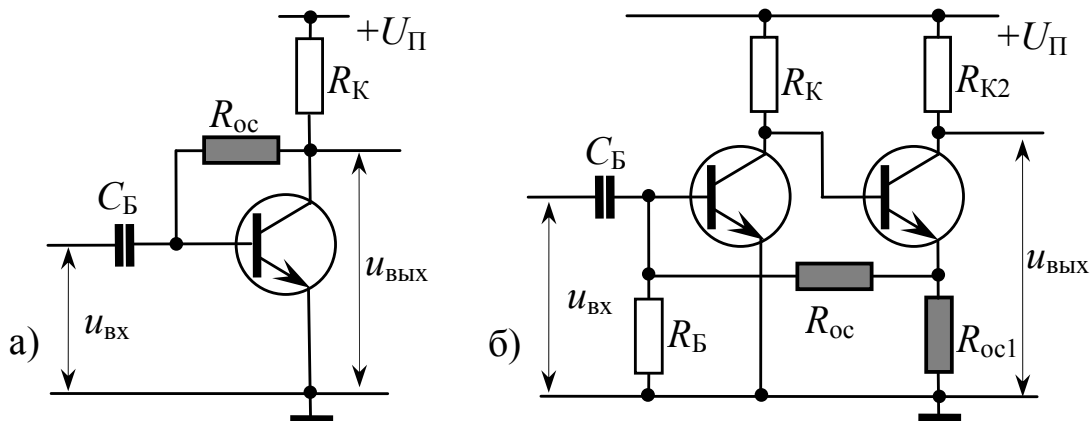
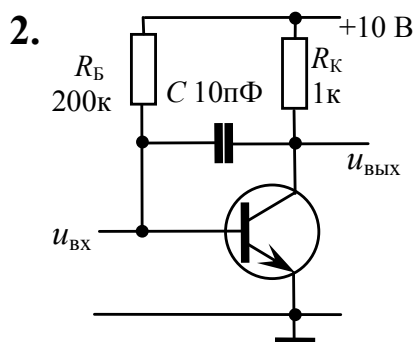


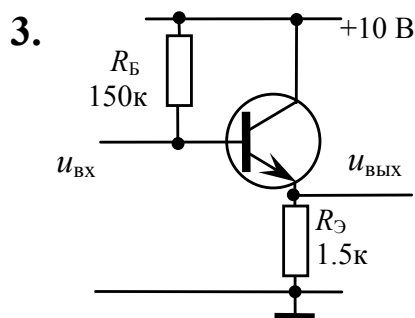
Рис. 5.11. Примеры усилителей с параллельной обратной связью по напряжению (а) и по току (б)

## 5.5. Задачи

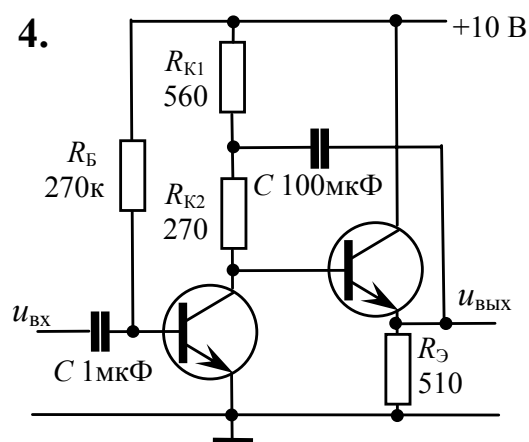
- Однокаскадный усилитель с параметрами  $K_u = -50$ ,  $R_{вх} = 2 \text{ кОм}$ ,  $R_{вых} = 2 \text{ кОм}$ ,  $f_H = 1 \text{ кГц}$ ,  $f_B = 100 \text{ кГц}$  охвачен последовательной обратной связью по напряжению с коэффициентом обратной связи  $\beta = 1$ . Определить параметры усилителя с обратной связью.



Определить вид обратной связи и входной импеданс схемы, изображенной на рисунке.



Транзистор имеет следующие параметры:  $r_{б1б} = 100 \text{ Ом}$ ,  $h_{21э} = 100$ ,  $C_{кэ} = 3 \text{ пФ}$ ,  $C_{бэ} = 30 \text{ пФ}$  (при  $I_э = 1 \text{ мА}$ ).  
Определить вид обратной связи и входной импеданс схемы, изображенной на рисунке.



Транзисторы имеют следующие параметры:  
 $r_{б1б} = 100 \text{ Ом}$ ,  $h_{21э} = 100$ .  
Определить виды обратной связи и коэффициент усиления схемы, изображенной на рисунке.

## ГЛАВА 6. ОПЕРАЦИОННЫЙ УСИЛИТЕЛЬ

Операционным усилителем (сокращенно ОУ) называют усилитель с двумя входами (рис. 6.1а), у которого выходной сигнал пропорционален разности входных сигналов:

$$u_{\text{вых}} = K_{\text{диф}} (u_{\text{вх}2} - u_{\text{вх}1}),$$

причем коэффициент усиления разностного сигнала  $K_{\text{диф}}$  велик. Вход, отмеченный знаком  $\circ$ , называется инвертирующим, другой вход – неинвертирующим. Частотная характеристика ОУ (рис. 6.1б) не имеет спада в области нижних частот; усилитель, обладающий этим свойством, способен усиливать сколь угодно медленно меняющиеся сигналы, и его называют усилителем постоянного тока. Для работы ОУ, как правило, необходимы два источника питания:  $+U_{\text{П1}}$  и  $-U_{\text{П2}}$ .

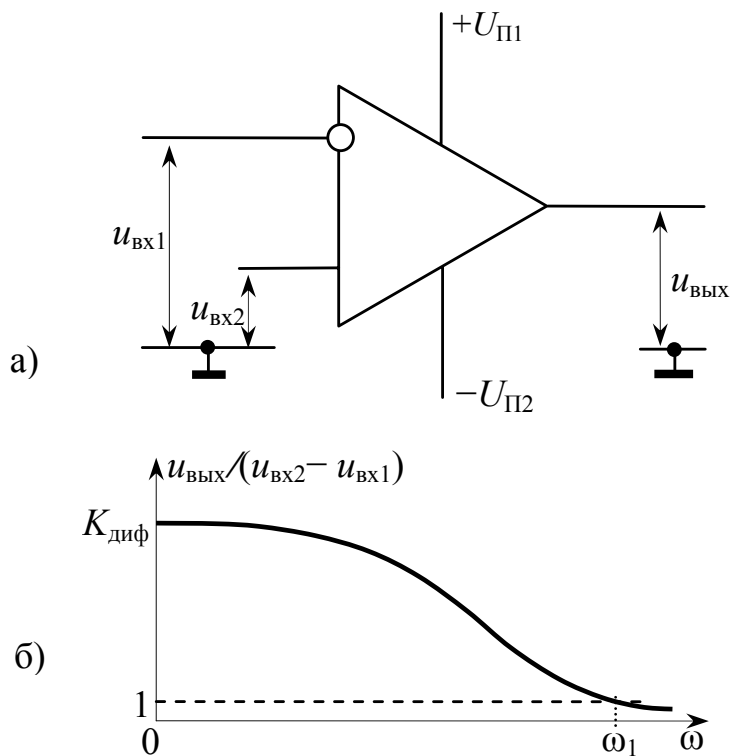


Рис. 6.1. Операционный усилитель: а) условное изображение ОУ, б) частотная характеристика

Название *операционный* – исторического происхождения: такие усилители появились еще во время применения электронных ламп как базовый элемент схем, осуществляющих преобразование электрических сигналов, эквивалентное математическим операци-

ям над их значениями. Эту функцию ОУ выполняют и сейчас. Однако в настоящее время область применения ОУ значительно шире.

Современный ОУ – это сравнительно дешевая интегральная схема небольших размеров. Ее содержимое является сложной полупроводниковой структурой, обеспечивающей ОУ желаемые характеристики. Поэтому при использовании ОУ от пользователя требуется повышенная квалификация. Но, с другой стороны, такой усилитель представляет собой готовое изделие с гарантированными значениями параметров; следовательно, к нему надлежит относиться всего лишь как к одному из элементов, с помощью которых собирается радиоэлектронная схема.

Говорят, что ОУ является универсальным элементом радиоэлектронных схем, имея в виду многообразие его применений. Наиболее характерная общая черта всех схем с ОУ состоит в наличии обратных связей, осуществляемых внешними по отношению к ОУ цепями.

Ниже мы рассмотрим схемы аналоговой обработки сигналов на основе ОУ. Аналоговыми являются схемы, осуществляющие преобразование (не обязательно линейное) мгновенных значений входного сигнала в определенные мгновенные значения выходного сигнала, как это имеет место, например, при логарифмировании. Линейные устройства (усилители, фильтры) представляют собой частный случай аналоговых схем.

Существует большое число других схем, использующих ОУ. Широкое распространение получили всевозможные генераторы, в частности генераторы синусоидальных колебаний, разного рода формирователи и преобразователи, в том числе схемы, обеспечивающие преобразование сигналов из аналоговой формы в цифровую и из цифровой формы в аналоговую.

Функция (операция), выполняемая операционным усилителем, в каждом конкретном случае определяется внешними элементами.

Изучение аналоговых схем на ОУ мы начнем с изложения принципа действия самого ОУ. Как показывает опыт, необходимо иметь представление о внутренней структуре ОУ, чтобы понимать, как функционируют схемы с ОУ, и чтобы успешно применять ОУ на практике.

## **6.1. Схема операционного усилителя**

В подавляющем большинстве случаев ОУ можно представить в виде трех последовательно включенных блоков: дифференциального усилителя, промежуточного усилителя напряжения и усилителя мощности. В реальных ОУ имеются многочисленные внутренние обратные связи.

Характеристики ОУ по отношению к внешним цепям со стороны его входов определяются свойствами дифференциального усилителя. Со стороны выхода ОУ его свойства определяются схемой и параметрами усилителя мощности. Следовательно, с точки зрения приложений ОУ желательно представлять структуру входного и выходного каскадов.

Свойства дифференциального усилителя рассмотрены в главе 4, поэтому здесь мы познакомимся только с усилителем мощности, являющимся выходным каскадом ОУ.

### ***6.1.1. Усилитель мощности***

При усилении сигналов с помощью электронных схем практически всегда мощность сигнала в нагрузке оказывается большей, чем мощность, потребляемая входной цепью усилителя от источника, то есть имеет место усиление мощности. Однако, как правило, усилителями мощности называют такие схемы, у которых амплитуды переменных напряжений на выходе сравнимы по величине с напряжениями источников питания, а выходные токи сравнимы по величине с токами, потребляемыми от источников питания.

При обсуждении свойств усилителей мощности особое внимание обращают на такие величины, как максимальная мощность сигнала в нагрузке, мощность, потребляемая от источников питания, коэффициент полезного действия. Поскольку сигнал в усилителе мощности не является малым, большое значение приобретает вопрос об уменьшении нелинейных искажений.

Использовать в качестве усилителей мощности схемы, рассмотренные в главе 3, нецелесообразно, поскольку КПД этих усилителей, определяемых как отношение максимальной мощности выходного сигнала к мощности, потребляемой от источника питания, не превышает 25%.

Из множества схем усилителей мощности рассмотрим только

одну (рис. 6.2), получившую большое распространение не только как выходной каскад ОУ, но и как самостоятельное звено, помещаемое на выходе усилителей, когда необходимо развивать большую мощность сигнала в нагрузке  $R_H$ , имеющей малое сопротивление.

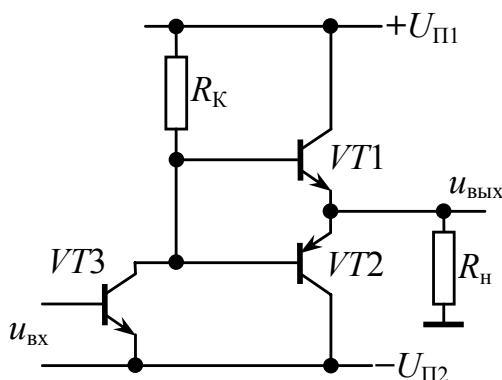


Рис. 6.2. Двухтактный усилитель мощности на  $n-p-n$ - и  $p-n-p$ -транзисторах

В схеме на рис. 6.2 начальный ток транзистора  $VT3$  и сопротивление  $R_K$  выбирают таким, чтобы потенциал коллектора этого транзистора относительно земли был равен нулю. Тогда оба транзистора  $VT1$  и  $VT2$  в исходном состоянии заперты: их эмиттерные токи равны нулю, по резистору  $R_H$  ток не течет, следовательно, потенциал эмиттеров  $VT1$  и  $VT2$  относительно земли также равен нулю и равны нулю напряжения между базами и эмиттерами этих транзисторов.

Во время действия отрицательной полуволны переменного сигнала на входе транзистора  $VT3$  потенциал коллектора этого транзистора относительно земли, вследствие уменьшения тока  $i_{K3}$ , возрастает и приобретает положительное значение (рис. 6.3а). В результате этого транзистор  $VT1$   $n-p-n$ -типа открывается и по резистору  $R_H$  течет эмиттерный ток  $i_H$ . Транзистор  $VT2$   $p-n-p$ -типа при этом остается запертым, поскольку потенциал его базы в это время положительнее потенциала эмиттера на величину  $u_{БЭ1}$ .

Таким образом, при подаче на базу транзистора  $VT3$  отрицательного сигнала на выходе возникает положительное напряжение. Транзистор  $VT1$  и нагрузка  $R_H$  образуют эмиттерный повторитель, обеспечивающий передачу изменения потенциала базы транзистора  $VT1$  на выход с коэффициентом, близким к 1, когда  $R_H$  не слишком мало.

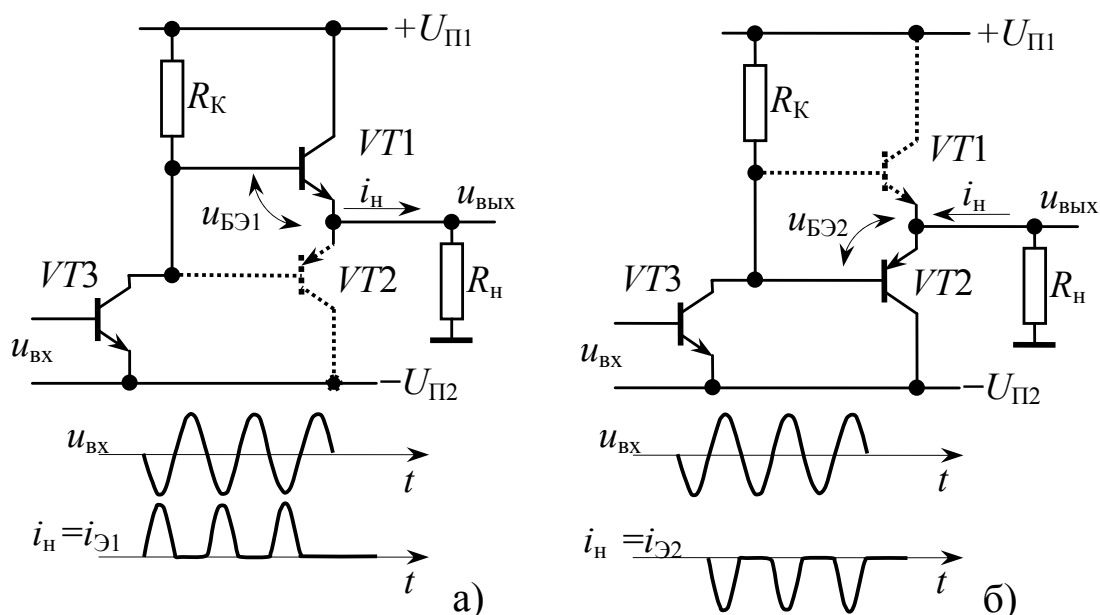


Рис. 6.3. Эквивалентные схемы двухтактного усилителя мощности:  
а) для отрицательной полуволны сигнала на входе транзистора  $VT3$ ;  
б) для положительной полуволны сигнала на входе транзистора  $VT3$

Точно так же при положительном значении переменного сигнала на базе транзистора  $VT3$  транзистор  $VT1$  оказывается запертым (рис. 6.3б). Отрицательное приращение потенциала на базе транзистора  $VT2$  эмиттерным повторителем на транзисторе  $VT2$  с резистором  $R_H$  в цепи эмиттера передается на выход. Свойства транзисторов предполагаются идентичными, так что имеет место полная симметрия части схемы от коллектора  $VT3$  до нагрузки по отношению к сигналам различной полярности. Следовательно, при чередовании отрицательных и положительных полуволн входного сигнала  $u_{BX}$  транзисторы  $VT1$  и  $VT2$  поочередно отпираются и запираются (двухтактный режим работы), в результате чего ток, текущий через нагрузку  $R_H$ , меняет свое направление и на выходе возникает переменное напряжение  $u_{BYX}$ . В каждый из полупериодов сигнала в нагрузку  $R_H$  течет ток эмиттера того или другого транзистора. Благодаря использованию эмиттерных повторителей выходное сопротивление схемы в целом в течение всего времени остается довольно малым, и сигнал, развиваемый на нагрузке, почти не зависит от сопротивления  $R_H$ , если только эта величина больше выходного сопротивления усилителя. Предельное значение коэффициента полезного действия такого усилителя мощности составляет величину  $(\pi/4) \cdot 100\%$ .

Приведенный выше анализ работы усилителя мощности справедлив для идеализированной модели транзистора. В этом случае ток эмиттера  $n-p-n$ -транзистора линейно зависит от положительного напряжения между базой и эмиттером и равен нулю при отрицательном напряжении между базой и эмиттером. В реальном транзисторе ток эмиттера связан с током базы экспоненциальной зависимостью, поэтому при синусоидальном входном сигнале выходной сигнал имеет вид, показанный на рис. 6.4.

Для уменьшения искажений сигнала рабочие точки транзисторов  $VT1$  и  $VT2$  смещают так, чтобы в отсутствие входного сигнала токи эмиттеров не равнялись нулю.

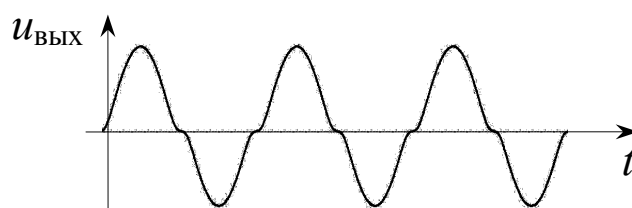


Рис. 6.4. Напряжение на выходе усилителя при синусоидальном входном сигнале

На рис. 6.5 приведена схема усилителя мощности, в которой начальные токи эмиттеров не равны нулю.

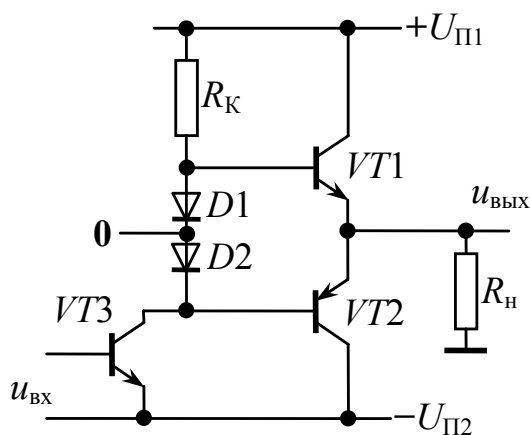


Рис. 6.5. Схема усилителя мощности

Обеспечивается это с помощью диодов  $D1$  и  $D2$ . За счет протекания через диоды тока коллектора транзистора  $VT3$  между базами транзисторов  $VT1$  и  $VT2$  создается некоторое напряжение, приводящее к появлению токов базы этих транзисторов, причем ток коллектора транзистора  $VT3$  и/или сопротивление резистора  $R_K$  вы-



бираются такими, чтобы потенциал точки **0** равнялся нулю. Чем больше величина начального тока транзисторов, тем меньше искажения сигнала, но при этом меньше КПД. Реальные усилители мощности содержат более сложные цепи, с помощью которых задается режим по постоянному току выходных транзисторов и цепи защиты от короткого замыкания.

## 6.2. Основные свойства операционного усилителя (ОУ)

1. Наличие дифференциального усилителя на входе.
2. Большой коэффициент усиления

$$K_{\text{диф}} = \frac{u_{\text{ВЫХ}}}{u_{\text{ВХ2}} - u_{\text{ВХ1}}} = \frac{u_{\text{ВЫХ}}}{u_{\text{ВХ.диф}}} \quad (K_{\text{диф}} = 10^3 \div 10^6).$$

3. Относительно малый коэффициент усиления синфазного сигнала

$$K_{\text{сф}} = u_{\text{ВЫХ}} / \left( \frac{u_{\text{ВХ2}} + u_{\text{ВХ1}}}{2} \right) = \frac{u_{\text{ВЫХ}}}{u_{\text{ВХ.сф}}}$$

и, как следствие, большой **Коэффициент Ослабления Синфазного Сигнала**

$$\text{КОСС} = 20 \lg \frac{K_{\text{диф}}}{K_{\text{сф}}}.$$

4. ОУ – это усилитель постоянного тока ( $f_{\text{н}} = 0$ ).
5. Большое входное сопротивление ( $R_{\text{ВХ}} \geq 10^6 \text{ Ом}$ ).
6. Малое выходное сопротивление ( $R_{\text{ВЫХ}} \leq 200 \text{ Ом}$ ).
7. Наличие напряжения смещения  $U_{\text{см}}$  (рис. 6.5).

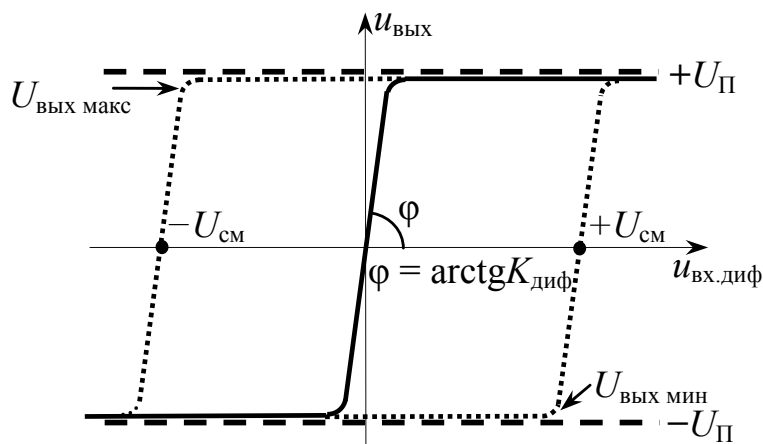


Рис. 6.5. К определению  $U_{\text{см}}$  операционного усилителя

Вследствие неидеальности усилителя даже при одинаковых сопротивлениях, подключенных к входным цепям, и в отсутствие напряжения на входе на выходе усилителя появляется напряжение, отличное от нуля. Напряжением смещения  $U_{см}$  называют напряжение, которое следует подать извне на входные зажимы усилителя, чтобы привести выходное напряжение к нулю.

### 6.2.1. Идеальный операционный усилитель

Идеальным называется усилитель, параметры которого удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{aligned} K_{диф} &= \infty, \\ R_{вх} &= \infty, \\ R_{вых} &= 0. \end{aligned}$$

Из этих условий вытекает так называемый **принцип мнимой земли**, или **мнимого замыкания**, состоящий в том, что, если выходное напряжение находится в интервале от  $U_{вых\ мин}$  до  $U_{вых\ макс}$  (рис. 6.5), то входное напряжение  $u_{вх}$  равно 0 (рис. 6.6).

При этом и входные токи  $i_{вх1} = i_{вх2} = 0$ . Использование этого принципа существенно упрощает анализ схем, выполненных на операционных усилителях.

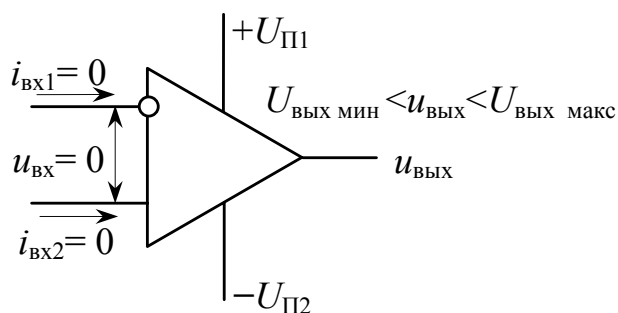


Рис. 6.6. Иллюстрация принципа мнимой земли

## 6.3. Частотная характеристика операционного усилителя

Операционный усилитель является многокаскадным усилителем (чаще всего 3-каскадным). Поэтому его частотная характеристика в диапазоне верхних частот формируется несколькими (как правило, тремя) интегрирующими цепями с различными постоянными времени. По этой причине ограничены возможности применения обратной связи из-за опасности возбуждения такого усили-

теля. Даже при малых значениях коэффициента отрицательной обратной связи усилитель становится неустойчивым и переходит в режим автоколебаний. Введение частотной коррекции позволяет получить частотную характеристику, приведенную на рис. 6.7.

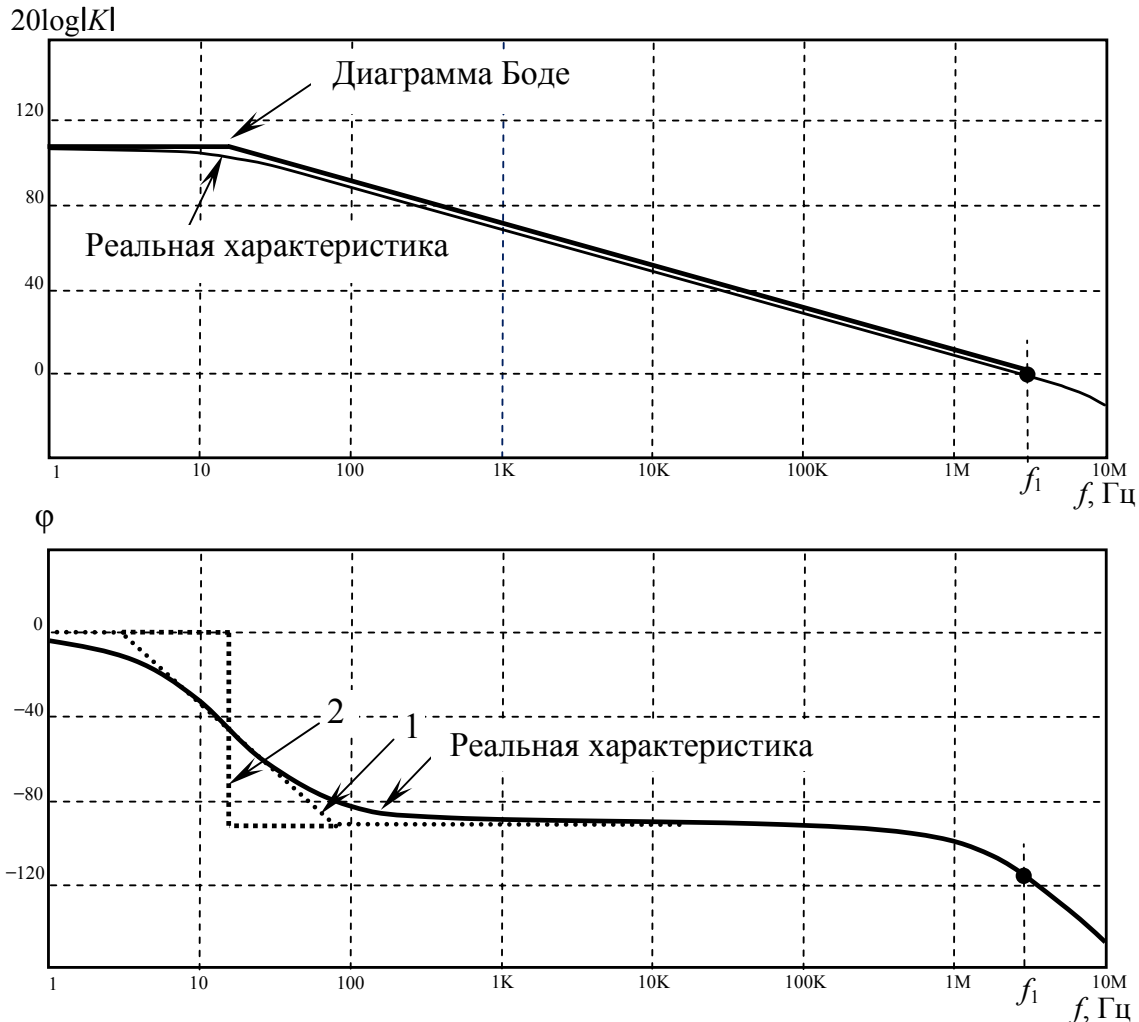


Рис. 6.7. Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики ОУ

В этом случае на частотах ниже частоты единичного усиления  $f_1$  (частота, на которой модуль коэффициента усиления равен 1) частотная характеристика операционного усилителя соответствует частотной характеристике однокаскадного усилителя. Сдвиг фазы на частоте единичного усиления не превышает  $120^\circ$ . Поэтому такой усилитель остается устойчивым при любом коэффициенте отрицательной обратной связи в пределах от 0 до 1.

Фазовая диаграмма Боде представлена в двух вариантах. Вариант 1 дает достаточно хорошее приближение к реальной фазовой

характеристике усилителя. Однако даже вариант, отмеченный цифрой 2, часто оказывается полезным при анализе устойчивости схемы, построенной с использованием операционного усилителя.

## 6.4. Применение операционных усилителей

### 6.4.1. Инвертирующий усилитель

Инвертирующий усилитель, схема которого приведена на рис. 6.8, позволяет получить требуемый коэффициент усиления с изменением фазы сигнала на  $\pi$ .

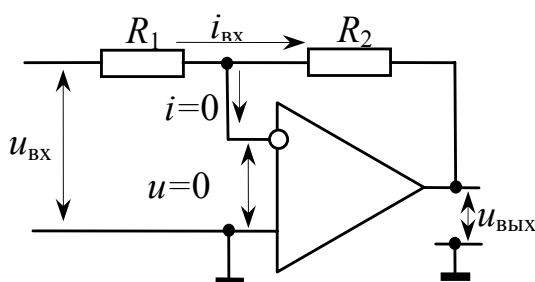


Рис. 6.8. Схема инвертирующего усилителя

Используя принцип мнимой земли, получим

$$i_{\text{BX}} = u_{\text{BX}} / R_1,$$

$$u_{R_2} = i_{\text{BX}} \cdot R_2 = u_{\text{BX}} \cdot R_2 / R_1,$$

$$u_{\text{ВЫХ}} = -u_{R_2} = -u_{\text{BX}} \cdot R_2 / R_1,$$

откуда следует

$$K = -R_2 / R_1.$$

Данное выражение справедливо, если  $R_2 / R_1 \ll K_{\text{диф}}$ . При повышении частоты  $K_{\text{диф}}$  падает и на тех частотах, где  $R_2 / R_1 \gg K_{\text{диф}}$ ,  $K = K_{\text{диф}}$ . Этот результат показан на рис. 6.9, где приведены частотные характеристики реального усилителя при различных отношениях  $R_2 / R_1$ .

Фазовая характеристика усилителя показывает, что при увеличении коэффициента обратной связи сдвиг фазы остается равным  $-180^\circ$  в более широкой полосе частот. Благодаря этому уменьшаются искажения сигналов. Входное сопротивление такого усилителя равно  $R_1$ .

Рассматриваемая схема представляет собой усилитель с отрицательной параллельной обратной связью по напряжению. Для нее коэффициент усиления равен

$$K = \frac{-\gamma K_{\text{диф}}}{1 + \beta K_{\text{диф}}},$$

где  $\gamma = R_2 / (R_1 + R_2)$ ,  $\beta = R_1 / (R_1 + R_2)$ . При  $K_{\text{диф}} \rightarrow \infty$

$$K = -\gamma / \beta = -R_2 / R_1.$$

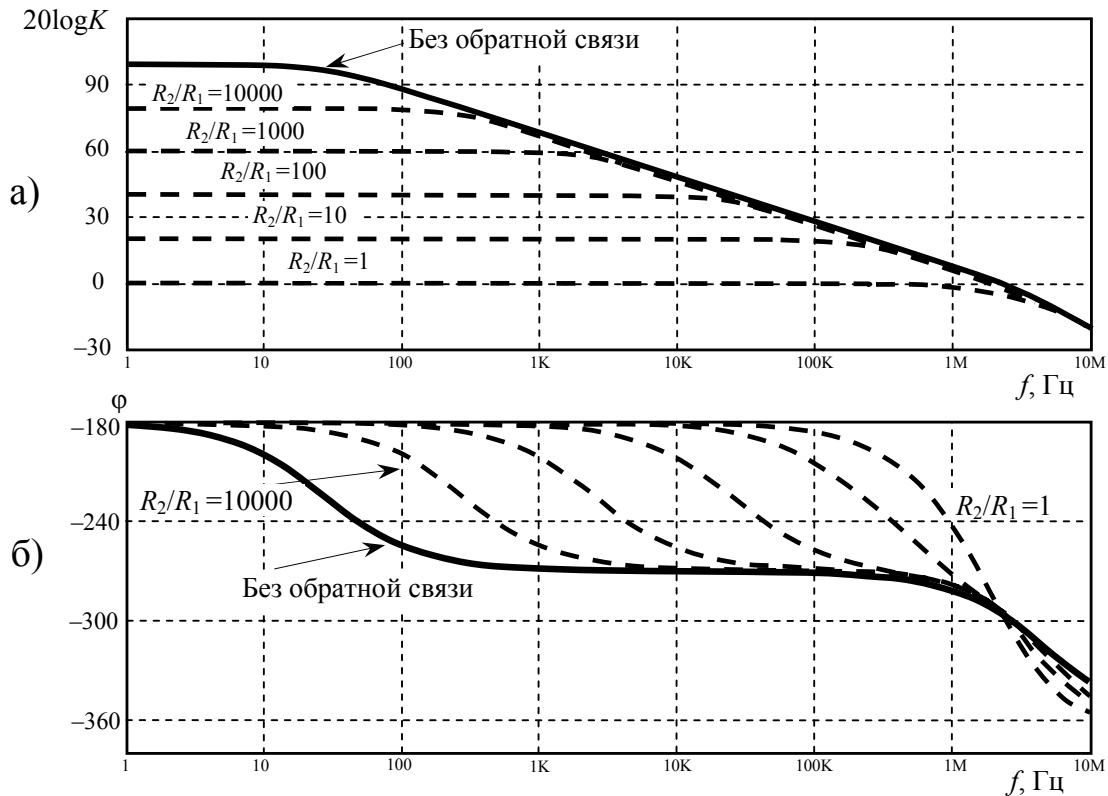


Рис. 6.9. Характеристики усилителя, использующего реальный операционный усилитель при различных отношениях  $R_2/R_1$ :  
а) амплитудно-частотная, б) фазочастотная

#### 6.4.2. Неинвертирующий усилитель

Используя тот же метод, которым был найден коэффициент усиления инвертирующего усилителя, находим коэффициент усиления неинвертирующего усилителя, схема которого приведена на рис. 6.10:

$$K = 1 + R_2 / R_1.$$

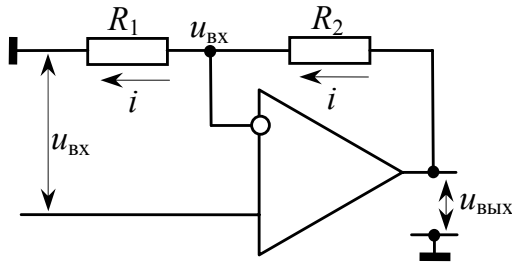


Рис. 6.10. Схема неинвертирующего усилителя

Неинвертирующий усилитель является усилителем с отрицательной последовательной обратной связью по напряжению, коэффициент усиления которого определяется выражением

$$K = \frac{K_{\text{диф}}}{1 + \beta K_{\text{диф}}}.$$

При  $K_{\text{диф}} \rightarrow \infty$  получаем

$$K = 1/\beta = -(R_1 + R_2)/R_1 = 1 + R_2/R_1.$$

Частотные характеристики этого усилителя аналогичны частотным характеристикам инвертирующего усилителя.

## 6.5. Частотно-зависимая обратная связь

Устройства, в которых ОУ используется совместно с реактивными элементами в цепи обратных связей, имеют весьма широкое распространение. Рассмотрим простейшие схемы с частотно-зависимыми обратными связями – интегратор и дифференциатор.

### 6.5.1. Интегратор

Интегратор аналоговых сигналов, схема которого приведена на рис. 6.11, является наиболее распространенным устройством с реактивным элементом в петле ООС. Считая ОУ идеальным и используя принцип мнимой земли, получаем в точке  $A$  напряжение  $u_A = 0$ . Следовательно, через резистор  $R$  течет ток  $i_R = i_{\text{BX}} = u_{\text{BX}}/R$ .

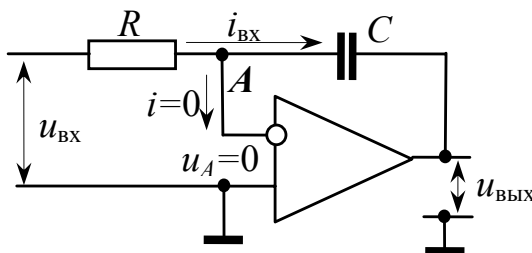


Рис. 6.11. Схема интегратора

Учитывая, что входной ток  $i$  идеального ОУ равен нулю, имеем:  $i_R = i_C = i_{\text{BX}} = u_{\text{BX}}/R$ , и напряжение на конденсаторе равно

$$u_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int i_C dt = \frac{1}{C} \int \frac{u_{\text{BX}}}{R} dt = \frac{1}{RC} \int u_{\text{BX}} dt.$$

Если учесть, что  $-u_{\text{ВЫХ}} = u_C$ , то

$$u_{\text{ВЫХ}} = -\frac{1}{RC} \int u_{\text{ВЫХ}} dt.$$

Для получения частотной характеристики интегратора воспользуемся выражением, полученным в разделе 6.4.1 для коэффициента усиления инвертирующего усилителя. В случае гармонического сигнала на входе для комплексных амплитуд достаточно заменить сопротивление резистора  $R_2$  сопротивлением конденсатора на частоте  $\omega$ , равным  $Z_C = 1/j\omega C$ . При этом получаем  $K(j\omega) = -1/j\omega RC$ .

### 6.5.2. Дифференциатор

Схема дифференциатора представлена на рис. 6.12.

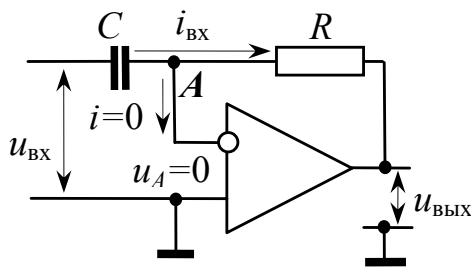


Рис. 6.12. Схема дифференциатора

Если на вход дифференциатора подать напряжение  $u_{\text{BX}}$ , то оно практически полностью окажется приложенным к конденсатору  $C$ , так как для идеального ОУ  $u_A = 0$ . Из этого утверждения следует, что через конденсатор потечет ток  $i_C = C \cdot (du_{\text{BX}}/dt) = i_{\text{BX}}$ .

Так же, как и в схеме интегратора,  $i_R = i_C = i_{\text{BX}}$ , и падение напряжения на резисторе  $R$  равно

$$u_R = i_{\text{BX}} R = RC \cdot (du_{\text{BX}}/dt).$$

Выходное напряжение находится из условия

$$u_{\text{ВЫХ}} = -u_R = -RC \cdot (du_{\text{ВЫХ}}/dt).$$

Частотная характеристика дифференциатора определяется

выражением  $K(j\omega) = -R/Z_C = -j\omega RC$ . Для идеального дифференциатора, построенного по схеме рис. 6.12, требуется, чтобы амплитудно-частотная характеристика неограниченно возрастала в области высоких частот, что соответствовало бы бесконечно широкой полосе усиления ОУ. Следовательно, быстродействие и точность реального дифференциатора будут ограничены частотной характеристикой ОУ. Кроме того, при замкнутой обратной связи приходится специально корректировать частотную характеристику усилителя, чтобы обеспечить его устойчивость. Из-за этих ограничений точное дифференцирование с помощью ОУ затруднительно и частотная характеристика реального дифференциатора имеет вид, показанный на рис. 6.13.

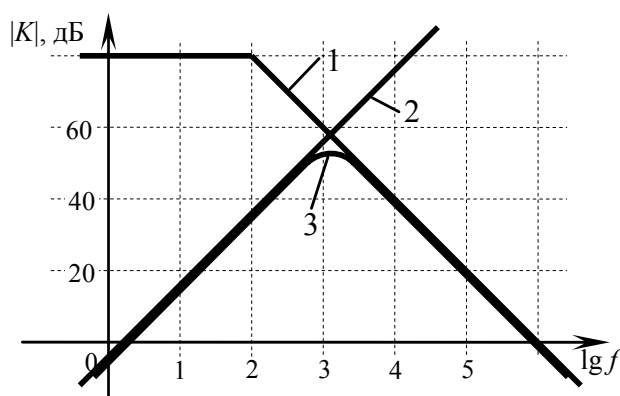


Рис. 6.13. Частотные характеристики:  
1 – реального ОУ;  
2 – идеального дифференциатора;  
3 – реального дифференциатора

## 6.6. Логарифмические и экспоненциальные преобразователи

В логарифмических и экспоненциальных преобразователях для получения требуемой зависимости выходного сигнала от входного используются свойства смещенного в прямом направлении диода или биполярного транзистора. Логарифмические преобразователи часто используются для уменьшения динамического диапазона (компрессии) сигналов, у которых отношение максимальной амплитуды к минимальной амплитуде достигает величины  $10^5$  и выше.

### 6.6.1. Логарифмические преобразователи

Простейшая схема логарифмического преобразователя приведена на рис. 6.14. Несмотря на имеющиеся недостатки, в частности большие отклонения от логарифмической зависимости и



дрейф выходного напряжения при изменениях температуры, эта схема может служить основой для изучения реальных логарифмирующих преобразователей.

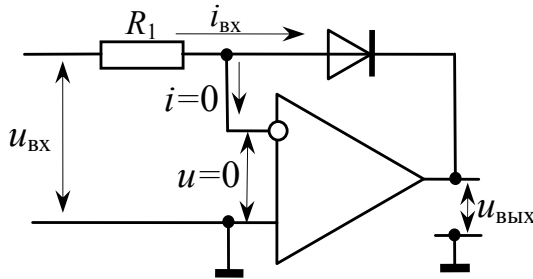


Рис. 6.14. Схема логарифмирующего преобразователя

Ток диода описывается выражением

$$i = I_0 (\exp(u/U_T) - 1),$$

где  $i$  – ток, текущий через диод,

$I_0$  – обратный ток диода,

$u$  – напряжение на диоде,

$U_T = kT/q$  – температурный потенциал.

Используя принцип мнимой земли, имеем

$$i_{BX} = u_{BX} / R_1 = I_0 (\exp(-u_{ВЫХ} / U_T) - 1),$$

следовательно,

$$u_{ВЫХ} = -U_T \cdot \ln((u_{BX} / (R_1 I_0)) - 1).$$

Для получения логарифмической зависимости необходимо выполнение условия  $u_{BX} / R_1 \gg I_0$ . При этом

$$u_{ВЫХ} \approx -U_T \cdot \ln(u_{BX} / (R_1 I_0)).$$

Учет объемного сопротивления диода  $r_{\odot 16}$  приводит к выражению

$$u_{ВЫХ} = -U_T \cdot \ln(u_{BX} / R_1 I_0) - u_{BX} r_{\odot 16} / R_1.$$

Если учесть влияние напряжения смещения и входных токов ОУ, то получим

$$u_{ВЫХ} = -U_T \cdot \ln \left( \frac{\frac{u_{BX} - U_{CM.BX}}{R_1} - I_{CM.BX}}{I_0} \right) + U_{CM.BX}.$$

Простейший логарифмирующий преобразователь применяется редко из-за двух серьезных ограничений. Во-первых, он очень чувствителен к температуре (температура  $T$  входит в приведенные выше соотношения в явном виде,  $I_0$  также сильно зависит от темпе-

ратуры). Во-вторых, диоды не обеспечивают хорошей точности преобразования, т.е. зависимость между напряжением и током не совсем логарифмическая. Построить на кремниевых диодах логарифмирующие усилители, работающие в диапазоне более 3 декад, практически невозможно. Транзисторы дают гораздо лучшую точность преобразования по сравнению с диодами, обеспечивая удовлетворительное логарифмирование входных напряжений в диапазоне 7 декад.

## 6.7. RC-генераторы

### 6.7.1. Общие сведения

Для получения низкочастотных колебаний с частотами в диапазоне от долей герца до нескольких сот килогерц применяются RC-генераторы, частота колебаний в которых задается RC-цепями. Применение колебательных LC-контуров на низких частотах оказывается нецелесообразным из-за больших величин индуктивности и емкости и связанных с этим трудностей перестройки частоты.

Генератор реализуется с помощью усилителя, охваченного частотно-избирательной положительной обратной связью. На рис. 6.14 приведена структурная схема RC-генератора, а на рис. 6.15 – некоторые варианты цепи обратной связи.

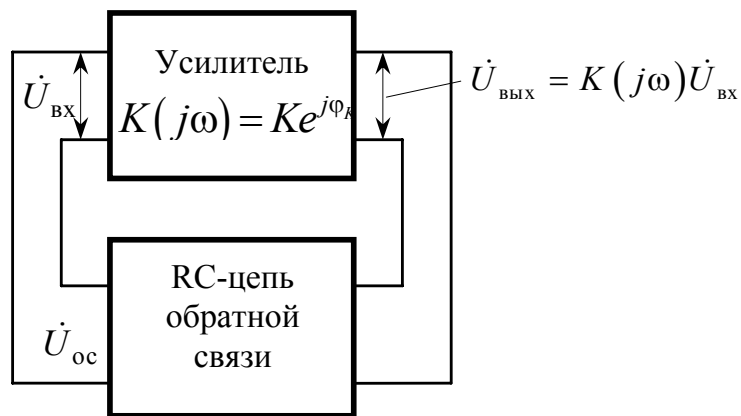


Рис. 6.14. Структурная схема RC-генератора

Для возникновения условий, приводящих к самовозбуждению, необходимо выполнение следующих соотношений:

$$|K(j\omega)| \cdot |\beta(j\omega)| > 1, \quad (6.14)$$

$$\arg K(j\omega) + \arg \beta(j\omega) = 2\pi n. \quad (6.15)$$

Первое неравенство говорит о том, что модуль петлевого усиления должен быть больше единицы. Это означает, что сигнал, появившийся на входе усилителя (например, вызванный имеющимися в реальных системах флуктуациями напряжений и токов), вызовет на выходе цепи обратной связи сигнал с амплитудой больше амплитуды входного сигнала. Второе соотношение, называемое балансом фаз, указывает на то, что фаза сигнала обратной связи совпадает с фазой входного сигнала.

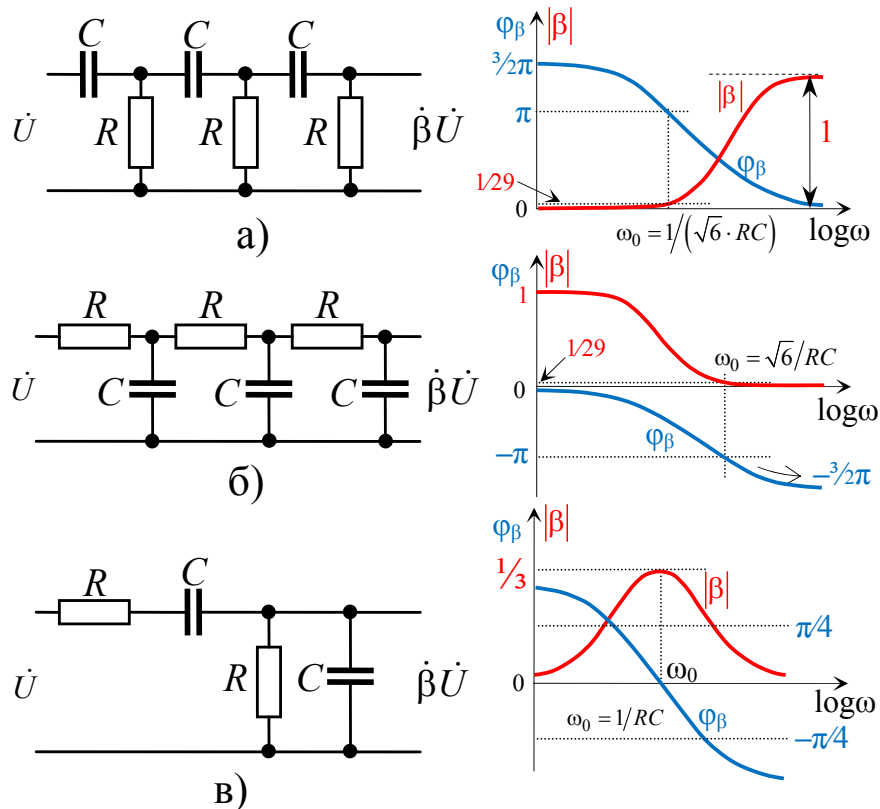


Рис. 6.15. Цепи обратной связи в RC-генераторах

Анализ цепи обратной связи, приведенной на рис. 6.15а, показывает, что на частоте  $\omega_0 = 1/(\sqrt{6} \cdot RC)$  фазовый сдвиг  $\Phi_\beta = \pi$ , поэтому усилитель может возбудиться только в случае, если сдвиг фазы, вносимый усилителем, также будет равен  $\pi$ . В этом случае петлевой сдвиг фазы ( $\Phi_\beta + \Phi_K$ ) равен  $2\pi$ . Модуль коэффициента передачи цепи обратной связи на частоте  $\omega_0 = 1/(\sqrt{6} \cdot RC)$  равен  $\beta_0 = 1/29$ , поэтому для самовозбуждения нужно, чтобы усилитель компенсировал это ослабление. Следовательно, необходимый ко-

коэффициент усиления должен удовлетворять условию  $|K| > 1/\beta_0 = 29$ .

Для второго варианта цепи обратной связи, схема которой дана на рис. 6.15б, условия самовозбуждения выполняются на частоте  $\omega_0 = \sqrt{6}/(RC)$  при  $K > 29$ .

При выполнении условий самовозбуждения в системе возникают синусоидальные колебания, амплитуда которых нарастает по экспоненте. Рост амплитуды прекращается при условии равенства единице модуля петлевого усиления. Снижение модуля петлевого усиления при пассивной цепи обратной связи может произойти только при уменьшении коэффициента усиления усилителя, что происходит при больших амплитудах сигнала за счет его ограничения. Таким образом, в предложенном виде генератор не может создать гармонические колебания. Если обеспечить условие, при котором в установившемся режиме амплитуда колебания такова, что усилитель остается в линейном режиме, то форма колебаний будет близка к синусоидальной, а частота установившихся колебаний  $\omega$  мало отличаться от частоты  $\omega_0$ . Ниже будет показана возможность получения синусоидальных колебаний.

Рассмотренные цепи обратной связи используются в тех случаях, когда не требуется изменения частоты колебаний. Перестраивать  $RC$ -генератор удобнее при использовании в цепи обратной связи четырехполюсника, показанного на рис. 6.15в. Структурная схема такого генератора представлена на рис. 6.16.

Коэффициент обратной связи равен

$$\dot{\beta} = \frac{R/(1 + j\omega T)}{R/(1 + j\omega T) + (1 + j\omega T)/j\omega C}, \quad T = RC.$$

После преобразований найдем, что

$$\dot{\beta} = \frac{1}{3 + j(\omega T - 1/\omega T)}. \quad (6.16)$$

Модуль и фаза коэффициента обратной связи равны соответственно

$$|\beta| = \frac{1}{\sqrt{9 + (\omega T - 1/\omega T)^2}}, \quad (6.17)$$

$$\varphi_{\beta} = -\arctg \left[ \frac{1}{3} \left( \omega T - \frac{1}{\omega T} \right) \right]. \quad (6.18)$$

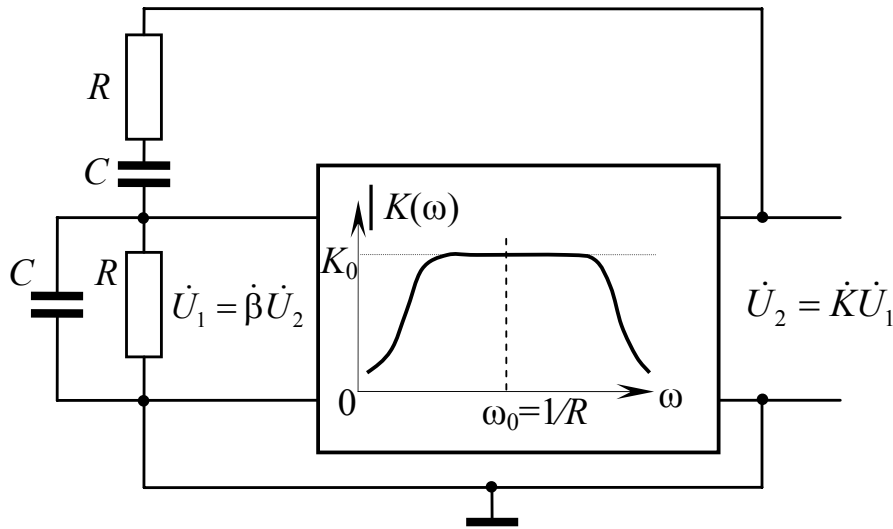


Рис. 6.16.  $RC$ -генератор с избирательным четырехполюсником в цепи положительной обратной связи

Зависимости (6.17) и (6.18) представлены графически на рис. 6.15в. На частоте

$$\omega_0 = 1/T \quad (6.19)$$

модуль коэффициента обратной связи максимален и равен  $\beta_0 = 1/3$ , а фазовый сдвиг равен нулю ( $\varphi_{\beta} = 0$ ). Генератор самовозбуждается, если фазовый сдвиг усилителя на частоте  $\omega_0$  равен нулю, а коэффициент усиления удовлетворяет условию  $K_0 > 3$ . Отметим, что в отличие от  $LC$ -генераторов (см. главу 8) частота генерации  $\omega_0$  пропорциональна  $1/C$ , а не  $1/\sqrt{C}$ . Это позволяет получить большее изменение частоты генерируемых колебаний с помощью конденсатора переменной емкости.

Стабильность частоты колебаний  $RC$ -генератора определяется крутизной фазовой характеристики этой цепи. Для рассматриваемой схемы  $RC$ -генератора после дифференцирования (6.18) с учетом (6.19) получаем

$$\sigma_{\omega} = \omega_1 \cdot \left| \partial \varphi_{\beta} / \partial \omega \right|_{\omega=\omega_1} = 2/3,$$

что соответствует стабильности  $LC$ -генератора с добротностью контура  $Q = 1/3$ . Такое сопоставление показывает, что стабильность

частоты  $RC$ -генератора очень низка по сравнению со стабильностью  $LC$ -генератора.

### 6.7.2. $RC$ -генератор с мостом Вина

Существенно большей стабильностью частоты обладает схема  $RC$ -генератора, в которую дополнительно введена цепь отрицательной обратной связи (рис. 6.17).

Результирующий коэффициент обратной связи в этой схеме складывается из коэффициентов положительной и отрицательной обратной связи:  $\dot{\beta} = \dot{\beta}^{(+)} - \dot{\beta}^{(-)}$ , где  $\dot{\beta}^{(-)} = R_1 / (R_2 + R_1)$ , а  $\dot{\beta}^{(+)}$  определяется из выражения (6.16). Ветви положительной и отрицательной обратной связи образуют мост Вина, в одну диагональ которого включен вход усилителя, а в другую – его выход. Генератор, схема которого показана на рис. 6.17, называется  $RC$ -генератором с мостом Вина. На частоте генерируемых колебаний  $\omega_0 = 1/(RC)$  коэффициент положительной обратной связи равен  $1/3$ , и для самовозбуждения необходимо выполнение неравенства  $\dot{K}_0 \dot{\beta} > 1$  или, что тоже самое,

$$\dot{\beta}^{(-)} < \frac{1}{3} - \frac{1}{K_0}. \quad (6.20)$$

Если условие (6.20) выполняется, то в генераторе наблюдается процесс нарастания амплитуды колебаний. По мере роста амплитуды усиление начинает уменьшаться из-за нелинейности усилителя, и в стационарном режиме устанавливается баланс амплитуд  $\dot{K}_0 \dot{\beta} = 1$  или  $\dot{\beta}^{(-)} = \frac{1}{3} - \frac{1}{K_0}$ .

Стабильность частоты зависит от фиксирующей способности генератора, определяемой как  $\sigma_\omega = \omega_0 \cdot |\partial\varphi/\partial\omega|_{\omega=\omega_0}$ . С учетом отрицательной обратной связи запишем полную фазу коэффициента обратной связи:

$$\varphi_\beta = -\arctg \frac{\omega T - 1/\omega T}{9/K - (1/3 - 1/K)(\omega T - 1/\omega T)^2}.$$

После дифференцирования найдем, что  $\sigma_\omega = 2K_0/9$ .

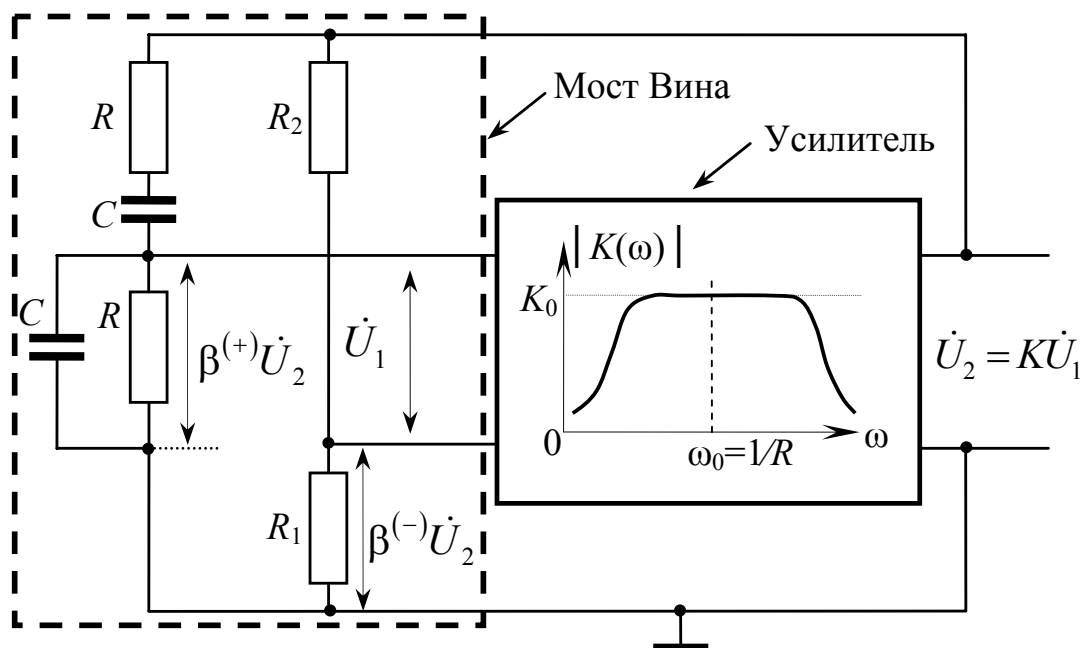


Рис. 6.17. RC-генератор с цепями положительной и отрицательной обратной связи

Стабильность частоты при большом коэффициенте усиления  $K_0$  может быть значительно выше, чем в отсутствие отрицательной связи, и соответствовать фиксирующей способности LC-генератора с добротностью колебательного контура  $Q = K_0/9$  (см. гл. 9).

Как было сказано выше, колебания в генераторе в конечном итоге ограничиваются нелинейностью характеристик транзисторов в усилителе и форма колебаний в общем случае может отличаться от синусоидальной, а при малом коэффициенте отрицательной связи она близка к прямоугольной. Для улучшения формы колебания применяют цепь отрицательной обратной связи с коэффициентом передачи, зависящим от амплитуды колебания так, чтобы по мере роста амплитуды коэффициент отрицательной обратной связи увеличивался, и баланс амплитуд наступал раньше, чем колебания выйдут за пределы линейного участка амплитудной характеристики усилителя.

С этой целью в цепи отрицательной обратной связи можно применить резистор  $R_1$ , сопротивление которого растет с увеличением амплитуды (например, лампочка накаливания), или резистор  $R_2$ , сопротивление которого падает с ростом амплитуды – термистор.

В схеме на рис. 6.18 в качестве усилителя используется операционный усилитель, входы которого включены в диагональ моста Вина, ветви которого образуют цепи положительной и отрицательной обратной связи.

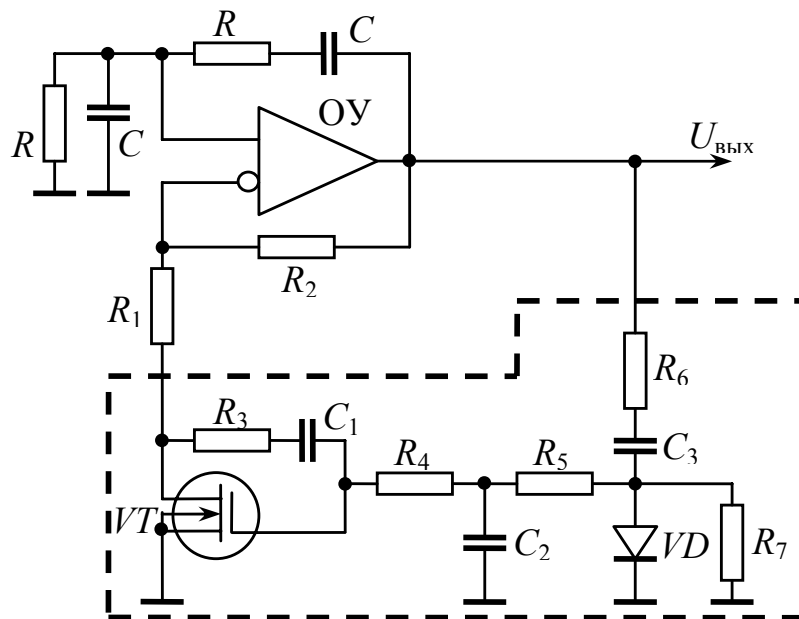


Рис. 6.18. Схема RC-генератора

Коэффициенты обратной связи равны:

$$\beta^{(+)} = 1 / \left( 3 + j \left( \omega RC - 1 / (\omega RC) \right) \right),$$

$$\beta^{(-)} = (R_1 + r_{ds}) / (R_1 + r_{ds} + R_2),$$

где  $r_{ds}$  – сопротивление канала сток–исток транзистора.

Для возбуждения автоколебаний необходимо, чтобы суммарная обратная связь была положительной, а петлевое усиление было больше единицы. Первому условию соответствует частота колебаний

$$f_0 = 1 / (2\pi RC),$$

на которой  $\beta^{(+)} = 1/3$ . Второе условие, имеющее вид неравенства

$$K_0 \cdot (\beta^{(+)} - \beta^{(-)}) > 1,$$

означает, что  $\beta^{(-)} < \beta^{(+)} - 1/K_0$  или  $\beta^{(-)} < 1/3 - 1/K_0$ .

Так как коэффициент усиления ОУ на частоте  $f_0$  много больше единицы, за условие самовозбуждения можно принять неравенство

$$\beta^{(-)} < 1/3 \quad \text{или} \quad R_1 + r_{ds0} < R_2/2,$$



где  $r_{ds0}$  – сопротивление канала при нулевом напряжении между затвором и истоком.

В рассматриваемой схеме генератора с мостом Вина для предотвращения насыщения ОУ, что приводит к генерации несинусоидальных колебаний, применяется автоматическое регулирование амплитуды выходного сигнала с помощью схемы, показанной на рис. 6.18 внутри пунктирной рамки. Схема включает в себя выпрямитель (детектор) на диоде  $VD$  и полевой транзистор  $VT$ , сопротивление канала  $r_{ds}$  которого зависит от напряжения, приложенного между затвором и истоком.

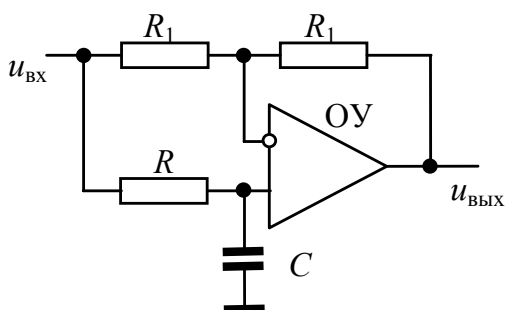
Выходное напряжение генератора выпрямляется диодным детектором, в результате чего на затворе  $n$ -канального полевого транзистора появляется отрицательное напряжение, пропорциональное амплитуде выходного напряжения. Это приводит к увеличению сопротивления канала  $r_{ds}$ . Амплитуда выходного сигнала будет нарастать до тех пор, пока не будет выполнено условие  $K_0 (\beta^+ - \beta^-) = 1$  или  $R_1 + r_{ds} = R_2/2$ .

Установившиеся колебания будут синусоидальными по форме, если состояние баланса наступает при амплитуде, не выходящей за пределы линейного участка амплитудной характеристики операционного усилителя.

## 6.8. Задачи

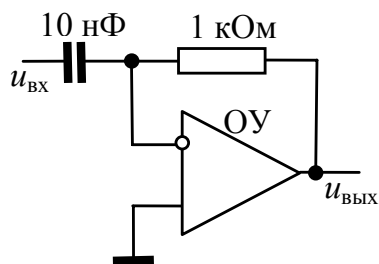
1. Показать, что максимальный КПД двухтактного усилителя мощности равен  $(\pi/4) \cdot 100\%$ . Транзисторы считать линейными устройствами.

2.



Рассчитать частотную характеристику и построить диаграмму Бode (амплитудно-частотную и фазочастотную) для следующей схемы. Операционный усилитель считать идеальным.

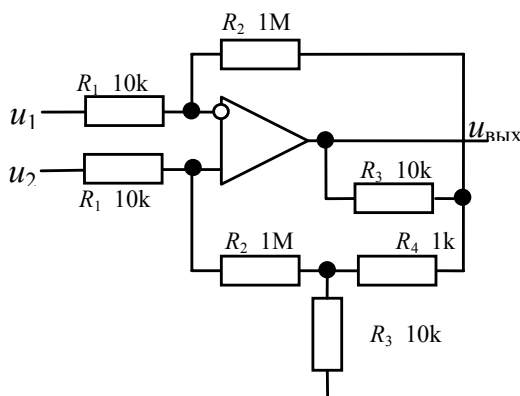
3.



Получить частотную характеристику и построить диаграмму Боде (амплитудно-частотную и фазочастотную) для схемы, изображенной на рисунке.

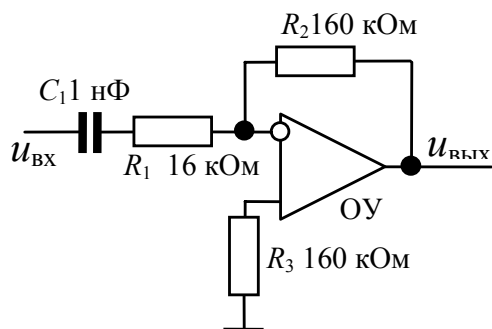
**ОУ:**  $A_0 = 10^4$ ,  $f_1 = 10 \text{ МГц}$ .

4.



Считая операционный усилитель идеальным, найти коэффициент усиления дифференциального и синфазного сигналов.

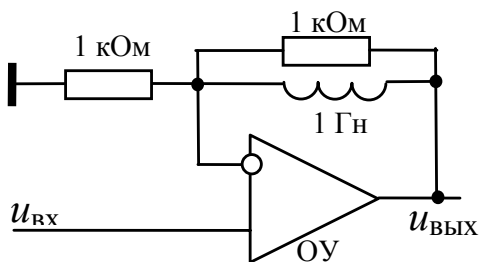
5.



Найти амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики схемы, построить диаграммы Боде.

**ОУ:**  $A_0 = 10^4$ ,  $f_1 = 10 \text{ МГц}$ .

6.



Найти амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики схемы, изображенной на рисунке, считая ОУ идеальным. Построить диаграммы Боде.

## ГЛАВА 7. РЕЗОНАНСНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ

### 7.1. Схема резонансного усилителя

При усилении колебаний, ширина спектра которых мала по сравнению со средней частотой, в качестве сопротивления нагрузки в коллекторной цепи транзистора используют параллельный колебательный контур, настроенный в резонанс со средней частотой усиливаемых колебаний. Такой усилитель называется резонансным.

Резонансный усилитель, применяемый для усиления в узкой полосе частот, имеет ряд преимуществ по сравнению с резисторным; входная и выходная емкости транзисторов, емкость соединительных проводников входят в состав полной емкости колебательного контура, поэтому при резонансе сопротивление нагрузки, равное эквивалентному сопротивлению контура, может быть большим. Это обеспечивает большое усиление (резисторный усилитель вследствие шунтирующего влияния емкостей на очень высоких частотах не дает усиления); на колебательном контуре нет падения постоянного напряжения, а его сопротивление на частоте резонанса может быть очень большим.

На рис. 7.1 показан фрагмент транзисторного многокаскадного резонансного усилителя, в котором использованы транзисторы  $n-p-n$ -типа. Колебательный контур частично включен в коллекторную цепь первого транзистора и в базовую цепь второго транзистора. Это сделано для уменьшения шунтирующего влияния выходного сопротивления транзистора  $VT1$  и входного сопротивления транзистора  $VT2$  на колебательный контур и для согласования входного и выходного сопротивлений каскадов.

В эквивалентной схеме транзисторного резонансного усилителя (рис. 7.2а) транзистор заменен идеальным генератором тока и выходным сопротивлением. В схеме на рис. 7.2б входное сопротивление следующего транзистора заменено сопротивлением  $R'_H$ , приведенным к точке  $c$ . Колебательный контур заменен эквивалентным сопротивлением между точками  $c$  и  $a$ . Таким образом, схема на рис. 7.2б справедлива лишь для резонансной частоты.

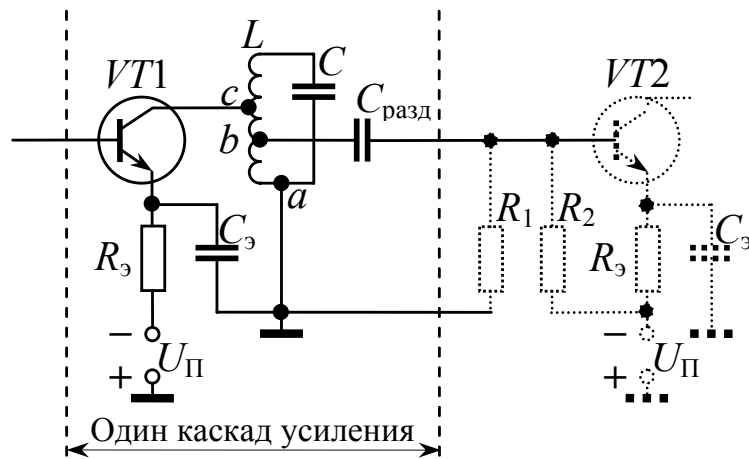


Рис. 7.1. Принципиальная схема транзисторного резонансного усилителя

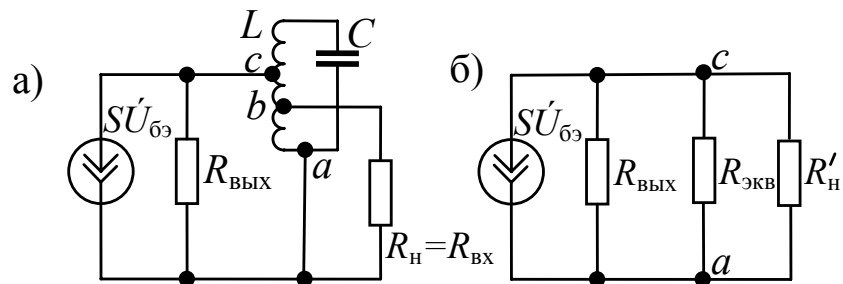


Рис. 7.2. Эквивалентные схемы одного каскада транзисторного резонансного усилителя: а) с колебательным контуром; б) колебательный контур заменен эквивалентным сопротивлением

## 7.2. Колебательный контур в резонансном усилителе

Колебательный контур в резонансном усилителе выполняет две функции: согласует входное сопротивление второго каскада с выходным сопротивлением первого каскада и обеспечивает избирательность. Если собственное эквивалентное сопротивление контура между точками  $c$  и  $a$  равно  $R_{\text{экв}}$ , а сопротивление, шунтирующее контур, равно

$$R_0 = R_{\text{вых}} R'_n / (R_{\text{вых}} + R'_n), \quad (7.1)$$

то общее эквивалентное сопротивление колебательного контура

$$R_{\text{экв0}} = R_{\text{экв}} R_0 / (R_{\text{экв}} + R_0). \quad (7.2)$$

Если контур до шунтирования имел добротность  $Q$ , то после шунтирования его добротность уменьшится до некоторого значения  $Q_{\text{экв}}$ .

Соотношение между  $Q_{\text{экв}}$  и  $Q$  можно записать в следующем виде:

$$Q_{\text{экв}} = Q(1 - K_{\text{ПИ}}), \quad (7.3)$$

в котором  $K_{\text{ПИ}}$  – коэффициент потери избирательности (добротности), характеризующий относительное уменьшение избирательности (добротности).

Поскольку

$$Q_{\text{экв}}/Q = 1 - K_{\text{ПИ}} = R_{\text{экв0}}/R_{\text{экв}},$$

то, подставляя сюда (7.2), получаем

$$1 - K_{\text{ПИ}} = R_0/(R_{\text{экв}} + R_0),$$

откуда

$$K_{\text{ПИ}} = R_{\text{экв}}/(R_{\text{экв}} + R_0) \quad (7.4)$$

или

$$R_0 = R_{\text{экв}} \frac{1 - K_{\text{ПИ}}}{K_{\text{ПИ}}}. \quad (7.5)$$

Выражение (7.4) позволяет определить коэффициент потери избирательности по известным величинам  $R_{\text{экв}}$  и  $R_0$ , а выражение (7.5) позволяет по заданным  $R_{\text{экв}}$  и  $K_{\text{ПИ}}$  определить допустимое значение  $R_0$  или по известному значению шунтирующего сопротивления  $R_0$  определить  $R_{\text{экв}}$  между точками включения контура.

Из схемы на рис. 7.2б видно, что напряжение на нагрузке тем больше, чем больше эквивалентное сопротивление контура между точками его включения  $c$  и  $a$ . Следовательно, если контур применяется только для согласования, то  $R_{\text{экв}}$  нужно максимально увеличивать, повышая добротность и увеличивая индуктивность. В идеальном случае  $R_{\text{экв}} = \infty$ , и весь ток генератора тока делится только между сопротивлениями  $R_{\text{вых}}$  и  $R'_n$ . Очевидно, что  $R_{\text{вых}}$  играет роль сопротивления источника тока и наибольшая мощность в нагрузке  $R'_n$ , а следовательно, и наибольшее напряжение на входе следующего транзистора получаются при

$$R'_n = R_{\text{вых}}. \quad (7.6)$$

Сопротивление нагрузки, приведенное к точкам  $c$  и  $a$ , равно

$$R'_n = R_{\text{вх}}/n^2, \quad (7.7)$$

где  $n = w_b/w_c$  – коэффициент трансформации:  $w_b$  и  $w_c$  – число витков катушки, отсчитанное от точки  $a$  до точек  $b$  и  $c$  соответственно, при идеальной связи между катушками индуктивности.

В общем случае, т. е. при любом коэффициенте связи между частями катушки,

$$n = p_b / p_c ,$$

где  $p_b = (M_b + L_b) / L$ ;  $p_c = (M_c + L_c) / L$  – коэффициенты включения контура для точек  $b$  и  $c$ .

Из (7.6) и (7.7) имеем следующее условие согласования входного сопротивления второго каскада с выходным сопротивлением первого каскада:

$$n = \sqrt{R_{\text{вх}} / R_{\text{вых}}} . \quad (7.8)$$

При выполнении условия согласования общее сопротивление, шунтирующее колебательный контур, эквивалентно шунтирующему сопротивлению

$$R_0 = R_{\text{вых}} / 2 , \quad (7.9)$$

включенному между точками  $c$  и  $a$ .

Если сопротивление  $R_{\text{экв}}$  колебательного контура между точками  $c$  и  $a$  конечно, то внутренним сопротивлением источника тока является сопротивление, состоящее из параллельного соединения  $R_{\text{вых}}$  и  $R_{\text{экв}}$ . Обозначая это сопротивление  $R'_{\text{вых}}$ , получаем следующее условие согласования:

$$R'_n = R'_{\text{вых}} . \quad (7.10)$$

Если удастся выполнить условие

$$R_{\text{экв}} \gg R_{\text{вых}} , \quad (7.11)$$

то вместо условия согласования (7.10) можно пользоваться условием (7.6).

При выполнении условия (7.11) контур сильно шунтирован сопротивлением  $R_0 = R_{\text{вых}} / 2$ , при этом коэффициент потери избирательности  $K_{\text{ПИ}}$  согласно (7.4) очень близок к единице и избирательность усилителя значительно меньше избирательности незашунтированного колебательного контура. В этом случае контур является идеальным трансформатором без потерь.

Для того чтобы контур не терял своей избирательности, нужно выполнить соотношение, обратное (7.11). Однако при этом весь ток генератора будет проходить через  $R_{\text{экв}}$ , почти не ответвляясь в нагрузку. Очевидно, что для того, чтобы резонансный усилитель обеспечивал и избирательность, и усиление, необходимо, чтобы  $R_{\text{экв}}$  и  $R_{\text{вых}}$  были соизмеримыми.

Как и ранее, считаем, что условие согласования (7.6) выполняется и сопротивление параллельного включения  $R_{\text{вых}}$  и  $R'_n$  равно  $R_{\text{вых}}/2$ . Для этого случая найдем **коэффициент передачи контура**  $K_{\text{ПК}}$ , под которым будем понимать отношение напряжения на нагрузке  $R'_n$ , при конечной величине эквивалентного сопротивления контура  $R_{\text{экв}}$  к этому же напряжению при  $R_{\text{экв}} = \infty$ .

Из данного определения в соответствии со схемой на рис. 7.2б коэффициент передачи контура равен

$$K_{\text{ПК}} = \frac{R_0 R_{\text{экв}} / (R_0 + R_{\text{экв}})}{R_0} = \frac{R_{\text{экв}}}{R_0 + R_{\text{экв}}}.$$

Сравнивая этот результат с (7.4), приходим к следующему равенству:

$$K_{\text{ПК}} = K_{\text{ПИ}}. \quad (7.12)$$

Следовательно, коэффициент передачи контура в резонансном усилителе равен коэффициенту потери избирательности, т. е. если, например,  $K_{\text{ПИ}} = 0,25$ , то мы теряем 25% избирательности контура и получаем уменьшение усиления напряжения в четыре раза.

### 7.3. Устойчивость резонансного усилителя

В резонансном усилителе имеет место обратная связь между входом и выходом через паразитную проходную емкость  $C_{\text{пр}}$ , состоящую из емкости между внешними выводами коллектора и базы  $C_{\text{вн}}$  и емкости коллекторного перехода  $C_{\text{блк}}$ . При некоторых условиях эта связь может быть положительной, что приводит к неустойчивости усилителя, и в нем могут возникнуть автоколебания.

Рассмотрим резонансный усилитель с точки зрения его устойчивости. На рис. 7.3 изображена эквивалентная схема резонансного усилителя на одном транзисторе с колебательными контурами на входе и выходе. Контур входной стороны предполагается одинаковым и настроенным на одну и ту же частоту. Входной контур шунтирован сопротивлением  $R_{\text{вых1}}$ , роль которого может играть выходное сопротивление предыдущего каскада. Кроме того, входной колебательный контур шунтирован входным сопротивлением транзистора  $R_{\text{вх2}}$ . Аналогично нагружен выходной колебательный контур. Генератор тока управляется входным напряжением.

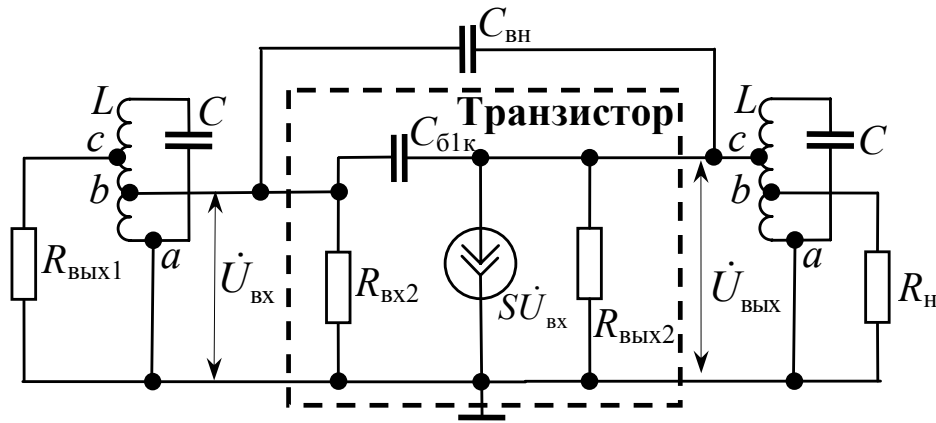


Рис. 7.3. Эквивалентная схема транзисторного резонансного усилителя, используемая для определения его устойчивости

Коэффициент передачи напряжения от базы к коллектору равен

$$\dot{K} = -S\dot{Z}_K, \quad (7.13)$$

где  $\dot{Z}_K$  – комплексное сопротивление колебательного контура в цепи коллектора для некоторой частоты  $\omega$ , близкой к резонансной частоте колебательного контура  $\omega_0$  (в  $\dot{Z}_K$  учитывается шунтирующее влияние сопротивлений, подключенных к контуру).

Передача напряжения в обратном направлении – от коллектора к базе – характеризуется коэффициентом обратной связи

$$\dot{\beta} = \dot{Z}_b / \left( \dot{Z}_b + 1 / (j\omega C_{пр}) \right),$$

где  $\dot{Z}_b$  – сопротивление левого колебательного контура между точками  $b$  и  $a$ .

Из-за малости проходной емкости ее сопротивление много больше, чем  $Z_b$ , которым в знаменателе можно пренебречь. В результате получаем

$$\dot{\beta} \approx j\omega C_{пр} \dot{Z}_b. \quad (7.14)$$

Общий коэффициент передачи разомкнутой петли обратной связи

$$\dot{\beta}\dot{K} = -j\omega C_{пр} S\dot{Z}_b \dot{Z}_K. \quad (7.15)$$

Предположим, что на резонансной частоте эквивалентные сопротивления колебательных контуров с учетом шунтирования входными и выходными сопротивлениями одинаковы и равны  $R_{экв0}$ .

В этом случае между точками  $b$  и  $a$  сопротивление колеба-



тельного контура на резонансной частоте равно  $p_b^2 R_{\text{экв}}$ , а между точками  $c$  и  $a$  –  $p_c^2 R_{\text{экв}}$ , где  $p_b$  и  $p_c$  – коэффициенты включения.

С учетом этого для левого контура

$$\dot{Z}_b = p_b^2 \left[ R_{\text{экв}} \left\| \frac{1}{j(\omega C - 1/(\omega L))} \right\| \right].$$

После преобразований получаем

$$\dot{Z}_b = p_b^2 R_{\text{экв}} / \left[ 1 + j(\omega C - 1/(\omega L)) R_{\text{экв}} \right],$$

или

$$\dot{Z}_b = p_b^2 R_{\text{экв}} / (1 + j \operatorname{tg} \varphi),$$

где  $\operatorname{tg} \varphi = R_{\text{экв}} (\omega C - 1/(\omega L))$ .

Аналогично получаем для правого контура

$$\dot{Z}_k = p_c^2 R_{\text{экв}} / (1 + j \operatorname{tg} \varphi).$$

Подставляя  $\dot{Z}_b$  и  $\dot{Z}_k$  в (7.15), получаем

$$\dot{\beta} \dot{K} = \frac{-j \omega C_{\text{пр}} S p_b^2 p_c^2 R_{\text{экв}}^2}{1 - \operatorname{tg}^2 \varphi + j 2 \operatorname{tg} \varphi}.$$

Произведение  $\dot{\beta} \dot{K}$  оказывается вещественным и положительным на частоте, при которой  $\varphi = -45^\circ$ , при этом

$$\dot{\beta} \dot{K} \Big|_{\varphi = -\pi/4} = (\omega C_{\text{пр}} S p_b^2 p_c^2 R_{\text{экв}}^2) / 2. \quad (7.16)$$

При  $\dot{\beta} \dot{K} \geq 1$  усилитель возбуждается. Возбуждение возможно только на частоте  $\omega < \omega_0$ , когда  $\dot{Z}_b$  и  $\dot{Z}_k$  имеют индуктивный характер и  $\varphi = -45^\circ$ .

Векторная диаграмма, приведенная на рис. 7.4, иллюстрирует баланс фаз, имеющий место в схеме при возникновении генерации. Пусть на базе транзистора имеется некоторое входное напряжение  $\dot{U}_{\text{вх}}$ , создающее коллекторный ток, показанный вектором, идущим вертикально вниз. Коллекторное сопротивление  $\dot{Z}_k$  имеет индуктивный характер, поэтому напряжение на нем опережает коллекторный ток на  $45^\circ$ . В свою очередь ток  $\dot{I}_{\text{Спр}}$  через проходную емкость опережает вызывающее его коллекторное напряжение на  $90^\circ$ .

Этот ток, проходя через сопротивление  $Z_b$ , создает на нем напряжение обратной связи  $\dot{U}_{oc}$ , опережающее ток на  $45^\circ$ . Если напряжение обратной связи равно входному напряжению  $\dot{U}_{вх}$ , то последнее поддерживается за счет обратной связи. Следовательно, усилитель генерирует колебания.

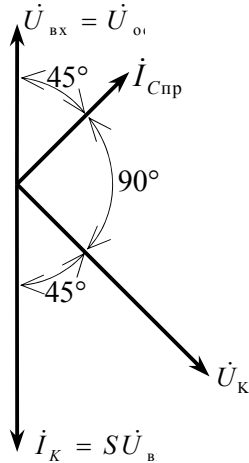


Рис. 7.4. Векторная диаграмма напряжений и токов в резонансном усилителе на частоте самовозбуждения

Резонансный усилитель не самовозбуждается, если правая часть равенства (7.16) строго меньше единицы или, другими словами, если выполняется неравенство

$$\omega C_{пр} S p_b^2 p_c^2 R_{экв}^2 < 2. \quad (7.17)$$

Частота генерации  $\omega$  близка к резонансной частоте  $\omega_0$  ( $\omega < \omega_0$ ), поэтому неравенство (7.17) можно заменить следующим неравенством:

$$\omega_0 C_{пр} S p_b^2 p_c^2 R_{экв}^2 < 2, \quad (7.18)$$

называемым **условием отсутствия самовозбуждения**.

Нетрудно видеть, что это условие можно обеспечить при заданных  $\omega_0$ ,  $C_{пр}$ ,  $S$  и  $R_{экв}$ , подбирая коэффициенты включения  $p_b$  и  $p_c$ .

Для нормальной работы резонансного усилителя необходимо, чтобы он не только не возбуждался, но и был далек от самовозбуждения. Степень близости усилителя к самовозбуждению можно оценить **коэффициентом устойчивости**

$$k_y = 1 - \beta K. \quad (7.19)$$

Здесь  $\beta K$  положительно и вещественно, так как соответствует положительной обратной связи, возникающей в усилителе. Отсюда видно, что усилитель максимально устойчив, когда  $\beta K = 0$ ,  $k_y = 1$ , и неустойчив, когда  $\beta K = 1$ ,  $k_y = 0$ .

Для максимальной устойчивости нужно иметь  $\beta K = 0$ , что

практически невозможно осуществить, так как всегда имеется обратная связь через проходную емкость. Поэтому  $\beta$  отлично от нуля и получить произведение  $\beta K = 0$  невозможно. При проектировании усилителей  $k_y$  выбирают в пределах от 0,8 до 0,9. Можно показать, что при  $k_y = 0,9$  коэффициент усиления возрастает за счет положительной обратной связи только на 10%, что считается допустимым.

Можно также показать, что полоса пропускания сужается за счет положительной обратной связи примерно на 10%, если  $k_y = 0,9$ . Изменение коэффициента усиления, например, на  $\pm 10\%$  за счет изменения крутизны вызовет изменение  $\beta K$  также на 10%, и при  $k_y = 0,9$  полоса и коэффициент усиления изменяются примерно на 10%. Однако при очень низком коэффициенте устойчивости, например  $k_y = 0,1$ , изменение крутизны на  $\pm 10\%$  вызовет значительное изменение усиления и полосы пропускания.

Используя выражения (7.16) и (7.19), получаем следующее неравенство:

$$\omega_0 C_{\text{пр}} S p_b^2 p_c^2 R_{\text{экв}}^2 \leq 2(1 - k_y), \quad (7.20)$$

называемое **условием устойчивости** резонансного усилителя.

При выполнении данного неравенства коэффициент устойчивости усилителя будет не меньше заданного. В. И. Сифоров показал, что для многокаскадного усилителя с одиночными контурами, настроенными на одну и ту же частоту, для обеспечения заданной устойчивости необходимо выполнить более жесткое условие устойчивости:

$$\omega_0 C_{\text{пр}} S p_b^2 p_c^2 R_{\text{экв}}^2 \leq 2k_y (1 - k_y). \quad (7.21)$$

Умножая обе части (7.21) на  $S$ , получаем

$$\omega_0 C_{\text{пр}} K_0^2 \leq 2k_y (1 - k_y) S,$$

откуда максимальный коэффициент усиления одного каскада многокаскадного усилителя равен

$$K_{0\text{max}} = \sqrt{2k_y (1 - k_y) S / \omega_0 C_{\text{пр}}}. \quad (7.22)$$

Соотношение справедливо и для резонансного усилителя на полевом транзисторе.

## 7.4. Резонансный усилитель на основе дифференциального усилителя

Значительно легче выполнить условие устойчивости, используя схему резонансного усилителя, приведенную на рис. 7.5. В основе этой схемы лежит дифференциальный усилитель, у которого в коллекторную цепь транзистора  $VT2$  включен параллельный колебательный контур. Проходной емкостью этого транзистора является емкость между коллектором и эмиттером. Выходной сигнал через проходную емкость поступает в точку соединения эмиттеров. Сопротивление транзисторов со стороны эмиттера мало, по этой причине коэффициент обратной связи оказывается очень малым.

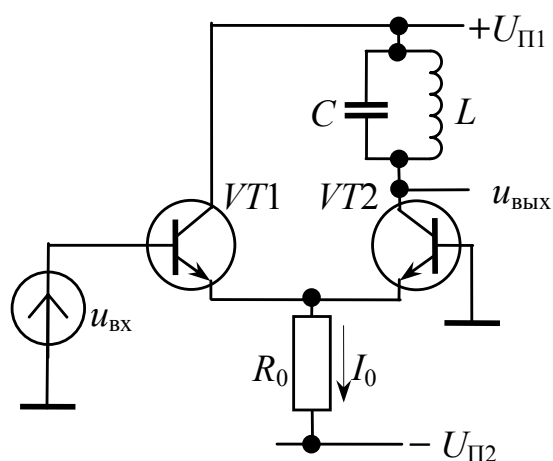


Рис. 7.5. Схема резонансного усилителя на основе дифференциального усилителя

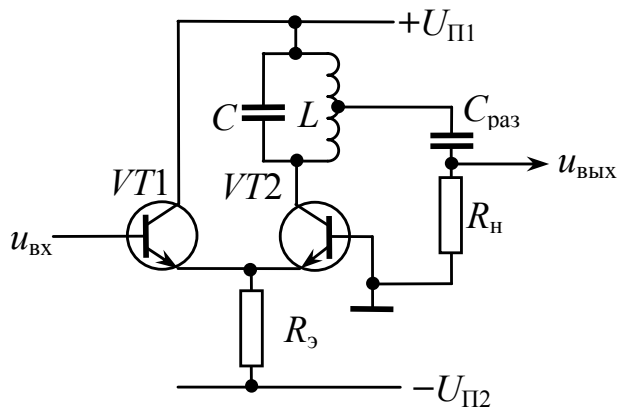
Для определения коэффициента усиления воспользуемся выражением (4.7), полученным при анализе дифференциального усилителя, согласно которому  $K_{\text{диф}} = SR_K$ . В рассматриваемом усилителе нагрузка в виде параллельного колебательного контура  $\dot{Z}_{LC}$  включена в цепь коллектора только одного транзистора ( $VT2$ ), поэтому  $\dot{K} = \dot{K}_{\text{диф}}/2 = S\dot{Z}_{LC}/2$ , а на резонансной частоте  $K = SR_{\text{экв}}/2$ , где  $R_{\text{экв}}$  – сопротивление колебательного контура на резонансной частоте. Выходное сопротивление транзистора  $VT2$ , включенного по схеме с общей базой, велико, обычно много больше  $R_{\text{экв}}$ , и поэтому не оказывает влияния на добротность колебательного контура. Входное сопротивление усилителя, согласно выражению (4.8), равно  $R_{\text{вх}} = 2h_{11э} = 2(r_{б1э} + r_{б1э})$ .

Характерной особенностью резонансного усилителя на основе дифференциального усилителя является возможность получения на выходе синусоидального колебания даже при больших амплитудах входного сигнала. Если амплитуда входного сигнала  $U_{\text{вх}} \gg U_T$ , то транзисторы работают в режиме переключения тока  $I_0$ . Одну половину периода весь ток  $I_0$  течет в эмиттерной цепи транзистора  $VT1$ , а вторую половину периода этот ток течет в эмиттерной цепи транзистора  $VT2$ . При этом амплитуда первой гармоники коллекторного тока транзистора  $VT2$  равна  $I_1 = 2I_0/\pi$ , а колебание на выходе, если его амплитуда не превышает величину напряжения питания  $U_{\text{П1}}$ , составляет

$$U_{\text{вых}} = \frac{2I_0}{\pi} R_{\text{экв}} = \frac{2I_0}{\pi} \rho Q.$$

## 7.5. Задачи

1. Определить резонансную частоту, входное сопротивление, коэффициент усиления на резонансной частоте и полосу пропускания усилителя.

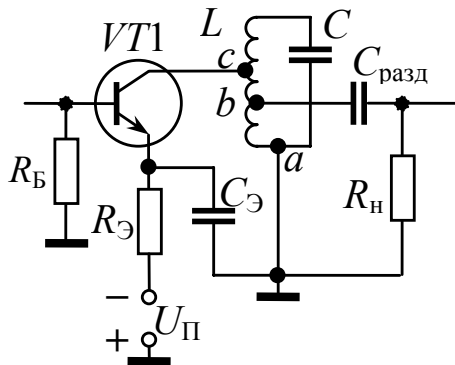


$$\begin{aligned} L &= 100 \text{ мкГн} \\ C &= 200 \text{ пФ} \\ p &= 0.4 \\ Q_0 &= 100 \\ C_{\text{раз}} &= 100 \text{ нФ} \\ R_{\text{н}} &= 1.5 \text{ кОм} \\ R_{\text{э}} &= 10 \text{ кОм} \\ h_{21э} &= 100 \\ r_{\text{б1б}} &= 100 \text{ Ом} \\ U_{\text{П1}} = U_{\text{П2}} &= 10 \text{ В} \end{aligned}$$

2. На сколько изменится коэффициент усиления на резонансной частоте и полоса пропускания усилителя из задачи 1, если уменьшить емкость конденсатора  $C$  вдвое?

3. Каковы причины и условия самовозбуждения резонансных усилителей? На какой частоте происходит самовозбуждение?

4. Определить резонансную частоту, входное сопротивление, коэффициент усиления на резонансной частоте и полосу пропускания усилителя.



$$\begin{aligned}
 L &= 100 \text{ мкГн}, C = 100 \text{ пФ} \\
 p_c &= 0.8, p_b = 0.3 \\
 Q_0 &= 100 \\
 C_{\text{Э}} &= C_{\text{разд}} = 1 \text{ мкФ} \\
 R_{\text{Б}} &= R_{\text{Н}} = 1.5 \text{ кОм} \\
 R_{\text{Э}} &= 10 \text{ кОм} \\
 h_{21\text{э}} &= 100 \\
 r_{\text{б1б}} &= 100 \text{ Ом} \\
 r_{\text{кэ}} &= 100 \text{ кОм} \\
 U_{\text{П}} &= 10 \text{ В}
 \end{aligned}$$

5. Какой должна быть крутизна транзистора, имеющего  $C_{\text{пр}} = 5 \text{ пФ}$ , чтобы однокаскадный резонансный усилитель с  $L = 100 \text{ мкГн}$ ,  $C = 100 \text{ пФ}$ ,  $Q = 50$  имел коэффициент устойчивости 0.7?

## ГЛАВА 8. LC-ГЕНЕРАТОРЫ СИНУСОИДАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

### 8.1. Условие самовозбуждения генератора

Если не задаваться вопросом о величине установившейся амплитуды колебаний, а интересоваться лишь тем, возбуждятся в данной системе автоколебания или нет, то такая постановка вопроса приводит к линейной задаче. В данном случае нас интересует начальная стадия процесса, когда колебания в генераторе только что возникли и амплитуда колебаний очень мала. Поэтому решение задачи о самовозбуждении приводит к линейному уравнению. Составим такое уравнение для генератора, схема которого приведена на рис. 8.1.

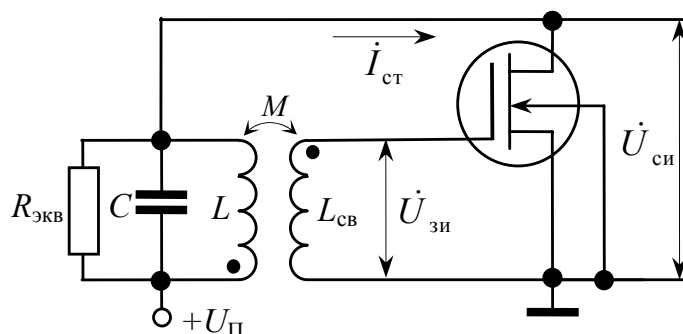


Рис. 8.1. Схема генератора на МОП-транзисторе с трансформаторной СВЯЗЬЮ

На рис. 8.2 изображена эквивалентная схема генератора в режиме малых колебаний, когда транзистор работает в линейном режиме.

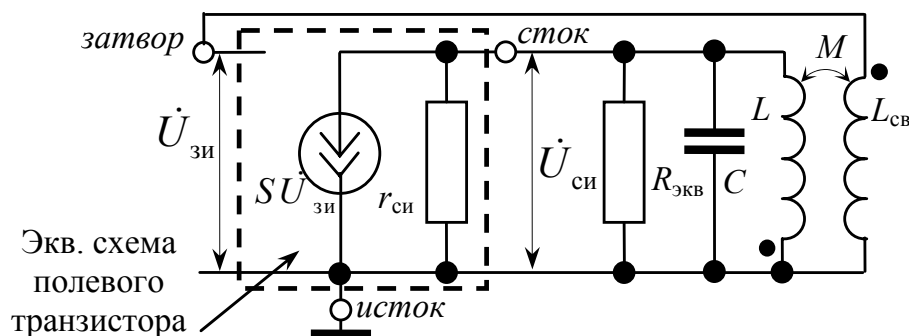


Рис. 8.2. Эквивалентная схема генератора в режиме малых колебаний

В эквивалентной схеме транзистора не отражены емкости  $C_{зи}$  и  $C_{си}$ , которые можно добавить в емкость  $C$  колебательного конту-

ра, а емкостью  $C_{зс}$  пренебрежем. Крутизна транзистора  $S$  и выходное сопротивление  $r_{си}$  определяются для исходной рабочей точки. Колебательный контур, подключенный по переменному току между стоком и истоком, представлен в виде параллельного соединения идеальных (без потерь) конденсатора  $C$ , индуктивности  $L$  и эквивалентного активного сопротивления  $R_{эқв}$ , отражающего потери реального контура. Эквивалентное сопротивление колебательного контура (сопротивление контура на резонансной частоте) равно

$$R_{эқв} = \rho Q_0,$$

где  $Q_0$  – добротность свободного контура, а  $\rho = \sqrt{L/C}$  – характеристическое сопротивление контура.

Используя эквивалентную схему, находим коэффициент усиления

$$K(j\omega) = \frac{\dot{U}_{си}}{\dot{U}_{зи}} = -S / \left[ \frac{1}{r_{си}} + \frac{1}{R_{эқв}} + j \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right]. \quad (8.1)$$

Коэффициент обратной связи  $\beta(j\omega) = -M/L$ , где  $M$  – коэффициент взаимной индукции между первичной (индуктивность  $L$ ) и вторичной (индуктивность  $L_{св}$ ) обмотками.

Петлевое усиление равно

$$K(j\omega)\beta(j\omega) = \frac{SM}{L} / \left[ \frac{1}{r_{си}} + \frac{1}{R_{эқв}} + j \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right]. \quad (8.2)$$

На частоте  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  (резонансная частота контура) величина петлевого усиления является вещественной и положительной, что соответствует соотношению

$$\arg K(j\omega_0) + \arg \beta(j\omega_0) = 2\pi n, \quad (8.3)$$

где  $n$  – целое число.

Из неравенства  $|\beta(j\omega_0)| \cdot |K(j\omega_0)| > 1$  получаем условие самовозбуждения генератора:

$$\frac{M}{L} \cdot S / \left( \frac{1}{r_{си}} + \frac{1}{R_{эқв}} \right) > 1. \quad (8.4)$$

Это неравенство можно записать в виде

$$\beta K_0 > 1, \quad (8.5)$$

где  $\beta = -M/L$  – коэффициент обратной связи,



$$K_0 = -S / \left( \frac{1}{r_{\text{си}}} + \frac{1}{R_{\text{экв}}} \right) = - \frac{SR_{\text{экв}}}{1 + R_{\text{экв}}/r_{\text{си}}} \quad (8.6)$$

– коэффициент усиления на резонансной частоте.

## 8.2. Условие существования стационарных колебаний в генераторе

При выполнении в генераторе условий самовозбуждения на частоте  $\omega_0$  имеющиеся в транзисторе флуктуации тока стока, протекающего через индуктивность  $L$ , вызовут появление напряжения на вторичной обмотке, которое будет усилено транзистором. Это приводит к увеличению переменного тока в цепи стока и увеличению амплитуды колебаний в колебательном контуре и на катушке индуктивности  $L_{\text{св}}$ . Амплитуда колебаний нарастает по экспоненциальному закону. До тех пор, пока колебания малы, процесс нарастания колебаний описывается линейным дифференциальным уравнением, которое можно получить, воспользовавшись эквивалентной схемой, приведенной на рис. 8.2. При больших сигналах транзистор нельзя рассматривать как линейный элемент. Некоторую часть времени транзистор может быть заперт, то есть его крутизна равна нулю и поэтому рост амплитуды колебаний замедляется. При достижении некоторой величины колебаний устанавливается стационарная амплитуда.

Нахождение формы и амплитуды установившихся колебаний является сложной задачей, которая заключается в решении нелинейного дифференциального уравнения. Однако если колебательный контур имеет высокую добротность, то можно предположить, что напряжение на нем имеет близкую к синусоидальной форму. В этом случае используют приближенные методы определения амплитуды и частоты установившихся колебаний.

При большой амплитуде колебаний форма тока стока сильно отличается от синусоидальной и представляет собой последовательность импульсов с периодом, близким к периоду собственных колебаний контура. Поскольку колебательный контур представляет собой большое сопротивление для первой гармоники тока стока, амплитуда первой гармоники напряжения на стоке велика. Для частот, отличных от резонансной частоты, сопротивление контура при  $Q > 1$  мало, поэтому вклад второй, третьей и последующих

гармоник в напряжение на стоке также мал. При указанных предположениях можно считать, что в установившемся режиме напряжение на стоке, а следовательно, и на затворе близко к синусоидальному напряжению. Амплитуду и частоту колебаний в установившемся режиме можно определить, воспользовавшись понятием коэффициента усиления первой гармоники. Рассмотрим схему резонансного усилителя, представленного на рис. 8.3, который используется при построении генератора. Сигнал на затвор подается от внешнего источника синусоидального напряжения.

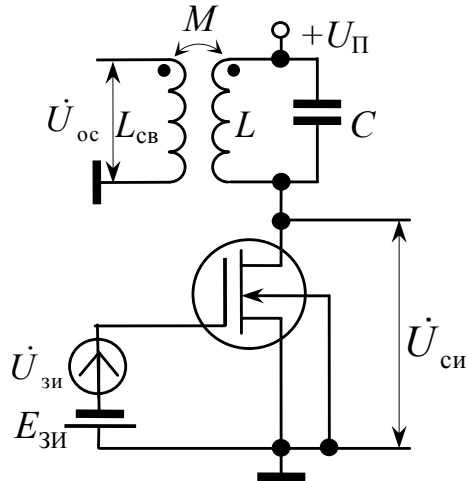


Рис. 8.3. Схема резонансного усилителя, используемого для построения генератора

Рассмотрим изменение амплитуды напряжения  $\dot{U}_{\text{си}}$  на стоке при изменении амплитуды напряжения  $\dot{U}_{\text{зи}}$  на затворе. Выбором соответствующего напряжения  $E_{\text{зи}}$  рабочая точка устанавливается на линейном участке проходной характеристики транзистора, и при малых по величине амплитудах  $\dot{U}_{\text{зи}}$  коэффициент усиления

$$\dot{K} = \dot{U}_{\text{си}} / \dot{U}_{\text{зи}} \quad (8.7)$$

не зависит от входного напряжения  $\dot{U}_{\text{зи}}$ . Ток стока в этом случае является синусоидальным (рис. 8.4а). По мере увеличения амплитуды сигнала  $\dot{U}_{\text{зи}}$  ток стока начинает отличаться от синусоидального. Часть периода транзистор закрыт (рис. 8.4б), и ток стока равен нулю. При еще больших входных сигналах часть периода транзистор закрыт, а часть периода ток стока ограничен сопротивлением контура (рис. 8.4в). В нелинейном режиме ток стока представляет собой периодическую последовательность импульсов.

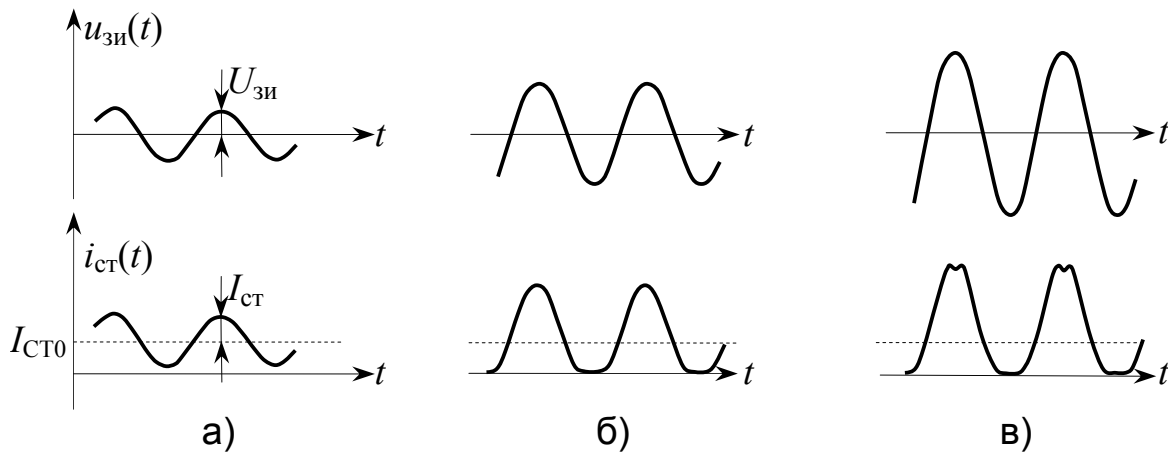


Рис. 8.4. Форма тока стока при различных амплитудах напряжения на затворе: а) линейный режим; б, в) нелинейный режим

Напряжение на стоке, тем не менее, остается близким к синусоидальному, так как на нагрузке, являющейся параллельным колебательным  $LC$ -контуром с высокой добротностью, выделяется лишь напряжение, пропорциональное первой гармонике тока. Сказанное справедливо в том случае, если частота входного колебания близка к резонансной частоте контура. Коэффициент усиления первой гармоники формально определяется так же, как в режиме линейного усиления (см. (8.7)):

$$\dot{K}_1 = \dot{U}_{\text{си}} / \dot{U}_{\text{зи}}. \quad (8.8)$$

Амплитудная характеристика в данном случае отличается от амплитудной характеристики линейного усилителя тем, что при больших сигналах коэффициент усиления  $\dot{K}_1$  **зависит** от амплитуды входного напряжения  $\dot{U}_{\text{зи}}$ . Когда ток стока становится отличным от синусоидального, первая гармоника этого тока растет медленнее роста входного напряжения, приложенного между затвором и истоком. Поэтому модуль коэффициента усиления первой гармоники  $|\dot{K}_1|$  уменьшается с ростом напряжения  $\dot{U}_{\text{зи}}$  на затворе. Зависимость коэффициента усиления первой гармоники от амплитуды входного сигнала, называемая **колебательной** характеристикой, при  $E_{\text{зи}} = 0$  показана на рис. 8.5а (кривая 1).

При увеличении модуля отрицательного смещения  $E_{\text{зи}}$  крутизна транзистора  $S = di_c / du_{\text{зи}}$  уменьшается (рис. 8.5б), что приводит к уменьшению коэффициента усиления (кривая 2).

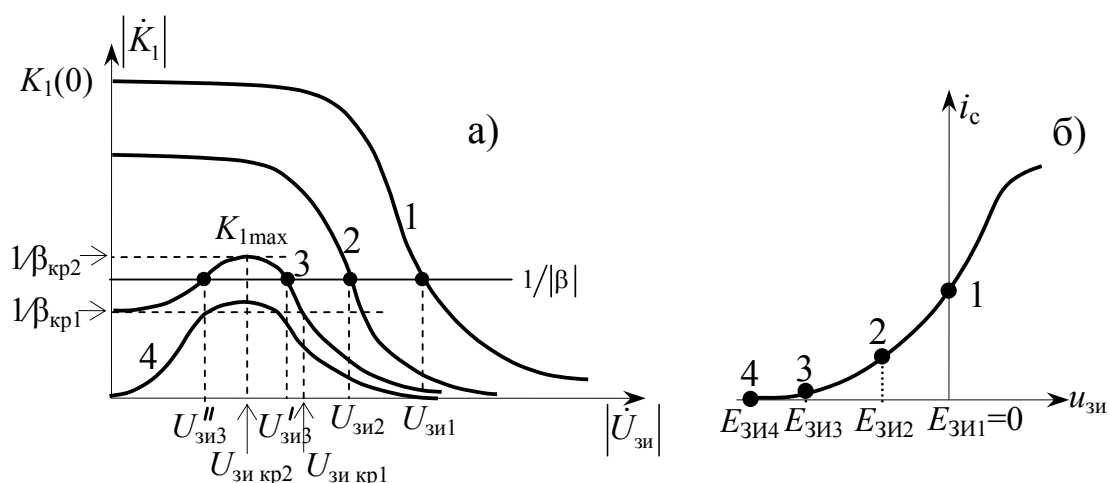


Рис. 8.5. а) колебательные характеристики при различных значениях  $E_{зи}$ ; б) проходная характеристика полевого транзистора

Если начальное смещение  $E_{зи}$  выбрать достаточно большим по модулю, так чтобы рабочая точка находилась на участке с малой крутизной, то коэффициент усиления будет сначала возрастать за счет того, что в положительные полупериоды входного напряжения крутизна транзистора растет прямо пропорционально амплитуде входного сигнала, а затем коэффициент усиления снова начнет уменьшаться (кривая 3). При еще более отрицательном смещении на затворе транзистор закрыт (кривая 4), и коэффициент усиления при малых входных напряжениях равен нулю. Поэтому автоколебания в генераторе возникнуть не могут ни при каком коэффициенте обратной связи. Семейство колебательных характеристик, приведенное на рис. 8.5а, характеризует работу резонансного усилителя в режиме как малых, так и больших сигналов на входе и выходе.

При замкнутой цепи положительной обратной связи, как показано на рис. 8.1, выполняются следующие соотношения:

$$\dot{U}_{зи} = \dot{U}_{ос}, \quad (8.9)$$

$$\dot{U}_{си} = \dot{K}_1 \dot{U}_{зи}, \quad (8.10)$$

$$\dot{U}_{ос} = \beta \dot{U}_{си}. \quad (8.11)$$

Модуль коэффициента усиления первой гармоники  $|\dot{K}_1|$  при выбранном начальном смещении  $E_{зи}$  изменяется согласно кривой, соответствующей данному смещению (рис. 8.5а). Приведенные выражения соответствуют установившемуся режиму в предположении, что входящие в них напряжения синусоидальны. Решив эту

систему относительно  $\dot{U}_{зи}$ , получим равенство, соответствующее работе генератора в установившемся режиме:

$$(1 - \dot{K}_1 \dot{\beta}) \dot{U}_{зи} = 0. \quad (8.12)$$

В предположении, что колебания существуют, то есть  $\dot{U}_{зи} \neq 0$ , равенство (8.12) может выполняться только при условии

$$\dot{K}_1 \dot{\beta} = 1. \quad (8.13)$$

Это равенство можно представить двумя равенствами для вещественных величин:

$$\arg \dot{K}_1 + \arg \dot{\beta} = 2\pi n, n - \text{целое}, \quad (8.14)$$

$$|\dot{K}_1| \cdot |\dot{\beta}| = 1. \quad (8.15)$$

Первое равенство (8.14) называется **условием баланса фаз**, а второе (8.15) – **условием баланса амплитуд**.

Левые части этих равенств являются функциями двух переменных: частоты установившихся синусоидальных колебаний  $\omega$  и амплитуды установившихся колебаний  $U_{зи}$ . Решение этих уравнений позволяет определить обе величины, то есть найти параметры колебаний в установившемся режиме. Однако если пренебречь зависимостью сдвига фазы, вносимого транзистором, от амплитуды колебаний, то сдвиги фаз, вносимые усилителем и цепью обратной связи, зависят только от частоты. В этом случае одного условия баланса фаз достаточно для определения частоты установившихся колебаний.

Формально условия баланса фаз и амплитуд совпадают с условиями самовозбуждения. Однако условия самовозбуждения характеризуют **неустойчивость** системы в режиме малых колебаний, а условия баланса фаз и амплитуд характеризуют установившиеся (то есть **устойчивые**) колебания большой амплитуды. Различие между этими условиями проявляется в случае, когда условия самовозбуждения не выполняются, а условия баланса фаз и амплитуд выполняются, и установившиеся колебания могут существовать.

Колебательная характеристика позволяет определить амплитуду установившихся колебаний  $U_{зи}$  на затворе транзистора, при которой выполняется соотношение (8.15), как показано на рис. 8.5а. Для этого на плоскости  $(|\dot{U}_{зи}|, |\dot{K}_1|)$  проводят прямую

$K_1 = 1/|\beta|$ , параллельную оси абсцисс. В точке пересечения этой

прямой с линией, выражающей зависимость  $|\dot{K}_1|$  от  $|\dot{U}_{зи}|$ , выполняется условие баланса амплитуд, что и позволяет найти амплитуду установившихся колебаний. Например, если начальное смещение равно  $E_{зи1}$ , то амплитуда колебаний на затворе равна  $U_{зи1}$ . Аналогично, если  $E_{зи} = E_{зи2}$  (кривая 2), то  $U_{зи} = U_{зи2}$ . Амплитуда колебаний на выходе генератора равна  $U_{си} = U_{зи}/\beta$ .

Обратим внимание на то, что кривые 1 и 2 пересекаются с линией обратной связи  $K_1 = 1/|\beta|$  лишь в одной точке и для малых  $U_{зи}$  петлевое усиление  $|\dot{K}_1\beta| > 1$ . Из этого следует, что условия самовозбуждения выполняются, и при включении схемы колебания самопроизвольно нарастают вплоть до установившегося значения. Такой режим возникновения колебаний называется режимом **мягкого самовозбуждения**. На рис. 8.6а показана зависимость амплитуды установившихся колебаний от величины коэффициента связи при мягком режиме самовозбуждения.

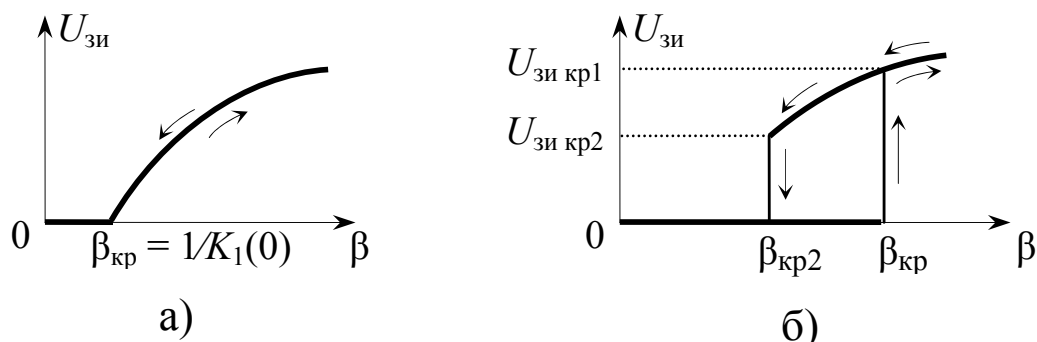


Рис. 8.6. Режимы самовозбуждения: а) мягкий, б) жесткий

Если коэффициент обратной связи мал ( $K_1(0) < 1/\beta$ ), то линия обратной связи не пересекает график коэффициента усиления  $|\dot{K}_1|$ . Следовательно, не выполняются ни условия самовозбуждения, ни условие баланса амплитуд и колебания отсутствуют,  $U_{зи} = 0$ . Если, увеличивая коэффициент обратной связи, сделать его больше, чем  $\beta_{кр} = 1/K_1(0)$ , то условия самовозбуждения выполняются, и колебания нарастают до установившегося значения. По мере увеличения коэффициента обратной связи амплитуда установившихся колебаний монотонно возрастает от нулевого значения.

Если колебательная характеристика имеет максимум (кривая 3 на рис. 8.5а), то условия возбуждения колебаний изменяются. Ес-

ли  $\beta < \beta_{кр2} = 1/K_{lmax}$ , то, как и прежде, не выполняются ни условия самовозбуждения, ни условие баланса амплитуд, и колебания отсутствуют. При увеличении коэффициента обратной связи  $\beta$  в диапазоне от  $\beta_{кр2}$  до  $\beta_{кр1}$  линия обратной связи пересекает график колебательной характеристики в двух точках. Условия баланса амплитуд выполняются при двух значениях  $U_{зи}$ , равных  $U''_{зи3}$  и  $U'_{зи3}$ , однако условия самовозбуждения не выполняются. Поэтому самостоятельно колебания возникнуть не могут, так что  $U_{зи} = 0$ . При увеличении связи до значения  $\beta \geq \beta_{кр1}$  начинают выполняться условия самовозбуждения, колебания нарастают до амплитуды  $U_{зи кр1}$ . При дальнейшем увеличении коэффициента обратной связи амплитуда установившихся колебаний растет. При уменьшении связи до значения  $\beta_{кр1}$  колебания **не срываются**, несмотря на то, что условия самовозбуждения перестают выполняться. В этой ситуации условие баланса амплитуд продолжает выполняться, а колебания уже были возбуждены. По этой причине колебания сохраняются при уменьшении связи до значения  $\beta < \beta_{кр2}$ . Дальнейшее уменьшение коэффициента обратной связи приводит к нарушению условия баланса амплитуд, и колебания срываются. Зависимость амплитуды установившихся колебаний от коэффициента связи имеет в данном случае гистерезисный характер (рис. 8.6б): увеличение коэффициента связи до  $\beta_{кр1}$  приводит к появлению колебаний с амплитудой  $U_{зи кр1}$ . При наличии колебаний уменьшение коэффициента обратной связи до значения  $\beta_{кр2}$  приводит к уменьшению амплитуды колебаний от  $U_{зи кр2}$  до нуля.

Если  $\beta$  находится в пределах  $\beta_{кр2} < \beta < \beta_{кр1}$  и колебания отсутствуют, то их можно возбудить от постороннего источника, после чего колебания будут поддерживаться самостоятельно благодаря выполнению условия баланса амплитуд. Такой режим возбуждения называется **жестким**. При жестком режиме возбуждения условию баланса амплитуд соответствуют два значения напряжения ( $U'_{зи3}$  и  $U''_{зи3}$  на рис. 8.5а), но устойчивыми будут только колебания с амплитудой  $U'_{зи3}$ . Если внешним источником возбудить колебания

с амплитудой  $U''_{\text{зи3}}$ , то при отключении этого источника из-за флуктуаций амплитуда колебаний либо уменьшится до нуля, либо возрастет до  $U'_{\text{зи3}}$ .

### 8.2.1. Автоматическое смещение в генераторе

Рассмотрим схему генератора, приведенную на рис. 8.7а.

В цепи обратной связи включены дополнительные элементы автоматического смещения напряжения на затворе транзистора: разделительный конденсатор  $C_3$ , резистор  $R_3$  и диод  $D$ .

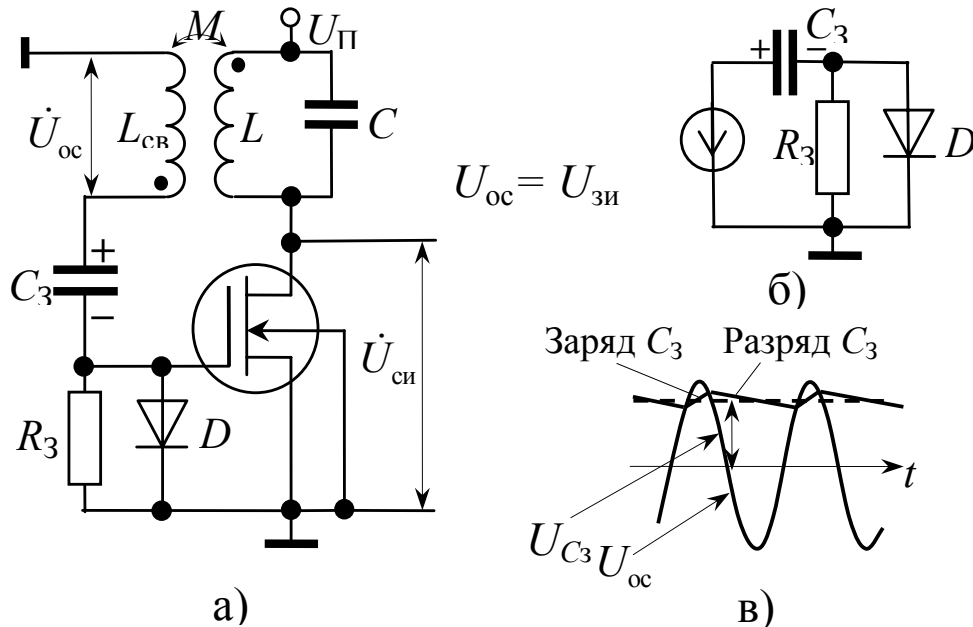


Рис. 8.7. а) схема генератора с автоматическим смещением в цепи затвора; б) эквивалентная схема цепи затвора; в) временные диаграммы, поясняющие работу цепи автоматического смещения

В первый момент после включения напряжения питания  $U_{\text{П}}$  напряжение смещения на затворе равно нулю, что соответствует мягкому режиму возбуждения колебаний при достаточно большой крутизне  $S$  транзистора. Колебания в генераторе возникают при выполнении неравенства

$$\frac{SR_{\text{экв}}}{1 + R_{\text{экв}}/r_{\text{си}}} \cdot \frac{M}{L} > 1.$$

При положительном напряжении на затворе транзистора и диоде появляется ток диода. По мере нарастания колебаний за счет заряда током диода конденсатора  $C_3$  возникает **автоматическое**



смещение. Эквивалентная схема, отражающая процессы заряда и разряда конденсатора, представлена на рис. 8.7б. В те интервалы времени, когда напряжение на диоде положительно, конденсатор  $C_3$  заряжается током  $i_d$ , протекающим через диод, с постоянной времени  $C_3 r_d R_3 / (r_d + R_3) \approx C_3 r_d$ , поскольку сопротивление открытого  $p$ – $n$ -перехода  $r_d$  мало по сравнению с  $R_3$ . При отрицательном напряжении на диоде он закрыт, и конденсатор разряжается через резистор  $R_3$  с постоянной времени  $C_3 R_3$ . Если  $\omega C_3 R_3 \gg 1$ , то в установившемся режиме напряжение на конденсаторе почти постоянно (рис. 8.7в). Это напряжение играет роль отрицательного смещения на затворе. Как будет показано ниже (глава 11), при выполнении условий  $\omega C_3 R_3 \gg 1$  и  $R_3 \gg r_d$  постоянное смещение  $E_{зи}$  близко по величине к амплитуде переменного напряжения на вторичной обмотке:

$$|E_{зи}| \approx U_{зи}. \quad (8.16)$$

Для определения амплитуды установившихся колебаний в генераторе с автоматическим смещением рассмотрим изменение колебательных характеристик в схеме с автоматическим смещением. На рис. 8.8а сплошными линиями изображено семейство статических колебательных характеристик при различных напряжениях смещения.

Воспользовавшись соотношением (8.16), построим динамическую колебательную характеристику: для каждой амплитуды  $U_{зи}$  выбираем точку на той колебательной характеристике, которая соответствует смещению  $E_{зи} = -U_{зи}$ . По полученным точкам строим динамическую колебательную характеристику. Эта характеристика используется для нахождения стационарной амплитуды колебаний. На рис. 8.8б показано, как изменяется напряжение смещения при нарастании колебаний. При отсутствии колебаний напряжение смещения равно нулю. Возникновение колебаний начинается в условиях мягкого режима самовозбуждения. С ростом амплитуды колебаний увеличивается отрицательное напряжение на затворе. Стационарное значение достигается тогда, когда модуль петлевого коэффициента усиления  $|\dot{K}_1 \dot{\beta}|$  станет равным 1.

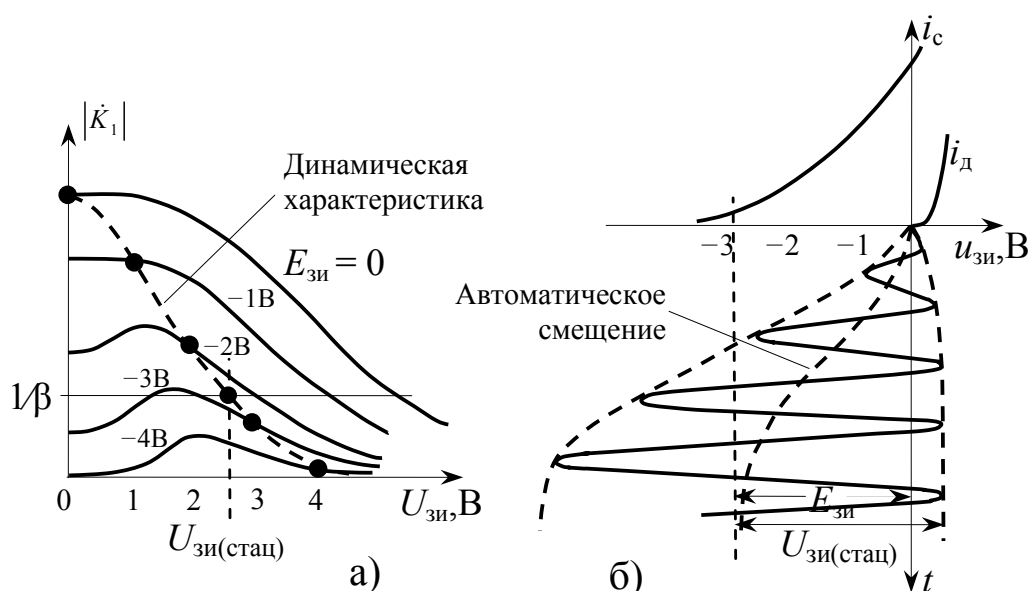


Рис. 8.8. а) построение динамической колебательной характеристики; б) процесс установления колебаний на затворе транзистора

На рис. 8.8б показано, как изменяется напряжение смещения при нарастании колебаний.

При отсутствии колебаний напряжение смещения равно нулю. Возникновение колебаний начинается в условиях мягкого режима самовозбуждения. С ростом амплитуды колебаний увеличивается отрицательное напряжение на затворе. Стационарное значение достигается тогда, когда модуль петлевого коэффициента усиления  $|\dot{K}_1\dot{\beta}|$  станет равным 1. При достаточно большом коэффициенте связи в установившемся режиме рабочая точка перемещается на характеристику с большим смещением, соответствующую режиму жесткого самовозбуждения. Работа генератора с большим смещением предпочтительна с энергетической точки зрения, так как в этом случае постоянная составляющая тока стока меньше, чем при мягком режиме, что приводит к повышению коэффициента полезного действия.

Номиналы резистора  $R_3$  и конденсатора  $C_3$  выбираются так, чтобы обеспечить условие безынерционности, состоящее в том, что изменение смещения  $E_{зи}$  успевает следовать за изменениями амплитуды колебаний.

При нарушении этого условия может возникнуть **прерывистая генерация**. Рассмотрим причину возникновения прерывистой генерации. Скорость изменения амплитуды колебаний зависит от

постоянной времени колебательного контура  $T_{LC} = 2L/r = Q/\pi f$ , где  $Q$  – добротность контура,  $f$  – частота колебаний, и величиной петлевого усиления. Предположим, что вследствие флуктуаций амплитуда напряжения на затворе увеличилась. При этом увеличится постоянное напряжение  $E_{зи}$  на конденсаторе. Если эти изменения таковы, что перестает выполняться условие баланса амплитуд, то колебания начинают затухать, причем скорость изменения амплитуды колебаний определяется добротностью колебательного контура. Одновременно происходит уменьшение смещения  $E_{зи}$  с постоянной времени  $C_3 R_3$ . Если  $C_3 R_3 \gg T_{LC}$ , то изменение  $E_{зи}$  не успевает следовать за изменением амплитуды колебаний, они успевают полностью затухнуть прежде, чем будет достигнута стационарная точка. В дальнейшем разряд конденсатора происходит до тех пор, пока система не перейдет в состояние, где снова выполняется условие самовозбуждения. После этого колебания нарастают, и через некоторое время снова наступает срыв колебаний. Вид колебаний при прерывистой генерации показан на рис. 8.9.

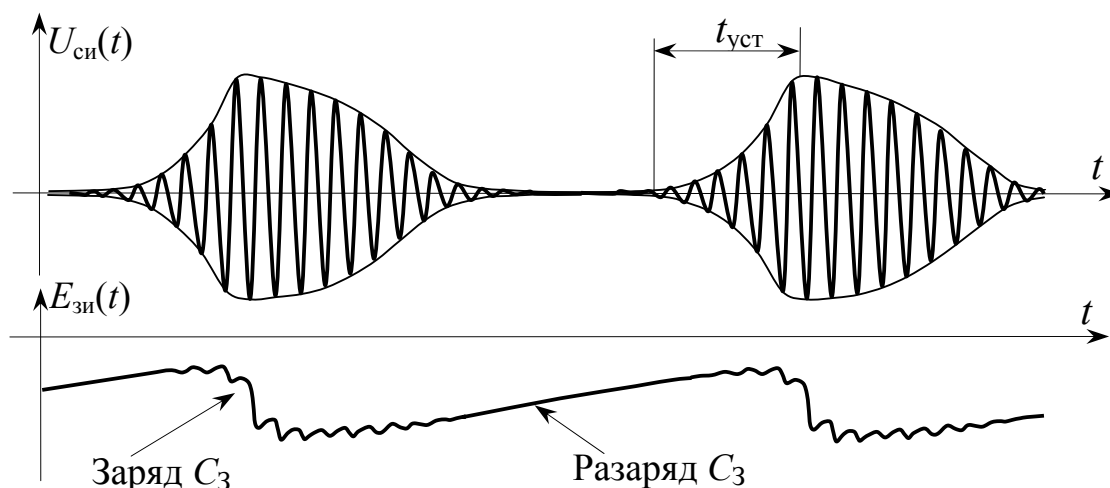


Рис. 8.9. Вид колебаний при прерывистой генерации

### 8.3. Трехточечные автогенераторы

Кроме рассмотренной схемы автогенератора с индуктивной обратной связью, широкое применение нашли трехточечные схемы. Название **трехточечный генератор** связано с тем, что параллельный колебательный контур подключается к усилительному элементу с помощью отводов от трех его точек. В этих генераторах элемент обратной связи является частью колебательного контура.

### 8.3.1. Схема трехточечного генератора

На рис. 8.10 приведены эквивалентные схемы трехточечных автогенераторов на полевом и биполярном транзисторах.

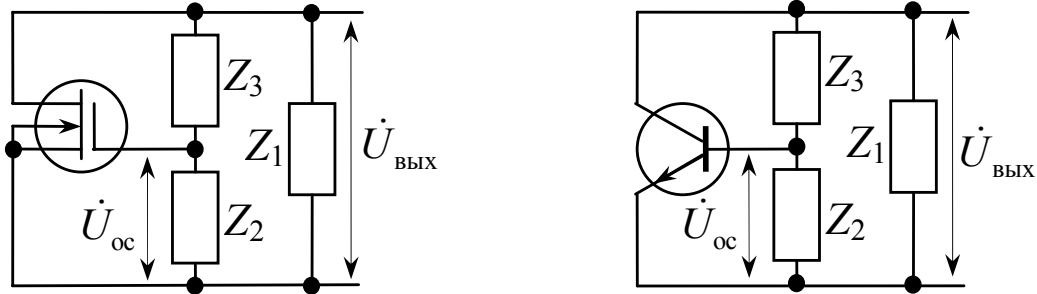


Рис. 8.10. Эквивалентные схемы трехточечных автогенераторов

Колебательный контур представляет собой соединение трех комплексных сопротивлений  $Z_1$ ,  $Z_2$  и  $Z_3$ . Напряжением обратной связи  $\dot{U}_{oc}$ , подаваемым на вход транзистора, является напряжение, возникающее на элементе  $Z_2$ . При нахождении условий, которым должны удовлетворять элементы контура  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$ , не будем принимать во внимание частотные свойства транзистора. Это позволяет считать, что в установившемся режиме частота генерируемых колебаний совпадает с резонансной частотой колебательного контура. Определим условие, при котором выполняется баланс фаз. Коэффициент усиления первой гармоники  $\dot{K}_1 = \dot{U}_{вых} / \dot{U}_{oc}$  усилителя, использующего схему с общим истоком или с общим эмиттером при активной нагрузке, а колебательный контур на резонансной частоте имеет активное сопротивление, является действительной отрицательной величиной. Это дает сдвиг фазы, равный  $\pi$ , то есть  $\arg \dot{K}_1 = \pi$ .

При добротности колебательного контура много больше единицы, то есть когда активные сопротивления  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  элементов  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$  малы по сравнению с их реактивными сопротивлениями  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ , условие резонанса можно записать в виде

$$X_1 + X_2 + X_3 = 0. \quad (8.17)$$

Коэффициент обратной связи равен

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{U}_{oc}}{\dot{U}_{вых}} = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} \approx \frac{X_2}{X_2 + X_3} = -\frac{X_2}{X_1}. \quad (8.18)$$

Следовательно,

$$\arg \dot{\beta} = \arg(-X_2/X_1) = \pi + \arg(X_2/X_1). \quad (8.19)$$

Условие баланса фаз для трехточечного генератора приобретает вид

$$\arg \dot{K}_1 + \arg \dot{\beta} = 2\pi + \arg(X_2/X_1) = 2\pi n. \quad (8.20)$$

Так как отношение  $X_2/X_1$  является действительной величиной, то условие (8.20) выполняется только в том случае, когда величины  $X_1$  и  $X_2$  имеют один и тот же знак. Тогда из соотношения (8.17) следует, что величина  $X_3$  имеет знак, противоположный знаку  $X_1$  и  $X_2$ .

Таким образом, в схемах, приведенных на рис. 8.10, возможно генерирование синусоидальных колебаний в двух случаях:

$$1) X_1 > 0, X_2 > 0, X_3 < 0, \quad (8.21)$$

то есть элементы  $X_1$  и  $X_2$  – индуктивности,  $X_3$  – емкость;

$$2) X_1 < 0, X_2 < 0, X_3 > 0, \quad (8.22)$$

то есть элементы  $X_1$  и  $X_2$  – емкости,  $X_3$  – индуктивность.

### **8.3.2. Трехточечные генераторы с индуктивной и емкостной связью**

Рассмотрим практические схемы трехточечных генераторов. Если на резонансной частоте колебательного контура элементы  $Z_1$  и  $Z_2$  являются катушками индуктивности, а элемент  $Z_3$  – конденсатором, то выполняется условие (8.21). Такой генератор называют индуктивным трехточечным генератором (генератор Хартли). Два варианта такого генератора показаны на рис. 8.11.

На рис. 8.11а приведена схема генератора Хартли на МОП-транзисторе, у которого катушки  $L_1$  и  $L_2$  не связаны индуктивно между собой. В этом случае коэффициент связи в соответствии с (8.18) равен

$$\beta = -\frac{X_2}{X_1} = -\frac{L_2}{L_1}. \quad (8.23)$$

Однако удобнее пользоваться схемами, в которых катушки  $L_1$  и  $L_2$  являются частями одной и той же катушки и, следовательно, индуктивно связаны между собой.

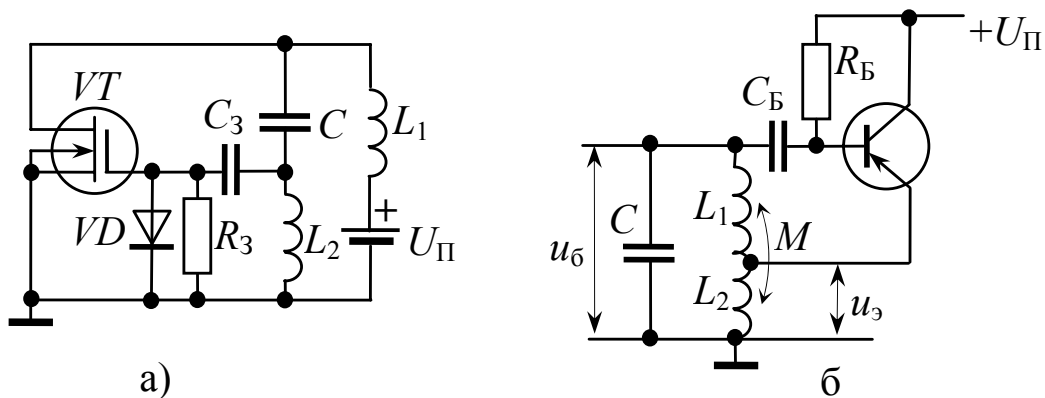


Рис. 8.11. Схемы индуктивных трехточечных автогенераторов

На рис. 8.11б показана схема генератора на биполярном транзисторе с индуктивно связанными катушками. В этом генераторе транзистор включен по схеме с общим коллектором (эмиттерный повторитель). Входом является база транзистора, а выходом — его эмиттер. Коэффициент передачи эмиттерного повторителя равен

$$K = \frac{R_{\text{н}}}{r_{\text{э}} + R_{\text{н}}},$$

где  $R_{\text{н}} = R_{\text{экв}}$  — сопротивление колебательного контура на резонансной частоте между точкой подключения эмиттера и землей с учетом шунтирования контура входным сопротивлением транзистора,  $r_{\text{э}}$  — сопротивление эмиттерного перехода транзистора.

Найдем  $R_{\text{экв}}$ :

$$R_{\text{экв}} = \left( R_{\text{экв0}} \parallel \frac{r_{\text{э}}(1 + h_{21\text{э}})}{(1 - \beta)^2} \right) / \beta^2,$$

где  $R_{\text{экв0}}$  — сопротивление колебательного контура на резонансной частоте,

$\beta = u_{\text{э}}/u_{\text{б}}$  — коэффициент положительной обратной связи.

Коэффициент положительной обратной связи равен в нашем случае отношению переменного напряжения на базе к переменному напряжению на эмиттере.

Полная индуктивность катушки, входящей в состав колебательного контура, равна  $L = L_1 + L_2 + 2M$ , отсюда следует, что

$$\beta = \frac{L}{L_2 + M} = \frac{L_1 + L_2 + 2M}{L_2 + M}. \quad (8.24)$$

Рассмотрим идеальный случай, предположив, что связь между катушками велика, то есть  $k_{\text{св}} = M/\sqrt{L_1 L_2} = 1$ . Тогда

$$\beta = \frac{L_1 + L_2 + 2\sqrt{L_1 L_2}}{L_2 + \sqrt{L_1 L_2}} = \frac{(\sqrt{L_1} + \sqrt{L_2})^2}{L_2 + \sqrt{L_1 L_2}}.$$

Индуктивность катушки пропорциональна квадрату числа витков  $L_i = \alpha w_i^2$ , где  $\alpha$  – коэффициент пропорциональности. Отсюда следует

$$\beta = \frac{(w_1 + w_2)^2}{w_2^2 + w_1 w_2} = \frac{w_1 + w_2}{w_2}. \quad (8.25)$$

В рассматриваемой схеме генератора коэффициент положительной обратной связи больше единицы, что необходимо для существования колебаний, поскольку  $K < 1$ .

Связь, показанную на рис. 8.11б, иногда называют автотрансформаторной.

Частота колебаний в соответствии с (8.17) равна

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (8.26)$$

Для схемы на рис. 8.11а  $L = L_1 + L_2$ .

При проверке условий самовозбуждения необходимо знать коэффициент усиления на резонансной частоте. В свою очередь для этого необходимо знать эквивалентное сопротивление нагрузки. Обычно исходят из того, что известно эквивалентное сопротивление  $LC$ -контура  $R_{\text{экв0}}$ . В схеме трехточечного автогенератора на рис. 8.11а между стоком и истоком включена только часть контура, поэтому сопротивление нагрузки транзистора при резонансе будет меньше полного сопротивления контура, а именно:

$$R'_{\text{экв}} = p^2 R_{\text{экв}}, \quad (8.27)$$

здесь  $p$  – коэффициент включения контура,

$$p = \frac{L_1}{L_1 + L_2}. \quad (8.28)$$

Условие самовозбуждения для трехточечного генератора на полевом транзисторе имеет вид

$$\frac{Sp^2 R_{\text{эКВ}}}{1 + p^2 R_{\text{эКВ}}/r_{\text{си}}} \cdot \beta > 1. \quad (8.29)$$

Схема, в которой выполняется условие (8.22), то есть комплексные сопротивления  $Z_1$  и  $Z_2$  имеют емкостный характер, а  $Z_3$  – индуктивный (рис. 8.12), называется емкостным трехточечным генератором (генератор Колпитца).

Коэффициент связи в соответствии с (8.18) равен

$$\beta = -\frac{X_2}{X_1} = -\frac{C_1}{C_2}, \quad (8.30)$$

а частота колебаний, определяемая из соотношения (8.17), как и ранее, выражается формулой (8.26), где  $C = C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$ .

Условие самовозбуждения описывается неравенством (8.29), однако в случае емкостной связи коэффициент включения контура равен

$$p = C/C_1 = C_2/(C_1 + C_2). \quad (8.31)$$

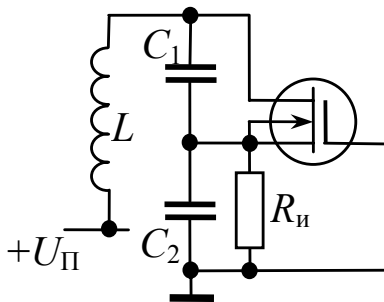


Рис. 8.12. Схемы трехточечного автогенератора с емкостной связью и заземленным затвором

Практические схемы генераторов отличаются друг от друга способом подключения питающих напряжений, а также тем, какой из электродов транзистора заземлен по переменному току.

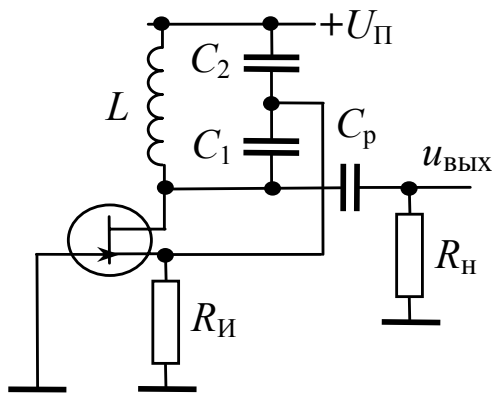
## 8.4. Задачи

**1.** Составить и рассчитать схему емкостного 3-точечного  $LC$ -генератора на  $n$ – $p$ – $n$ -транзисторе, включенном по схеме с общей базой.



2. Составить и рассчитать схему индуктивного 3-точечного LC-генератора на  $n-p-n$ -транзисторе, включенном по схеме с общим коллектором.

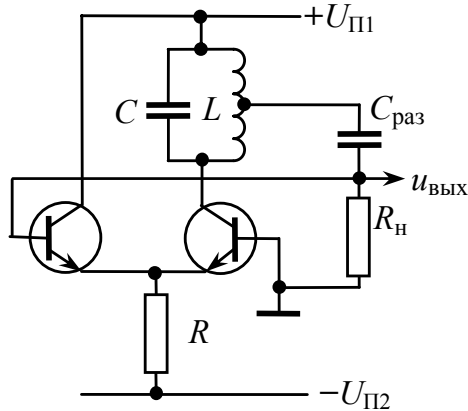
3.



$$\begin{aligned} L &= 100 \text{ мкГн} \\ C_1 &= 100 \text{ пФ} \\ C_2 &= 1000 \text{ пФ} \\ C_p &= 0.1 \text{ мкФ} \\ Q &= 50 \\ R_{И} &= 1 \text{ кОм} \\ S_0 &= 5 \text{ мА/В} \\ I_0 &= 5 \text{ мА}, U_{отс} = -2 \text{ В} \end{aligned}$$

Рассчитать режим по постоянному току и величину петлевого усиления  $\beta K$  при  $R_H = \infty$ . Определить минимальное сопротивление нагрузки  $R_H$ , при которой существуют колебания.

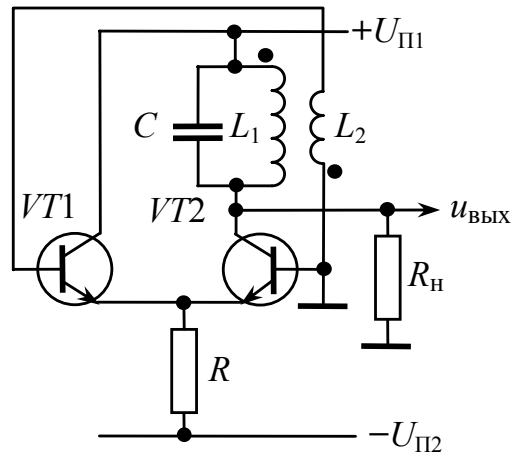
4.



$$\begin{aligned} L &= 100 \text{ мкГн}, C = 200 \text{ пФ}, \\ Q_0 &= 100 \\ p &= 0.4 \\ C_{\text{раз}} &= 100 \text{ нФ} \\ R_H &= 1.5 \text{ кОм} \\ R &= 10 \text{ кОм} \\ h_{21э} &= 100 \\ U_{П1} &= U_{П2} = 10 \text{ В} \end{aligned}$$

Рассчитать режим по постоянному току и величину петлевого усиления  $\beta K$  при  $R_H = \infty$ . Определить фиксирующую способность и минимальное сопротивление нагрузки  $R_H$ , при которой существуют колебания.

5.



$$L_1 = 100 \text{ мкГн}$$

$$C = 100 \text{ пФ}$$

$$n = \frac{w_2}{w_1} = 0.2$$

$$Q_0 = 40$$

$$R = 10 \text{ кОм}$$

$$h_{21э} = 100$$

$$U_{П1} = U_{П2} = 10 \text{ В}$$

Рассчитать режим по постоянному току и величину петлевого усиления  $\beta K$  при  $R_H = \infty$ . Определить фиксирующую способность и минимальное сопротивление нагрузки  $R_H$ , при которой существуют колебания.

## ГЛАВА 9. СТАБИЛИЗАЦИЯ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ

### 9.1. Стабильность частоты автогенераторов

Стабильность частоты колебаний является одним из основных параметров автогенераторов. На частоту генерируемых колебаний оказывают влияние изменения температуры, величины питающих напряжений, изменения параметров электронных приборов и другие дестабилизирующие факторы.

В установившемся режиме частота колебаний генератора определяется из условия выполнения баланса фаз:

$$\arg(\dot{K}\dot{\beta}) = 2\pi n, \quad n - \text{целое число.} \quad (9.1)$$

Рассмотрим влияние небольших изменений параметров  $LC$ -контура на частоту колебаний. Частота генерируемых колебаний, как правило, близка к резонансной частоте  $LC$ -контура

$$\omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Заменяя параметры элементов, входящих в состав колебательного контура, на новые с учетом изменения этих параметров ( $L = L_0 + \Delta L$  и  $C = C_0 + \Delta C$ ), получим относительный сдвиг частоты:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{\text{рез}}} \approx -\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\Delta L}{L_0} + \frac{\Delta C}{C_0} \right). \quad (9.2)$$

В частности, температурный коэффициент частоты (ТКЧ – относительное изменение частоты при изменении температуры на  $1^\circ\text{C}$ ) складывается из температурных коэффициентов индуктивности (ТКИ) и емкости (ТКЕ). Для стандартных элементов  $L$  и  $C$  ТКИ и ТКЕ имеют величину порядка  $10^{-4} \dots 10^{-3}$ . Величина ТКИ всегда положительная, а значения ТКЕ могут быть как положительными, так и отрицательными. Выбирая конденсатор с отрицательным значением ТКЕ, можно в некотором диапазоне температур уменьшить изменение резонансной частоты  $LC$ -контура. Повышение стабильности частоты при работе в широком диапазоне изменения температуры внешней среды достигается путем термостатирования  $LC$ -контура, но оно не устраняет влияния на резонансную частоту  $LC$ -контура внешних цепей.

В общем случае нестабильность частоты связана с изменени-

ем величин, входящих в выражение (9.1), описывающее условие баланса фаз. Сдвиг фазы  $\arg \dot{K}$ , вносимый усилителем, определяется не только фазовой характеристикой колебательного контура  $\varphi_{LC}(f)$ . Свой вклад  $\varphi_{тр}(f)$  вносит и транзистор. Фазовая характеристика биполярного транзистора – зависимость разности фаз тока коллектора и напряжения между базой и эмиттером от частоты – соответствует фазовой характеристике интегрирующей  $RC$ -цепи. Баланс фаз имеет место на частоте  $\omega_{ген}$  ниже резонансной частоты  $LC$ -контура там, где  $\varphi_{LC} + \varphi_{тр} = 0$ , как показано на рис. 9.1. Предположим, что в усилителе возникает некоторый сдвиг фазы  $\Delta\varphi$ , вызванный изменением емкостей переходов биполярного транзистора вследствие изменения питающих напряжений.

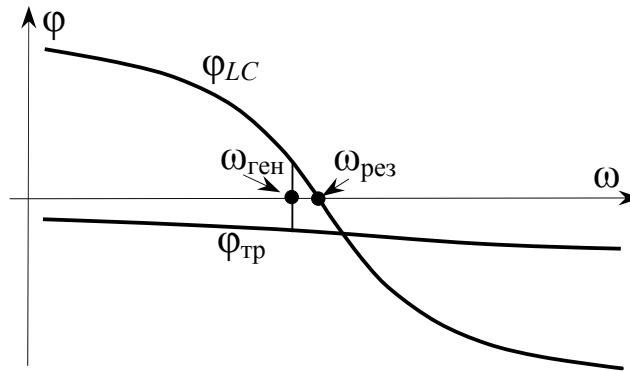


Рис. 9.1. Фазовая характеристика  $LC$ -контура и транзистора

В этом случае частота колебаний изменится настолько, чтобы сдвиг фазы в  $LC$ -контуре и в цепи обратной связи был равным по величине и противоположным по знаку сдвигу  $\Delta\varphi$ . В конечном итоге  $\Delta(\arg(\dot{K}\dot{\beta})) = 0$ . Чтобы определить уход частоты  $\Delta\omega$ , вызванный сдвигом фазы  $\varphi_{тр}$ , обратимся к фазовой характеристике параллельного  $LC$ -контура, описываемой формулой

$$\varphi_{LC}(\omega) = \arg(\dot{Z}) = -\operatorname{arctg}\left(2Q\frac{\omega - \omega_{рез}}{\omega_{рез}}\right)$$

и представленной на рис. 9.2 для двух значений добротности контура  $Q$  ( $Q_2 > Q_1$ ). Частота  $\omega_{ген}$ , на которой выполняется условие баланса фаз и возможна генерация, определяется из уравне-

ния  $\varphi_{\text{тр}}(\omega_{\text{ген}}) + \varphi_{LC}(\omega_{\text{ген}}) = 0$ , где  $\varphi_{\text{тр}}(\omega) = -\arctg(\omega\tau_{\text{тр}})$ , а  $\tau_{\text{тр}}$  – постоянная времени транзистора, определяющая его быстродействие. Отсюда получаем

$$\arctg(\omega_{\text{ген}}\tau_{\text{тр}}) = \arctg\left(2Q\frac{\omega_{\text{ген}} - \omega_{\text{рез}}}{\omega_{\text{рез}}}\right)$$

и 
$$\omega_{\text{ген}} = \frac{\omega_{\text{рез}}}{1 + (\tau_{\text{тр}}\omega_{\text{рез}}/2Q)} \text{ или } f_{\text{ген}} = \frac{f_{\text{рез}}}{1 + (\tau_{\text{тр}}\pi f_{\text{рез}}/Q)}.$$

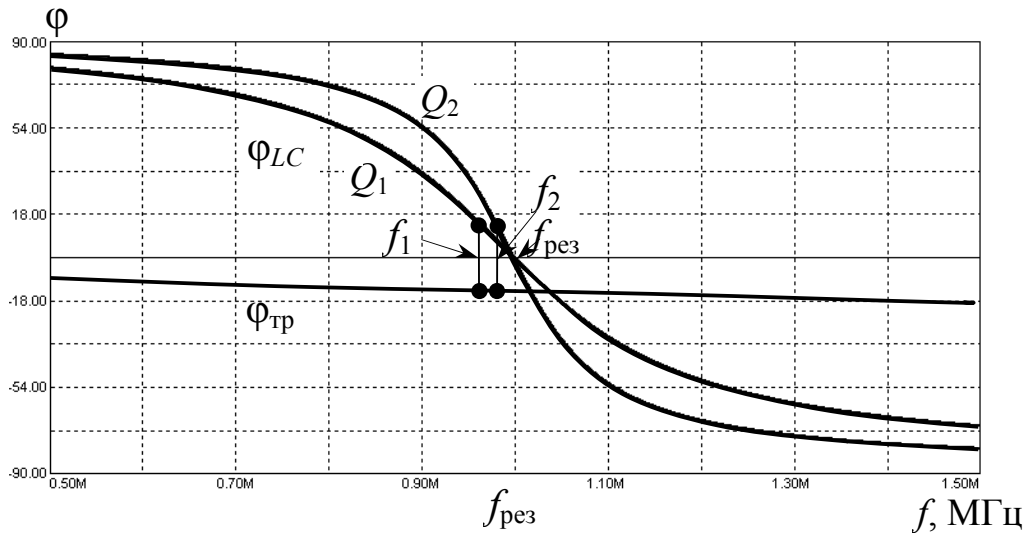


Рис. 9.2. Фазовая характеристика LC-контура

Фазовому сдвигу  $\Delta\varphi$  соответствует сдвиг по частоте

$$\Delta\omega = -\frac{\Delta\varphi}{|\partial\varphi / \partial\omega|}.$$

Следовательно, относительное изменение частоты, равное

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_{\text{рез}}} = -\frac{\Delta\varphi}{\omega_{\text{рез}} \cdot \left|\frac{\partial\varphi}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_{\text{рез}}}},$$

будет тем меньше, чем больше крутизна фазовой характеристики на частоте  $\omega_{\text{рез}}$ . Величина  $\sigma_{\omega} = \omega_{\text{рез}} \cdot \left|\partial\varphi / \partial\omega\right|_{\omega=\omega_{\text{рез}}}$  называется **фиксирующей способностью контура** по частоте. Для колебательного контура

$$\left|\partial\varphi / \partial\omega\right|_{\omega=\omega_{\text{рез}}} = 2Q / \omega_{\text{рез}},$$

следовательно,

$$\sigma_{\omega} = 2Q. \quad (9.3)$$

Таким образом, чем больше добротность контура, тем выше стабильность частоты. Обычно контуры имеют добротность  $Q$ , редко превышающую значение 100...200, и относительная нестабильность частоты генераторов, использующих стандартные контуры, имеет порядок  $10^{-4} \dots 10^{-3}$ , что часто оказывается недостаточным. С целью повышения стабильности частоты применяют кварцевые резонаторы.

## 9.2. Кварцевый резонатор

### 9.2.1. Кристалл кварца. Пьезоэлектрический эффект

Природный кварц (химическая формула  $\text{SiO}_2$ ), используемый для стабилизации частоты, кристаллизуется в форме шестигранных призм, оканчивающихся шестигранными пирамидами (рис. 9.3). В кристалле кварца различают **оптическую** ось  $Z$  (вдоль призмы), **электрические** оси  $X$ , проходящие через ребра призмы в плоскости, перпендикулярной оси  $Z$ , и **механические** оси  $Y$ , проходящие перпендикулярно граням призмы.

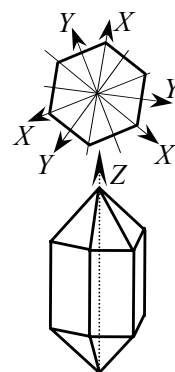


Рис. 9.3. Кристаллы кварца

Кристалл кварца способен преобразовывать механическую энергию в электрическую и наоборот. Деформация кристалла кварца вызывает появление на его поверхностях электрических зарядов противоположных знаков. Изменение направления деформации кристалла изменяет знаки зарядов на противоположные. Это явление носит название прямого **пьезоэлектрического эффекта**.

Если вырезанную определенным образом пластину кварца поместить в электрическое поле, вектор напряженности которого

совпадает по направлению с электрической осью  $X$ , то наблюдается упругая деформация кристалла – обратный пьезоэффект. В помещенной в переменное электрическое поле пластине возникают механические колебания. При частоте электрических колебаний, совпадающих с частотой механических колебаний пластины, преобразование электрической энергии в механическую энергию происходит с высоким КПД. В кристалле кварца с малым количеством посторонних примесей потери энергии малы и эквивалентная добротность кристалла кварца  $Q_{\text{кв}}$  достигает значений  $10^4$  и выше. Кроме того, при соответствующих углах среза пластины кварца по отношению к его осям, физические и электрические свойства кварца слабо зависят от температуры. Благодаря этим свойствам кварцевый резонатор используется для стабилизации частоты генераторов синусоидальных колебаний.

Кварцевый резонатор представляет собой прямоугольную или круглую пластину. Наиболее простыми срезами кварцевых пластин являются  $X$ -срез и  $Y$ -срез. Пластина при  $X$ -срезе наименьший размер (толщину) имеет по направлению одной из трех осей  $X$ , а при  $Y$ -срезе – по направлению оси  $Y$ . Однако, пластины  $X$ - и  $Y$ -срезов имеют существенные недостатки, ограничивающие их применение в радиоустройствах: они имеют побочные резонансы и сравнительно большой температурный коэффициент частоты.

Лучшие результаты достигаются, если вырезать в кристалле пластины  $X$ - и  $Y$ -срезов под определенными углами к оси  $Z$ . Существует обширная классификация кварцевых резонаторов с различными углами среза. Резонансная частота кварцевой пластины, помещенной в электрическое поле, определяется размерами пластины, типом среза и характером деформации (сдвиг, растяжение или изгиб). Зависимость частоты колебаний от температуры для пластин различных срезов имеет сложный характер и обычно ее получают экспериментальным путем. Максимальный относительный уход частоты в диапазоне температур от  $-50^\circ$  до  $+100^\circ\text{C}$  для хороших кварцевых резонаторов не превышает величины  $10^{-5}$ . Для получения повышенной стабильности кварцы помещают в термостаты, в которых температура поддерживается практически постоянной. Среднесуточный относительный уход частоты в таких прецизионных генераторах может достигать  $10^{-11}$ .

Одним из примеров кварцевого резонатора может служить кварц в виде круглой пластины с углом среза  $+35^\circ$  по отношению к оси  $Z$ , толщиной  $h \approx 1,66$  мм, с внешним диаметром  $D \approx 14$  мм и диаметром центральных посеребренных электродов  $d \approx 8$  мм; вид деформации – сдвиг по толщине. Резонансная частота удовлетворяет соотношению  $f_{\text{кв}}$  (МГц)  $\approx 1,66/h(\text{мм})$  и составляет 1 МГц.

### 9.2.2. Эквивалентная электрическая схема кварца

Поведение кварца вблизи резонансной частоты можно описать, воспользовавшись эквивалентной схемой, показанной на рис. 9.4а.

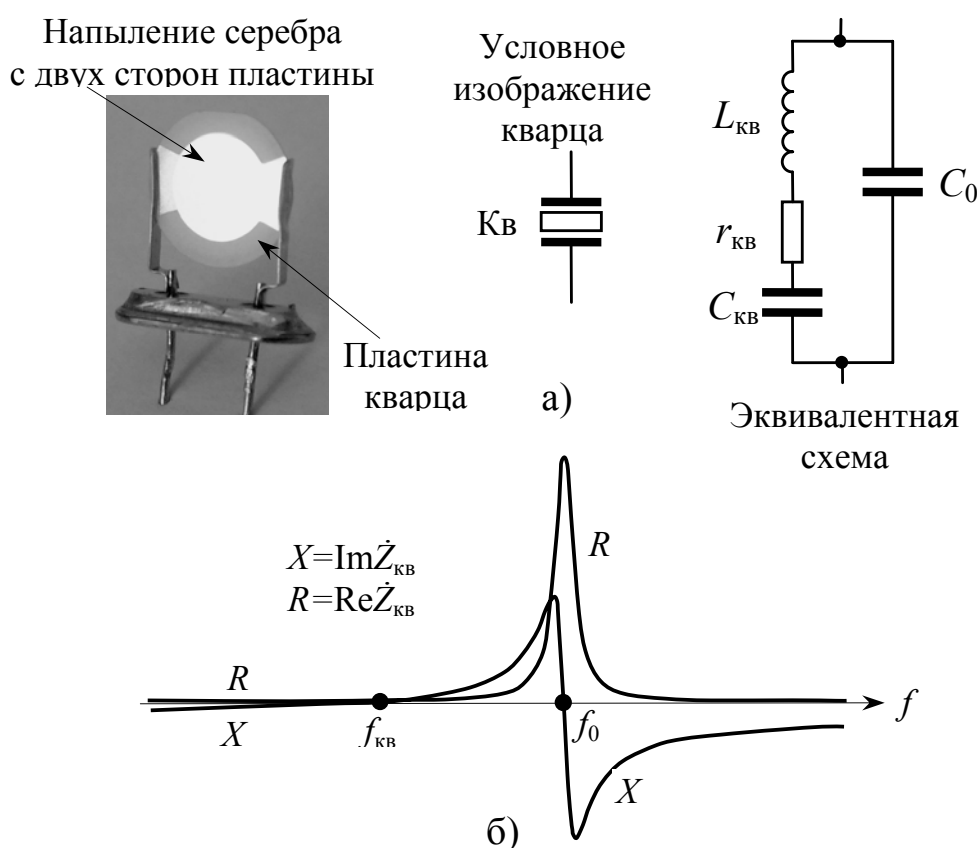


Рис. 9.4: а) конструкция кварца и его эквивалентная схема;  
б) зависимость реактивного и активного сопротивления от частоты

Элементы  $L_{\text{кв}}$ ,  $C_{\text{кв}}$ ,  $r_{\text{кв}}$  образуют последовательный колебательный контур, собственная частота которого равна частоте механического резонанса:



$$f_{\text{кв}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{\text{кв}}C_{\text{кв}}}}.$$

С учетом емкости кварцедержателя  $C_0$  (5...10 пФ) в схеме, изображенной на рис. 9.4а, будет наблюдаться также параллельный резонанс на частоте

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{\text{кв}} \cdot C_{\text{кв}}C_0/(C_{\text{кв}} + C_0)}} \approx f_{\text{кв}}\sqrt{1+C_{\text{кв}}/C_0}.$$

Параметры кварца с частотой  $f_{\text{кв}} = 1$  МГц имеют примерно следующие значения:

$$L_{\text{кв}} \approx 4,6 \text{ Гн}, \quad C_{\text{кв}} \approx 5,5 \cdot 10^{-3} \text{ пФ}, \quad r_{\text{кв}} \approx 300 \text{ Ом}.$$

Следовательно, характеристическое сопротивление последовательного контура при указанных параметрах кварца равно

$$\rho_{\text{кв}} = \sqrt{L_{\text{кв}}/C_{\text{кв}}} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ Ом},$$

а добротность

$$Q_{\text{кв}} = \frac{\rho_{\text{кв}}}{r_{\text{кв}}} = 10^5.$$

Так как эквивалентная емкость кварца  $C_{\text{кв}}$  очень мала ( $C_{\text{кв}} \ll C_0$ ), то частота параллельного резонанса  $f_0$  близка к частоте последовательного резонанса:

$$f_0 = f_{\text{кв}}\sqrt{1+C_{\text{кв}}/C_0} \approx f_{\text{кв}}(1+C_{\text{кв}}/2C_0).$$

Разность частот  $f_0$  и  $f_{\text{кв}}$  представляет собой величину порядка  $(10^{-4} \dots 10^{-3}) \cdot f_{\text{кв}}$  и уменьшается, если параллельно кварцу подключена дополнительная емкость  $C$  внешней цепи. В этом случае

$$f_0 - f_{\text{кв}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_{\text{кв}}}{C_0 + C} \cdot f_{\text{кв}}.$$

На рис. 9.4б показана зависимость реактивного и активного сопротивлений кварцевого резонатора от частоты.

Фиксирующая способность кварцевого контура по частоте, равная  $\sigma_{\omega} = 2Q_{\text{кв}}$ , оказывается значительно более высокой (на 3 порядка и выше), чем у стандартного  $LC$ -контура.

Для стабилизации частоты генераторов синусоидальных колебаний используют как последовательный, так и параллельный резонансы кварца.

### 9.3. Генераторы с кварцевой стабилизацией частоты

#### 9.3.1. Кварцевые генераторы с трансформаторной связью

Колебания в схемах генераторов, изображенных на рис. 9.5а и рис. 9.5б, возбуждаются на частоте **последовательного** резонанса кварца. При этом  $LC$ -контур в выходной цепи должен быть настроен на частоту последовательного резонанса кварца. Необходимо также, чтобы фаза напряжения обратной связи, снимаемого с катушки  $L_2$ , была «правильной». На рисунке темными кружками отмечены начала обмоток катушек  $L_1$  и  $L_2$ .

Определим условия самовозбуждения генераторов, приведенных на рис. 9.5. В схеме на рис. 9.5а транзистор включен по схеме с общей базой (емкость конденсатора  $C_B$  выбирается достаточно большой), поэтому коэффициент усиления (от эмиттера до коллектора) можно записать в виде

$$K = SR_{\text{эКВ}},$$

где  $S = 1 / r_{\text{э}} = I_{\text{э}} / U_T$  – крутизна транзистора,

$R_{\text{эКВ}} = \rho Q$  – эквивалентное сопротивление  $LC$ -контура на резонансной частоте с учетом его шунтирования сопротивлением, равным сумме входного сопротивления усилителя  $R_{\text{вх}} \approx r_{\text{э}}$  и сопротивления кварца  $r_{\text{кв}}$ .

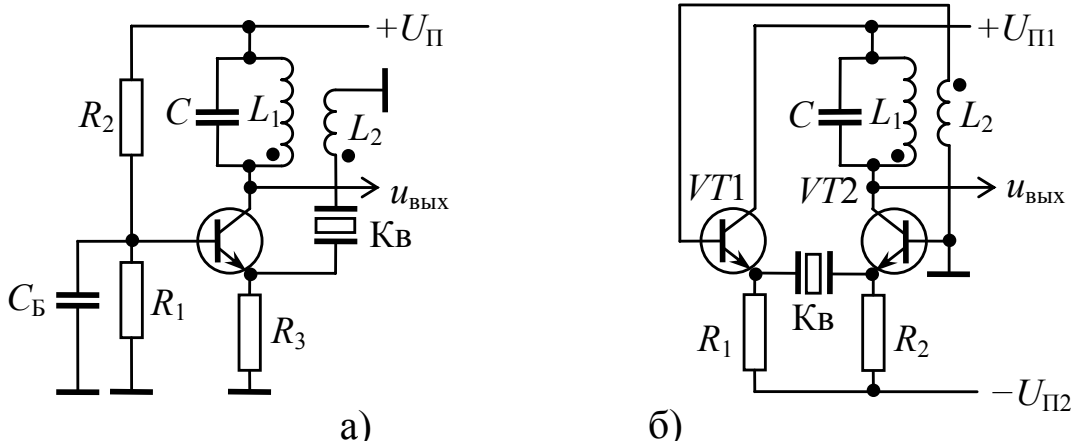


Рис. 9.5. Схемы кварцевых генераторов с трансформаторной обратной связью: а) на биполярном транзисторе, б) на дифференциальном усилителе

Коэффициент обратной связи  $\beta$  приближенно (с учетом неравенства  $R_3 \gg r_{\text{э}}$ ) равен

$$\beta = k_{\text{св}} \cdot \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{r_3}{r_3 + r_{\text{кв}}},$$

$w_1$  и  $w_2$  – число витков катушек индуктивности  $L_1$  и  $L_2$ ,

$k_{\text{св}} = M / \sqrt{L_1 \cdot L_2}$  – коэффициент индуктивной связи между катушками  $L_1$  и  $L_2$ .

Амплитудное условие самовозбуждения состоит в выполнении неравенства  $\beta > 1/K$  :

$$k_{\text{св}} \frac{w_2}{w_1} > \frac{1}{S \cdot R_{\text{эКВ}}} \left( 1 + \frac{r_{\text{кв}}}{r_3} \right). \quad (9.4)$$

Для случая  $k_{\text{св}} = 1$  (полная связь) условие самовозбуждения можно записать в виде

$$\frac{w_2}{w_1} > \frac{1}{S \cdot R_{\text{эКВ}}} \left( 1 + \frac{r_{\text{кв}}}{r_3} \right). \quad (9.4a)$$

Схема на рис. 9.5б использует пару транзисторов  $VT1$  и  $VT2$ , включенных по схеме дифференциального усилителя. Резисторы в эмиттерных цепях транзисторов выбираются равными ( $R_1 = R_2 = R_3$ ) и обеспечивают рабочие токи эмиттеров

$$I_{\text{э1}} = I_{\text{э2}} = I_3 = \frac{U_{\text{п2}} - U_{\text{бэ}}}{R_3}.$$

Крутизна транзисторов, равная  $S = I_3 / U_T$ , определяет коэффициент усиления (от базы  $VT1$  до коллектора  $VT2$ ):

$$K = \frac{r_3}{2r_3 + r_{\text{кв}}} S R_{\text{эКВ}}.$$

Принимая  $\beta = k_{\text{св}} \cdot (w_2 / w_1)$ , для схемы на рис. 9.5б условие самовозбуждения генератора получим в виде

$$k_{\text{св}} \cdot \frac{w_2}{w_1} > \frac{1}{S R_{\text{эКВ}}} \left( 2 + \frac{r_{\text{кв}}}{r_3} \right). \quad (9.5)$$

Полагая в неравенствах (9.5) и (9.6)  $r_{\text{кв}} = 0$  (замыкание кварца накоротко), получим условие самовозбуждения генераторов без кварца. Такая процедура (замыкание выводов кварца) применяется, в частности, для экспериментальной проверки, на какой частоте работает генератор без кварца и работает ли он вообще.

Заметим, что в схемах на рис. 9.5 последовательно с кварцем оказывается включенным сопротивление  $r_{\text{посл}}$ , снижающее добротность кварца. Для схемы на рис. 9.5а сопротивление  $r_{\text{посл}}$  складывается из сопротивления  $r_э$  эмиттерного перехода транзистора и выходного сопротивления  $R_{\text{вых2}}$  усилителя со стороны катушки связи  $L_2$ , равного

$$R_{\text{вых2}} = R_{\text{экв}} \left( k_{\text{св}} \frac{w_2}{w_1} \right)^2.$$

При слабой обратной связи, когда  $k_{\text{св}} (w_2/w_1) \ll 1$ , и при сравнительно небольшом значении  $R_{\text{экв}}$  (единицы кОм) принимаем, что  $R_{\text{вых2}} \ll r_э$  и  $r_{\text{посл}} \approx r_э$ . Для схемы на рис. 9.5б  $r_{\text{посл}} \approx 2r_э$ .

В обеих схемах желательно соответствующим выбором тока эмиттера транзисторов обеспечить достаточно малое сопротивление эмиттерного перехода  $r_э$  с целью выполнения неравенства  $r_{\text{посл}} < r_{\text{кв}}$ .

### 9.3.2. Трехточечные кварцевые генераторы

Генераторы, схемы которых показаны на рис. 9.6, являются трехточечными генераторами с индуктивной (рис. 9.6а) и емкостной (рис. 9.6б) обратной связью.

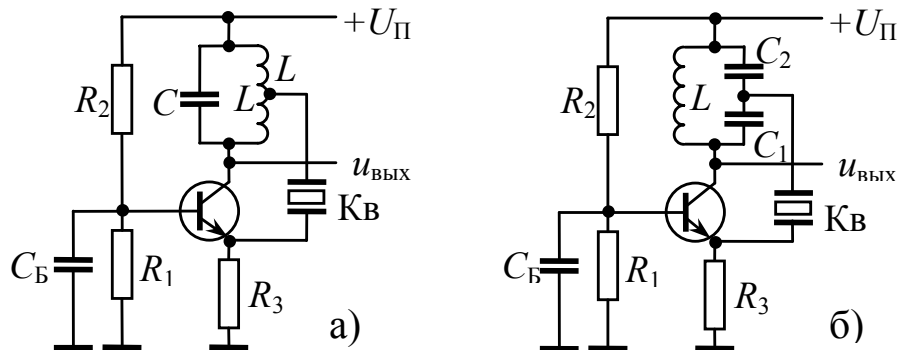


Рис. 9.6. Схемы кварцевых генераторов на основе трехточечных генераторов: а) индуктивная обратная связь, б) емкостная обратная связь

Генераторы возбуждаются на частоте последовательного резонанса кварца, включенного в цепь положительной обратной связи. Резонансная частота колебательных  $LC$ -контуров в коллекторных цепях должна равняться частоте последовательного резонанса кварца. Так как транзисторы включены по схеме с общей базой, то фазовое условие самовозбуждения генераторов (9.1) выполняется,

поскольку на резонансной частоте фазовый сдвиг, вносимый усилителем, использующим схему с общей базой, близок к нулю.

Определим амплитудные условия самовозбуждения.

Для схемы на рис. 9.6а коэффициент усиления (от эмиттера до коллектора) равен

$$K = SR_{\text{эКВ}},$$

а коэффициент обратной связи

$$\beta = \frac{w_1}{w} \cdot \frac{r_3}{r_3 + r_{\text{КВ}}} \quad (k_{\text{св}} = 1),$$

где  $w$  и  $w_1$  — число витков контурной катушки  $L$  и ее части  $L_1$ .

Условие самовозбуждения ( $\beta > 1/K$ ) можно записать в виде

$$\frac{w_1}{w} > \frac{1}{SR_{\text{эКВ}}} \left( 1 + \frac{r_{\text{КВ}}}{r_3} \right). \quad (9.6)$$

Для схемы на рис. 9.6б коэффициент усиления записывается так же, как и для схемы на рис. 9.6а, но коэффициент обратной связи здесь равен

$$\beta = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot \frac{r_3}{r_3 + r_{\text{КВ}}}.$$

Условие самовозбуждения имеет вид неравенства

$$\frac{C_1}{C_1 + C_2} > \frac{1}{SR_{\text{эКВ}}} \left( 1 + \frac{r_{\text{КВ}}}{r_3} \right).$$

Как и для схем на рис. 9.5, желательно выполнение неравенства  $r_3 < r_{\text{КВ}}$ , чтобы не снижать добротность кварца.

### **9.3.3. Кварцевые генераторы с использованием параллельного резонанса кварца**

На рис. 9.7 представлены схемы генератора с кварцем, включенным между коллектором и базой.

Возбуждение генератора возможно на частоте  $f_{\text{ген}}$ , при которой сопротивление кварца имеет индуктивный характер, то есть на частоте, расположенной между частотой последовательного резонанса и частотой параллельного резонанса кварца. Частота генерации определяется как резонансная частота эквивалентного колебательного контура, состоящего из  $L_{\text{КВ}}$ ,  $C_{\text{КВ}}$ ,  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ :

$$f_{\text{ген}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_{\text{кв}} \cdot \frac{C_{\text{кв}} C}{C_{\text{кв}} + C}}} = f_{\text{кв}} \sqrt{1 + \frac{C_{\text{кв}}}{C}} \approx f_{\text{кв}} \left( 1 + \frac{C_{\text{кв}}}{2C} \right), \quad (9.7)$$

где  $C = C_1 \cdot C_2 / (C_1 + C_2) + C_0$ . Поскольку  $C_{\text{кв}} \ll C$ , частота генерации близка к частоте  $f_{\text{кв}}$ .

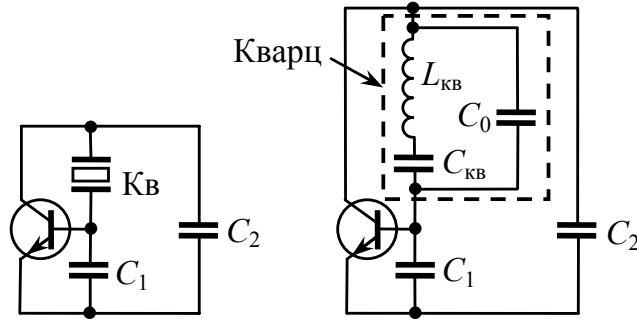


Рис. 9.7. Схематическое изображение генератора с включением кварца между коллектором и базой транзистора

Схема кварцевого генератора на рис. 9.7 соответствует схеме емкостного трехточечного генератора с коэффициентом обратной связи

$$\beta = C_2 / C_1. \quad (9.8)$$

Условие самовозбуждения можно получить, анализируя схему с разомкнутой обратной связью (база транзистора отключена от контура), путем определения коэффициента усиления на резонансной частоте эквивалентного контура:

$$K = S \rho_{\text{кв}} Q_{\text{кв}} p^2,$$

где  $S$  — крутизна транзистора,  $p = (C^* / C_2)$  — коэффициент включения коллектора в контур,  $C^* = C_{\text{кв}} C / (C_{\text{кв}} + C)$  — полная емкость эквивалентного контура. Так как  $C_{\text{кв}} \ll C$ , то  $C^* \approx C_{\text{кв}}$  и  $p \approx C_{\text{кв}} / C_2$ . Следовательно,

$$K \approx S \rho_{\text{кв}} Q_{\text{кв}} \left( \frac{C_{\text{кв}}}{C_2} \right)^2. \quad (9.9)$$

Для самовозбуждения генератора требуется выполнить неравенство  $\beta > 1/K$ .

На рис. 9.8 приведены две схемы кварцевых генераторов с использованием кварца в качестве индуктивности. Достоинством

этих схем является отсутствие катушек индуктивности.

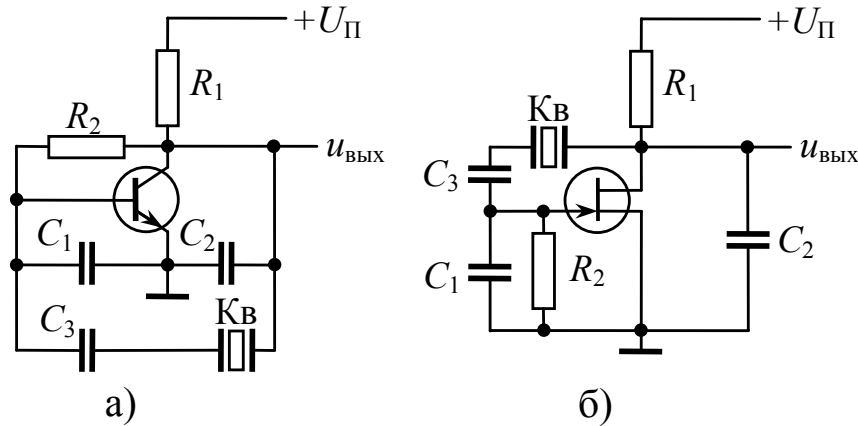


Рис. 9.8. Схемы кварцевых генераторов, работающих на частоте параллельного резонанса кварца: а) на биполярном транзисторе, б) на полевом транзисторе

Схема на рис. 9.8а построена на биполярном транзисторе, включенном по схеме с общим эмиттером. Резистор  $R_2$  в цепи базы задает начальный ток эмиттера:

$$I_{\text{Э}} = \frac{U_{\text{П}} - U_{\text{БЭ}}}{R_1 + R_2 / (h_{21\text{э}} + 1)}.$$

Крутизна транзистора, входящая в выражение (9.9) для коэффициента усиления, равна  $S = I_{\text{Э}} / U_T$ .

Схема на рис. 9.8б подобна схеме на рис. 9.8а, но в ней применен полевой транзистор с управляющим  $p$ – $n$ -переходом. Крутизна  $S$  полевого транзистора определяется по проходной характеристике при напряжении затвора относительно истока, равном нулю.

Условие самовозбуждения обеих схем, как и прежде, имеет вид неравенства  $\beta > 1/K$ , в котором  $\beta$  и  $K$  определяются формулами (9.8) и (9.9) соответственно.

В схемах на рис. 9.8 последовательно с кварцем включен конденсатор  $C_3$ . Изменение емкости этого конденсатора на величину  $\Delta C$  позволяет в небольших пределах изменять частоту колебаний кварцевого генератора. Согласно формуле (9.7)

$$\frac{\Delta f_{\text{ГЕН}}}{f_{\text{КВ}}} = -\frac{C_{\text{КВ}} \Delta C}{2C^2}.$$

Так как  $C = (1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3)^{-1}$ , то  $\Delta C / C^2 = \Delta C_3 / C_3^2$  и

$$\frac{\Delta f_{\text{ген}}}{f_{\text{кв}}} = -\frac{C_{\text{кв}} \Delta C_3}{2C_3^2}. \quad (9.10)$$

Например, если  $C_3 = 1000$  пФ и  $\Delta C_3 = 500$  пФ, то при использовании кварца с параметрами  $f_{\text{кв}} = 1$  МГц и  $C_{\text{кв}} = 6 \cdot 10^{-3}$  пФ относительное изменение частоты составит  $\Delta f_{\text{ген}} / f_{\text{кв}} = -1,5 \cdot 10^{-6}$ . Абсолютное изменение частоты равно  $\Delta f_{\text{ген}} = -1,5$  Гц.

Небольшое изменение частоты генерируемых колебаний происходит и при изменении емкости конденсаторов  $C_1$  или  $C_2$ . Однако изменение частоты генерируемых колебаний путем изменения емкости конденсаторов  $C_1$  или  $C_2$  нежелательно, поскольку при этом происходит изменение коэффициента обратной связи  $\beta = C_2 / C_1$ , что может нарушить амплитудное условие самовозбуждения.

#### 9.3.4. Кварцевый генератор на дифференциальном усилителе

В генераторе, схема которого приведена на рис. 9.9, колебания возбуждаются на частоте параллельного резонанса эквивалентного колебательного контура, образованного конденсаторами  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  и кварцевым резонатором:

$$f_{\text{ген}} = f_{\text{кв}} \sqrt{1 + \frac{C_{\text{кв}}}{C}} \approx f_{\text{кв}} \left( 1 + \frac{C_{\text{кв}}}{2C} \right), \quad (9.11)$$

где  $C = (1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3)^{-1} + C_0$ .

Рассматриваемый генератор является емкостным трехточечным генератором на транзисторе  $VT1$ . Коэффициент обратной связи  $\beta = C_2 / C_1$ , а коэффициент усиления равен (в предположении, что шунтирующим действием резистора  $R_2$  можно пренебречь)

$$K = \frac{1}{2} \cdot S_{\rho_{\text{кв}}} Q_{\text{кв}} \left( \frac{C_{\text{кв}}}{C_2} \right)^2. \quad (9.12)$$

Крутизна транзисторов  $VT1$  и  $VT2$  в рабочей точке определяется выражением  $S = I_0 / (2U_T)$ , а ток  $I_0$  равен

$$I_0 = I_{\text{Э1}} + I_{\text{Э2}} = \frac{U_{\text{П2}} - U_{\text{БЭ}}}{R_2}.$$



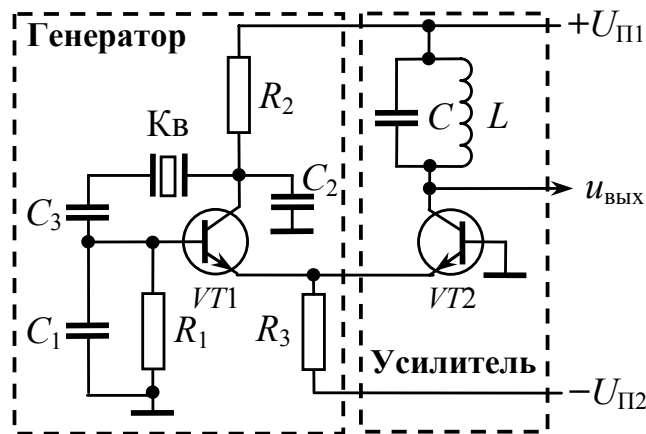


Рис. 9.9. Схема кварцевого генератора на основе дифференциального усилителя

Транзистор  $VT2$ , включенный по схеме с общей базой, используется для усиления колебаний, создаваемых генератором на транзисторе  $VT1$ ; колебательный контур в коллекторной цепи  $VT2$  является нагрузкой усилителя. При настройке контура в резонанс на частоту генератора амплитуда выходного колебания равна

$$U_{\text{ВЫХ}} = I_1 \cdot R_{\text{ЭКВ}},$$

где  $I_1$  – амплитуда первой гармоники тока коллектора  $VT2$ ,  
 $R_{\text{ЭКВ}} = \rho Q$  – эквивалентное сопротивление  $LC$ -контура.

При большой амплитуде колебания, когда амплитуда напряжения на базе транзистора  $VT1$  относительно земли  $U_{\text{б1}} \gg U_T$ , оба транзистора работают в режиме переключения тока  $I_0$ . В этом случае  $I_1 = 2I_0/\pi$ , и амплитуда выходного колебания при условии  $U_{\text{ВЫХ}} < U_{\text{П1}}$  равна

$$U_{\text{ВЫХ}} = \frac{2}{\pi} I_0 \rho Q.$$

Поскольку спектр коллекторного тока транзистора  $VT2$  содержит нечетные гармоники, то, настроив колебательный  $LC$ -контур на частоту  $3f_{\text{КВ}}$  или  $5f_{\text{КВ}}$ , можно получить колебание с частотой в три или пять раз выше частоты кварца. Например, амплитуда колебаний с утроенной частотой равна

$$U_{\text{ВЫХ3}} = \frac{2}{3\pi} I_0 \rho Q.$$

## 9.4. Задачи

1. Кварцевый резонатор имеет параметры:

$$L_{\text{кв}} = 0.5 \text{ Гн}, r_{\text{кв}} = 200 \text{ Ом}, C_{\text{кв}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ пФ}, C_0 = 15 \text{ пФ}.$$

Определить  $f_{\text{кв}}, f_0, Q_{\text{кв}}$  и сопротивление кварца на частотах  $f_{\text{кв}}$  и  $f_0$ .

2. Для схемы на рис. 9.13 рассчитать режим по постоянному току и величину петлевого усиления  $\beta K$  при  $R_{\text{н}} = \infty$ . Определить частоту колебаний, фиксирующую способность и минимальное сопротивление нагрузки  $R_{\text{н}}$ , при которой существуют колебания.

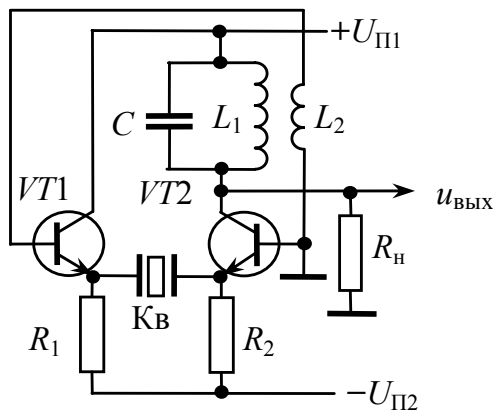


Рис. 9.13

$$L_1 = 100 \text{ мкГн}$$

$$C = 100 \text{ пФ}$$

$$n = \frac{w_2}{w_1} = 0.1$$

$$Q_0 = 50$$

$$R_1 = R_2 = 10 \text{ кОм}$$

$$h_{21э} = 100$$

$$f_{\text{кв}} = 1.6 \text{ МГц}$$

$$Q_{\text{кв}} = 10^5$$

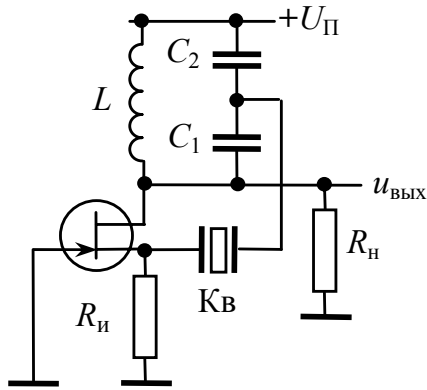
$$r_{\text{кв}} = 300 \text{ Ом}$$

$$U_{\text{П1}} = U_{\text{П2}} = 10 \text{ В}$$

3. Составить и рассчитать схему индуктивного 3-точечного LC-генератора с кварцевой стабилизацией на  $n$ - $p$ - $n$ -транзисторе, включенном по схеме с общим коллектором.

4. Насколько фиксирующая способность генератора, схема которого приведена на рис. 9.23, отличается от величины  $2Q_{\text{кв}}$  при условии, что входное сопротивление транзистора со стороны эмиттера равно  $2r_{\text{кв}}$ ?

5.



$$\begin{aligned}
 L &= 100 \text{ мкГн}, C_1 = 110 \text{ пФ}, C_2 = 1000 \text{ пФ} \\
 f_{\text{КВ}} &= 1.6 \text{ МГц}, Q_{\text{КВ}} = 10^5, r_{\text{КВ}} = 300 \text{ Ом} \\
 R_{\text{и}} &= 500 \text{ Ом} \\
 S_0 &= 5 \text{ мА/В} \\
 I_0 &= 5 \text{ мА}, U_{\text{отс}} = -2 \text{ В}
 \end{aligned}$$

Рис. 9.23

Для схемы на рис. 9.23 рассчитать режим по постоянному току и величину петлевого усиления  $\beta K$  при  $R_{\text{н}} = \infty$ . Определить частоту колебаний, фиксирующую способность и минимальное сопротивление нагрузки  $R_{\text{н}}$ , при которой существуют колебания.

## ГЛАВА 10. МОДУЛИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ

В предыдущих главах рассматривались линейные преобразования сигналов (исключение составляют темы, связанные с генераторами сигналов). При выполнении линейных преобразований в спектре выходного сигнала не появляются составляющие, которых не было во входном сигнале. Изменяются амплитуды и фазы гармонических составляющих спектра входного сигнала.

В системах связи часто возникают задачи, связанные с необходимостью изменения спектра сигнала. Например, эффективное излучение и прием сигналов возможен при размерах антенны порядка длины волны, поэтому для передачи низкочастотных сигналов используют высокочастотное (несущее) колебание, у которого один из параметров (амплитуду, частоту или фазу) изменяют пропорционально низкочастотному (модулирующему) сигналу. Такая операция называется **модуляцией**.

Другим примером нелинейного преобразования является операция, обратная процессу модуляции, – **детектирование**, позволяющая выделить низкочастотный сигнал из модулированного высокочастотного колебания.

В приемниках радиосигналов часто используют операцию **преобразования** частоты, при которой спектр высокочастотного модулированного колебания, расположенный в окрестности несущей частоты, переносится на другую частоту.

Изменение спектра с появлением новых составляющих можно осуществить с помощью нелинейного устройства, у которого связь между входным сигналом  $u_{\text{вх}}(t)$  и выходным сигналом  $u_{\text{вых}}(t)$  задается нелинейной функцией  $u_{\text{вых}}(t) = f(u_{\text{вх}}(t))$ .

### 10.1. Виды модуляции. Спектры модулированных колебаний

Несущее гармоническое колебание, имеющее вид

$$u(t) = U \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

характеризуется тремя параметрами: амплитудой  $U$ , круговой частотой  $\omega_0$  и фазой  $\varphi$ . Частоту и фазу можно объединить одним параметром – мгновенной фазой  $\psi(t) = \omega_0 t + \varphi$ .

В зависимости от того, какой параметр несущего колебания изменяется, вводятся понятия **амплитудной** модуляции (АМ) и **угловой** модуляции. При изменении амплитуды несущего колебания пропорционально изменению модулирующего колебания  $u_M(t)$  имеет место амплитудная модуляция. Амплитудно-модулированное колебание имеет вид

$$\begin{aligned} u(t) &= (U_0 + u_M(t)) \cos(\omega_0 t + \varphi) = \\ &= U_0 (1 + u_M(t)/U_0) \cos(\omega_0 t + \varphi). \end{aligned} \quad (10.1)$$

К угловым видам модуляции относятся **фазовая** модуляция (ФМ) и **частотная** модуляция (ЧМ). Фазовая модуляция соответствует изменению, пропорционально модулирующему колебанию  $u_M(t)$ , мгновенной фазы, то есть  $\psi(t) = \omega_0 t + \varphi + a u_M(t)$ . Фазово-модулированное колебание имеет вид

$$u(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi + a u_M(t)).$$

При частотной модуляции мгновенная частота изменяется пропорционально модулирующему колебанию  $u_M(t)$ :

$$\omega(t) = d\psi/dt = \omega_0 + b u_M(t).$$

В последнем случае изменению частоты соответствует изменение мгновенной фазы

$$\psi(t) = \omega_0 t + \varphi + b \int_0^t u_M(\tau) d\tau.$$

Таким образом, частотно модулированное колебание имеет вид

$$u(t) = U_0 \cos \left( \omega_0 t + \varphi + b \int_0^t u_M(\tau) d\tau \right).$$

### 10.1.1. Амплитудная модуляция

Рассмотрим наиболее простой вариант амплитудной модуляции, когда модулирующее колебание является гармоническим:  $u_M(t) = U_\Omega \cos \Omega t$ . Частота несущего колебания  $\omega_0$  выбирается значительно выше частоты модулирующего сигнала  $\Omega$ . Для АМ-колебаний величина начальной фазы часто не имеет значения,

поэтому положим  $\varphi = 0$ . Согласно выражению (10.1) АМ-колебание имеет вид

$$\begin{aligned} u(t) &= (U_0 + U_\Omega \cos \Omega t) \cos(\omega_0 t) = \\ &= U_0 (1 + m \cos \Omega t) \cos(\omega_0 t). \end{aligned}$$

Величину  $m = U_\Omega / U_0$  называют коэффициентом модуляции. Если  $m \leq 1$ , то, как показано на рис. 10.1а, б, огибающая модулированного колебания повторяет форму модулирующего напряжения. Максимальная амплитуда колебания равна  $U_{\max} = U_0 (1 + m)$ , а минимальная амплитуда равна  $U_{\min} = U_0 (1 - m)$ .

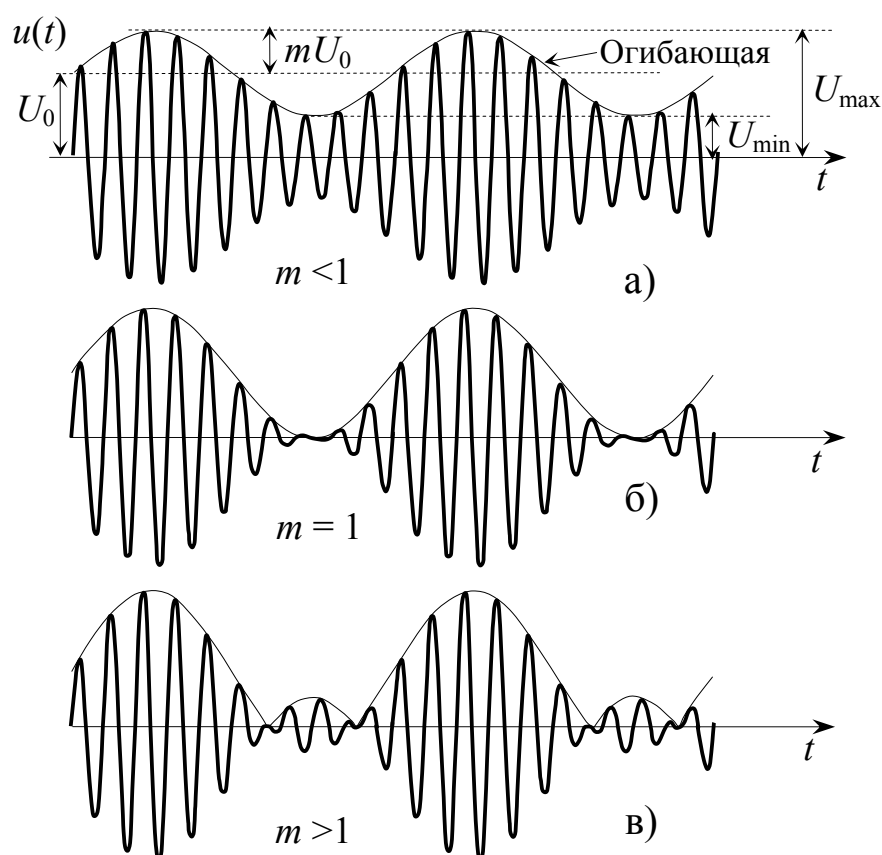


Рис. 10.1. Амплитудно-модулированное колебание

При больших амплитудах модулирующего сигнала, когда  $m > 1$ , сигнал оказывается перемодулированным (рис. 10.1в). При перемодуляции огибающая сигнала не повторяет форму модулирующего колебания, и некоторые методы детектирования не позволяют восстановить модулирующий сигнал.

АМ-колебание при модуляции гармоническим колебанием

можно представить в виде

$$u(t) = U_0 \cos \omega_0 t + \frac{m}{2} U_0 \cos(\omega_0 - \Omega)t + \frac{m}{2} U_0 \cos(\omega_0 + \Omega)t,$$

то есть оно представляет собой сумму трех гармонических составляющих. Первое слагаемое представляет собой несущее колебание с частотой  $\omega_0$  и амплитудой  $U_0$ , а два других слагаемых – синусоидальные колебания с амплитудами  $mU_0/2$  и с частотами  $\omega_0 - \Omega$  и  $\omega_0 + \Omega$ , называемыми **боковыми частотами**.

На рис. 10.2а показан амплитудный спектр АМ-колебания при модуляции гармоническим сигналом.

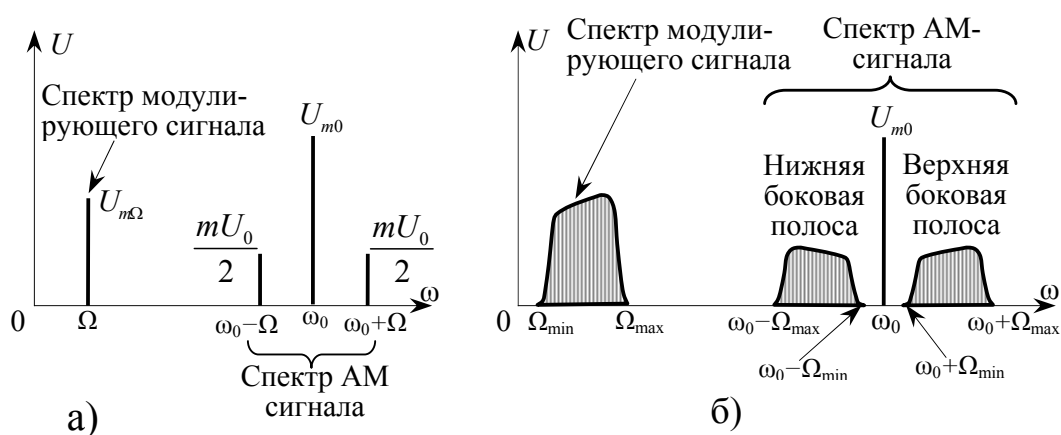


Рис. 10.2. Спектры амплитудно-модулированных (АМ) колебаний

При модуляции сигналом, имеющим спектр в полосе частот  $(\Omega_{\min} \div \Omega_{\max})$ , спектр АМ-колебания содержит две симметричные относительно  $\omega_0$  боковые полосы, по форме совпадающие со спектром модулирующего сигнала. Полная ширина спектра такого колебания равна  $\Delta\omega = 2\Omega_{\max}$ , то есть в два раза больше, чем верхняя частота спектра модулирующего сигнала (рис. 10.2б).

Наглядное представление об АМ-колебании дает векторная диаграмма, построенная для случая модуляции гармоническим сигналом (рис. 10.3). Колебание несущей частоты изображено вектором  $OA$ , вращающимся вокруг начала координат  $O$  с угловой скоростью  $\omega_0$  против часовой стрелки. Колебание с частотой  $\omega_0 + \Omega$  (верхняя боковая частота) представлено вектором  $AB_1$ , вращающимся вокруг точки  $A$  против часовой стрелки с угловой скоростью  $\Omega$ , а колебание с частотой  $\omega_0 - \Omega$  (нижняя боковая частота)

представлено симметричным относительно оси  $OA$  вектором  $AB_2$ , вращающимся с угловой скоростью  $\Omega$  по часовой стрелке. Результирующее АМ-колебание представляет собой вектор  $OC$ , равный сумме всех трех векторов.

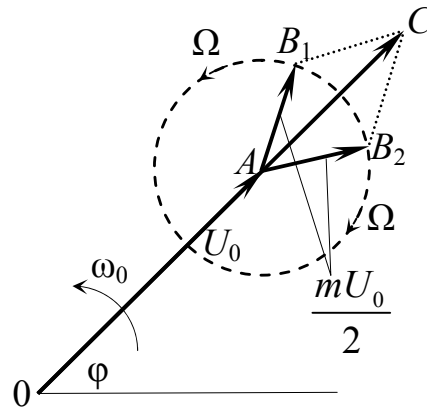


Рис. 10.3. Векторное представление АМ-колебания

### 10.1.2. Балансная модуляция

Балансно-модулированным колебанием называется амплитудно-модулированное колебание, в котором отсутствует колебание несущей частоты.

При модуляции гармоническим колебанием балансно-модулированное колебание определяется уравнением

$$\begin{aligned} u(t) &= U_0 m \cos \Omega t \cos \omega_0 t = \\ &= \frac{m}{2} U_0 \cos(\omega_0 - \Omega)t + \frac{m}{2} U_0 \cos(\omega_0 + \Omega)t. \end{aligned}$$

Вид балансно-модулированного колебания приведен на рис. 10.4.

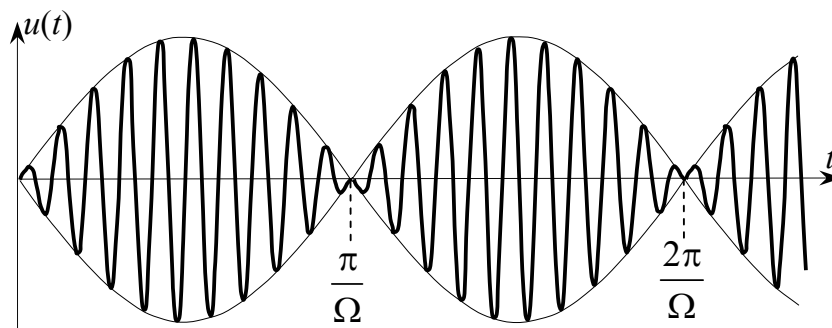


Рис. 10.4. Балансно-модулированное колебание



Огибающая балансно-модулированного сигнала не повторяет форму модулирующего сигнала.

На рис. 10.5 представлены спектры балансно-модулированных колебаний при гармоническом модулирующем сигнале (а) и при более сложном модулирующем сигнале (б).

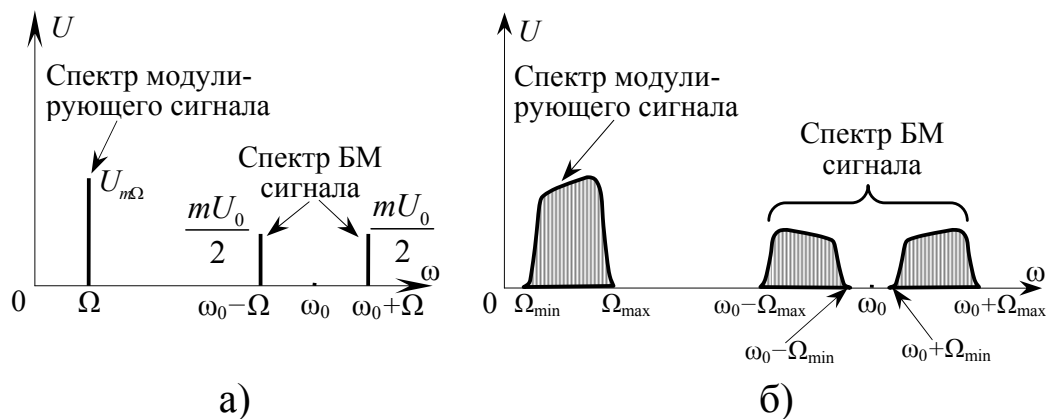


Рис. 10.5. Спектры балансно-модулированных (БМ) колебаний

Для осуществления балансной модуляции применяются перемножители сигналов.

### 10.1.3. Однополосная модуляция

Спектры АМ- и БМ-сигналов симметричны относительно частоты несущего колебания и каждая из половин спектра несет одинаковую информацию. Из этого следует, что достаточно передавать только одну половину спектра. При подавленной одной боковой полосе получаем еще один вид амплитудной модуляции – с одной боковой полосой (ОБП). Основным преимуществом ОБП-сигналов является сокращение вдвое занимаемой полосы частот.

Сигнал с подавленной верхней боковой полосой при гармоническом модулирующем сигнале имеет вид

$$u(t) = U_0 \cos \omega_0 t + \frac{m}{2} U_0 \cos(\omega_0 - \Omega)t.$$

После преобразования получаем

$$u(t) = U_0 \left( 1 + \frac{m}{2} \cos \Omega t \right) \cos \omega_0 t - \frac{U_0 m}{2} \sin \Omega t \sin \omega_0 t.$$

Огибающая такого сигнала, равная

$$U_{\text{ОБП}}(t) = U_0 \sqrt{1 + m \cos \Omega t + \frac{1}{4} m^2},$$

не совпадает с огибающей АМ-сигнала  $U_{\text{АМ}}(t) = U_0(1 + m \cos \Omega t)$ .

На рис. 10.6 показан вид сигнала с одной боковой полосой и для сравнения вид АМ-сигнала (у обоих сигналов  $m = 1$ ).

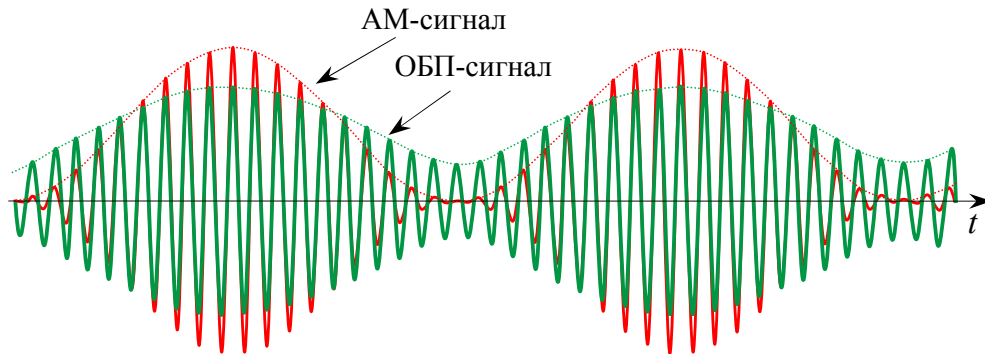


Рис. 10.6. АМ-сигнал и ОБП-сигнал

#### 10.1.4. Фазовая и частотная модуляция

Рассмотрим угловую модуляцию сигналом  $U_m \sin \Omega t$ . При фазовой модуляции фаза изменяется по следующему закону:

$$\psi(t) = \omega_0 t + \psi_m \sin \Omega t. \quad (10.2)$$

Коэффициент  $\psi_m$  называется **индексом модуляции**. Индекс модуляции численно равен максимальному изменению фазы при модуляции. Индекс модуляции пропорционален амплитуде модулирующего сигнала ( $\psi_m = a U_\Omega$ ) и при фазовой модуляции **не зависит** от частоты  $\Omega$  модулирующего сигнала.

При частотной модуляции сигналом  $U_m \cos \Omega t$  мгновенная частота равна

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta \omega_m \cos \Omega t.$$

Величина  $\Delta \omega_m$  называется **девиацией**, или **отклонением** частоты. Девиация частоты пропорциональна амплитуде модулирующего колебания ( $\Delta \omega_m = b U_\Omega$ ) и не зависит от частоты  $\Omega$ . Мгновенная фаза при частотной модуляции равна

$$\psi(t) = \omega_0 t + \frac{\Delta \omega_m}{\Omega} \sin \Omega t. \quad (10.3)$$

Если для частотной модуляции ввести индекс модуляции  $\psi_m = \Delta \omega_m / \Omega$ , то формально выражения (10.2) и (10.3) будут сов-

падать, но при частотной модуляции индекс модуляции **зависит** от частоты модулирующего колебания, в противоположность фазовой модуляции.

Таким образом, при одинаковых индексах модуляции ФМ-колебание и ЧМ-колебание не различимы. Различить их можно, только исследовав поведение колебания при изменении частоты  $\Omega$  модулирующего сигнала.

Рассмотрим спектр колебания при тональной угловой модуляции. Это колебание имеет вид

$$u(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \psi_m \sin \Omega t + \varphi).$$

Здесь можно выделить два предельных случая в зависимости от величины индекса модуляции  $\psi_m$ .

Если  $\psi_m \ll 1$ , то модуляция называется узкополосной. В этом случае, считая, что

$$\begin{aligned} \cos(\psi_m \sin \Omega t) &\approx 1, \\ \sin(\psi_m \sin \Omega t) &\approx \psi_m \sin \Omega t, \end{aligned}$$

имеем

$$\begin{aligned} u(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{\psi_m}{2} U_0 \cos((\omega_0 + \Omega)t + \varphi) - \\ - \frac{\psi_m}{2} U_0 \cos((\omega_0 - \Omega)t + \varphi). \end{aligned}$$

Следовательно, амплитудный спектр колебания такой же, как и при амплитудной модуляции с коэффициентом модуляции  $m = \psi_m$ . Он содержит несущую частоту  $\omega_0$  с амплитудой  $U_0$  и две боковые частоты  $\omega_0 + \Omega$  и  $\omega_0 - \Omega$  с амплитудами  $\psi_m U_0 / 2$ . Отличие данного спектра от спектра АМ-колебания заключается в том, что сумма боковых составляющих сдвинута на  $\pi/2$  по отношению к несущей.

Угловая модуляция с малым индексом  $\psi_m$  используется сравнительно редко. Более характерным является другой случай, когда  $\psi_m \gg 1$ . Для анализа этого случая воспользуемся следующими разложениями, известными из теории бесселевых функций:

$$\cos(\psi_m \sin \Omega t) = J_0(\psi_m) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\psi_m) \cos 2n\Omega t,$$

$$\sin(\psi_m \sin \Omega t) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} J_{2n+1}(\psi_m) \sin(2n+1)\Omega t,$$

где  $J_n(\psi_m)$  – функция Бесселя первого рода порядка  $n$ .

Тогда

$$\begin{aligned} u(t) &= U_0 \cos(\omega_0 t + \psi_m \sin \Omega t + \varphi) = \\ &= U_0 \left\{ J_0(\psi_m) \cos(\omega_0 t + \varphi) + \sum_{k=1}^{\infty} J_k(\psi_m) \cos[(\omega_0 + k\Omega)t] + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k J_k(\psi_m) \cos[(\omega_0 - k\Omega)t] \right\}. \end{aligned}$$

На рис. 10.7 показаны функции Бесселя нулевого и первого порядков. По мере возрастания индекса модуляции функции Бесселя малых порядков медленно затухают, поэтому составляющие спектра – несущая частота и ближайшие к ней боковые составляющие – постепенно уменьшаются.

При больших индексах модуляции все больше проявляются составляющие дальних боковых частот, как это видно, например, из графика для функции Бесселя восьмого порядка (рис. 10.8). Физически это объясняется тем, что при гармоническом изменении мгновенная частота колебания большую часть периода модулирующего сигнала находится вблизи крайних значений и меньшую часть – вблизи средних.

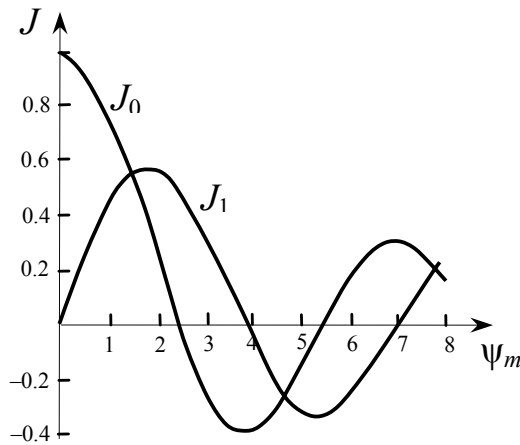


Рис. 10.7. Функции Бесселя нулевого и первого порядков

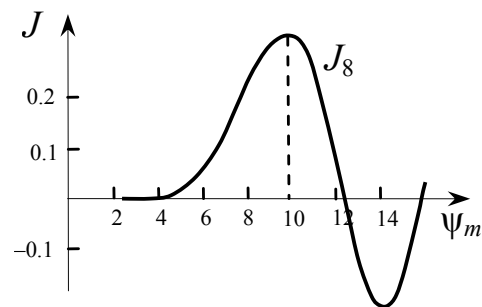


Рис. 10.8. Функция Бесселя восьмого порядка

Таким образом, спектр ЧМ- или ФМ-колебания при однотоновой модуляции содержит, помимо колебания с частотой  $\omega_0$  и амплитудой  $J_0(\psi_m)$ , бесконечное число боковых частот  $\omega_0 \pm k\Omega$ , так

что теоретически ширина спектра при угловой модуляции бесконечна. Заметим, что, в отличие от амплитудной модуляции, амплитуда несущей  $J_0(\psi_m)$  может обращаться в нуль при некоторых значениях  $\psi_m$ , например при  $\psi_m = 2.4, 5.52, 8.65, 11.79$  и других.

На практике ширина спектра ограничена. Дело в том, что функция Бесселя  $J_k(\psi_m)$  имеет при  $k > \psi_m$  очень малые значения, так что, грубо говоря, в написанном выше разложении достаточно сохранить примерно  $\psi_m$  слагаемых. Более точно, уславливаются не учитывать слагаемые, для которых  $J_k(\psi_m) < 0,01$ , то есть те, для которых амплитуда соответствующих гармоник не превышает 1% от амплитуды немодулированного колебания. Если  $n$  – номер последнего оставленного члена разложения, то ширина полосы частот, занимаемой ЧМ- или ФМ-колебанием, будет равна  $\Delta\omega = 2n\Omega$ , или  $\Delta f = 2nF$ , где  $F$  – частота модулирующего сигнала. С достаточной для практики точностью ширина полосы в этом случае описывается формулой Е. И. Манаева [6]:

$$\Delta f \approx 2F(1 + \sqrt{\psi_m} + \psi_m).$$

Эта формула определяет ширину спектра как ЧМ-колебания, так и ФМ-колебания. Если индекс модуляции мал, то ширина спектра для обоих типов модуляции равна  $2F$ . Если индекс модуляции велик ( $\psi_m \gg 1$ ), то ширина спектра равна  $\Delta f \approx 2\psi_m F$ .

На рис. 10.9 приведены примеры амплитудных спектров сигналов с угловой модуляцией при различных значениях индекса модуляции.

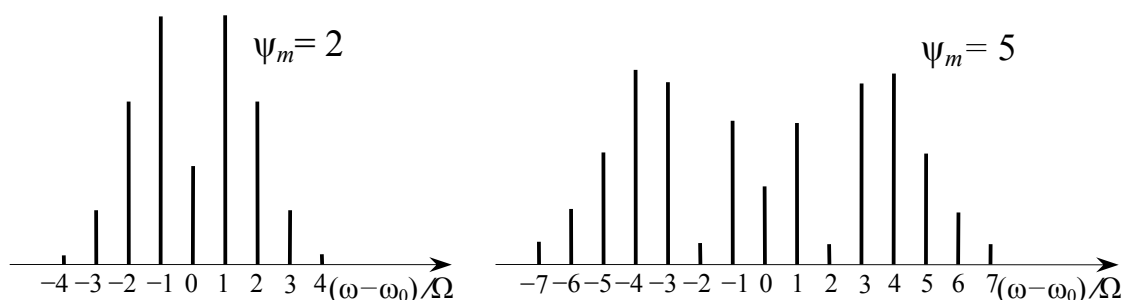


Рис. 10.9. Спектры сигналов с угловой модуляцией при двух значениях индекса модуляции  $\psi_m$

Для ЧМ-колебания  $\psi_m = \Delta\omega_m / \Omega = \Delta f / F$ , так что  $\Delta f \approx 2\Delta f_m$ . Таким образом, при больших индексах модуляции ширина спектра

ЧМ-колебания практически не зависят от частоты модулирующего сигнала и равна удвоенной девиации частоты.

Для ФМ-колебания  $\psi_m$  не зависит от  $F$ , поэтому ширина полосы прямо пропорциональна  $F$ .

### 10.1.5. Фазовая манипуляция

В настоящее время все бóльшая часть информации, передается по каналам связи в цифровом виде. Это означает, что передаче подлежит не непрерывный (аналоговый) модулирующий сигнал, а последовательность целых чисел  $n_0, n_1, n_2, \dots$ , которые могут принимать значения из некоторого фиксированного конечного множества. Эти числа, называемые символами, поступают от источника информации с периодом  $T$ , а частота, соответствующая этому периоду, называется символьной скоростью:  $f_T = 1/T$ .

Часто используемым на практике вариантом является двоичная последовательность символов, когда каждое из чисел  $n_i$  может принимать одно из двух значений – 0 или 1.

Типичный подход при осуществлении передачи дискретной последовательности символов состоит в следующем. Каждому из возможных значений символа сопоставляется некоторый набор параметров несущего колебания. Эти параметры поддерживаются постоянными в течение интервала  $T$ , то есть до прихода следующего символа. Фактически это означает преобразование последовательности чисел  $\{n_k\}$  в ступенчатый сигнал  $s_n(t)$  с использованием кусочно-постоянной интерполяции:

$$s_n(t) = F(n_k), \quad kT \leq t < (k+1)T,$$

где  $F$  – некоторая функция преобразования.

Полученный сигнал  $s_n(t)$  далее используется в качестве модулирующего сигнала обычным способом. Такой способ модуляции, когда параметры несущего колебания меняются скачкообразно, называется **манипуляцией**. В зависимости от того, какие именно параметры изменяются, различают амплитудную (АМн), фазовую (ФМн) и частотную (ЧМн).

Наиболее распространенным видом манипуляции является ФМн. Фазоманипулированный сигнал имеет следующий вид:

$$u_i(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \Delta\varphi_i(t)),$$

где  $U_0$  – амплитуда несущего колебания,  $\omega_0$  – частота несущего колебания,  $\Delta\varphi_i(t)$  – изменение фазы, вызываемое модулирующим сигналом. Модулирующий сигнал в общем случае может принимать  $M$  дискретных значений, поэтому изменения фазы также принимают  $M$  дискретных значений. Если  $M = 2$ , то фазовая манипуляция называется **двоичной фазовой манипуляцией** ФМн-2 (*BPSK*, *Binary Phase Shift Keying*), если  $M = 4$  – **квадратурной фазовой манипуляцией** ФМн-4 (*QPSK*, *Quadrature Phase Shift Keying* – 2 бита на одну смену фазы), при  $M = 16$  – ФМн-16 (16-*PSK* – 4 бита на 1 смену фазы) и т.д. Таким образом, количество бит  $n$ , передаваемых одной сменой фазы, является степенью, в которую возводится двойка при определении числа фаз, требующихся для передачи  $n$ -разрядного двоичного числа.

Фазоманипулированный сигнал  $u_i(t)$  часто отображают векторами на комплексной плоскости либо набором точек, координаты которых задают положения концов этих векторов, называемых **созвездиями**. На рис. 10.10 показаны созвездия для различных значений  $n$ . Здесь по оси  $I$  отложена действительная составляющая вектора, а по оси  $Q$  – мнимая часть вектора.

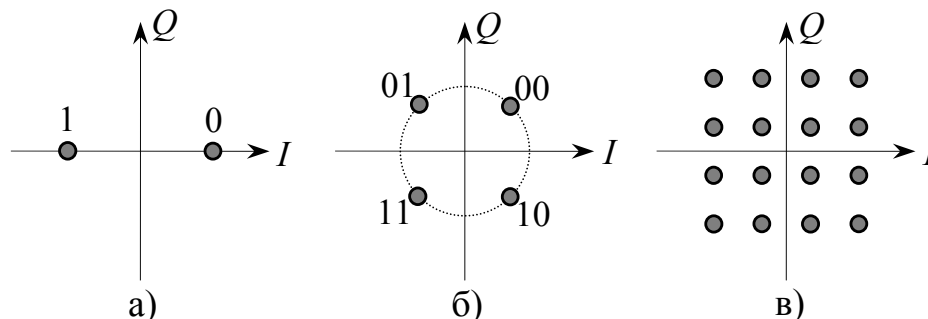


Рис. 10.10. Созвездия ФМн для различных значений  $n$ :  
а)  $n = 2$  ФМн-2, б)  $n = 4$  ФМн-4, в)  $n = 16$  ФМн-16

При ФМн-2 (*BPSK*) сигнал, соответствующий передаваемому символу 0, передается с фазовым сдвигом  $\Delta\varphi_0(t) = 0$ , а сигнал, соответствующий передаваемому символу 1, передается с фазовым сдвигом  $\Delta\varphi_1(t) = \pi$ . На рис. 10.11 приведена осциллограмма модулирующего сигнала и соответствующего ему сигнала ФМн-2.

При передаче информации с использованием ФМн-2 в точке приема для восстановления модулирующего сигнала требуется иметь несущее колебание. При этом часто устройства, формирую-

щие несущее колебание, дают ошибку фазы, равную  $\pi$ . В этом случае возникает явление «обратной работы».

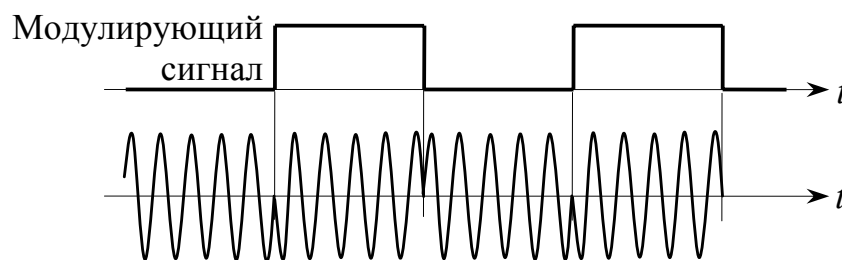


Рис. 10.11. Осциллограмма сигнала ФМн-2

Его суть состоит в том, что в случайные моменты времени нарушается нормальный прием сигналов ФМн-2: все посылки 1 на выходе приемника превращаются в посылки 0, а посылки 0 — в посылки 1. В некоторый случайный момент нормальный прием восстанавливается до следующего наступления «обратной работы» и т. д.

Профессор Московского электротехнического института связи (в настоящее время МТУСИ) Н. Т. Петрович в 1957 году предложил относительную фазовую (дифференциальную) манипуляцию (ОФМн, *DBPSK*). Алгоритм модуляции при ОФМн формулируется так: при передаче  $i$ -й посылки, соответствующей 1, фаза несущего колебания изменяется на  $180^\circ$  по отношению к фазе предыдущей ( $i - 1$ ) посылки, а при передаче посылки, соответствующей 0, фаза остается неизменной. На рис. 10.12 показан вид сигнала при относительной фазовой манипуляции.

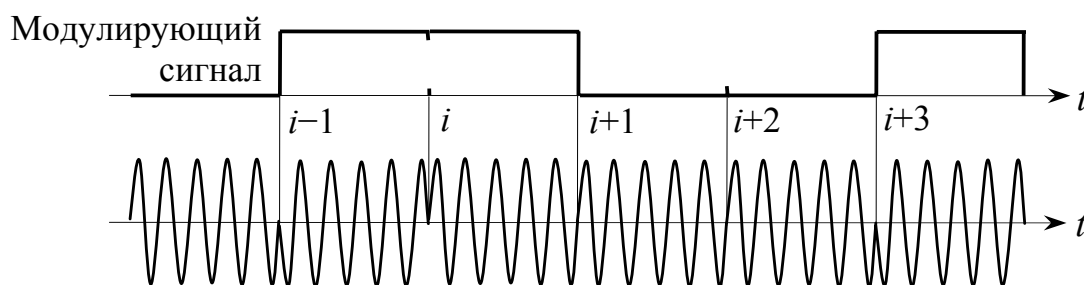


Рис. 10.12. Осциллограмма сигнала ОФМн

При приеме значение принимаемой посылки определяется сравнением фаз каждой  $i$  посылки с фазой ( $i - 1$ ) посылки. Таким образом, при ОФМн устанавливается полная однозначность фаз



между посылкой, используемой в качестве опорной при детектировании, и посылкой, несущей информацию, благодаря чему устраняется явление «обратной работы». Очевидно, что в начале сеанса связи для передачи первой информационной посылки необходима передача одной избыточной посылки, по которой отсчитывается фаза первой информационной посылки.

На рис. 10.13 приведен сигнал с квадратурной фазовой манипуляцией ФМн-4 (*QPSK*), соответствующий созвездию, изображенному на рис. 10.10б. Для наглядности период несущего колебания выбран равным длительности символа модулирующего сигнала.

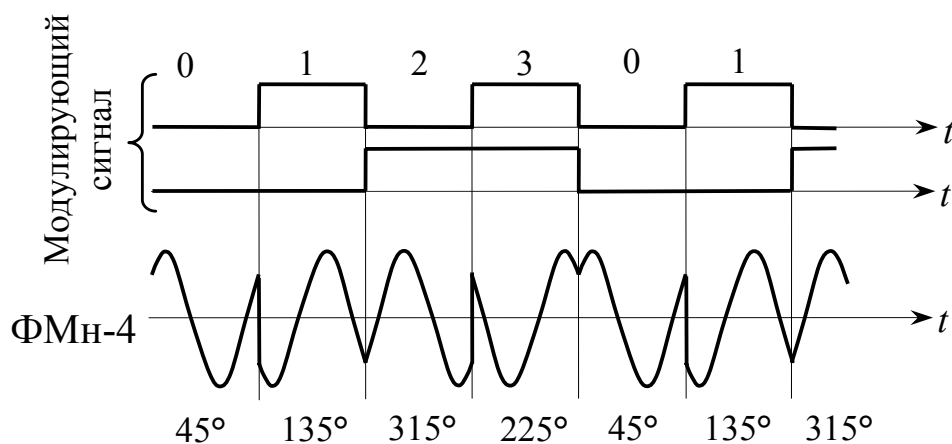


Рис. 10.13. Осциллограмма сигнала ФМн-4

При более сложных видах фазовой манипуляции изменяется не только фаза модулированного сигнала, но и его амплитуда. Примером может служить сигнал ФМн-16 (*16PSK*), созвездие которого представлено на рис. 10.10в.

На практике используются созвездия, содержащие от четырех до нескольких тысяч точек. 16-точечное созвездие используют в протоколе V.32 при передаче данных со скоростью 9600 бит/с. Созвездие из 128 точек соответствует протоколу V.32bis и скорости передачи данных 14 400 бит/с, а созвездие, содержащее 640 точек, используется в системах связи, работающих согласно протоколу V.34 при скорости передачи данных 28 800 бит/с.

## 10.2. Задачи

1. Записать выражение АМ-сигнала при модулирующем сигнале  $F(t) = \sin\Omega t + \sin 3\Omega t$  коэффициентом модуляции  $m = 0.5$ . Нарисовать его осциллограмму, векторную диаграмму и амплитудный спектр.
2. Записать выражение сигнала, нарисовать его осциллограмму и векторную диаграмму, если в спектре этого сигнала содержатся составляющие с частотами  $\omega_0 - \Omega$ ,  $\omega_0$ ,  $\omega_0 + \Omega$  и амплитудами 5 В.
3. Как изменится ширина спектра ФМ-сигнала с модулирующим сигналом  $u_{\text{мод}}(t) = U_{\Omega} \cos \Omega t$ , если амплитуду  $U_{\Omega}$  увеличить в 3 раза?
4. Как изменится ширина спектра ЧМ-сигнала с модулирующей функцией  $u_{\text{мод}}(t) = U_{\Omega} \cos \Omega t$ , если частоту  $\Omega$  увеличить в 3 раза?
5. Нарисовать временные диаграммы сигналов ФМн-2 и ФМн-4 при манипуляции двоичной последовательностью 11000110.
6. Нарисовать временные диаграммы сигналов ОФМн при манипуляции двоичной последовательностью 11000110.

## ГЛАВА 11. МЕТОДЫ ПОЛУЧЕНИЯ МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

### 11.1. Схемы амплитудных модуляторов

Для получения АМ-колебаний необходимо перемножить сигнал несущей частоты  $U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$  с сигналом  $1 + \alpha \cdot u_M(t)$ , где  $u_M(t)$  – модулирующий сигнал. Перемножение можно выполнить, используя полевой транзистор, у которого зависимость тока стока от напряжения затвор–исток описывается многочленом второй степени:  $i_c = i_{c0} + au_{зи} + bu_{зи}^2$ . При подаче на затвор суммы двух напряжений:  $u_{зи} = u_M(t) + U_0 \cos \omega_0 t$ , получим

$$i_c = \left[ i_{c0} + au_M(t) + \frac{bU_{m0}^2}{2} \right] + \{ aU_0 \cos \omega_0 t + 2bu_M(t)U_0 \cos \omega_0 t \} + \frac{bU_0^2}{2} \cos 2\omega_0 t.$$

Если в качестве нагрузки в цепи стока включить параллельный колебательный контур, имеющий резонансную частоту  $\omega_0$ , то на стоке появятся только следующие составляющие:

$$u_{си}(t) = -i_c(t) \cdot R_{\text{экв}} = -(aU_0 \cos \omega_0 t + 2bu_M(t)U_0 \cos \omega_0 t) \cdot R_{\text{экв}} = - \left\{ aU_0 \left[ 1 + \frac{2b}{a} u_M(t) \right] \cos \omega_0 t \right\} \cdot R_{\text{экв}},$$

то есть выходной сигнал представляет собой АМ-колебание. В частности, если  $u_M(t) = U_\Omega \cos \Omega t$ , то коэффициент модуляции будет равен  $m = 2bU_\Omega / a$ . Полосу пропускания колебательного контура следует выбирать примерно равной  $2\Omega_{\text{max}}$ , где  $\Omega_{\text{max}}$  – максимальная частота модулирующего сигнала, то есть добротность контура должна удовлетворять условию  $Q_{\text{экв}} \leq \omega_0 / 2\Omega_{\text{max}}$ .

Амплитудно-модулированный сигнал можно получить используя усилитель несущего колебания с регулируемым коэффициентом усиления.

Пусть  $K = K_0 \cdot u_M$ . Тогда  $u_{\text{вых}}(t) = K_0 \cdot u_M(t) \cdot U_0 \cos \omega_0 t$ . Зависимость амплитуды выходного сигнала несущей  $U_{\text{вых}}$  от амплитуды

модулирующего сигнала  $U_M$  называется модуляционной характеристикой (рис. 11.1).

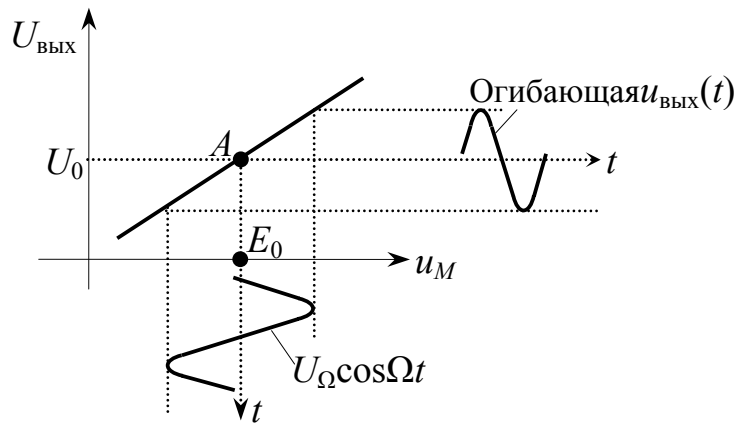


Рис. 11.1. Модуляционная характеристика амплитудного модулятора

Реальная модуляционная характеристика может отличаться от линейной зависимости, показанной на рис. 11.1. Рабочая точка выбирается на середине линейного участка модуляционной характеристики путем подачи соответствующего значения постоянного напряжения  $E_0$  (точка  $A$  на рис. 11.1). Рассмотрим случай модуляции гармоническим колебанием, когда модулирующее напряжение, как показано на рис. 11.1, равно

$$u_M(t) = E_0 + U_\Omega \cos \Omega t.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} u_{\text{ВЫХ}}(t) &= K_0 \cdot (E_0 + U_\Omega \cos \Omega t) \cdot U_0 \cos \omega_0 t = \\ &= K_0 \cdot E_0 \cdot U_0 \left( 1 + \frac{U_\Omega}{E_0} \cos \Omega t \right) \cdot \cos \omega_0 t \end{aligned}$$

представляет собой АМ-колебание с коэффициентом модуляции равным  $m = U_\Omega / E_0$ .

В качестве модулятора можно использовать дифференциальный усилитель, нагрузкой которого, включенной между коллекторами, является колебательный контур с резонансной частотой  $\omega_0$ . Согласно 4.7 коэффициент усиления дифференциального усилителя равен

$$K_{\text{диф}} = SR_{\text{экв}} = \frac{I_\Delta R_{\text{экв}}}{U_T},$$

где  $R_{\text{экв}} = \rho Q$  — сопротивление контура на резонансной частоте. По-

этому, изменяя ток, протекающий в цепях эмиттеров, можно изменять дифференциальный коэффициент усиления.

Схема модулятора на дифференциальном усилителе показана на рис. 11.2.

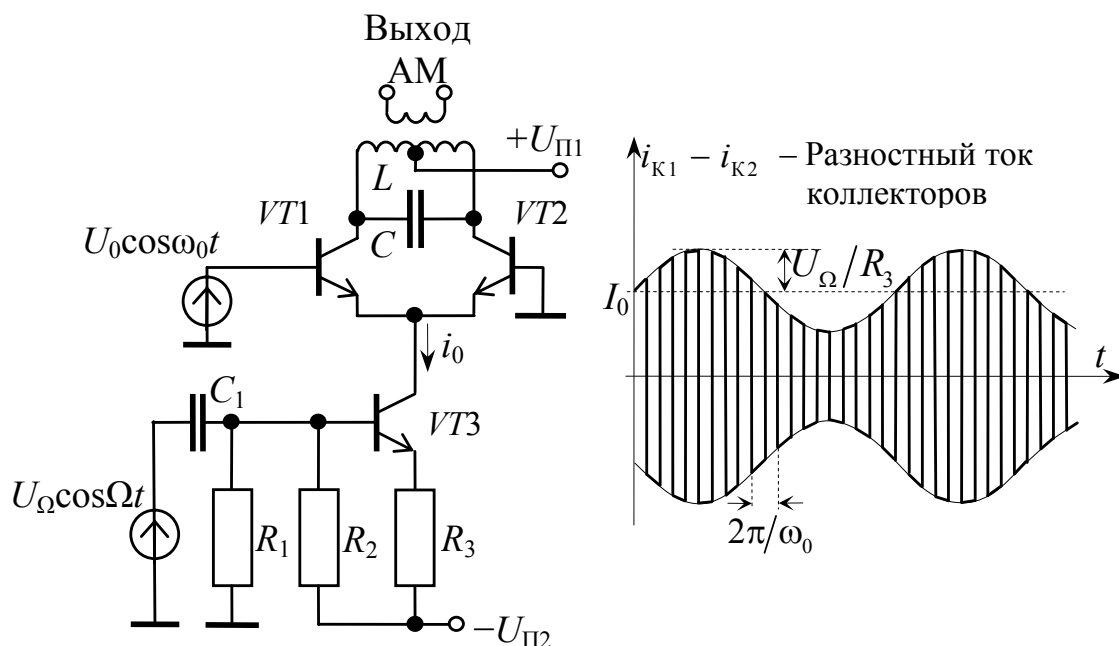


Рис. 11.2. Амплитудный модулятор на основе дифференциального усилителя

Напряжение несущего колебания подается на дифференциальный вход усилителя (между базами транзисторов  $VT1$  и  $VT2$ ), а модулирующее напряжение поступает на базу транзистора  $VT3$ , являющегося источником тока  $i_0$  для дифференциального усилителя.

По постоянному току транзистор  $VT3$  включен по схеме стабилизированного усилителя (рис. 1.16). Начальный коллекторный ток  $I_0$  в отсутствие модулирующего напряжения, определяемый напряжением источника питания  $-U_{П2}$  и резисторами  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , можно рассчитать, пользуясь формулой (1.9). Амплитуда модулирующего напряжения  $U_\Omega$  выбирается такой, чтобы транзистор  $VT3$  работал в линейном режиме. При этом ток  $i_0$  равен

$$i_0 = I_0 + \frac{U_\Omega}{R_3 + r_3} \cos \Omega t. \quad (11.1)$$

Как правило, для обеспечения линейной зависимости тока  $i_0$  от величины модулирующего напряжения сопротивление резистора  $R_3$  выбирается много больше  $r_3$ , поэтому можно считать, что

$$i_0 = I_0 + \frac{U_\Omega}{R_3} \cos \Omega t.$$

В отличие от модулирующего сигнала амплитуда несущего колебания, подаваемого на дифференциальный вход, выбирается достаточно большой, чтобы дифференциальный усилитель работал в режиме **переключения** тока: в положительный полупериод весь ток  $i_0$  протекает через транзистор  $VT1$ , а транзистор  $VT2$  закрыт. В отрицательный полупериод транзистор  $VT1$  закрыт, и весь ток  $i_0$  протекает через транзистор  $VT2$ . Транзисторы работают в режиме переключения тока, если  $U_0 > 4U_T \approx 100$  мВ, где  $U_T = kT/q$  – температурный потенциал, при этом величина выходного сигнала не зависит от амплитуды несущего колебания.

Разность коллекторных токов транзисторов дифференциального усилителя, протекающая через параллельный колебательный контур, представляет собой симметричное относительно нуля прямоугольное колебание с амплитудой  $I_0$  и периодом, равным периоду несущего колебания. Напряжение на колебательном  $LC$ -контуре с резонансной частотой  $\omega_0$ , включенном между коллекторами, равно

$$u_K = I_{K1} R_{\text{экв}} \cos \omega_0 t, \quad (11.2)$$

где  $I_{K1}$  – амплитуда первой гармоники разностного тока.

Определив первую гармонику разностного тока и используя соотношение (11.1), получим

$$\Delta u_K = \frac{4}{\pi} I_0 R_{\text{экв}} \left( 1 + \frac{U_\Omega}{I_0 R_3} \cos \Omega t \right) \cos \omega_0 t. \quad (11.3)$$

Выходное напряжение представляет собой АМ-колебание с коэффициентом модуляции  $m = U_\Omega / I_0 R_3$ .

### 11.1.1. Балансный модулятор

Для получения балансно-модулированных колебаний, имеющих вид  $u(t) = U_0 m \cos \Omega t \cos \omega_0 t$ , модуляционная характеристика должна иметь вид, показанный на рис. 11.3. Отрицательные значения амплитуд выходного сигнала соответствуют сдвигу фазы несущего сигнала на  $\pi$ . Такую характеристику позволяет получить дифференциальный усилитель.

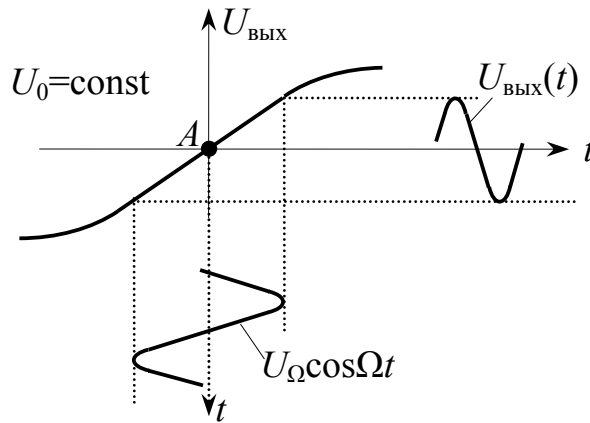


Рис. 11.3. Модуляционная характеристика балансного модулятора

На рис. 11.4 представлена схема балансного модулятора, которая отличается от амплитудного модулятора тем, что модулирующий сигнал подается на дифференциальный вход, а сигнал несущей частоты – на базу транзистора  $VT3$ , управляющего величиной тока  $i_0$ .

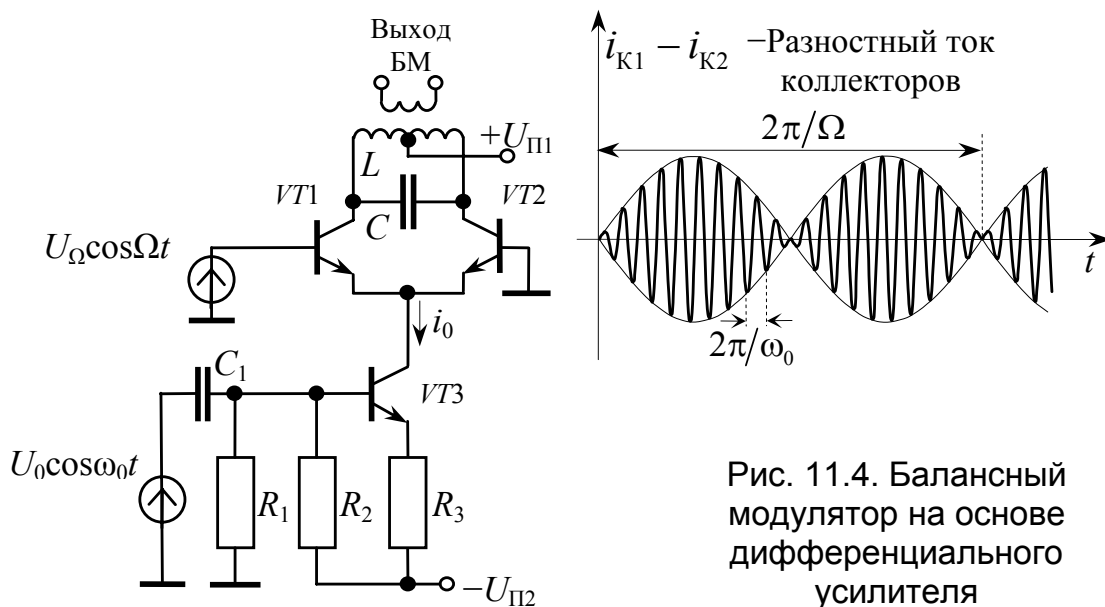


Рис. 11.4. Балансный модулятор на основе дифференциального усилителя

При отсутствии модулирующего напряжения ( $U_{\Omega} \cos \Omega t = 0$ ) ток коллектора транзистора  $VT3$ , равный

$$i_0 = S_3 U_0 \cos \omega_0 t ,$$

где  $S_3 = 1/(r_{33} + R_3)$  – крутизна транзистора  $VT3$  с включенным в цепь эмиттера резистором  $R_3$ , распределяется поровну между транзисторами  $VT1$  и  $VT2$ . В этом случае разностный ток коллекторов,

втекающий в колебательный контур  $-(i_K^{(1)} - i_K^{(2)})$ , равен нулю, и напряжение на выходе отсутствует.

При наличии модулирующего сигнала, приложенного между базами транзисторов  $VT1$  и  $VT2$ , ток  $i_0$  распределяется между транзисторами пропорционально величине дифференциального входного напряжения, что приводит к появлению разностного тока и соответствующего ему напряжения на выходе модулятора.

В балансном модуляторе напряжения модулирующего сигнала и сигнала несущей частоты должны быть такими, чтобы все транзисторы оставались в линейном режиме.

## 11.2. Схемы частотных и фазовых модуляторов

Существует два метода получения сигналов с угловой модуляцией. Первый метод связан с изменением резонансной частоты колебательного контура, используемого в схеме генератора. Вторым методом заключается в формировании АМ-колебания, которое затем в результате преобразований превращается в колебание с угловой модуляцией.

В первом методе для изменения резонансной частоты колебательного контура применяют **варикапы** – полупроводниковые диоды, у которых используется зависимость величины барьерной емкости  $p$ – $n$ -перехода  $C_{бар}$  от напряжения. Значение емкости варикапа определяется выражением:  $C_{бар} = C_0 / (1 - U/U_T)^{1/2}$ , где  $C_0$  – начальная емкость варикапа при напряжении на варикапе  $U = 0$ , а  $U_T$  – тепловой потенциал.

Основными параметрами варикапа являются: коэффициент перекрытия емкости  $K_C$  и добротность  $Q$ .

Коэффициент перекрытия емкости определяется как отношение максимальной емкости  $C_{max}$  варикапа к его минимальной емкости  $C_{min}$  ( $K_C = C_{max}/C_{min}$ ). Обычно  $K_C$  лежит в пределах 2...6, однако существуют приборы (в основном это варикапы с высокой начальной емкостью), у которых этот коэффициент превышает 15...20.

Добротность варикапа определяется как отношение модуля полного реактивного сопротивления варикапа на заданной частоте к сопротивлению потерь при фиксированном значении емкости или обратного напряжения. То есть добротность – это функция, зависящая как от приложенного к варикапу напряжения, так и от частоты.



ты сигнала в регулируемом контуре. На рис. 11.5 приведены обозначения варикапа на схеме, его эквивалентная схема и типичные зависимости параметров.

На рис. 11.6 показано, как зависит резонансная частота колебательного контура, в котором в качестве одной из составляющих емкости используется варикап, от напряжения на варикапе.

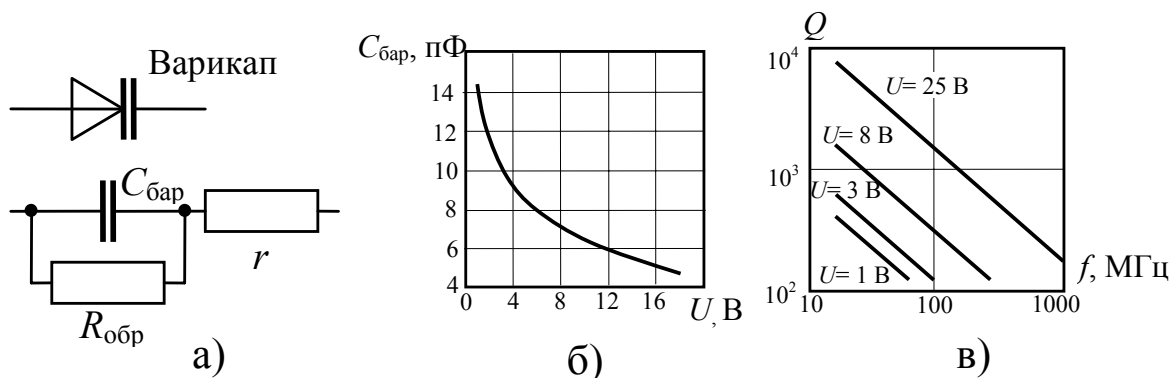


Рис. 11.5. а) эквивалентная схема варикапа; б) зависимость емкости от напряжения смещения; в) зависимость добротности от частоты

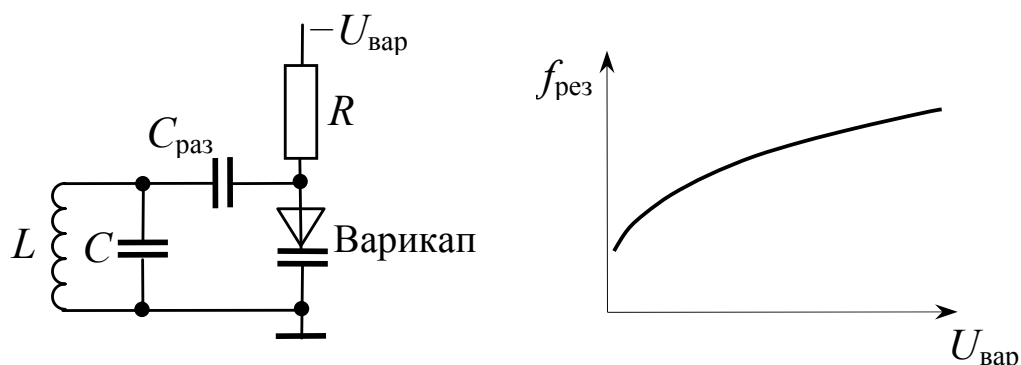


Рис. 11.6. Колебательный контур с варикапом и зависимость резонансной частоты от напряжения на варикапе

Схема частотного модулятора на варикапе приведена на рис. 11.7. С помощью делителя  $R_1$ ,  $R_2$  задается рабочая точка варикапа (начальное запирающее напряжение). Генератор собран по схеме емкостного 3-точечного генератора с общей базой. Варикап подключен к колебательному контуру через конденсатор  $C_{раз}$  для того, чтобы постоянное напряжение, имеющееся на коллекторе транзистора, не попало на варикап. Емкость варикапа изменяется модулирующим напряжением  $U_{\Omega} \cos \Omega t$ . Дроссель  $L_{др}$ , обладающий большим сопротивлением на частоте несущего колебания и малым

сопротивлением на частоте модулирующего колебания, предотвращает шунтирование колебательного контура сопротивлением источника модулирующего сигнала  $R_S$  и делителем из резисторов  $R_1, R_2$ .

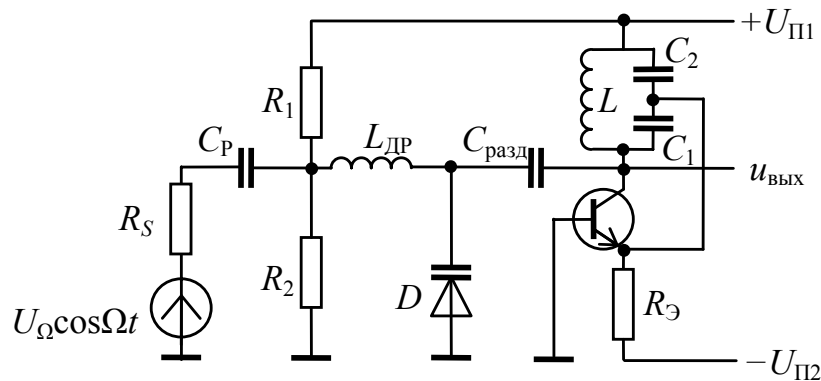


Рис. 11.7. Схема частотного модулятора на варикапе

При небольших, относительно полной емкости колебательного контура, изменениях емкости варикапа обеспечивается практически линейная зависимость частоты генерируемых колебаний от модулирующего напряжения. Однако девиация частоты при этом невелика. В случае необходимости величина девиации может быть увеличена путем умножения частоты.

Метод получения ФМ-колебаний из АМ-колебаний был предложен Э. Г. Армстронгом в 1933 году. Его сущность заключается в сложении двух колебаний одинаковой частоты со сдвигом фазы между ними  $\varphi = \pi/2$ . Сложение колебаний можно представить как сложение векторов (рис. 11.8а).

Предположим, что модуль вектора  $B$  изменяется. В результате его сложения с вектором  $A$  получим вектор  $OB$ , у которого изменяется и модуль, и фаза (векторы  $OB_1, OB, OB_2$  соответствуют векторам  $AB_1, AB, AB_2$  при постоянном векторе  $OA$ ).

Структурная схема модулятора Армстронга приведена на рис. 11.8б. На рис. 11.8в показано сложение балансно-модулированного колебания  $u_{\text{БМ}}(t) = \alpha U_0 U_\Omega \cos \Omega t \cdot \sin \omega_0 t$  (вектор  $AB$ ) с сигналом несущей частоты  $u(t) = U_0 \cos \omega_0 t$  (вектор  $OA$ ). Колебание на выходе балансного модулятора можно представить как сумму векторов  $AD$  и  $AC$ , вращающихся относительно точки  $A$  в противоположные стороны со скоростью  $\Omega$ . Так как в системе имеется фазо-

вращатель на угол  $\pi/2$ , то конец вектора БМ-колебания всегда будет лежать на линии  $B_1B_2$ , перпендикулярной вектору  $OA$ .

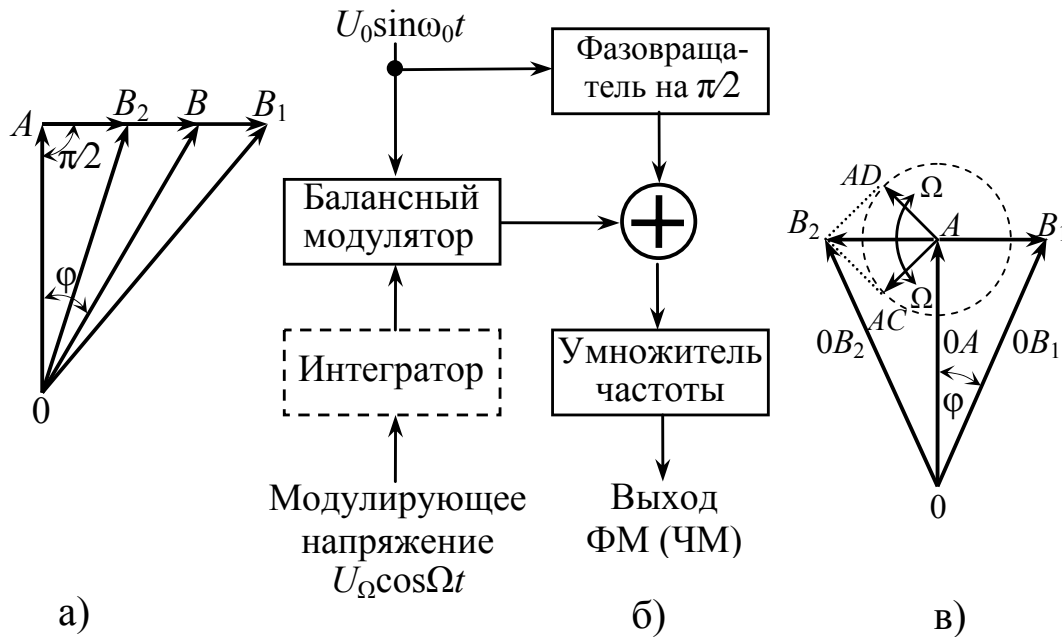


Рис. 11.8. а) векторная диаграмма, иллюстрирующая сложение двух колебаний; б) фазовая модуляция с помощью балансного модулятора; в) векторная диаграмма, поясняющая работу модулятора

Результирующий вектор отражает наличие фазовой модуляции (крайние положения вектора  $OB_1$  и  $OB_2$ ) и некоторую амплитудную модуляцию. Угол  $\varphi$ , входящий в выражение  $\psi(t) = \omega_0(t) + \varphi(t)$  для полной фазы сигнала на выходе рассматриваемого модулятора можно найти из соотношения  $\operatorname{tg} \varphi(t) = \alpha U_0 U_\Omega \cos \Omega t / U_0 = \alpha U_\Omega \cos \Omega t$ . Чтобы получить линейную зависимость между модулирующим сигналом  $U_\Omega \cos \Omega t$  и фазовым сдвигом  $\varphi(t)$ , векторы  $AD$  и  $AC$  выбирают по величине значительно меньше вектора  $OA$ . Однако индекс модуляции при этом, естественно, тоже очень мал. Для преодоления этого недостатка результирующее ФМ-колебание подается на умножитель частоты, что позволяет получить любой желаемый индекс модуляции. Как правило, в умножителях частоты устраняется паразитная амплитудная модуляция.

Если модулирующее напряжение с частотой  $\Omega$  подать непосредственно на вход балансного модулятора в схеме рис. 11.8б, то получим ФМ-колебание. Если необходима частотная модуляция, то модулирующее напряжение следует предварительно проинтегри-

ровать с помощью интегрирующей  $RC$ -цепи с постоянной времени  $RC \gg 1/\Omega$  или интегратора. Частотный модулятор можно превратить в фазовый, если предварительно продифференцировать модулирующее напряжение.

### 11.3. Схемы формирования ФМн-сигналов

Способ формирования ФМн-2 достаточно очевиден. При модулирующем сигнале равном 0 сигнал на выходе модулятора должен быть равен  $u(t) = U_0 \sin(\omega_0 t)$ , а при модулирующем сигнале равном 1 на выходе модулятора должен появиться сигнал  $u(t) = U_0 \sin(\omega_0 t + \pi) = -U_0 \sin(\omega_0 t)$ . Исходя из этого структурную схему модулятора ФМн-2 можно представить в виде, изображенном на рис. 11.9.

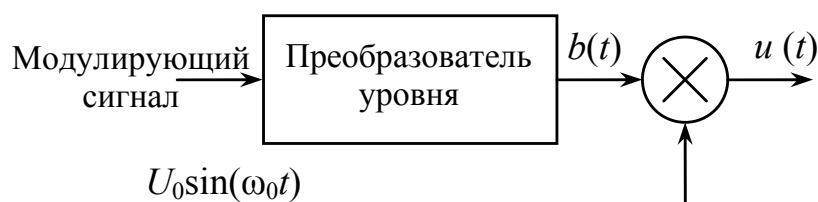


Рис. 11.9. Структурная схема модулятора ФМн-2

Модулирующий сигнал поступает на вход преобразователя уровня, на выходе которого появляется сигнал  $b(t)$ , принимающий значения  $\pm 1$ . Затем в перемножителе несущее колебание умножается на сигнал  $b(t)$ , в результате получаем ФМн-2-сигнал. Таким образом, модулятор ФМн-2-сигнала представляет собой балансный модулятор, модулирующим сигналом которого является сигнал  $b(t)$ . Рис. 11.10 иллюстрирует работу модулятора ФМн-2.

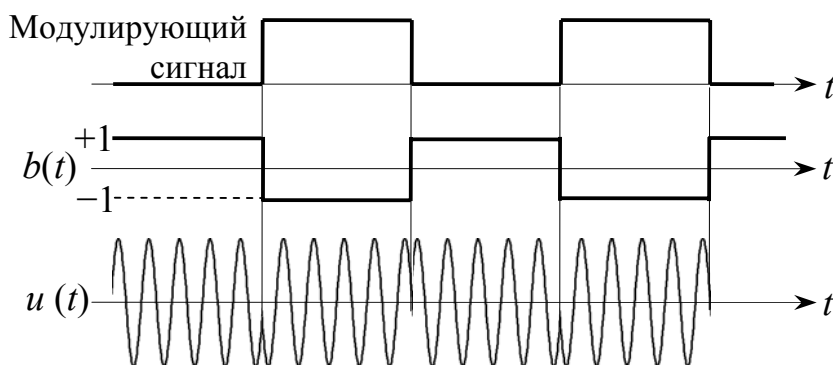


Рис. 11.10. Иллюстрация работы модулятора ФМн-2

Для реализации модулятора ОФМн-2 на вход рассмотренного модулятора ФМн-2 необходимо подавать модулирующий сигнал, прошедший через так называемый дифференциальный кодер, изображенный на рис. 11.11а. Символом  $\oplus$  обозначен сумматор по модулю 2 (рис. 11.11б), у которого сигнал на выходе  $b$  связан с сигналами  $x$  и  $y$  на входах в соответствии с таблицей на рис. 11.11в. Блок, обозначенный  $z^{-1}$ , выполняет задержку сигнала на время, равное длительности одного бита информации. Рис. 11.12 иллюстрирует работу дифференциального кодера.

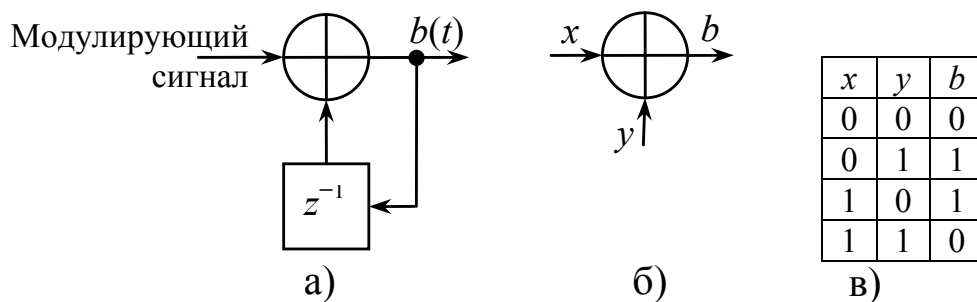


Рис. 11.11. Дифференциальный кодер

Предположим, что модулирующий сигнал  $x$ , поступающий на вход дифференциального кодера, представляет собой поток битов 0111001010. Первый бит (в приведенном примере равен 0), как показано на рис. 11.12, не изменяется, затем происходит сложение по модулю 2 предыдущего бита на выходе кодера и очередного бита на входе. Если очередной бит равен 1, то появляющийся на выходе дифференциального кодера сигнал будет отличаться от сигнала, имевшегося на выходе на предыдущем шаге.

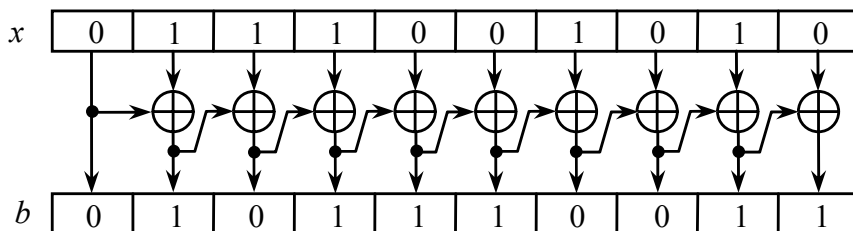


Рис. 11.12. Пример работы дифференциального кодера

Если очередной бит равен 0, то в этом случае на выходе появится бит, равный предыдущему. В результате входной поток

$x$  (0111001010) на выходе превращается в выходной поток  $b$  (0101110011).

Рассмотрим метод формирования сигналов ФМн-4. Для того чтобы осуществить передачу одним символом двух бит информации, необходимо, чтобы созвездие состояло из четырех точек, как это показано на рис. 10.9б. Преобразование можно осуществить следующим образом: разбить битовый поток на четные и нечетные биты, тогда значение  $I(t)$  будет соответствовать нечетным битам, а значение  $Q(t)$  – четным битам. Два последовательно идущих друг за другом бита информации представляются одновременно синфазным  $I(t)$  и квадратурным  $Q(t)$  сигналами.

На рис. 11.13 приведен пример для информационной последовательности 1100101101100001.

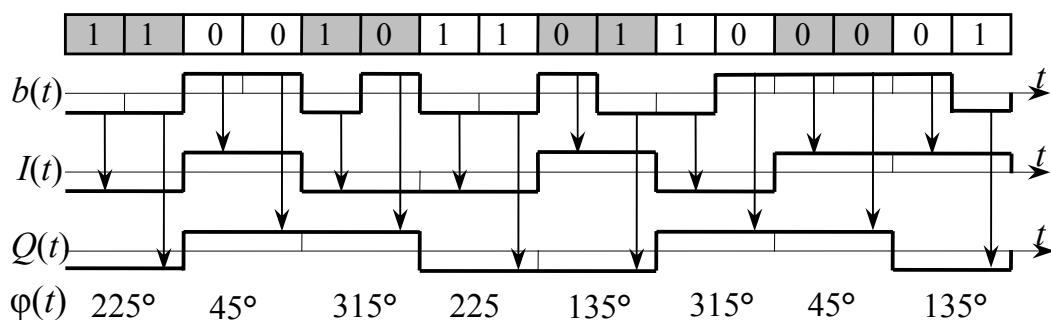


Рис. 11.13. Действительная (синфазная)  $I(t)$  и мнимая (квадратурная)  $Q(t)$  составляющие сигнала ФМн-4

Входная последовательность на этом рисунке  $b(t)$  разделена на пары бит, соответствующих одной точке созвездия ФМн-4, показанного на рис. 10.9б. Под ней приведены сигналы  $I(t)$ , соответствующие передаваемой информации в нечетных позициях входной последовательности.  $I(t) = -1$ , если нечетный бит равен 1, и  $I(t) = +1$ , если нечетный бит равен 0 (т.е.  $b(t) = +1$ ). Аналогично строится сигнал квадратурного канала  $Q(t)$ , но только по четным входной последовательности битам. Длительность одного символа каналов  $I(t)$  и  $Q(t)$  в два раза больше длительности одного бита исходного потока.

Структурная схема ФМн-4-модулятора на основе квадратурного модулятора приведена на рис. 11.14. Сигнал на выходе модулятора имеет вид

$$u_{\text{ФМн-4}}(t) = I(t) \cdot \sin(\omega_0 t) + Q(t) \cos(\omega_0 t).$$

Фаза выходного сигнала определяется выражением

$$\varphi(t) = \arctg(Q/I).$$

На рис. 11.15 показано изменение фазы сигнала на выходе ФМн-4 модулятора для потока битов, взятого в качестве примера на рис. 11.13.

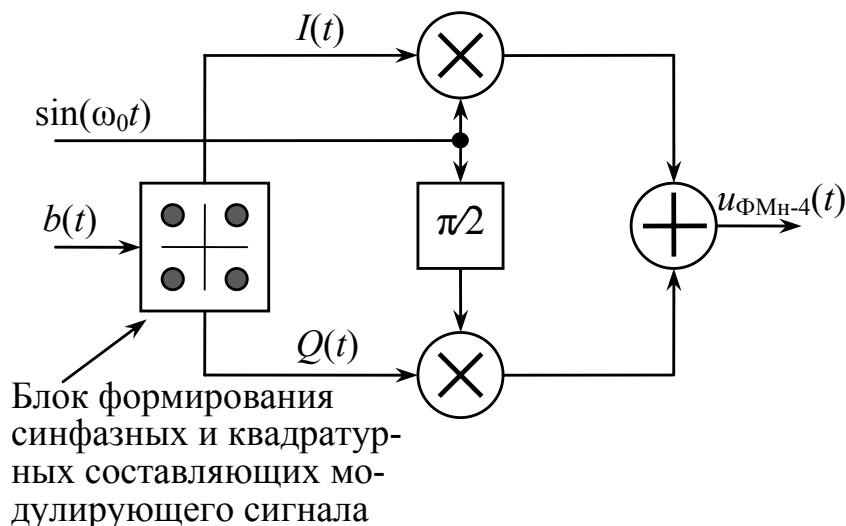


Рис. 11.14. Структурная схема ФМн-4-модулятора

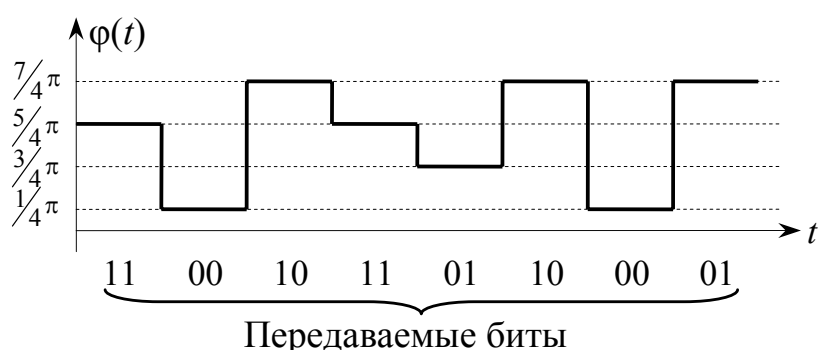


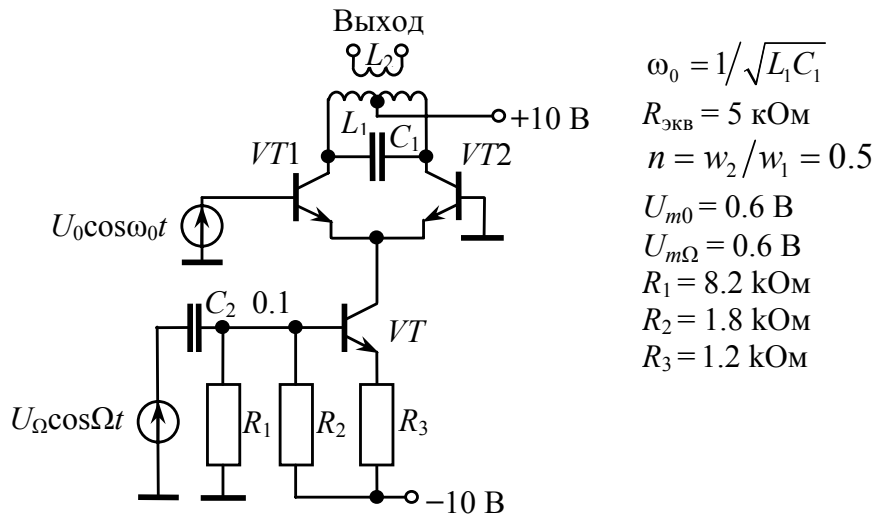
Рис. 11.15. Изменение фазы сигнала на выходе ФМн-4-модулятора  
Амплитуду  $U_0$  сигнала ФМн-4 можно определить из выражения

$$U_0(t) = \sqrt{I^2(t) + Q^2(t)}.$$

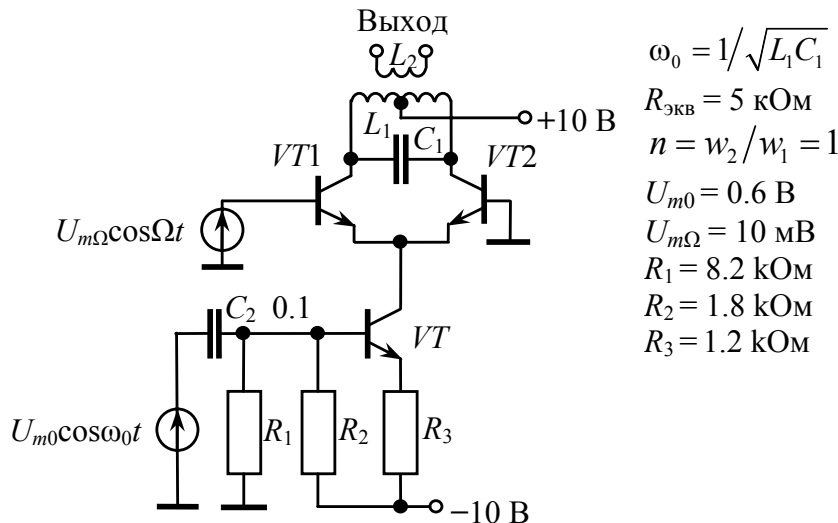
Отметим, что амплитудная огибающая ФМн-4-сигнала равна единице всюду, за исключением относительно небольших интервалов времени при смене передаваемых символов, т. е. в моменты пере-скока фазы и перехода из одной точки созвездия в другую.

## 11.4. Задачи

1. Определить сигнал на выходе модулятора.



2. Определить сигнал на выходе модулятора.



3. Для схемы фазового модулятора (рис. 11.8) при  $\alpha = 2 \text{ [1/В]}$ ,  $U_{\Omega} = 0.78 \text{ В}$  определить индекс модуляции и спектр сигнала на выходе.

4. Изобразить изменение фазы сигнала на выходе модулятора ФМн-4 при входной последовательности битов 1110100101.

5. Изобразить сигнал на выходе модулятора ОФМн при наличии на входе последовательности битов 1110100101.



## ГЛАВА 12. ДЕТЕКТИРОВАНИЕ

Детектированием называется нелинейное преобразование сигнала, осуществляющее выделение модулирующего сигнала из модулированного колебания.

### 12.1. Амплитудное детектирование

#### 12.1.1. Последовательный диодный детектор

Для детектирования амплитудно-модулированных сигналов необходим элемент, обладающий нелинейной вольтамперной характеристикой. Таким элементом может быть диод или биполярный транзистор. При малых амплитудах сигнала вольтамперные характеристики этих приборов имеют экспоненциальный вид, что не позволяет получить неискаженный модулирующий сигнал. Поэтому рассмотрим работу диодного детектора при больших амплитудах входного сигнала. На рис. 12.1а представлена схема **последовательного** детектора. В этой схеме диод и нагрузка включены последовательно по отношению к источнику сигнала  $u_{\text{вх}} = U_{\text{вх}} \cos \omega t$ . В этом случае, пренебрегая обратным током диода, вольтамперную характеристику можно представить двумя прямыми

$$i_{\text{д}} = \begin{cases} Su_{\text{д}} & \text{при } u_{\text{д}} > 0, \\ 0 & \text{при } u_{\text{д}} \leq 0, \end{cases}$$

где  $S$  – крутизна диода. На рис. 12.1в показана вольтамперная характеристика диода для больших амплитуд сигнала.

В прямом направлении диод обладает малым сопротивлением  $r_{\text{д}} = 1/S$ , не зависящим от величины приложенного напряжения, а в обратном направлении его сопротивление бесконечно.

При большой амплитуде входного сигнала

$$(U_{\text{вх}} \gg U_T, \quad U_T = kT/q)$$

диод отпирается лишь на малую часть периода, в течение которого с постоянной времени  $\tau_{\text{зар}} = r_{\text{д}}C$  заряжается конденсатор. Большую часть периода входного колебания диод закрыт, и конденсатор медленно разряжается через резистор  $R$  с постоянной времени  $\tau_{\text{раз}} = RC$ . В установившемся режиме заряд, протекающий через конденсатор при открытом диоде, равен заряду, протекающему через  $R$  при закрытом диоде. Как правило, постоянные времени заря-

да и разряда сильно различаются и конденсатор заряжается до напряжения, близкого к амплитуде входного сигнала.

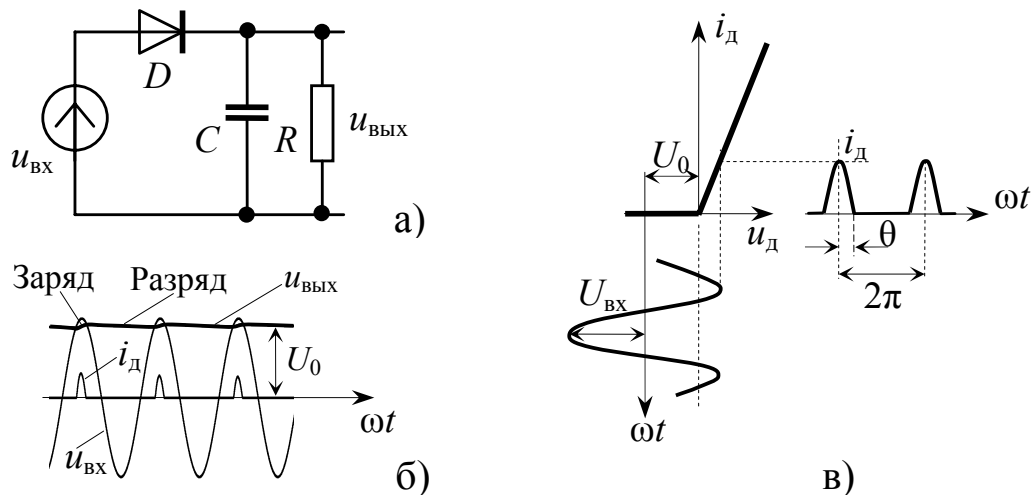


Рис. 12.1. а) схема последовательного диодного детектора; б) процесс заряда и разряда конденсатора; в) идеализированная характеристика диода и форма импульсов тока диода

Напряжение  $U_0$ , до которого заряжается конденсатор при воздействии синусоидального колебания, смещает рабочую точку диода в область запираения. Именно поэтому ток через диод имеет форму, близкую к косинусоидальным импульсам с углом отсечки  $\theta$  (рис. 12.1в):

$$i_d = \begin{cases} S(U_{\text{BX}} \cos \omega t - U_0) & \text{при } u_d > 0, \\ 0 & \text{при } u_d \leq 0. \end{cases}$$

Косинус угла отсечки, равный отношению выпрямленного напряжения к амплитуде входного сигнала, называется **коэффициентом передачи** детектора

$$K_d = \cos \theta \approx U_0 / U_{\text{BX}}. \quad (12.1)$$

Если  $K_d$  не зависит от амплитуды входного сигнала, то выходное напряжение детектора  $U_0 = U_{\text{BX}} \cos \theta$  прямо пропорционально амплитуде входного сигнала, и такой детектор называют **линейным**.

С увеличением отношения  $R/r_d = SR$ , коэффициент  $K_d$  будет также увеличиваться, поскольку постоянная времени заряда конденсатора  $r_d C$  будет сильнее отличаться от постоянной времени разряда  $RC$ , и равенство средних значений зарядного и разрядного токов наступит при большем напряжении  $U_0$ . Определим зависимость

$$K_d = U_0 / U_{\text{BX}} = I_{\text{д0}} R / U_{\text{BX}} \quad (12.1a)$$

от  $SR$ . Для этого найдем постоянную составляющую тока диода  $I_{\text{д0}}$ :

$$\begin{aligned} I_{\text{д0}} &= \frac{1}{\pi} \int_0^\theta i_d(t) d(\omega t) = \frac{S}{\pi} \int_0^\theta (U_{\text{BX}} \cos \omega t - U_0) d(\omega t) = \\ &= \frac{S}{\pi} (U_{\text{BX}} \sin \theta - U_0 \theta) = \frac{SU_{\text{BX}}}{\pi} (\sin \theta - \theta \cos \theta). \end{aligned}$$

Подставляя полученное выражение в (12.1a), получим уравнение, связывающее значение угла отсечки с величиной  $SR$ :

$$\frac{1}{SR} = \frac{\text{tg} \theta - \theta}{\pi}. \quad (12.2)$$

График зависимости коэффициента передачи детектора  $K_d = \cos \theta$  от величины  $SR$  приведен на рис. 12.2.

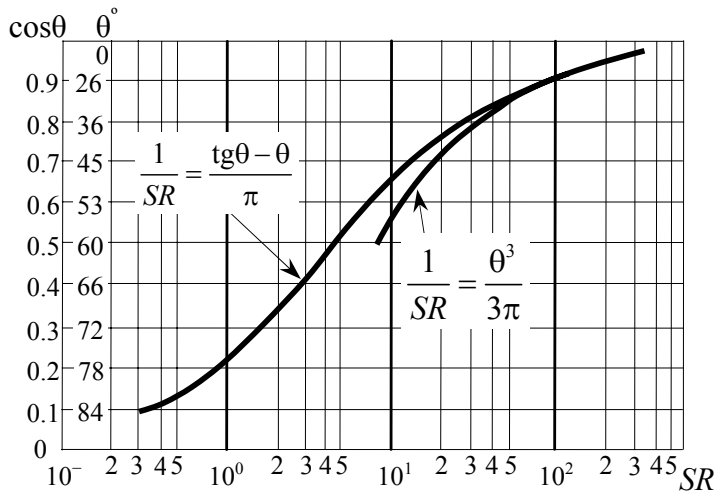


Рис. 12.2. Зависимость коэффициента передачи диодного детектора от величины  $SR$

Если коэффициент передачи детектора близок к 1, то есть угол  $\theta$  мал, то можно, разложив  $\text{tg} \theta$  в ряд и воспользовавшись двумя первыми членами разложения, получить

$$\frac{1}{SR} \approx \frac{\theta^3}{3\pi}. \quad (12.3)$$

Полученная зависимость (12.3) также приведена на рис. 12.2.

При подаче на вход детектора амплитудно-модулированного сигнала напряжение на конденсаторе изменяется в соответствии с изменением огибающей входного напряжения (рис. 12.3а). На рис. 12.3б показан характер искажения сигнала, возникающего при большой постоянной времени разряда конденсатора (подробнее об этом смотрите на с. 198). Форма напряжений на конденсаторе, на диоде и ток диода при тональной модуляции показаны на

рис. 12.3в. Амплитуда импульсов тока диода изменяется, но угол отсечки остается практически постоянным.

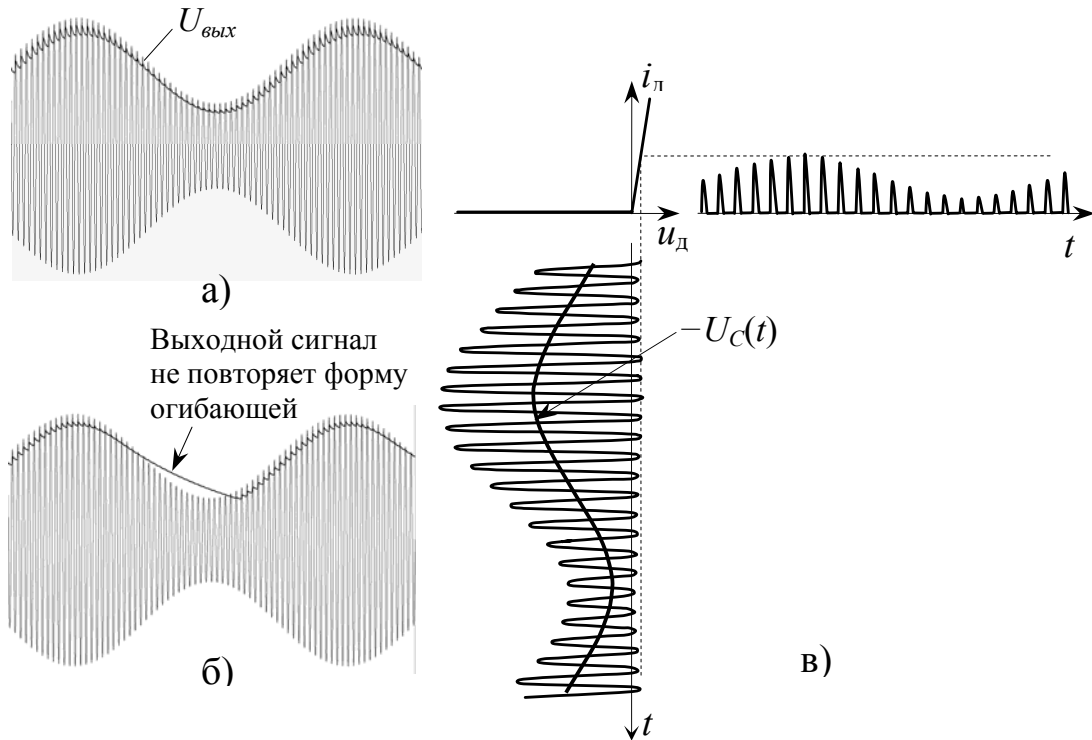


Рис. 12.3. Процесс детектирования АМ-колебания:  
 а) напряжение на выходе при отсутствии искажений;  
 б) напряжение на выходе при большой постоянной времени  $RC$ ;  
 в) напряжение на диоде и ток диода

### Входное сопротивление детектора

Входное сопротивление детектора определяется как отношение амплитуды входного напряжения к амплитуде первой гармоники тока диода. Амплитуда первой гармоники тока диода зависит от угла отсечки  $\theta$  и согласно соотношению (12.2) от величины  $SR$ :

$$I_{\text{д1}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\theta} i_{\text{д}}(t) \cos(\omega t) d(\omega t) = S U_{\text{вх}} \frac{\theta - \sin \theta \cos \theta}{\pi},$$

$$R_{\text{вх}} = U_{\text{вх}} / I_{\text{д1}} = \pi / [S(\theta - \sin \theta \cdot \cos \theta)]. \quad (12.4)$$

С уменьшением  $\theta$  входное сопротивление детектора возрастает. Если  $\theta = \pi/2$ , то  $R_{\text{вх}} = 2/S$ , что вдвое больше прямого сопротивления диода. При  $\theta \rightarrow 0$  ( $SR \rightarrow \infty$ ) входное сопротивление оказывается равным

$$R_{\text{вх}} \approx \frac{1}{S} \cdot \frac{3\pi}{2\theta^3} \quad (12.4a)$$

или, с учетом (12.3),

$$R_{\text{вх}} \approx R/2. \quad (12.46)$$

Данный результат можно получить и из энергетических соображений. Предположив угол отсечки близким к нулю, то есть  $R \gg r_d$ , можно считать, что вся мощность, потребляемая от источника сигнала, рассеивается на резисторе  $R$ . Приравнявая мощность, потребляемую детектором  $U_{\text{вх}}^2/2R_{\text{вх}}$ , мощности  $U_0^2/R$ , рассеиваемой на резисторе  $R$ , и полагая  $U_0 \approx U_{\text{вх}}$ , получим соотношение (12.46).

Полученные результаты справедливы при идеальном источнике напряжения. Обычно источником сигнала является резонансный усилитель с параллельным колебательным контуром в качестве нагрузки. Если эквивалентное сопротивление колебательного контура не велико и детектор слабо связан с контуром ( $R_{\text{вх}} \gg p^2 R_{\text{экв}}$ ,  $p$  – коэффициент подключения детектора к контуру), то все выводы остаются справедливыми. В противном случае детектор оказывает влияние на контур, колебания на нем становятся несинусоидальными и полученные соотношения дают заметную погрешность.

### ***Выбор параметров детектора***

Коэффициент передачи детектора и его входное сопротивление были определены в предположении, что при немодулированном входном напряжении на конденсаторе  $C$  напряжение практически постоянно и равно  $U_0 = U_{\text{вх}} \cos \theta$ . Однако это справедливо только при выполнении условия  $\omega RC \gg 1$ .

Сопротивление резистора  $R$  выбирается из требования заданного коэффициента передачи детектора с учетом выполнения последнего неравенства. То есть емкость конденсатора должна удовлетворять условию  $C \gg 1/\omega R$ . При малой емкости  $C$  коэффициент передачи детектора уменьшается, а амплитуда пульсаций выходного напряжения увеличится. Обычно приемлемым является условие  $\omega RC \geq 10$ . Постоянная времени  $\tau = RC$  должна быть такой, чтобы при амплитудно-модулированном входном колебании напряжение на конденсаторе успевало следовать за изменением огибающей входного сигнала. При невыполнении этого требования напряжение на выходе будет искаженным, как показано на рис. 12.3б. Форма выходного колебания отличается от огибающей входного сиг-

нала начиная с момента времени, когда скорость уменьшения огибающей входного сигнала  $|dU_{\text{вх}}/dt|$  превысит скорость спада напряжения на конденсаторе  $|dU_{\text{вых}}/dt|$ . При этом диод на некоторое время закрывается, и выходное напряжение начинает уменьшаться экспоненциально с постоянной времени  $RC$ . При выполнении условия **безинерционности** детектора, выраженного в виде неравенства  $|dU_{\text{вх}}/dt| < |dU_{\text{вых}}/dt|$ , искажений на выходе детектора не будет. Подставляя в последнее неравенство  $|dU_{\text{вх}}/dt| = m\Omega \sin \Omega t$  и  $|dU_{\text{вых}}/dt| = (1 + m \cos \Omega t)/RC$  с учетом того, что максимум отношения производных имеет место при  $\cos \Omega t = -m$ , находим условие безынерционности детектора:

$$\Omega RC < \sqrt{1 - m^2} / m. \quad (12.5)$$

При коэффициенте модуляции  $m = 1$  невозможно получить выходной сигнал не искаженным, поэтому амплитудные модуляторы рассчитывают так, чтобы коэффициент  $m$  не превышал величины  $0.7 \div 0.8$ . При  $m = 0.7$  правая часть неравенства примерно равна 1 и детектор считается безынерционным при выполнении неравенства

$$\Omega RC \leq 1. \quad (12.5a)$$

Это неравенство должно выполняться для наивысшей частоты спектра модулирующего сигнала.

Существует еще одно условие, накладываемое на емкость конденсатора  $C$ , состоящее в том, что она должна быть больше емкости диода  $C_d$  (рис. 12.1a). При невыполнении этого требования происходит прямое прохождение высокочастотного колебания на выход детектора, что приводит к снижению  $K_d$ , поскольку переменное напряжение, приложенное непосредственно к диоду, уменьшается пропорционально отношению  $C/(C + C_d)$ .

Таким образом, значение емкости конденсатора  $C$  должно удовлетворять следующим условиям:

$$\omega RC \geq 10, \quad \Omega RC \leq 1, \quad C \gg C_d.$$

### 12.1.2. Параллельный диодный детектор

В схеме параллельного детектора (рис. 12.4а) по отношению к источнику сигнала диод и нагрузка  $R$  включены параллельно. Благодаря тому, что входной сигнал поступает на диод через конденсатор  $C$ , вход такого детектора можно присоединять непосредственно к выходу резонансного усилителя, как показано на рисунке.

Процессы, происходящие в параллельном детекторе, те же, что и в последовательном детекторе. Заряд конденсатора  $C$  осуществляется через диод  $D$  с постоянной времени  $Cr_d = C/S$ , а разряд – через резистор  $R$  с постоянной времени  $RC$ . Угол отсечки  $\theta$  тока диода и коэффициент передачи детектора  $K_d = \cos\theta$  определяются, как и для последовательного детектора, из графика на рис. 12.2.

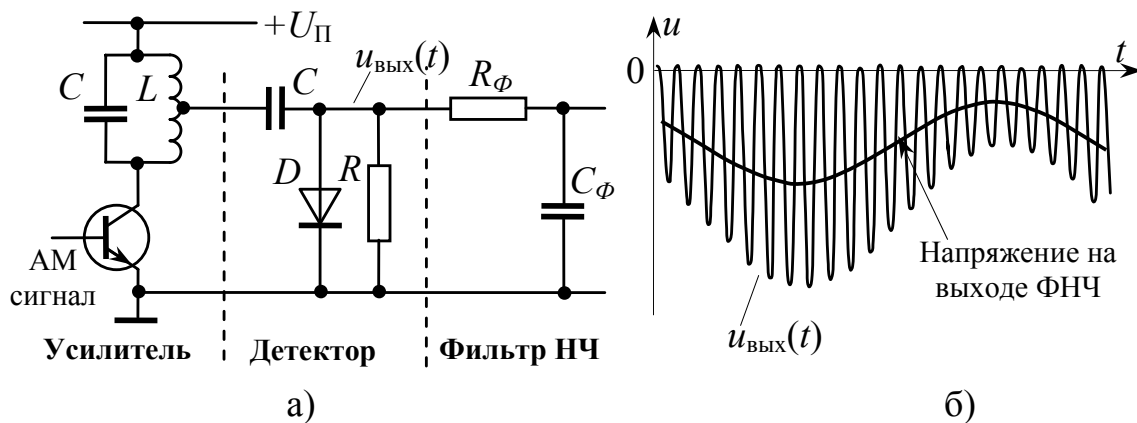


Рис. 12.4. а) схема параллельного диодного детектора;  
б) форма выходного колебания

Однако параллельный детектор имеет некоторые особенности. Например, выходное напряжение параллельного детектора содержит не только полезную низкочастотную составляющую, связанную с изменением напряжения на конденсаторе  $C$ , но и высокочастотное напряжение входного сигнала. На рис. 12.4б показана форма выходного напряжения при синусоидальном модулирующем сигнале. Для выделения огибающей входного сигнала используют интегрирующую  $RC$ -цепь, как показано на рис. 12.4а, или  $LCR$ -фильтр.

Параллельный детектор имеет меньшее входное сопротивление, чем последовательный детектор. Определить его можно исхо-

для из энергетических соображений так же, как это было сделано для последовательного детектора

$$R_{\text{вх(парал)}} \approx \frac{R}{3},$$

если угол отсечки  $\theta$  близок к нулю ( $SR \gg 1$ ).

## 12.2. Детектирование частотно-модулированных сигналов

Наиболее часто используемым приемом детектирования частотно-модулированных колебаний является преобразование ЧМ-колебания в АМ-колебание, которое затем детектируется амплитудным детектором.

Основной характеристикой частотного детектора является зависимость выпрямленного напряжения  $U_{\text{вых}}$  от частоты входного сигнала при постоянной амплитуде входного сигнала. Желательно, чтобы характеристика детектора  $U_{\text{вых}} = S_d (f - f_0)$  была линейной, то есть чтобы крутизна характеристики частотного детектора  $S_d$ , имеющая размерность В/Гц, не зависела от частоты. В этом случае  $U_{\text{вых}} = S_d \cdot (f - f_0)$  и форма детектированного сигнала совпадает с формой модулирующего сигнала.

В качестве простейшего преобразователя ЧМ-колебаний в АМ-колебания может служить расстроенный относительно несущей частоты  $\omega_0$  колебательный контур. При отсутствии модуляции, т. е. при  $\omega = \omega_0$ , рабочая точка располагается на скате резонансной кривой контура, как показано на рис. 12.5.

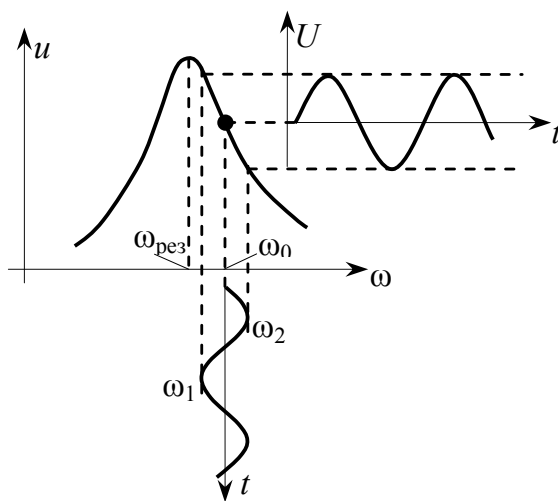


Рис. 12.5. Преобразование частотной модуляции в амплитудную модуляцию



В нижней части этого рисунка изображён закон изменения частоты во времени. При изменении частоты изменяется амплитуда высокочастотного колебания на контуре, как показано в правой части рисунка, то есть получаем амплитудную модуляцию. Остается продетектировать напряжение, выделяющееся на контуре, амплитудным детектором.

При широкополосной ЧМ получить хорошую линейность при помощи простого контура затруднительно. В этом случае применяют симметричные схемы, обладающие более линейными характеристиками.

Пример такой схемы приведён на рис. 12.6. Два контура настраиваются обычно на крайние значения частоты в спектре сигнала, т. е. на частоты  $\omega_1 = \omega_0 - \Delta\omega_{\max}$  и  $\omega_2 = \omega_0 + \Delta\omega_{\max}$ . Каждый из контуров преобразует ЧМ в АМ, как описано выше. АМ-колебания детектируются соответствующими детекторами. Низкочастотные напряжения  $u_1$  и  $u_2$  возникают на резисторах  $R_1$  и  $R_2$ . Эти напряжения пропорциональны ординатам резонансных кривых соответственно контуров 1 и 2 (рис. 12.7). Но так как напряжения на  $R_1$  и  $R_2$  противоположны по знаку (см. стрелки на схеме, указывающие направления токов), с выхода схемы снимается разность напряжений  $u_1$  и  $u_2$ .

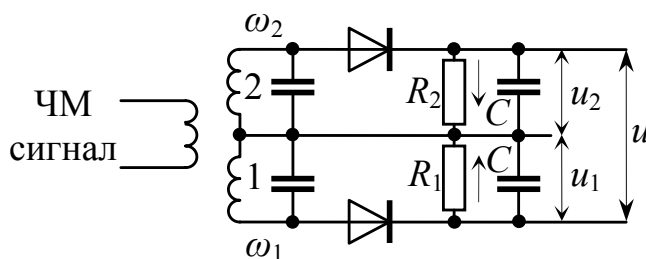


Рис. 12.6. Схема частотного детектора с расстроенными колебательными контурами

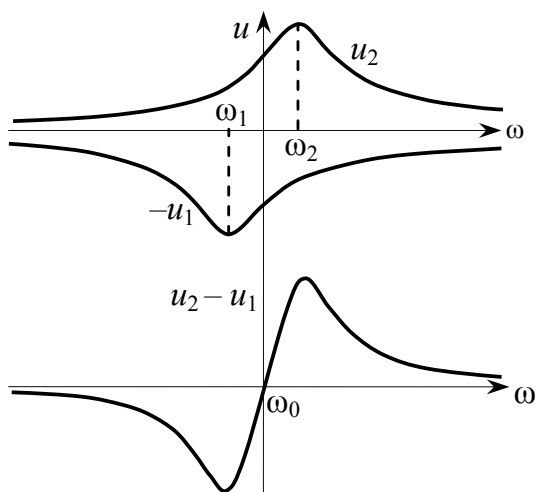


Рис. 12.7. Характеристика частотного детектора, с расстроенными колебательными контурами

Характеристика частотного детектора, т. е. зависимость выходного напряжения  $u$  от частоты ЧМ-колебания на входе, получается путём вычитания двух резонансных кривых, как показано на рис. 12.7. Частотные детекторы описанного типа относятся к числу так называемых дискриминаторов.

### Фазочастотный дискриминатор

Схему, представленную на рис. 12.8а, называют фазочастотным дискриминатором. Этот частотный детектор содержит два индуктивно связанных колебательных контура, резонансная частота которых равна частоте несущего колебания, и двухтактную схему амплитудного детектора. Напряжения  $U_{\text{вх1}}$  и  $U_{\text{вх2}}$  на входах детекторов представляют собой векторную сумму напряжения на первом контуре  $U_1$ , которое попадает на входы детекторов через конденсатор  $C_0$ , и напряжений  $U_2/2$  и  $-U_2/2$  с каждой из половин обмотки второго контура. На резонансной частоте напряжение на втором контуре отстает от напряжения на первом контуре на  $90^\circ$ . Дроссель  $L_{\text{др}}$  необходим для того, чтобы изолировать по высокой частоте цепь первичного контура от нагрузки детектора. Постоянные составляющие токов обоих диодов протекают через катушку  $L_{\text{др}}$ .

Векторная диаграмма напряжений в схеме показана на рис. 12.8б.

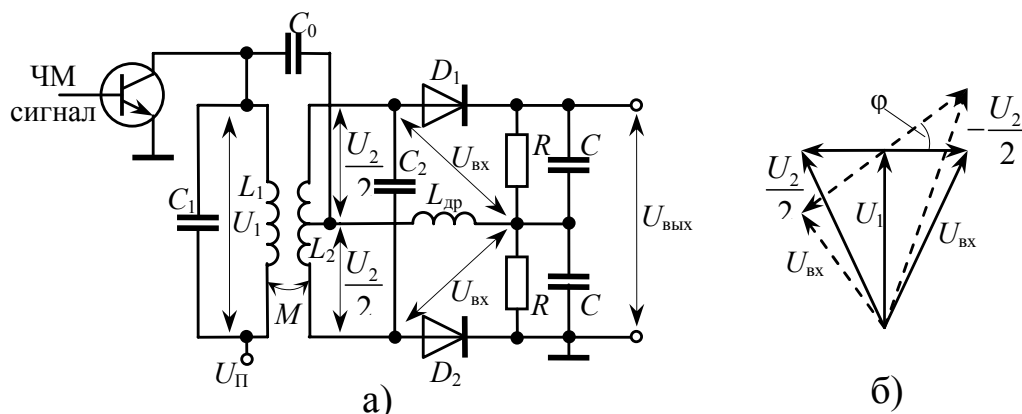


Рис. 12.8. а) схема фазочастотного дискриминатора;  
б) векторная диаграмма напряжений (пунктир – для частоты  $\omega \neq \omega_0$ )

На частоте  $\omega = \omega_0$  напряжения  $U_1$  и  $U_2$  сдвинуты на угол  $\theta = 90^\circ$ , поэтому амплитуды  $U_{\text{вх1}}$  и  $U_{\text{вх2}}$  равны друг другу, и выходное напряжение, равное разности выпрямленных напряжений  $U_{\text{вых}} = (U_{\text{вх1}} - U_{\text{вх2}}) \cos \theta$ , оказывается равным 0. При отклонении

частоты входного сигнала от частоты  $\omega_0$  вектор, соответствующий напряжению  $U_2$ , поворачивается по часовой стрелке или против нее (в зависимости от знака расстройки) на угол  $\varphi$  (рис. 12.8б), зависящий от величины расстройки, а также от добротности контуров  $Q$  и коэффициента связи  $k = M/\sqrt{L_1 L_2}$  между ними. Изменение угла  $\varphi$  при изменении частоты входного сигнала приводит к изменению амплитуды колебаний  $U_{\text{вх1}}$  и  $U_{\text{вх2}}$ . Выходное напряжение  $U_{\text{вых}} = (U_{\text{вх1}} - U_{\text{вх2}}) \cos \theta$  при малой расстройке изменяется пропорционально величине расстройки, а при большом отклонении от резонансной частоты  $\omega_0$  выходное напряжение, достигнув максимума, начнет спадать, поскольку амплитуды напряжений на контурах  $U_1$  и  $U_2$  уменьшаются с увеличением расстройки.

Зависимость  $U_{\text{вых}}(\omega)$  описывается выражением

$$U_{\text{вых}} = k_d U_0 \frac{\sqrt{1 + (x + h/2)^2} - \sqrt{1 + (x - h/2)^2}}{\sqrt{(1 + p^2 - x^2)^2 + 4x^2}}, \quad (12.6)$$

где  $k_d$  – коэффициент передачи амплитудного детектора,  $U_0$  – резонансное напряжение на 1-м контуре при  $p = 0$ ,  $p = kQ$  – параметр связи,  $k = M/\sqrt{L_1 L_2}$  – коэффициент связи между контурами,  $h = p\sqrt{L_2/L_1}$ ,  $x = 2Q \cdot (\Delta\omega/\omega_0)$  – обобщенная расстройка.

Изменяя параметр связи  $p$ , можно управлять видом дискриминационной кривой, изменяя протяженность линейного участка и крутизну (угол наклона).

На рис. 12.9 приведена зависимость (12.6) для случая  $L_1 = L_2$ . Крутизна характеристики дискриминатора  $S_d = dU_{\text{вых}}/d\omega$  на резонансной частоте  $\omega_0$  достигает максимума, равного

$$S_{d \max} = k_d U_0 / \Delta\omega_{0.7} \quad (\Delta\omega_{0.7} = \omega_0/Q),$$

при связи между контурами, близкой к критической ( $p = 1$ ). Однако предпочитают работать с большей связью ( $p = 2 \dots 3$ ), чтобы иметь более широкую полосу для детектирования ЧМ-колебания с широким спектром.

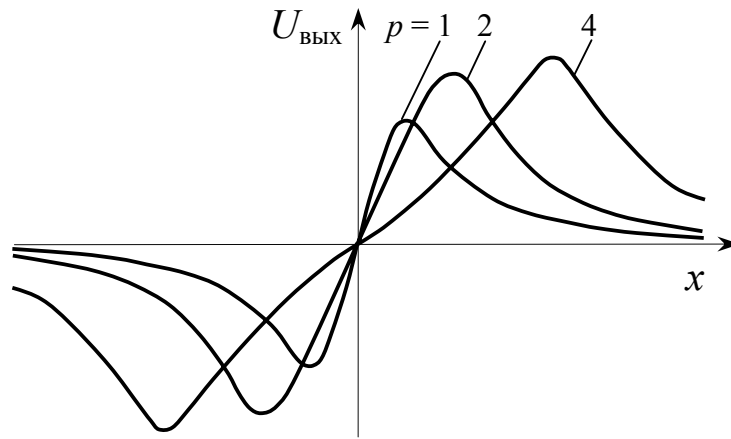


Рис. 12.9. Характеристика фазочастотного дискриминатора

### 12.3. Фазовое детектирование

Рассмотренные частотные детекторы можно использовать для детектирования фазомодулированных колебаний. Если ФМ-колебание подать на вход частотного детектора, то выходное напряжение детектора будет пропорционально производной фазы:

$$U_{\text{вых}} = S_{\text{д}} \Delta\omega(t) = S_{\text{д}} \frac{d\psi(t)}{dt}.$$

Для выделения изменений фазы следует на выходе частотного детектора добавить интегратор.

Данный способ можно использовать для детектирования колебания с непрерывно меняющейся фазой (например, при передаче речи). Обычно под фазовым детектированием подразумевается измерение сдвига фазы между двумя синусоидальными колебаниями с одинаковыми частотами. Схемы, измеряющие разность фаз, называют **фазометрами**. Рассмотрим схему фазового детектора, в которой выходное напряжение зависит от сдвига фазы между опорным колебанием  $U_1$  и входным  $U_2$  (рис. 12.10а).

В этом детекторе, также как и в частотном дискриминаторе, выходное напряжение является суммой выходных напряжений двух амплитудных детекторов. Предположим, что опорное напряжение  $U_{\text{оп}}$  и входное напряжение  $U_1$  сдвинуты по фазе на угол  $\varphi$ :

$$U_{\text{оп}} = U_{\text{оп}} \cos \omega t, \quad U_1 = U_1 \cos(\omega t + \varphi).$$

В этом случае амплитуды напряжений на входах диодных детекторов ( $D_1, R, C$  и  $D_2, R, C$ ) равны

$$U_{\text{ВХ1}} = \sqrt{U_{\text{оп}}^2 + U_1^2 - 2U_{\text{оп}}U_1 \cos \varphi},$$

$$U_{\text{ВХ2}} = \sqrt{U_{\text{оп}}^2 + U_1^2 + 2U_{\text{оп}}U_1 \cos \varphi}.$$

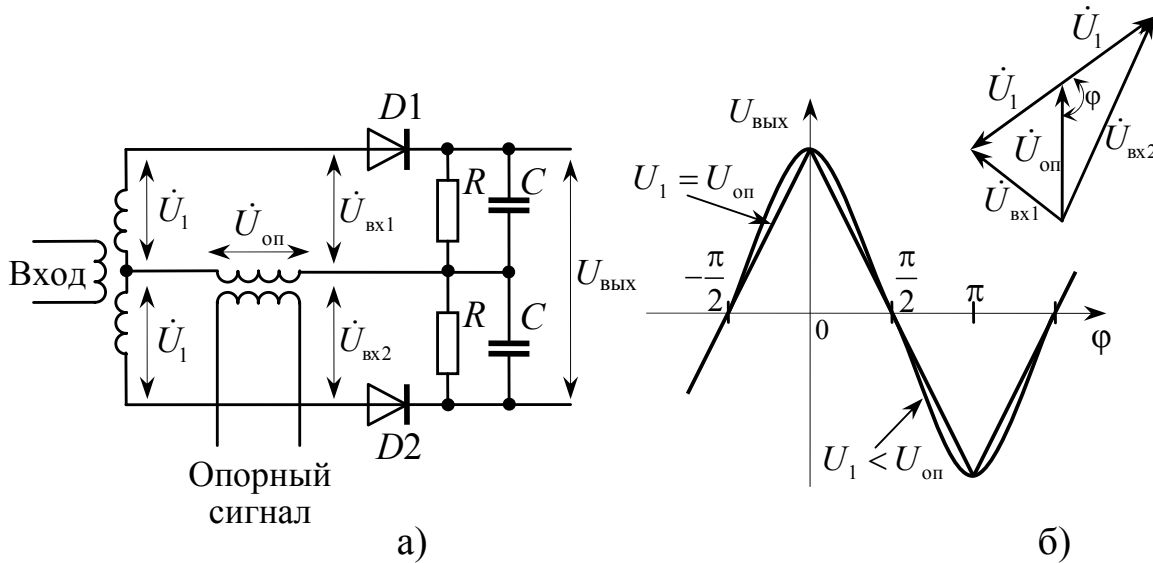


Рис. 12.10. а) схема фазового детектора;  
б) характеристика фазового детектора

Выходное напряжение детектора пропорционально разности этих напряжений:  $U_{\text{ВЫХ}} = k_{\text{д}} \cdot (|\dot{U}_{\text{ВХ1}}| - |\dot{U}_{\text{ВХ2}}|)$ . Если выбрать  $U_1 = U_{\text{оп}} = U$ , то

$$U_{\text{ВЫХ}} = \sqrt{2}U \left( \sqrt{1 + \cos \varphi} - \sqrt{1 - \cos \varphi} \right) =$$

$$= 2U \left( \left| \cos \frac{\varphi}{2} \right| - \left| \sin \frac{\varphi}{2} \right| \right). \quad (12.7)$$

Зависимость  $U_{\text{ВЫХ}}(\varphi)$  при  $0 < \varphi < \pi$  (рис. 12.10б) близка к прямой линии. Линейность детектора ухудшается при  $U_1 \neq U_{\text{оп}}$ , как показано на рис. 12.10б для случая  $U_{\text{оп}} > U_1$ .

## 12.4. Синхронное детектирование

В 1934 году российский ученый Е. Г. Момот предложил и реализовал метод синхронного детектирования. Синхронное детектирование обладает рядом преимуществ по сравнению с рассмотренными ранее методами. Сейчас этот метод широко применяют

для детектирования сигналов с разными видами модуляции и манипуляции.

Идея синхронного детектирования состоит в перемножении модулированного сигнала с некоторым опорным колебанием, имеющим ту же частоту и ту же фазу, что и несущая модулированного сигнала, и последующей фильтрации результата перемножения. Рассмотрим детектирование АМ-колебания  $u_{\text{вх}}(t) = U_{\text{вх}}(t) \cos \omega_0 t$  при наличии опорного напряжения  $u_{\text{оп}}(t) = U_{\text{оп}} \cos \omega_0 t$  (рис. 12.11).

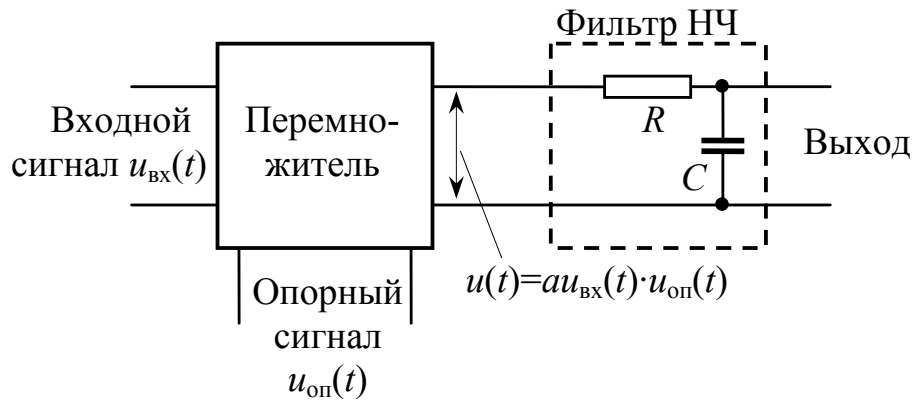


Рис. 12.11. Структурная схема синхронного детектора

На выходе перемножителя имеем

$$\begin{aligned} u(t) &= a u_{\text{вх}}(t) u_{\text{оп}}(t) = a U_{\text{вх}}(t) U_{\text{оп}} \cos^2 \omega_0 t = \\ &= \frac{a U_{\text{оп}}}{2} U_{\text{вх}}(t) + \frac{a U_{\text{оп}}}{2} U_{\text{вх}}(t) \cos 2\omega_0 t. \end{aligned}$$

Первое слагаемое в этом выражении пропорционально модулирующему сигналу, второе – представляет собой высокочастотное колебание, спектр которого расположен вокруг частоты  $2\omega_0$ . Для фильтрации высокочастотных составляющих на выходе перемножителя имеется фильтр нижних частот. В качестве фильтра можно использовать интегрирующую  $RC$ -цепь. Постоянная времени цепи выбирается из соотношений

$$F_{\text{max}} < f_{\text{в}} = 1/(2\pi RC) \ll f_0,$$

где  $F_{\text{max}}$  – наивысшая частота модулирующего сигнала,

$f_{\text{в}}$  – верхняя граничная частота фильтра,

$f_0$  – частота несущего колебания.

Напряжение на выходе фильтра равно  $a U_{\text{оп}} U_{\text{вх}}(t)/2$ .

На вид амплитудной модуляции никаких ограничений наложено не было, то есть синхронный детектор позволяет детектировать как балансно-модулированное колебание, так и амплитудно-модулированное колебание с коэффициентом модуляции  $m > 1$ , в том числе и сигналы с одной боковой полосой.

При детектировании амплитудно-модулированных колебаний  $U_{\text{вх}}(t) = U_0 [1 + m U_M(t)/U_0]$  ( $U_M(t)$  – модулирующий сигнал) на выходе перемножителя появляется постоянная составляющая. Для ее устранения после фильтра нижних частот включают разделительную цепь (обычно дифференцирующую цепь с постоянной времени  $\tau > 1/2\pi F_{\text{min}}$ ,  $F_{\text{min}}$  – минимальная частота модулирующего сигнала).

Существенным достоинством синхронного детектора является наличие **избирательности** по отношению к сигналам, частоты которых значительно отличаются от частоты несущей  $\omega_0$ . Предположим, что на входе детектора действует мешающее напряжение  $U_{\text{п}} \cos \omega t$ . Напряжение на выходе перемножителя в этом случае равно

$$\frac{aU_{\text{оп}}}{2} U_{\text{п}} \cos(\omega_{\text{п}} - \omega_0)t + \frac{aU_{\text{оп}}}{2} U_{\text{п}} \cos(\omega_{\text{п}} + \omega_0)t.$$

Модуль коэффициента передачи фильтра нижних частот, выполненного в виде интегрирующей  $RC$ -цепи, на частоте  $\omega_{\text{п}} - \omega_0$  равен  $1/\sqrt{1 + (\omega_{\text{п}} - \omega_0)^2 R^2 C^2}$ , следовательно, амплитуда мешающего напряжения на выходе синхронного детектора равна

$$\frac{aU_1}{2} \cdot \frac{U_{\text{п}}}{\sqrt{1 + (\omega_{\text{п}} - \omega_0)^2 R^2 C^2}}.$$

Сравним избирательные свойства синхронного детектора с избирательными свойствами колебательного  $LC$ -контура.

Напряжение на колебательном контуре, имеющем добротность  $Q$ , при отклонении от частоты резонанса на величину  $\omega_{\text{п}} - \omega_0$  равно

$$U_0 / \sqrt{1 + [2Q(\omega_{\text{п}} - \omega_0)/\omega_0]^2}.$$

Сравнивая это выражение с выражением, полученным для синхронного детектора, получим, что синхронный детектор имеет

избирательность, равную избирательности колебательного контура с добротностью

$$Q = \frac{\omega_0 RC}{2} = \pi f_0 RC. \quad (12.8)$$

Полоса пропускания синхронного детектора равна

$$\Delta f = f_0 / Q = 1 / (\pi RC). \quad (12.9)$$

Благодаря тому, что эквивалентная добротность синхронного детектора зависит от параметров интегрирующей  $RC$ -цепи, ее в случае необходимости можно сделать очень высокой. Обычно полосе синхронного детектора выбирают несколько шире полосы модулирующего сигнала:  $1 / (\pi RC) = F_{\max}$ . Это обеспечивает хорошее воспроизведение модулирующего сигнала с одновременным подавлением помех, частота которых значительно отличается от частоты несущей  $\omega_0$ .

Для перемножения сигналов в синхронных детекторах можно использовать дифференциальный усилитель. Воспользовавшись соотношениями

$$i_K^{(1)} = I_K e^{u_{БЭ1}/U_T}, \quad i_K^{(2)} = I_K e^{u_{БЭ2}/U_T}, \quad i_K^{(1)} + i_K^{(2)} = i_0, \quad u_{БЭ1} - u_{БЭ2} = u_{\text{диф}},$$

запишем величину разностного тока в дифференциальном усилителе:

$$i_K^{(1)} - i_K^{(2)} = i_0 \operatorname{th}(u_{\text{диф}} / 2U_T).$$

Если амплитуда дифференциального входного напряжения велика,  $|U_{\text{диф}}| \gg U_T$ , то  $\operatorname{th}(u_{\text{диф}} / (2U_T)) \approx \pm 1$ , и можно считать, что разностный ток представляет собой произведение тока  $i_0$  на прямоугольное колебание с единичной амплитудой и периодом, равным периоду дифференциального сигнала. Например, если  $u_{\text{диф}} = U_{\text{диф}} \cos \omega_0 t$ , то

$$i_K^{(1)} - i_K^{(2)} = i_0 \frac{4}{\pi} \left( \cos \omega_0 t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_0 t - \dots \right). \quad (12.10)$$

Схема синхронного детектора с использованием дифференциального усилителя изображена на рис. 12.12. Эта схема аналогична схеме модулятора (рис. 11.2). Отличие состоит в том, что частоты обоих входных напряжений одинаковы, а нагрузкой дифференциального усилителя является интегрирующая  $RC$ -цепь.



Опорное напряжение  $u_{\text{он}} = U_{\text{он}} \cos \omega_0 t$ , причем  $U_{\text{он}} > 4U_T$ , подается на дифференциальный вход. В этом случае усилитель работает в режиме переключения тока. Детектируемое амплитудно-модулированное напряжение

$$u_{\text{вх}} = U_0 (1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t \quad (12.11)$$

подается на базу транзистора  $VT3$ , играющего роль источника тока, причем сопротивление резистора выбирается таким, чтобы при максимальных амплитудах входного сигнала транзистор работал в линейной области.

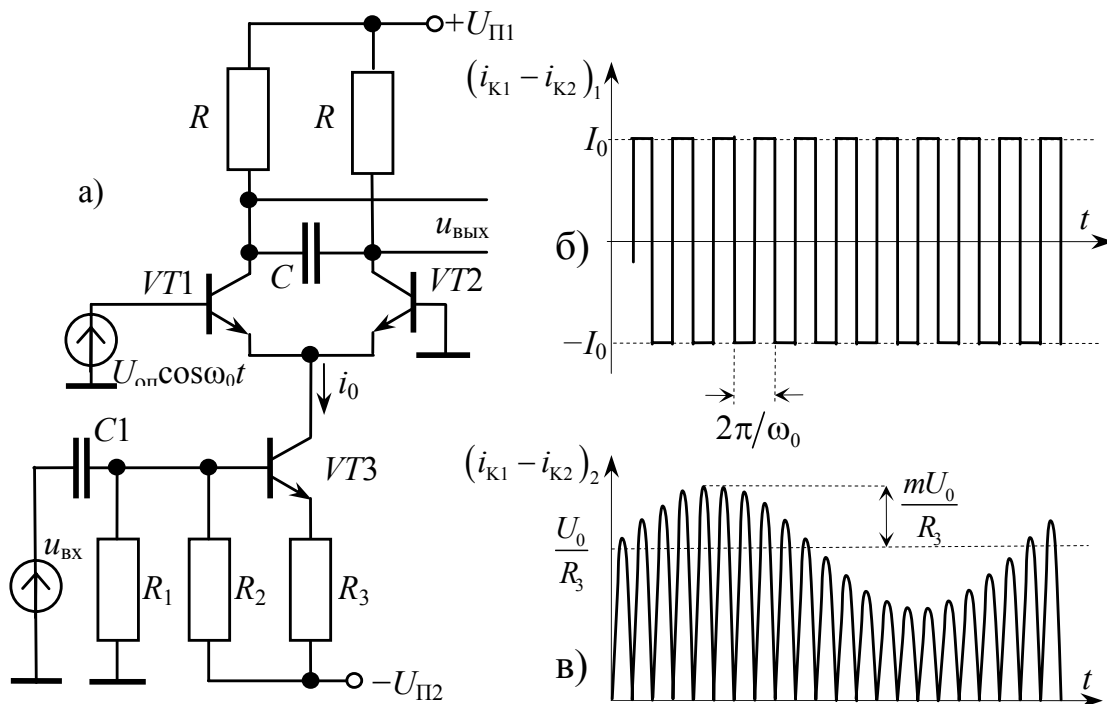


Рис. 12.12. Синхронный детектор на дифференциальном усилителе

Полный ток коллектора транзистора  $VT3$  в этом случае равен

$$i_{K3} = i_0 \approx I_0 + u_{\text{вх}} / R_3. \quad (12.12)$$

Подставляя  $i_0$  из (12.12) в (12.10), получим, что разностный ток представляет собой сумму двух колебаний: прямоугольного колебания с амплитудой  $I_0$  (рис. 12.12б) и колебания, обусловленного входным модулированным сигналом (рис. 12.12в). Нагрузкой дифференциального усилителя является интегрирующая  $RC$ -цепь, поэтому прямоугольное колебание отфильтровывается, а из второго колебания выделяется низкочастотная составляющая. Выходное

напряжение с учетом соотношений (12.11) и (12.12) можно записать в виде

$$\Delta u_K \approx \frac{2}{\pi} \frac{U_0}{R_3} (1 + m \cos \Omega t) R. \quad (12.13)$$

Оно содержит постоянную составляющую и интересующую нас переменную составляющую, равную

$$u_{\text{вых}} = \frac{2}{\pi} \frac{R}{R_3} m U_0 \cos \Omega t. \quad (12.14)$$

Коэффициент передачи синхронного детектора, равный

$$K_d = \frac{U_{\text{вых}}}{m U_0} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{R}{R_3}, \quad (12.15)$$

при соответствующем выборе сопротивлений резисторов  $R$  и  $R_3$  может быть больше единицы.

Синхронный детектор используется в качестве фазового детектора или частотного детектора.

Пусть, например, в схеме на рис. 12.12 опорное напряжение имеет вид

$$u_{\text{оп}} = U_{\text{оп}} \sin \omega_0 t, \quad (12.16)$$

и  $U_{\text{оп}} \gg U_T$ , а входное напряжение модулировано по фазе сигналом  $u_M(t)$ :

$$u_{\text{вх}} = U_{\text{вх}} \cos(\omega_0 t + a u_M(t)). \quad (12.17)$$

Тогда

$$i_0 \approx I_0 + \frac{u_{\text{вх}}}{R_3} = I_0 + \frac{U_{\text{вх}} \cos(\omega_0 t + a u_M(t))}{R_3}. \quad (12.18)$$

Подставляя это соотношение в выражение для разностного тока при  $u_{\text{диф}} = U_{\text{диф}} \sin \omega_0 t$ , найдем низкочастотную составляющую напряжения на выходе усилителя:

$$\Delta u_K = \frac{2}{\pi} \frac{R}{R_3} U_{\text{вх}} \sin(a u_M(t)). \quad (12.19)$$

Если индекс фазовой модуляции не очень велик ( $a u_M(t) < 30^\circ$ ), то можно пользоваться линейным приближением:

$$\Delta u_K \approx \frac{2}{\pi} \frac{R}{R_3} a u_M(t) U_{\text{вх}}. \quad (12.19a)$$

Таким образом, выходное напряжение детектора пропорционально модулирующему напряжению.

Следует подчеркнуть, что для фазового детектирования опорное и входное напряжения в отсутствие модуляции ( $u_M(t) = 0$ ) должны быть сдвинуты по фазе на  $90^\circ$ . Для амплитудного детектирования этот сдвиг должен равняться  $0^\circ$ .

Эту же схему можно использовать и в качестве частотного детектора. Следует лишь пропустить выходной сигнал через дифференцирующую цепь с малой постоянной времени  $\tau$  ( $\tau \ll 1/\Omega_{\max}$ , где  $\Omega_{\max}$  – наивысшая частота спектра модулирующего сигнала).

Действительно, пусть входной сигнал модулирован по частоте сигналом  $u_M(t)$ :

$$u_{\text{вх}} = U_{\text{вх}} \cos \left( \omega_0 t + a \int_0^t u_M(\tau) d\tau \right). \quad (12.20)$$

Тогда разностный сигнал между коллекторами усилителя в соответствии с (12.19а) будет иметь вид

$$\Delta u_K \approx \frac{2}{\pi} \frac{R}{R_3} \left( a \int_0^t u_M(\tau) d\tau \right) U_{\text{вх}}.$$

Так как постоянная времени дифференцирующей цепи мала, выходной сигнал пропорционален производной сигнала  $\Delta u_K$ :

$$u_{\text{вых}} \approx \tau_{\text{диф}} \frac{d(\Delta u_K)}{dt} \approx \tau_{\text{диф}} \frac{2}{\pi} \cdot \frac{R}{R_3} \cdot a u_M(t) U_{\text{вх}}. \quad (12.21)$$

Здесь, как и в случае фазового детектора, сдвиг фаз между опорным и входным напряжениями в отсутствие модуляции должен равняться  $90^\circ$ .

Достоинство синхронного детектора, работающего в ключевом режиме, состоит в том, что величина выходного сигнала не зависит от амплитуды опорного колебания. Вместе с тем этот режим обладает тем недостатком, что кроме полезного сигнала со спектром вблизи  $\omega_0$  выделяются также сигналы, спектры которых расположены вблизи нечетных гармоник  $3\omega_0$ ,  $5\omega_0$  и т.д., поскольку разностный ток представляет собой произведение тока  $i_0$  на функцию, содержащую все нечетные гармоники (см. (12.10)). Если во входном сигнале, а следовательно, и в токе  $i_0$ , содержатся помехи, частотный спектр которых расположен вблизи частот  $3\omega_0$ ,  $5\omega_0$  и

т.д., то на выходе детектора возникнут паразитные низкочастотные составляющие. Для устранения этого недостатка входной сигнал до подачи на вход детектора следует пропустить через полосовой фильтр, настроенный на частоту  $\omega_0$ .

### **12.5. Детектирование фазоманипулированных сигналов**

Для детектирования фазоманипулированных сигналов ФМн-2 применяют синхронный детектор. В результате перемножения принятого сигнала с опорным колебанием, частота которого равна несущей частоте, а фаза совпадает с фазой посылки нулевого бита, и последующей фильтрации получим сигнал, принимающий значения  $\pm 1$ . Используя преобразователь уровней, получают битовый поток, соответствующий передаваемой информации. Основной проблемой в данном случае является получение опорного колебания.

А. А. Пистолькорсом в 1932 г. предложен ряд схем детекторов ФМн-2-сигналов. Наиболее известная и остроумная из них схема, в которой принятый сигнал ФМн-2 возводится в квадрат, в результате чего устраняется манипуляция, но в два раза повышается частота, которая затем вдвое понижается делителем, что и образует опорное колебание, необходимое для детектирования фазоманипулированных сигналов.

Однако экспериментальное исследование схем детектирования ФМн выявило в них явление «обратной работы», состоящее в том, что при делении частоты вдвое в случайные моменты времени фаза получаемого опорного колебания меняется на  $\pi$ . При этом нарушается нормальный прием сигналов ФМн, единичные биты заменяются на нулевые и наоборот. В некоторый случайный момент нормальный прием восстанавливается до следующего наступления «обратной работы» и т. д. По этой причине ФМн-2-модуляция применяется только в тех случаях, когда имеется возможность получения надежного опорного колебания.

Как было сказано ранее (раздел 10.1.5), от указанного недостатка свободны сигналы, использующие метод ОФМн, так как в его основе лежит относительный, а не абсолютный отсчет фазы. Для декодирования ОФМн-сигнала необходимо выполнить в обратном порядке процедуры, выполняемые при формировании этого сигнала.

ла (рис. 11.11). На рис. 12.13 приведена структурная схема детектора ОФМн-сигнала.

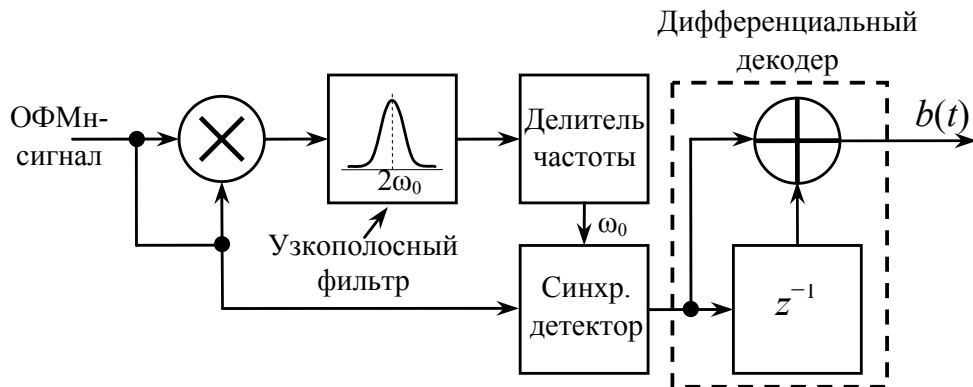


Рис. 12.13. Структурная схема детектора ОФМн-сигналов

Для получения опорного колебания используется схема Пистолькорса. Полоса пропускания полосового фильтра выбирается достаточно узкой, что позволяет избавиться от влияния помех на выделяемый опорный сигнал. Схема дифференциального декодера, приведенная на рис. 12.14, повторяет схему дифференциального кодера.

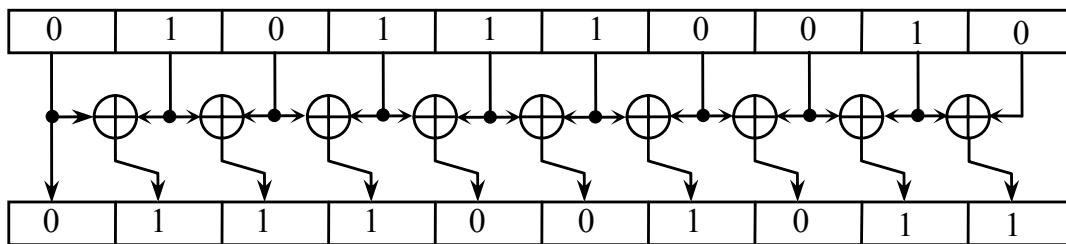


Рис. 12.14. Структурная схема дифференциального декодера

Как следует из рисунка, из кодированного битового потока 0101110010 мы получаем исходный набор битов 0111001011. Теперь рассмотрим работу дифференциального декодера в случае смены фазы опорного колебания на  $\pi$ , то есть когда на входе декодера все биты инвертированы и вместо 0101110010 принимаем 1010001101. На рис. 12.15 показана работа декодера в этом случае. Из рисунка следует, что при инвертировании всех битов на входе декодера на выходе дифференциального декодера информация не искажается (за исключением первого бита, показанного красным).

В этом главное преимущество ОФМн перед ФМн, которое позволяет существенно упростить передающие и приемные уст-

ройства. Но нужно также сказать и о недостатках дифференциального кодирования. Главным недостатком ОФМн по сравнению с ФМн является более низкая помехоустойчивость, поскольку ошибки приема размножаются на этапе декодирования.

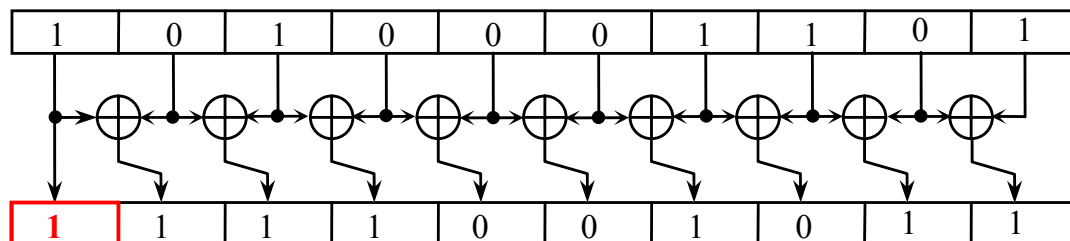


Рис. 12.15. Пример дифференциального декодирования при инверсии принятого потока

Рассмотрим пример. Пусть исходный поток, подлежащий передаче, снова равен 0111001011. Поток, передаваемый в канал связи, равен 0101110010. Предположим, что при приеме четвертый бит закодированного потока был принят с ошибкой, тогда на входе декодера будет 0101010010. И в результате декодирования целых два бита будут декодированы с ошибкой (рис. 12.16).

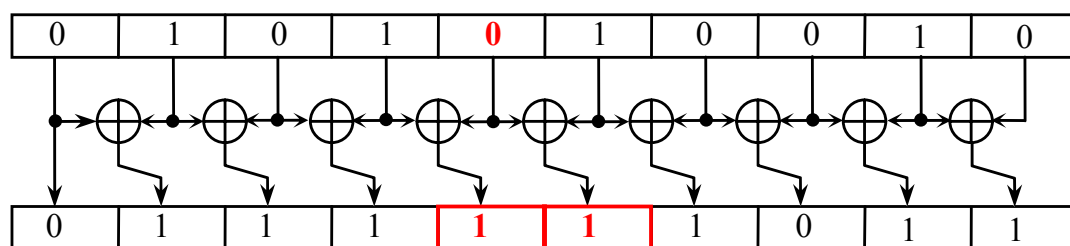
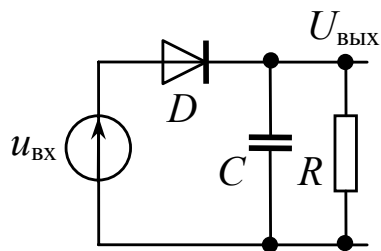


Рис. 12.16. Пример размножения ошибок при декодировании ОФМн

## 12.6. Задачи

1. Определить коэффициент передачи детектора и максимальную частоту модулирующего сигнала  $F$ , при которой отсутствуют нелинейные искажения.



$$u_{\text{BX}}(t) = 5 \cdot (1 + m \sin(2\pi Ft)) \cdot \sin(2\pi ft),$$

$$m \leq 0.7,$$

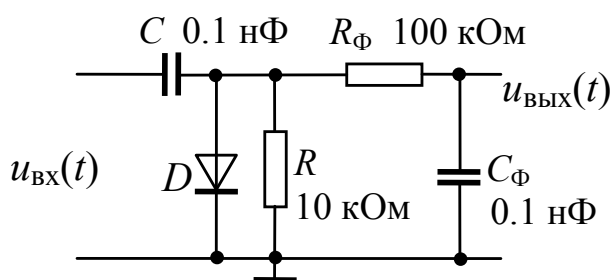
$$r_{\text{д}} = 100 \text{ Ом},$$

$$C = 1 \text{ нФ},$$

$$R = 20 \text{ кОм}.$$

2. Определить  $u_{\text{ВЫХ}}(t)$  при

$$u_{\text{BX}}(t) = 5 \cdot (1 + 0.5 \sin 2\pi \cdot 10^4 t) \cdot \sin 2\pi \cdot 10^6 t.$$



$$r_{\text{дио́да}} = 200 \text{ Ом}.$$

3. Считая диод идеальным, определить  $u_{\text{ВЫХ}}(t)$  при

$$u_{\text{BX}}(t) = 5 \cdot 10^{-2} \cdot (1 + 0.5 \sin 2\pi \cdot 10^4 t) \sin 2\pi \cdot 10^6 t.$$

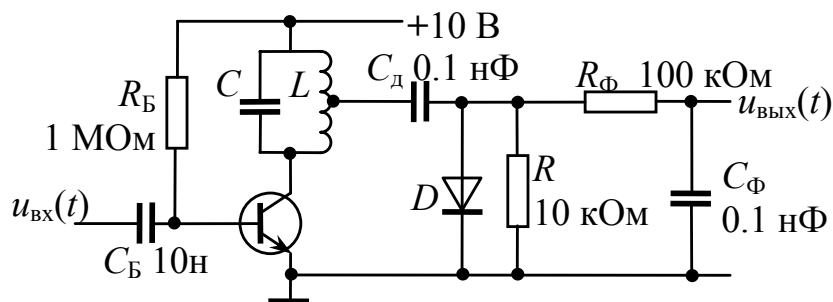
$$f_{\text{рез}} = 1 \text{ МГц},$$

$$R_{\text{ЭКВ}} = 10 \text{ кОм},$$

$$Q_0 = 200,$$

$$p = 1/2,$$

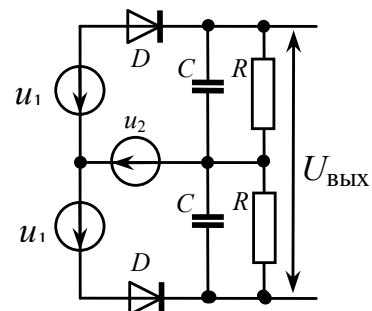
$$h_{213} = 100.$$



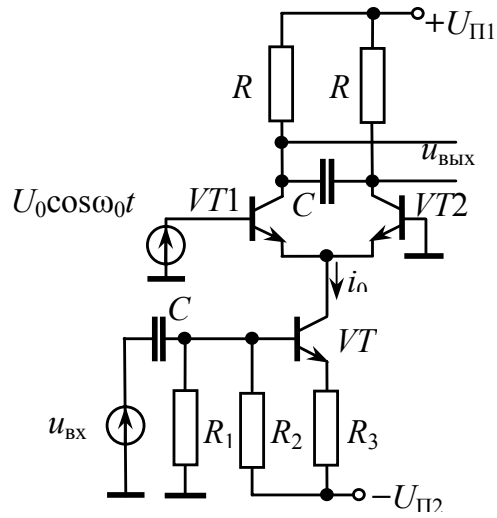
4. Найти зависимость напряжения на выходе фазового детектора  $U_{\text{ВЫХ}}$  от  $\varphi$  при условии, что

$$u_1 = A \cos(\omega t), \quad u_2 = B \cos(\omega t + \varphi).$$

Рассмотреть случаи  $A \ll B$ ,  $B \ll A$ ,  $A = B$ .



5. Определить сигнал на выходе синхронного детектора.



$$R = 2 \text{ кОм},$$

$$R_1 = 9.1 \text{ кОм},$$

$$R_2 = 1.8 \text{ кОм},$$

$$R_3 = 0.5 \text{ кОм},$$

$$C = 10 \text{ нФ},$$

$$U_0 = 0.5 \text{ В},$$

$$u_{\text{ВХ}} = 0.3 \cdot \cos(2\pi 10^3 t) \cdot \cos \omega_0 t,$$

$$U_{\text{П1}} = U_{\text{П2}} = 10 \text{ В}.$$



## ГЛАВА 13. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТЫ

Преобразованием частоты называют перенос спектра сигнала из одной области частот в другую без изменения соотношения между составляющими спектра. Это означает, что при преобразовании частоты модулированного колебания вид модуляции не изменяется. Изменяется только частота несущего колебания. Преобразование частоты реализуется с использованием нелинейных устройств или перемножителя сигналов.

### 13.1. Преобразование частоты на транзисторе

На рис. 13.1 представлена схема преобразователя частоты, использующая нелинейные свойства транзистора. На базу транзистора подается сумма двух сигналов: входного сигнала  $u_{\text{вх}} = U \cos \omega_0 t$ , подлежащего преобразованию, и сигнала вспомогательного генератора, называемого гетеродином,  $u_{\text{гет}} = U_{\text{гет}} \cos \omega_{\text{гет}} t$ . Нелинейность вольтамперной характеристики транзистора приводит к тому, что коллекторный ток содержит компоненту с разностной (промежуточной) частотой  $\omega_{\text{пр}} = |\omega_0 - \omega_{\text{гет}}|$ . Если в цепь коллектора включен параллельный колебательный контур, имеющий резонансную частоту  $\omega_{\text{пр}}$ , то на нем выделяется напряжение промежуточной частоты. Для остальных компонент тока сопротивление контура мало.

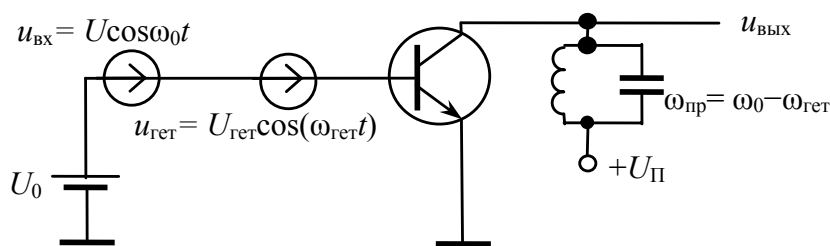


Рис. 13.1. Схема преобразователя частоты на транзисторе

Амплитуда сигнала гетеродина должна быть достаточно большой, чтобы проявлялась нелинейность вольтамперной характеристики транзистора, а амплитуда входного сигнала должна быть малой. Это позволяет считать преобразователь относительно напряжения входного сигнала параметрическим линейным устройством, коэффициент усиления которого является периодической функцией времени с периодом, равным периоду колебаний сигнала гетеродина.

Если  $i_K = f(u_{БЭ})$  – вольтамперная характеристика транзистора, то ток коллектора равен

$$i_K = f(u_{БХ} + u_{гет} + U_0).$$

Представим  $i_K$  в виде ряда по степеням  $u_{БХ}$ :

$$i_K = f(U_0 + u_{гет}) + f'(U_0 + u_{гет})u_{БХ} + \frac{1}{2}f''(U_0 + u_{гет})u_{БХ}^2 + \dots \quad (13.1)$$

Коэффициенты ряда являются периодическими функциями времени с периодом, равным периоду сигнала гетеродина:

$$f(U_0 + u_{гет}) = I_K(t) = I_{K0} + I_{K1} \cos \omega_{гет} t + I_{K2} \cos 2\omega_{гет} t + \dots,$$

$$f'(U_0 + u_{гет}) = S(t) = S_0 + S_1 \cos \omega_{гет} t + S_2 \cos 2\omega_{гет} t + \dots$$

Ограничимся реализуемым на практике случаем малого напряжения сигнала  $u_{БХ}$ . Тогда в первом приближении можно воспользоваться только двумя первыми членами ряда (13.1):

$$i_K = I_K(t) + (S_0 + S_1 \cos \omega_{гет} t + S_2 \cos 2\omega_{гет} t + \dots)U \cos \omega_0 t.$$

Ток коллектора содержит составляющие с частотами  $\omega_0$ ,  $\omega_{гет}$ ,  $2\omega_{гет}$ ,  $3\omega_{гет}$ , ... и комбинационные частоты  $\omega_0 \pm n\omega_{гет}$ . Интересующая нас составляющая тока промежуточной частоты  $\omega_{пр} = \omega_0 - \omega_{гет}$  равна

$$i_{пр} = I_K(t) + \frac{1}{2}S_1 U \cos \omega_{пр} t.$$

Амплитуда этого тока, равная  $S_1 U / 2$ , определяется амплитудой входного сигнала и величиной первой гармоники крутизны вольтамперной характеристики транзистора. Величина  $S_1 / 2$ , обозначаемая через  $S_{пр}$ , называется **крутизной преобразования**:

$$S_{пр} = \frac{1}{2}S_1. \quad (13.2)$$

Крутизна преобразования зависит от амплитуды напряжения гетеродина и от выбора рабочей точки транзистора (определяется напряжением смещения  $U_0$ ). Найдем связь между крутизной преобразования и крутизной характеристики транзистора. Коллекторный ток транзистора связан с напряжением  $u_{БЭ}$  соотношением

$$i_K = h_{216}i_B = h_{216}I_{Б0} \left( e^{\frac{u_{БЭ}}{U_T}} - 1 \right).$$

Крутизна характеристики транзистора

$$S = \frac{di_k}{du_{БЭ}} = \frac{h_{216}}{U_T} I_{ЭБ0} e^{\frac{u_{БЭ}}{U_T}}$$

изменяется во времени при подаче колебания от гетеродина:

$$S(t) = \frac{h_{216}}{U_T} I_{ЭБ0} e^{\frac{U_0 + u_{гет}(t)}{U_T}} = S_0 e^{\frac{u_{гет}(t)}{U_T}},$$

где  $S_0$  – крутизна транзистора в рабочей точке (при отсутствии сигнала гетеродина). Величина первой гармоники крутизны равна

$$S_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} S_0 e^{\frac{U_{гет} \cos \omega_{гет} t}{U_T}} \cos(\omega_{гет} t) d(\omega_{гет} t) = 2S_0 I_1 \left( \frac{U_{гет}}{U_T} \right), \quad (13.3)$$

где  $I_1(x)$  – модифицированная функция Бесселя 1-го порядка.

Таким образом, крутизна преобразования транзисторного преобразователя частоты равна

$$S_{пр} = \frac{1}{2} S_1 = S_0 I_1 (U_{гет}/U_T). \quad (13.4)$$

В случае малых амплитуд напряжения гетеродина ( $U_{гет}/U_T < 1$ )

$$I_1 (U_{гет}/U_T) \approx U_{гет}/2U_T$$

$$\text{и} \quad S_{пр} \approx \frac{1}{2} S_0 \frac{U_{гет}}{U_T}. \quad (13.5)$$

Как правило, амплитуду сигнала гетеродина  $U_{гет}$  выбирают достаточно большой, такой, чтобы выполнялось условие  $U_{гет}/U_T \gg 1$ . В этом случае

$$I_1 (U_{гет}/U_T) \approx \exp(U_{гет}/U_T) / \sqrt{2\pi \frac{U_{гет}}{U_T}}$$

и

$$S_{пр} \approx \frac{S_0 \exp(U_{гет}/U_T)}{\sqrt{2\pi U_{гет}/U_T}} = \frac{S_{\max}}{\sqrt{2\pi U_{гет}/U_T}}, \quad (13.6)$$

где  $S_{\max}$  – максимальное мгновенное значение крутизны.

Полученное выражение дает завышенное значение крутизны преобразования, так как в нем не учтены сопротивления источников входного сигнала и гетеродинного напряжения. Если пересчитать эти сопротивления в цепь эмиттера, то получим

$$R_{\text{э}} = \frac{R_{\text{и}}}{1 + h_{21\text{э}}} + \frac{R_{\text{гет}}}{1 + h_{21\text{э}}},$$

где  $R_{\text{и}}$  – сопротивление источника сигнала,  $R_{\text{гет}}$  – выходное сопротивление гетеродина. В этом случае при больших амплитудах напряжения гетеродина получим более точную формулу:

$$S_{\text{пр}} \approx \frac{S_{\text{max}}}{\sqrt{2\pi(1 + S_{\text{max}} R_{\text{э}})U_{\text{гет}}/U_T}}. \quad (13.7)$$

В качестве нелинейного элемента в преобразователях частоты можно использовать полевой транзистор.

Если амплитуда входного сигнала настолько велика, что начинают играть роль члены ряда (13.1), содержащие более высокие степени  $u_{\text{вх}}$ , чем первая, то возникают искажения. На выходе преобразователя появляются составляющие тока с комбинационными частотами вида  $|m\omega_0 \pm n\omega_{\text{гет}}|$ , причем некоторые из них могут оказаться близкими к промежуточной частоте  $|\omega_0 \pm \omega_{\text{гет}}|$ . Вследствие интерференции полезного сигнала промежуточной частоты  $\omega_0 - \omega_{\text{гет}}$  и сигналов с комбинационными частотами возникают специфические искажения, называемые в радиотехнике интерференционными свистами. Например, при приеме сигнала с несущей частотой  $f_0 = 751$  кГц при промежуточной частоте  $f_{\text{пр}} = 500$  кГц частота гетеродина выбирается равной  $f_{\text{гет}} = f_0 - f_{\text{пр}} = 251$  кГц. При этом на вход усилителя промежуточной частоты (УПЧ) попадает сигнал с комбинационной частотой

$$f_{\text{комб}} = 2f_0 - 4f_{\text{гет}} = 1502 \text{ кГц} - 1004 \text{ кГц} = 498 \text{ кГц}.$$

Если полоса пропускания УПЧ со средней частотой  $f_{\text{пр}} = 500$  кГц превышает 4 кГц, то на входе детектора, включенного на выходе УПЧ, появляются два колебания с частотами 500 кГц и 498 кГц, что вызывает на его выходе появление колебания с частотой 2 кГц.

Другим следствием большой амплитуды сигнала на входе преобразователя частоты является нелинейное искажение, проявляющееся в том, что огибающая выходного колебания не повторяет огибающую входного сигнала. Данный вид искажений недопустим при входных сигналах, имеющих амплитудную модуляцию.

Отметим, что преобразователь частоты одинаково реагирует на входные сигналы с частотами  $\omega_{01} = \omega_{\text{гет}} - \omega_{\text{пр}}$  и  $\omega_{02} = \omega_{\text{гет}} + \omega_{\text{пр}}$ . Одну из этих частот называют **основным** каналом, а другую –

**зеркальным** каналом. Частоты зеркального канала и основного канала различаются на удвоенную промежуточную частоту и расположены симметрично относительно частоты гетеродина (рис. 13.2).

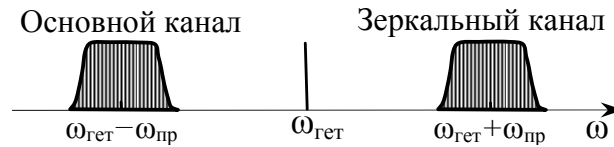


Рис. 13.2. Полосы частот прямого и зеркального каналов

Предположим, что сигнал, спектр частот которого необходимо сместить, имеет несущую частоту  $\omega_{01}$  и эта частота является основным каналом. Мешающий сигнал с частотой  $\omega_{02}$ , поступающий на вход преобразователя частоты, будет преобразован точно так же, как и полезный сигнал, так как разность частот помехи и гетеродина также равна промежуточной частоте. Устранение зеркальной помехи осуществляется с помощью полосового фильтра на входе преобразователя частоты, пропускающего полезный сигнал и не пропускающего сигнал зеркального канала.

Другой нежелательный канал приема сигнала связан с возможностью **прямого прохождения** помехи, частота которой совпадает с промежуточной частотой. Крутизна, определяющая коэффициент усиления этой помехи, равна постоянной составляющей в разложении крутизны транзистора  $S$  в ряд. Чтобы устранить возможность прямого прохождения помехи, применяют режекторные (заграждающие) фильтры на входе смесителя.

### 13.2. Преобразователь частоты с использованием перемножителя

Пусть на входы устройства перемножения подаются преобразуемый сигнал

$$u_{\text{вх}}(t) = U(t) \cos(\omega_0 t + \varphi(t))$$

и синусоидальный сигнал гетеродина

$$u_{\text{гет}}(t) = U_{\text{гет}} \cos \omega_{\text{гет}} t.$$

Тогда на выходе перемножителя получим сигнал

$$\begin{aligned} u(t) &= k u_{\text{вх}}(t) u_{\text{гет}}(t) = k U(t) U_{\text{гет}} \cos(\omega_0 t + \varphi) \cos \omega_{\text{гет}} t = \\ &= \frac{1}{2} k U(t) U_{\text{гет}} \cos((\omega_0 - \omega_{\text{гет}})t + \varphi) + \\ &+ \frac{1}{2} k U(t) U_{\text{гет}} \cos((\omega_0 + \omega_{\text{гет}})t + \varphi). \end{aligned}$$

Этот сигнал содержит составляющие с разностной частотой  $(\omega_0 - \omega_{\text{гет}})$  и суммарной частотой  $(\omega_0 + \omega_{\text{гет}})$ . Если на выходе перемножителя включить в качестве нагрузки колебательный контур, настроенный, например, на разностную частоту, то другая компонента будет устранена. Несущая частота становится равной  $\omega_{\text{пр}} = \omega_0 - \omega_{\text{гет}}$ . Модуляция (амплитудная  $U(t)$  или угловая  $\varphi(t)$ ) при преобразовании частоты сохраняется.

### 13.3. Супергетеродинный прием

Преобразование частоты широко используется в так называемых супергетеродинных радиоприемниках. Принцип супергетеродинного приема, предложенный Э. Армстронгом в 1914 году, состоит в том, что на входе приемника стоит перемножитель принимаемого сигнала с сигналом гетеродина; настройка приемника на требуемый частотный канал осуществляется изменением частоты гетеродина. Усиление производится на промежуточной частоте, причём усилитель промежуточной частоты (УПЧ) может иметь большое число каскадов, снабженных полосовыми фильтрами промежуточной частоты. Самое главное в этой схеме то, что фильтры настроены на определённую полосу частот со средней частотой, равной промежуточной частоте, и не требуют перестройки. В супергетеродинном приёмнике не фильтры (или контуры) настраиваются на частоту несущей принимаемого сигнала, а частота принимаемого сигнала изменяется так, чтобы она равнялась средней частоте УПЧ. Это является неоценимым достоинством. Во-первых, настройка приемника, независимо от числа каскадов УПЧ, производится одним элементом – путем изменения индуктивности или емкости изменяется частота гетеродина. Во-вторых, фильтры каскадов УПЧ, не требующие перестройки, могут обеспечить минимальные искажения при максимальной избирательности. Для ос-

лабления сигнала зеркального канала в схему супергетеродинного приёмника до перемножителя обычно вводят усилитель высокой частоты (УВЧ). В этом усилителе требуется перестройка колебательного контура синхронно с изменением частоты гетеродина так, чтобы разность частоты сигнала гетеродина и резонансной частоты колебательного контура, входящего в состав УВЧ, равнялась промежуточной частоте. Структурная схема супергетеродинного приёмника приведена на рис. 13.3. Кроме уже упомянутых элементов, на ней указаны детектор и усилитель низкой частоты (УНЧ).

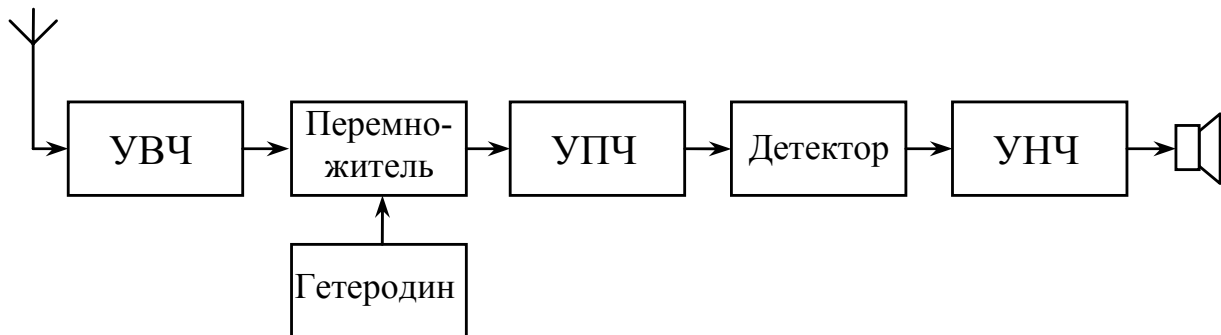


Рис. 13.3. Структурная схема супергетеродинного приемника

Во многих радиотехнических устройствах как на передающем, так и на приёмном концах системы радиосвязи прибегают к многократному преобразованию частоты.

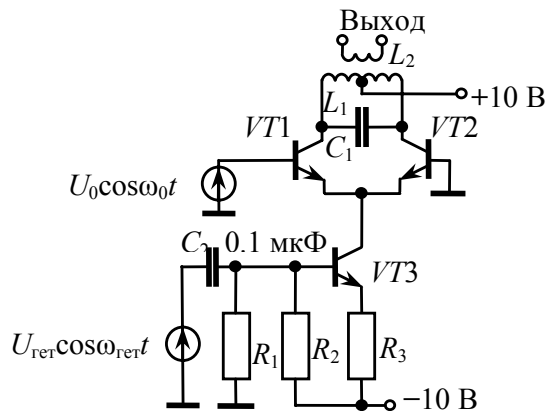
В заключение заметим ещё, что возможен специальный случай преобразования частоты, когда гетеродин настраивается на частоту  $\omega_0$  с точностью до фазы. При этом спектр модулированного сигнала смещается в область низких частот ( $\omega_{\text{пр}} = 0$ ). Это соответствует синхронному детектированию.

## 13.4. Задачи

1. Определить отношение коэффициентов передачи в основном и зеркальном каналах при следующих условиях: на входе преобразователя частоты включен полосовой фильтр с добротностью 10,  $f_{\text{гет}} = 500$  кГц,  $f_{\text{пр}} = 600$  кГц, частота основного канала выше частоты гетеродина.

2. Как изменится отношение коэффициентов передачи в основном и зеркальном каналах, если в предыдущей задаче частота основного канала ниже частоты гетеродина?

3. Определить амплитуду сигнала на выходе преобразователя частоты.



$$\omega_{\text{пр}} = 1/\sqrt{L_1 C_1} = \omega_0 - \omega_{\text{гет}},$$

$$R_{\text{экв}} = 5 \text{ кОм},$$

$$w_1/w_2 = 1,$$

$$R_1 = 8.2 \text{ кОм},$$

$$R_2 = 1.8 \text{ кОм},$$

$$R_3 = 1.2 \text{ кОм},$$

$$U_0 = 10 \text{ мВ},$$

$$U_{\text{гет}} = 0.6 \text{ В}.$$



## ГЛАВА 14. ШУМЫ И СИГНАЛЫ

### 14.1. Шумы в радиотехнических устройствах

Любые преобразования сигналов в радиотехнических устройствах сопровождаются помехами, возникающими в различных элементах самого устройства или поступающими извне. Эти помехи оказывают существенное влияние на работу радиоустройства, затрудняя прием и обработку полезного сигнала.

В линейных системах помехи накладываются на сигнал, не изменяя структуру самого сигнала. В нелинейных устройствах (например, в детекторах) влияние помех более сложно, так как помимо создания мешающего фона изменяется также и структура сигнала.

Большие трудности вызывает борьба с флуктуационными помехами, называемыми шумами и представляющими собой случайный процесс, который характеризуется своим частотным спектром и вероятностными законами распределения. Основными типами шумов являются тепловой шум, дробовой шум и фликкер-шум (шум  $1/f$ ).

#### *Тепловой шум*

Тепловой шум вызван случайным характером теплового движения зарядов в проводниках. Средний квадрат напряжения теплового шума на концах разомкнутого резистора с сопротивлением  $R$  подчиняется формуле Найквиста:

$$\overline{e_n^2} = 4kTR\Delta f,$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана,

$T$  – абсолютная температура,

$\Delta f$  – полоса используемых частот в Гц.

Величина  $4kT$ , примерно равная  $1.62 \cdot 10^{-20}$  В<sup>2</sup>/(Гц·Ом), определяет спектральную плотность мощности теплового шума, т.е. мощность шума на сопротивлении 1 Ом в полосе 1 Гц.

Например, резистор с сопротивлением 10 кОм при комнатной температуре  $T = 293$  К имеет шумовое напряжение около 1.3 мкВ, измеренное в полосе 10 кГц.

## Дробовой шум

Дробовой шум вызван тем, что электрический ток представляет собой движение дискретных зарядов, и число зарядов, проходящих по цепи в единицу времени, меняется случайно. Средний квадрат шумового тока определяется формулой Шоттки:

$$\overline{i_n^2} = 2qI\Delta f,$$

где  $q = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл – заряд электрона,  $I$  – средний ток.

Например, при  $I = 10$  мА и полосе  $\Delta f = 10$  кГц среднеквадратичное значение тока равно 5.7 нА.

## Фликкер-шум

В отличие от теплового и дробового шумов фликкер-шум имеет спектр мощности, изменяющийся обратно пропорционально частоте, т.е. по закону  $1/f$ . Шум вида  $1/f$  экспериментально наблюдается в полупроводниковых устройствах на частотах ниже  $10^3$  Гц.

Учет всех трех составляющих шума и их различной зависимости от параметров конкретных схем и от режимов работы позволяет проектировать малошумящие устройства, пригодные для работы со слабыми сигналами. Для такого рода устройств одним из параметров является **нормированное входное напряжение собственного шума**, отнесенное к полосе 1 Гц и задаваемое в  $\text{нВ}/\text{Гц}^{1/2}$ . Так, типичное значение нормированного напряжения шумов операционных усилителей составляет  $20 \text{ нВ}/\text{Гц}^{1/2}$ , сверхмалошумящих усилителей –  $1 \text{ нВ}/\text{Гц}^{1/2}$ .

Шумовым параметром усилителей на биполярных и полевых транзисторах является коэффициент шума, который показывает, во сколько раз отношение сигнал/шум на выходе идеального нешумящего усилителя выше, чем отношение сигнал/шум на выходе реального усилителя с тем же коэффициентом усиления. Иначе говоря, коэффициент шума показывает, во сколько раз шумы на выходе усилителя увеличиваются за счет шумов, возникающих в самом усилителе. Справочные значения коэффициента шума транзисторов, измеренного в децибелах, находятся в пределах от 10...20 дБ до 2...5 дБ для малошумящих транзисторов.

## 14.2. Описание шумов. Основные термины и определения

Шумовые напряжения и токи представляют собой случайный процесс  $x(t)$ , основной характеристикой которого является закон распределения случайной величины. Мгновенные значения являются действительными величинами на интервале  $(-\infty, +\infty)$ . Если вероятностные характеристики не изменяются во времени, то случайный процесс называется **стационарным**. В дальнейшем рассматриваются только стационарные шумы. Другой характеристикой случайного процесса является спектральная плотность, определяющая распределение мощности процесса по частоте.

### 14.2.1. Законы распределения случайной величины.

#### *Плотность вероятности*

Одномерная плотность вероятности  $p(x)$  определяет вероятность  $p(x)dx$  того, что мгновенное значение величины  $x$  окажется в интервале  $(x, x + dx)$ . На рис. 14.1 показаны гауссовский (нормальный) и релеевский законы распределения вероятности шумового напряжения, описываемые соотношениями:

$$p_1(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{U^2}{2\sigma^2}\right), \quad (14.1)$$

$$p_2(U) = \frac{U}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{U^2}{2\sigma^2}\right), \quad (14.2)$$

в которых  $U$  – мгновенное значение напряжения шума,  $\sigma$  – среднеквадратичное значение шумового напряжения.

Закон распределения можно задать также функцией  $F(x)$ , которая определяет вероятность того, что значение рассматриваемой случайной величины  $z$  меньше  $x$ :

$$F(x) = p(z < x) = \int_{-\infty}^x p(z) dz.$$

Функция  $F(x)$  называется **функцией распределения**, или **интегральным законом распределения вероятностей**. Функция распределения  $F(x)$  и плотность вероятности  $p(x)$  связаны соотношением

$$p(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$$

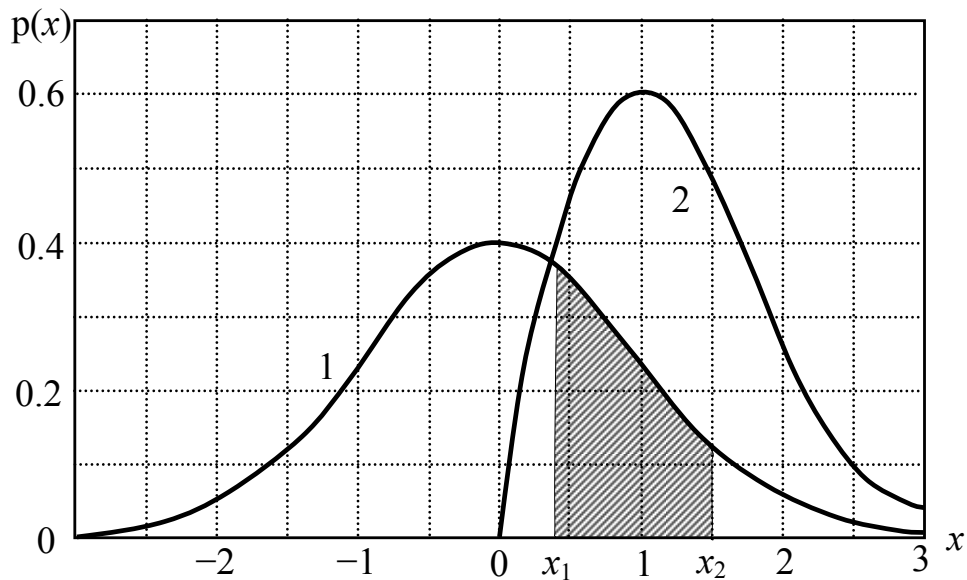


Рис. 14.1. Гауссовское (1) и релеевское (2) распределения вероятностей при  $\sigma = 1$

Таким образом, вероятность попадания случайной величины в интервал  $(x_1, x_2)$  можно определить следующим образом:

$$p(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx = F(x_2) - F(x_1).$$

Для нормального закона (14.1) функцией распределения величины  $z$  является **интеграл вероятности**

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-z^2/2) dz, \quad (14.3)$$

табличные значения которого можно найти в программных продуктах. Пользуясь таблицей, можно установить, что вероятность попадания нормально распределенной величины в интервал  $(-\sigma, \sigma)$  равна 0.683, в интервал  $(-2\sigma, 2\sigma)$  – равна 0.954 и в интервал  $(-3\sigma, 3\sigma)$  – равна 0.997.

Более полной характеристикой случайного процесса является  **$n$ -мерная плотность вероятности**, характеризующая вероятностную связь между значениями случайной величины в  $n$  произвольных моментов времени  $t_1, t_2, \dots, t_n$ . В частности, двумерная плотность вероятности  $p(x_1, x_2)$  определяет вероятность  $p(x_1, x_2) dx_1 dx_2$  того, что в момент времени  $t_1$  значение величины  $x$  будет в интервале  $(x_1, x_1 + dx_1)$ , а в момент времени  $t_2$  – в интервале  $(x_2, x_2 + dx_2)$ .

### 14.2.2. Числовые характеристики случайных величин

Знание законов распределения вероятностей позволяет найти среднее значение  $\bar{x}$  случайной величины  $x$  и среднеквадратичное отклонение  $\sigma_x$  от среднего значения.

**Среднее значение**, или **математическое ожидание**, случайной величины  $x$  определяется равенством

$$\bar{x} = \int x p(x) dx,$$

где  $p(x)$  – плотность вероятности, а интегрирование проводится по всей области возможных значений случайной величины.

Например, для нормального закона распределения (14.1)

$$\bar{U} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} U \exp\left(-\frac{U^2}{2\sigma^2}\right) dU = 0,$$

а для рэлеевского закона (14.2)

$$\bar{U} = \frac{1}{\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} U^2 \exp\left(-\frac{U^2}{2\sigma^2}\right) dU = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma.$$

Заметим, что в последнем случае среднее значение не совпадает с наивероятнейшим значением, которое равно  $\sigma$ .

Среднее значение квадрата отклонения случайной величины  $x$  от ее среднего значения  $\bar{x}$  называется **дисперсией** случайной величины  $x$ . Обозначая ее через  $\sigma_x^2$ :

$$\sigma_x^2 = \overline{(x - \bar{x})^2} = \int (x - \bar{x})^2 p(x) dx,$$

получим, что  $\sigma_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$ .

Корень квадратный из дисперсии, т.е. величина  $\sigma_x$ , называется **среднеквадратичным отклонением**, или **стандартным отклонением**:

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}.$$

Найдем  $\sigma_x$  для нормального и рэлеевского законов распределений.

Для **нормального** закона

$$\overline{U^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} U^2 \exp\left(-\frac{U^2}{2\sigma^2}\right) dU = \sigma^2.$$

Так как  $\bar{U} = 0$ ,  $\sigma_U^2 = \overline{U^2} - (\bar{U})^2 = \sigma^2$  и  $\sigma_U = \sigma$ .

Для **рэлеевского** закона

$$\overline{U^2} = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^{\infty} U^3 \exp\left(-\frac{U^2}{2\sigma^2}\right) dU = 2\sigma^2,$$

следовательно,  $\sigma_U^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)\sigma^2$  и  $\sigma_U = \sqrt{2 - \frac{\pi}{2}} \cdot \sigma \approx 0.655\sigma$ .

Рэлеевскому закону подчиняется распределение амплитуды шумового напряжения на выходе диодного (линейного) детектора, и, таким образом, величина  $0,655\sigma$  – это среднеквадратичное значение переменной составляющей шумового напряжения на выходе детектора.

### 14.3. Функция корреляции. Спектр шума

#### 14.3.1. Функция корреляции

Случайная величина  $\Delta x = x - \bar{x}$  определяет флуктуации  $x$  относительно ее среднего значения. Среднее значение произведения величин  $\Delta x_1 = x(t) - \bar{x}$  и  $\Delta x_2 = x(t + \tau) - \bar{x}$ , относящихся к двум моментам времени, называется **функцией корреляции** случайного процесса. Введя обозначения  $x(t) = x$  и  $x(t + \tau) = x_\tau$ , функцию корреляции  $\psi(\tau)$  можно записать в виде

$$\psi(\tau) = \overline{(x - \bar{x}) \cdot (x_\tau - \bar{x}_\tau)}.$$

Так как по условию стационарности процесса  $\bar{x} = \bar{x}_\tau$ ,

$$\psi(\tau) = \overline{x_\tau x} - (\bar{x})^2. \quad (14.4)$$

Функция корреляции является четной функцией  $\tau$ :

$$\psi(\tau) = \psi(-\tau).$$

Значение  $\psi(\tau)$  при  $\tau = 0$  равно дисперсии величины  $x$ :

$$\psi(0) = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \sigma_x^2.$$

Реальные случайные процессы обладают следующим свойством: **модуль функции корреляции стремится к нулю с увеличением временного сдвига  $\tau$** . Такие процессы называются эргодическими. Чем быстрее убывает функция  $\psi(\tau)$ , тем меньшей оказывается статистическая связь между мгновенными значениями случайного сигнала в два несовпадающих момента времени.

**Коэффициент корреляции  $R(\tau)$**  определяется как нормированная функция корреляции:

$$R(\tau) = \frac{\psi(\tau)}{\psi(0)} = \frac{\overline{xx_\tau} - (\bar{x})^2}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}. \quad (14.5)$$

В дальнейшем будем считать, что  $\bar{x} = 0$ . В этом случае

$$\psi(\tau) = \overline{xx_\tau}, \quad R(\tau) = \overline{xx_\tau} / \overline{x^2}.$$

Коэффициент корреляции определяет степень связи между значениями случайного процесса  $x$  в моменты времени  $t$  и  $t + \tau$ . Если  $\tau = 0$ , то  $x = x_\tau$ , и  $R(0) = 1$ . С увеличением  $\tau$  коэффициент корреляции уменьшается и при  $\tau \rightarrow \infty$ , когда  $\overline{xx_\tau} = \bar{x} \cdot \bar{x}_\tau = 0$ , коэффициент  $R(\tau) = 0$ . В том случае, когда  $R(\tau) = 0$ , говорят, что значения  $x$  и  $x_\tau$  некоррелированы. Числовой характеристикой, служащей для оценки «скорости изменения» реализаций случайного процесса, является **время корреляции**. Можно указать такое значение  $\tau_c$ , что при  $\tau > \tau_c$  величины  $x$  и  $x_\tau$  можно считать некоррелированными. Величина  $\tau_c$  определяется из соотношения

$$\tau_c = \int_0^\infty R(\tau) d\tau. \quad (14.6)$$

Величина  $\tau_c$  дает представление о том, на каком интервале времени имеет место коррелированность между значениями случайного процесса.

### **14.3.2. Спектральная плотность мощности шума**

Спектральная плотность  $S(\omega)$  стационарного случайного процесса определяется как преобразование Фурье от функции корреляции:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\tau) \exp(-j\omega\tau) d\tau. \quad (14.7)$$

Используя обратное преобразование Фурье, получаем

$$\psi(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \exp(j\omega\tau) d\omega. \quad (14.8)$$

Положив  $\tau = 0$ , получим  $\psi(0) = \sigma^2$ , и, следовательно, дисперсия равна

$$\sigma^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) d\omega. \quad (14.9)$$

Величину  $\sigma^2$  можно рассматривать как среднюю мощность, выделяемую шумовым напряжением (током) на сопротивлении 1 Ом. Часть этой мощности  $S(\omega)d\omega/(2\pi)$  выделяется составляющими спектра, заключенными между  $\omega$  и  $\omega + d\omega$ . Функция  $S(\omega)$  характеризует распределение мощности процесса по частоте и называется **спектральной плотностью мощности шума**, или **спектром мощности**. Она имеет размерность В<sup>2</sup>/Гц.

Корреляционная функция  $\psi(\tau)$  и спектральная плотность стационарного случайного процесса обладают свойствами, характерными для пары преобразования Фурье. В частности, чем шире спектр  $S(\omega)$ , тем уже функция  $\psi(\tau)$ , и наоборот.

Используя свойство четности автокорреляционной функции, формулы (14.7) и (14.8) можно записать иначе:

$$S(\omega) = 2 \int_0^{\infty} \psi(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau, \quad (14.10)$$

$$\psi(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega. \quad (14.11)$$

Заметим, что в формулах (14.7) – (14.11) спектральная плотность  $S(\omega)$  определена для положительных и отрицательных значений частоты  $\omega$ , причем  $S(\omega) = S(-\omega)$ . В отличие от такого двустороннего представления спектра применяют одностороннюю спектральную плотность  $S_+(\omega)$ , отличную от нуля лишь при положительных частотах  $\omega$ :  $S_+(\omega) = 2S(\omega)$ .

В этом случае вместо (14.10) и (14.11) имеем



$$S_+(\omega) = 4 \int_0^{\infty} \psi(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau, \quad (14.12)$$

$$\psi(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} S_+(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega. \quad (14.13)$$

Дальнейшее рассмотрение основывается, как правило, на выражениях (14.12) и (14.13).

### 14.3.3. Белый шум

**Белым шумом** называют шум, имеющий равномерную спектральную плотность  $S_+(\omega) = N_0$  для всех частот от 0 до  $\infty$ . Подставив в (14.8)  $S(\omega) = N_0/2$ , найдем функцию корреляции белого шума:

$$\psi(\tau) = \frac{N_0}{2} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(j\omega\tau) d\omega = \frac{N_0}{2} \delta(\tau). \quad (14.14)$$

Из (14.14) следует, что в белом шуме некоррелированными являются значения шума в любые два несовпадающих момента времени.

## 14.4. Линейная фильтрация белого шума

Устройства, которые осуществляют линейное преобразование входного сигнала в выходной, называются **линейными устройствами**. Для линейных цепей, к которым относятся усилители, работающие в режиме малого сигнала, апериодические и колебательные цепи, фильтры, справедливо положение теории случайных процессов: **при любых линейных преобразованиях процессов с нормальным распределением закон распределения остается нормальным**. Изменяются лишь дисперсия и функция корреляции.

Поведение линейной системы определяется ее функцией передачи  $K(j\omega)$ , равной отношению сигнала на выходе системы к входному гармоническому сигналу с частотой  $\omega$ . Применительно к случаю воздействия шума можно сказать, что если на входе линейной системы имеется белый шум со спектральной плотностью  $N_0$ , то спектральная плотность шума на выходе системы равна

$$S_+(\omega) = N_0 |K(j\omega)|^2.$$

Дисперсия шума на выходе определяется путем интегрирования  $S_+(\omega)$  по всем частотам от 0 до  $\infty$ :

$$\sigma^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty S_+(\omega) d\omega = \frac{N_0}{2\pi} \int_0^\infty |K(j\omega)|^2 d\omega,$$

а функция корреляции  $\psi(\tau)$  находится из выражения (14.13).

Для определения  $\sigma^2$  реальный фильтр с частотной характеристикой  $K(j\omega)$  можно заменить фильтром с постоянным коэффициентом передачи (идеальный фильтр) и с такой полосой пропускания, чтобы дисперсия шума на выходе идеального и реального фильтров была одинакова. При этом коэффициент передачи идеального фильтра обычно выбирается равным максимальному значению коэффициента  $|K(j\omega)|$  реального фильтра (рис. 14.2).

Полоса пропускания такого идеального фильтра  $\Delta\omega_n$  называется **шумовой**, или **эффективной полосой**. Она определяется из соотношения

$$\Delta\omega_n = \int_0^\infty y^2(\omega) d\omega, \quad (14.15)$$

где  $y(\omega) = |K(j\omega)| / |K(j\omega)|_{\max}$  – нормированный коэффициент передачи. Шумовая полоса, измеряемая в герцах, равна

$$\Delta f_n = \int_0^\infty y^2(f) df = \frac{\Delta\omega_n}{2\pi}. \quad (14.15a)$$

На рис. 14.2 показаны спектральные плотности и функции корреляции белого шума, прошедшего через различные линейные фильтры.

#### 14.4.1. Идеальный фильтр нижних частот

Коэффициент передачи идеального фильтра нижних частот (рис. 14.2а) равен единице в полосе частот от 0 до  $f_c$ . Используя (14.13), для функции корреляции получаем

$$\psi(\tau) = \int_0^{f_c} N_0 \cos(2\pi f \tau) df = N_0 f_c \frac{\sin(2\pi f \tau)}{2\pi f \tau}. \quad (14.16)$$

Дисперсия шума на выходе

$$\sigma^2 = \psi(0) = N_0 f_c. \quad (14.17)$$

Выражение (14.17) говорит о том, что если  $N_0$  – мощность шума в полосе 1 Гц, то мощность шума в полосе  $f_c$  равна  $N_0 f_c$ .

Частота  $f_c$  является **шумовой полосой** фильтра.

#### 14.4.2. Идеальный полосовой фильтр

Коэффициент передачи идеального полосового фильтра (рис. 14.2б) равен единице в полосе частот от  $f_1$  до  $f_2$ . Функция корреляции описывается формулой

$$\begin{aligned} \psi(\tau) &= \int_{f_1}^{f_2} N_0 \cos(2\pi f \tau) df = \\ &= N_0 \Delta f_n \frac{\sin(\pi \Delta f_n \tau)}{\pi \Delta f_n \tau} \cos(2\pi f_0 \tau), \end{aligned} \quad (14.18)$$

где  $\Delta f_n = f_2 - f_1$  – шумовая полоса фильтра,

$f_0 = (f_1 + f_2)/2$  – центральная частота.

Дисперсия шума на выходе равна

$$\sigma^2 = \psi(0) = N_0 \Delta f_n = N_0 (f_2 - f_1).$$

#### 14.4.3. Интегрирующая RC-цепь

Коэффициент передачи интегрирующей RC-цепи (рис. 14.2в) имеет вид

$$|K(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}},$$

где  $T = RC$  – постоянная времени цепи.

Шумовая полоса в соответствии с (14.15а) равна

$$\Delta f_n = \int_0^\infty \frac{df}{1 + (2\pi f T)^2} = \frac{1}{4T}. \quad (14.19)$$

Величину  $\Delta f_n$  можно выразить также через граничную частоту  $f_{0.7} = 1/2\pi T$ , соответствующую спаду  $|K(j\omega)|$  до уровня 0, 707:

$$\Delta f_n = \frac{\pi}{2} f_{0.7} \approx 1.57 f_{0.7}.$$

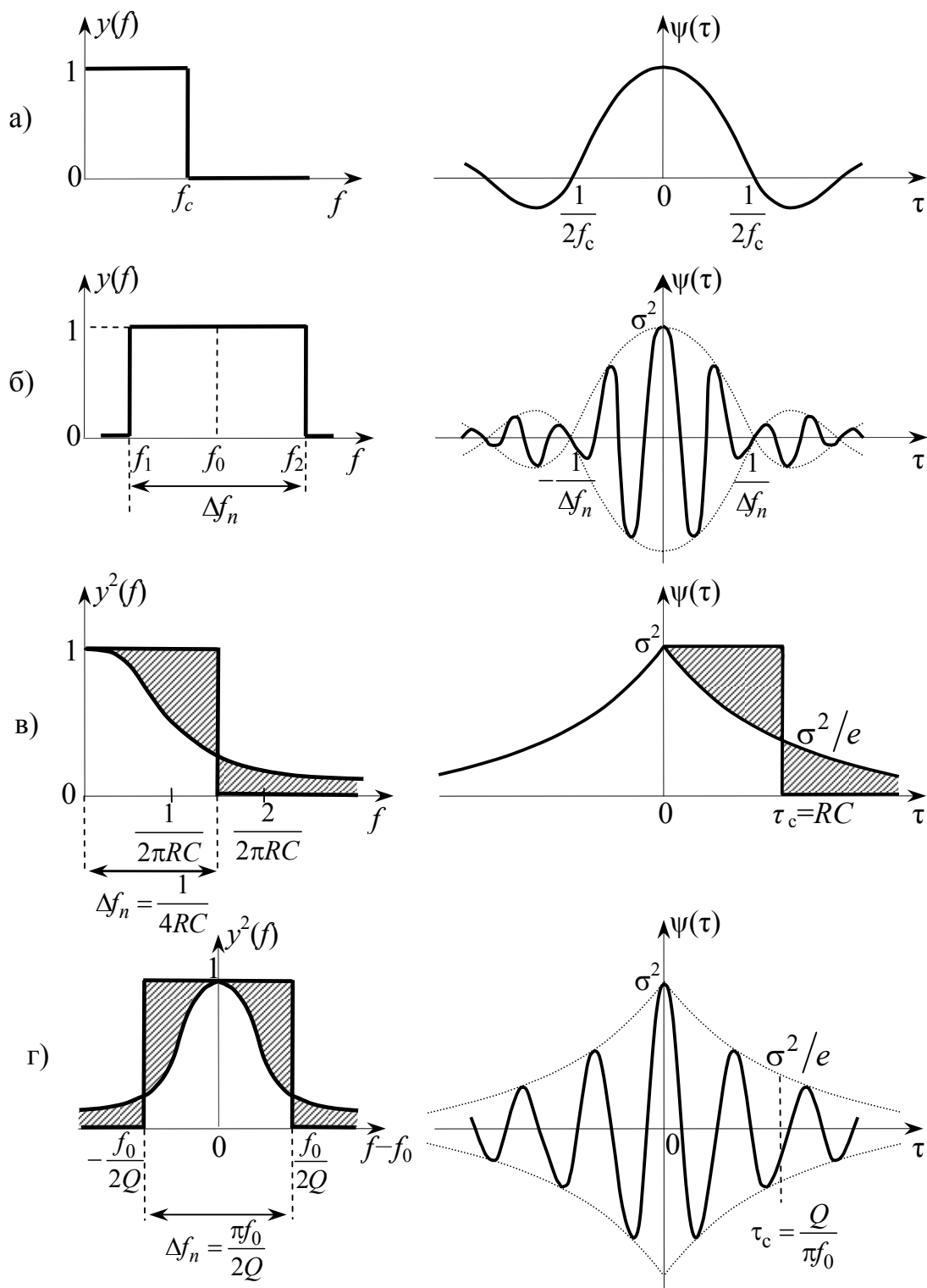


Рис. 14.2. Спектральные плотности и функции корреляции белого шума, прошедшего через линейные фильтры: а) идеальный фильтр нижних частот, б) идеальный полосовой фильтр, в) интегрирующая  $RC$ -цепь, г) колебательный контур

Функция корреляции шума на выходе равна

$$\psi(\tau) = \int_0^{\infty} \frac{N_0 \cos(2\pi f \tau)}{1 + (2\pi f \tau)^2} df = N_0 \Delta f_n \exp(-|\tau|/T).$$

Дисперсия шума равна  $\sigma^2 = \psi(0) = N_0 \Delta f_n$ .

Время корреляции в соответствии с (14.6) равно

$$\tau_c = \int_0^{\infty} \exp(-\tau/T) d\tau = T = RC,$$

т.е. равно отрезку времени, через которое функция корреляции уменьшается в  $e$  раз.

#### 14.4.4. Колебательный LC-контур

Нормированная по максимальному значению амплитудно-частотная характеристика колебательного LC-контра с добротностью  $Q \gg 1$  (рис. 14.2г) имеет вид

$$y(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(2Q \frac{f - f_0}{f_0}\right)^2}},$$

где  $Q$  – добротность контура.

Шумовая полоса в соответствии с (14.15а) равна

$$\Delta f_n = \int_0^{\infty} y^2(f) df = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_0}{Q}. \quad (14.20)$$

Так как величина  $f_0/Q$  равна полосе пропускания контура на уровне 0.707, то выражение (14.20) можно записать в ином виде:

$$\Delta f_n = \frac{\pi}{2} \Delta f_{0.7}. \quad (14.20a)$$

Как и в случае RC-цепи, шумовая полоса примерно в 1,57 раз больше полосы пропускания на уровне 0.707 (рис. 14.2г).

Функция корреляции шума на выходе равна

$$\psi(\tau) = \int_0^{\infty} \frac{N_0 \cos(2\pi f \tau)}{1 + \left(2Q \frac{f - f_0}{f_0}\right)^2} df = N_0 \Delta f_n \exp(-\alpha|\tau|) \cos(2\pi f_0 \tau), \quad (14.21)$$

где  $\alpha = \pi f_0/Q$  – коэффициент затухания контура.

Дисперсия шума на выходе  $\sigma^2 = N_0 \Delta f_n$ .

Время корреляции процесса, определяемое по спаду огибающей, составляет величину  $\tau_c = 1/\alpha = Q/\pi f_0$ , равную постоянной времени колебательного контура.

### 14.5. Задачи

1. Найти функцию корреляции стационарного случайного процесса, имеющего спектральную плотность мощности

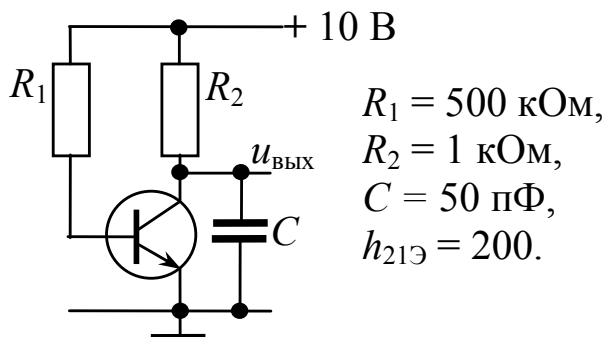
$$N(\omega) = N_0 \exp(-a\omega^2).$$

2. Каковы основные свойства белого шума? В каких случаях реальный случайный процесс можно приближенно считать белым шумом?

3. Определить дисперсию и функцию корреляции напряжения на выходе интегрирующей  $RC$ -цепи при наличии на ее входе белого шума со спектральной плотностью мощности шума  $N_0$ , если параллельно конденсатору  $C$  подключен резистор  $R_1$ .

4. Найти отношение сигнал/шум на выходе интегрирующей  $RC$ -цепи с постоянной времени  $\tau = 1.6 \cdot 10^{-5}$ , определяемое как  $U_{\text{ВЫХ}} / (\sqrt{2} \cdot \sigma)$ , при наличии на входе сигнала  $u = 2 \sin(2\pi \cdot 10^4 t)$  и шума со спектральной плотностью мощности  $N_0 = 10^{-4} \text{ В}^2/\text{Гц}$ .

5.



Найти среднеквадратичное шумовое напряжение на коллекторе транзистора, вызванное дробовым шумом транзистора.

## ГЛАВА 15. ВЫДЕЛЕНИЕ СИГНАЛА ИЗ СМЕСИ С ШУМОМ

### 15.1. Линейное детектирование синусоидального сигнала и шума

На входе приемного устройства обычно присутствует аддитивная смесь слабого сигнала, несущего информацию, и шума. Приемное устройство, независимо от его реализации (приемник прямого усиления или супергетеродин), от входа до детектора можно представить в виде узкополосного усилителя.

Рассмотрим реакцию линейного диодного детектора на сигнал, поступающий с выхода усилителя. При воздействии на диодный детектор смеси синусоидального сигнала и шума с нормальным распределением на его выходе появляется сигнал, плотность вероятности огибающей которого описывается законом Релея–Райса [10]:

$$p(U) = \frac{U}{\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(U^2 + U_s^2)\right) \cdot I_0(U_s U / \sigma^2), \quad (15.1)$$

где  $U$  – амплитуда огибающей,

$U_s$  – амплитуда сигнала,

$\sigma$  – действующее значение шума на входе детектора,

$I_0(x)$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

Если на входе детектора присутствует только шум, то есть  $U_s = 0$ , то на выходе детектора появляется шумовое напряжение, описываемое распределением Релея (14.2), и среднее значение напряжения на выходе детектора равно

$$\bar{U} = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^\infty U^2 \exp\left(-\frac{U^2}{2\sigma^2}\right) dU = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma.$$

В случае, когда на входе детектора имеются сигнал и шум, среднее значение напряжения на выходе детектора приобретает вид

$$\bar{U}_{s+N} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \sigma \cdot \exp\left(-\frac{q^2}{2}\right) \cdot \left( I_0\left(\frac{q^2}{2}\right) + q^2 \left( I_0\left(\frac{q^2}{2}\right) + I_1\left(\frac{q^2}{2}\right) \right) \right),$$

где  $I_1(x)$  – модифицированная функция Бесселя первого порядка,

$$q = U_s / (\sqrt{2} \cdot \sigma) - \text{отношение сигнал/шум.}$$

В случае, когда сигнал/шум на входе детектора много больше единицы, закон распределения приближается к нормальному с дисперсией  $\sigma^2$  и со средним значением, близким к  $U_s$  (несколько бóльшим этого значения). Это означает, что отношение сигнал/шум на выходе линейного детектора, определяемое как отношение постоянной составляющей при наличии на входе смеси сигнала и шума к постоянной составляющей при наличии на входе только шума, практически не отличается от отношения сигнал/шум на входе детектора.

При слабых сигналах приращения среднего напряжения на выходе детектора, вызванные этим сигналом, оказываются меньше тех приращений напряжения, которые наблюдались бы в отсутствие шума. Это означает, что при малых  $q$ , т.е. при малых значениях отношения сигнал/шум на входе детектора, имеет место подавление сигнала шумом.

Важным свойством синхронного детектора является то, что в отличие от диодного детектора среднее значение напряжения на его выходе не зависит от уровня шума на входе. При любой величине  $q$  среднее значение приращения напряжения на выходе синхронного детектора, вызванное появлением сигнала на входе, равно  $k_{\text{дет}} U_s$ , что существенно при обнаружении слабого сигнала.

## 15.2. Сравнение влияния помех при амплитудной и частотной модуляции

Частотная модуляция является эффективным средством подавления помех при больших отношениях сигнала к помехе на входе детектора.

Сравним отношение сигнал/помеха на выходе детектора при амплитудной и частотной модуляции. При амплитудной модуляции напряжение сигнала на входе детектора равно

$$u(t) = U_0 (1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t.$$

Мощность колебания несущей на входе детектора (на сопротивлении 1 Ом)

$$P_{S \text{ вх}} = U_0^2 / 2.$$



Мощность низкочастотного колебания на выходе идеального амплитудного детектора с коэффициентом передачи, равным единице,

$$P_{S \text{ Вых}} = P_{S \text{ Вх}} m^2,$$

где  $m$  – коэффициент модуляции.

При  $m = 1$

$$P_{S \text{ Вых}} = P_{S \text{ Вх}}.$$

Если помимо сигнала на входе детектора действуют шумы с шириной полосы спектра, равной  $\Delta f_n$ , и спектральной плотностью мощности  $N_0$ , то мощность шумов на входе детектора

$$P_{n \text{ Вх}} = N_0 \Delta f_n.$$

При близком к единице коэффициенте передачи детектора мощность шума на входе и выходе детектора равны

$$P_{n \text{ вх}} = P_{n \text{ вы}} = N_0 \Delta f_n.$$

Таким образом, отношение мощностей сигнала и шума на выходе детектора при амплитудной модуляции

$$(P_{S \text{ Вых}} / P_{n \text{ Вых}})_{AM} = P_{S \text{ Вх}} / P_{n \text{ Вх}}. \quad (15.2)$$

Следовательно, при амплитудной модуляции и сильном сигнале отношение сигнал/помеха остается неизменным при прохождении смеси сигнала и шума через детектор.

При частотной модуляции гармоническим колебанием мгновенная частота сигнала

$$f(t) = f_0 + \Delta f_m \cos \Omega t.$$

Мощность сигнала на выходе частотного детектора на сопротивлении 1 Ом пропорциональна квадрату девиации частоты:

$$P_{S \text{ Вых}} = (\psi_m F_{\max})^2 / 2,$$

где  $\psi_m = \Delta f_m / F_{\max}$  – индекс модуляции для максимальной частоты модулирующего сигнала. Шумовая помеха в полосе  $df$  до детектора имеет мощность

$$dP_{n \text{ вх}} = N_0 df.$$

Среднеквадратичное значение напряжения для составляющей помехи в полосе  $df$  (на сопротивлении 1 Ом) равно

$$U_n = \sqrt{N_0 df},$$

а среднеквадратичная амплитуда напряжения шумов в полосе  $df$  равна

$$U_{nm} = \sqrt{2N_0 df}.$$

Составляющая шума, имеющая характер гармонического колебания с медленно меняющимися амплитудой и фазой, производит модуляцию несущего колебания по фазе (рис. 15.1) с индексом модуляции, равным в среднем

$$\psi_{nm} = U_{nm}/U_0 = \sqrt{2N_0 df}/U_0.$$

Мощность шума на выходе частотного детектора  $dP_{\text{нвых}}$ , вносимая элементарной составляющей помехи, пропорциональна квадрату отклонения частоты. Поэтому

$$dP_{\text{нвых}} = \frac{\psi_{nm}^2 F_{\text{биений}}^2}{2} = \frac{2N_0 df F_{\text{биений}}^2}{2U_0^2} = \frac{N_0 (f - f_0)^2 df}{U_0^2}, \quad (15.3)$$

где  $F_{\text{биений}}$  – частота биений шума и сигнала.

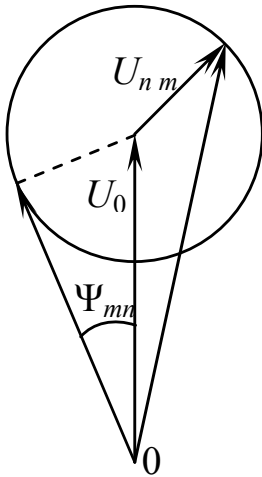


Рис. 15.1. Фазовая модуляция результирующего колебания, обусловленная составляющей шума в полосе  $df$

Чтобы найти мощность шумов на выходе, последнее выражение следует проинтегрировать в пределах полосы пропускания приемника  $\Delta f_n$ .

На выходе приемника сигналов с частотной модуляцией ставят фильтр, не пропускающий составляющие с частотами выше максимальной частоты модулирующего сигнала  $F_{\text{max}}$ . Тогда мощность шумов на выходе частотного детектора есть результат интегрирования от  $f_0 - F_{\text{max}}$  до  $f_0 + F_{\text{max}}$ :

$$P_{n \text{ Вых}} = \int_{f_0 - F_{\max}}^{f_0 + F_{\max}} \frac{N_0}{U_0^2} (f - f_0)^2 df = \frac{2N_0 F_{\max}^3}{3U_0^2}. \quad (15.4)$$

Следовательно, отношение мощностей сигнала и шума на выходе детектора при частотной модуляции

$$\left( \frac{P_{S \text{ Вых}}}{P_{n \text{ Вых}}} \right)_{\text{ЧМ}} = 3\psi_m^2 \frac{P_{S \text{ Вх}}}{2N_0 2F_{\max}} = 3\psi_m^2 \left( \frac{P_{S \text{ Вых}}}{P_{n \text{ Вых}}} \right)_{\text{АМ}}. \quad (15.5)$$

Выигрыш в отношении сигнал/шум по мощности на выходе детектора при частотной модуляции по сравнению с амплитудной характеризуется коэффициентом улучшения отношения сигнал/шум по мощности

$$B_{\text{мощн}} = 3\psi_m^2. \quad (15.6)$$

Выигрыш по напряжению характеризуется коэффициентом улучшения отношения сигнал/шум по напряжению

$$B_{\text{напр}} = \sqrt{3}\psi_m. \quad (15.7)$$

Такое значение имеет выигрыш в предположении, что при амплитудной модуляции коэффициент модуляции  $m = 1$ . Увеличивая индекс модуляции, т. е. расширяя спектр передаваемого сигнала, можно улучшить отношение сигнал/шум на выходе при частотной модуляции так же, как и при увеличении коэффициента амплитудной модуляции. Только следует иметь в виду, что максимальный коэффициент амплитудной модуляции  $m = 1$ , тогда как индекс частотной модуляции  $\psi_m$  может во много раз превышать единицу.

Согласно (15.6) и (15.7) выигрыш в отношении сигнал/шум не зависит от отношения сигнал/шум на входе, но это справедливо лишь для случая, когда шум на входе ограничителя перед частотным детектором много меньше сигнала. При  $(P_S/P_n)_{\text{вх}} < 2$  отношение сигнал/шум на выходе частотного детектора резко падает.

### 15.3. Оптимальная линейная фильтрация сигналов известной формы

Частотно-избирательную систему, выполняющую обработку суммы сигнала и шума наилучшим образом, называют оптимальным линейным фильтром. Проблема оптимальной обработки суммы известного по форме сигнала и шума возникает, например, в

радиолокации. Здесь принятый полезный сигнал есть точная уменьшенная по амплитуде копия переданного сигнала.

Амплитуда принятого сигнала может оказаться весьма малой и сопоставимой с эффективным напряжением шума, действующего на входе приемника.

При решении задачи обнаружения наличия на входе приемника известного сигнала обычно не требуется сохранять форму этого сигнала. Более того, в процессе обработки желательно трансформировать полезный сигнал таким образом, чтобы его появление на вход фильтра приводило в некоторый момент времени к значительному «всплеску» мгновенных значений выходного колебания. Шумовой сигнал, будучи, как правило, гауссовым, характеризуется малой вероятностью больших выбросов. Поэтому если выходной сигнал в некоторые моменты времени существенно превосходит эффективное напряжение шума, то это с большой вероятностью свидетельствует о присутствии полезного сигнала на входе приемника.

### 15.3.1. *Согласованный линейный фильтр*

Линейная система, осуществляющая обработку сигнала, может быть описана импульсной характеристикой  $h_u(t)$ . Полезный входной сигнал  $u_{\text{вх}}(t)$  создает на выходе фильтра отклик

$$u_{\text{вых}}(t) = \int_{-\infty}^t u_{\text{вх}}(\tau) \cdot h_u(t - \tau) d\tau. \quad (15.8)$$

Выберем функцию  $h_u(t)$  так, чтобы в некоторый момент времени  $t_0$  величина  $|u_{\text{вых}}(t_0)|$  достигала максимально возможного значения. Если такая функция действительно существует, то отвечающий ей линейный фильтр называют фильтром, согласованным с заданным входным сигналом, или **согласованным фильтром**.

Пусть  $u_{\text{вых}}(t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} u_{\text{вх}}(\tau) \cdot h_u(t_0 - \tau) d\tau$  — отклик на выходе син-

тезируемого фильтра. Согласно неравенству Коши–Буняковского

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{вх}}(\tau) \cdot h_u(t_0 - \tau) d\tau \right| \leq \left[ \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{вх}}^2(\tau) d\tau \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h_u^2(t_0 - \tau) d\tau \right]^{1/2}. \quad (15.9)$$

Знак равенства соответствует случаю, когда сомножители в подинтегральном выражении пропорциональны друг другу:

$$h_u(t_0 - \tau) = k u_{\text{вх}}(\tau), \quad (15.10)$$

где  $k$  – произвольный коэффициент.

Выполнив замену переменной  $t = t_0 - \tau$ , получим

$$h_{u \text{ согл}}(t) = k u_{\text{вх}}(t_0 - t). \quad (15.11)$$

Таким образом, импульсная характеристика согласованного фильтра является зеркальным отображением входного сигнала, которое располагается зеркально вдоль оси времени (об этом говорит отрицательный знак при  $t$  в формуле (15.11)). Кроме того, импульсная характеристика согласованного фильтра смещена относительно сигнала  $u_{\text{вх}}(-t)$  на отрезок  $t_0$ . Рис. 15.2 иллюстрирует принцип построения функции  $h_{u \text{ согл}}(t)$  применительно к некоторому импульсному сигналу  $u_{\text{вх}}(t)$  длительностью  $\tau_u$ , возникающему при  $t = 0$ .

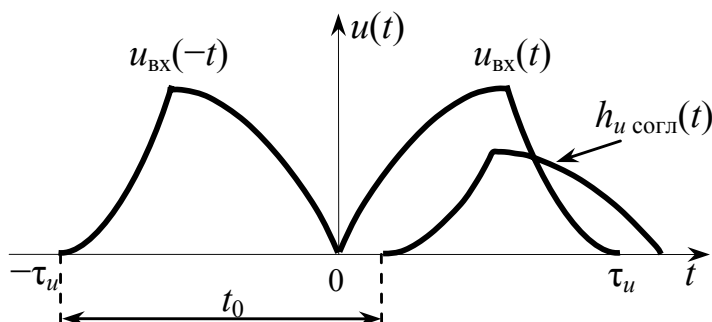


Рис. 15.2. Построение импульсной характеристики согласованного фильтра

На основании рис. 15.2 можно сделать вывод о возможности физической реализации согласованного фильтра: промежуток времени между началом импульса на входе и моментом возникновения максимальной выходной реакции должен быть не меньше длительности выделяемого импульса. В противном случае импульсная характеристика системы была бы отличной от нуля при  $t < 0$ , т. е. до момента поступления дельта-импульса на вход фильтра. Смысл этого условия таков: для создания максимально возможного мгновенного значения сигнала на выходе согласованный фильтр должен предварительно провести обработку всего входного сигнала.

### 15.3.2. Согласованный фильтр как коррелятор

Пусть  $v_{\text{вх}}(t)$  – некоторый сигнал, в общем случае не совпадающий с сигналом  $u_{\text{вх}}(t)$ , по отношению к которому рассматри-

ваемый линейный фильтр является согласованным. Отклик фильтра на такое входное воздействие равен

$$\begin{aligned}
 u_{\text{ВЫХ}}(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} v_{\text{ВХ}}(\tau) \cdot h_u \text{ согл.}(t - \tau) d\tau = \\
 &= k \int_{-\infty}^{\infty} v_{\text{ВХ}}(\tau) \cdot u_{\text{ВХ}}[t_0 - (t - \tau)] d\tau = \\
 &= k \int_{-\infty}^{\infty} v_{\text{ВХ}}(\tau) \cdot u_{\text{ВХ}}[\tau - (t - t_0)] d\tau.
 \end{aligned} \tag{15.12}$$

Последний интеграл представляет собой взаимокорреляционную функцию  $\psi_{uv}(t - t_0)$  сигналов  $u_{\text{ВХ}}(t)$  и  $v_{\text{ВХ}}(t)$ , т.е.

$$u_{\text{ВЫХ}}(t) = k\psi_{uv}(t - t_0). \tag{15.13}$$

В момент времени  $t_0$  мгновенное значение выходного сигнала с точностью до коэффициента пропорциональности оказывается равным скалярному произведению обоих сигналов:

$$u_{\text{ВЫХ}}(t_0) = k \int_{-\infty}^{\infty} v_{\text{ВХ}}(\tau) \cdot u_{\text{ВХ}}(\tau) d\tau. \tag{15.14}$$

Предположим теперь, что  $v_{\text{ВХ}}(t) = u_{\text{ВХ}}(t)$ , т. е. на входе фильтра присутствует сигнал, по отношению к которому этот фильтр согласован. Из формулы (15.13) следует, что в этом случае

$$u_{\text{ВЫХ}}(t) = k\psi_u(t - t_0), \tag{15.15}$$

где  $\psi_u(t - t_0)$  – автокорреляционная функция сигнала  $u_{\text{ВХ}}(t)$ , т. е. выходной сигнал пропорционален автокорреляционной функции входного сигнала, сдвинутой во времени на отрезок  $t_0$ . В качестве примера на рис. 15.3 изображено построение сигнала на выходе конкретного согласованного фильтра  $ct_0 = \tau_u$ .

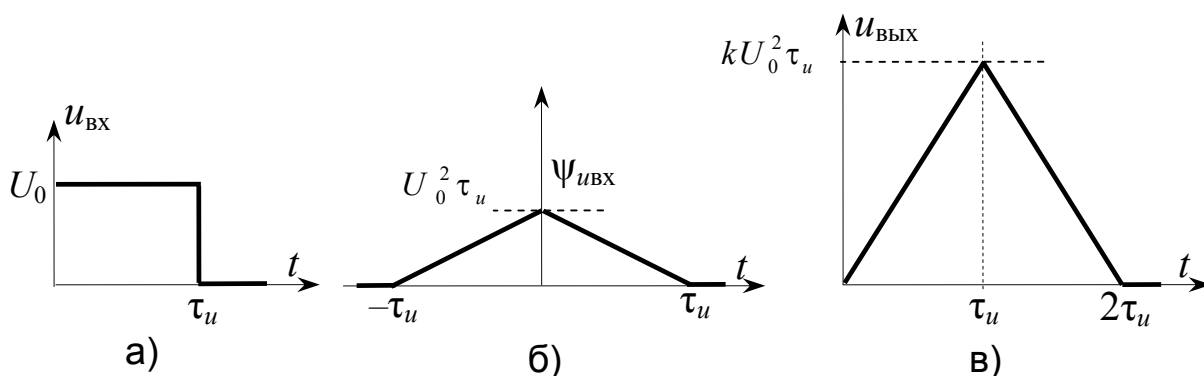


Рис. 15.3. Построение сигнала на выходе фильтра, согласованного с прямоугольным видеоимпульсом: а) сигнал на входе; б) его автокорреляционная функция; в) сигнал на выходе для случая, когда максимум выходного колебания достигается в момент окончания импульса на входе

### 15.3.3. Частотная характеристика согласованного фильтра

Поскольку импульсная характеристика и частотный коэффициент передачи линейной системы связаны между собой преобразованием Фурье, на основании формулы (15.11)

$$K_{\text{согл}}(j\omega) = k \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{вх}}(t_0 - t) \exp(-j\omega t) dt. \quad (15.16)$$

Введя новую переменную интегрирования  $\xi = t_0 - t$ , получаем

$$\begin{aligned} K_{\text{согл}}(j\omega) &= -k \exp(-j\omega t_0) \int_{\infty}^{-\infty} u_{\text{вх}}(\xi) \exp(j\omega \xi) d\xi = \\ &= k \exp(-j\omega t_0) \int_{-\infty}^{\infty} u_{\text{вх}}(\xi) \exp(j\omega \xi) d\xi. \end{aligned} \quad (15.17)$$

Последнюю формулу можно записать следующим образом:

$$K_{\text{согл}}(j\omega) = k S_{\text{вх}}^*(\omega) \exp(-j\omega t_0). \quad (15.18)$$

Итак, частотный коэффициент передачи согласованного фильтра выражается через спектральную плотность полезного сигнала, для выделения которого этот фильтр предназначен. Множитель пропорциональности  $k$  в формуле (15.18) определяет усиление, вносимое фильтром. Значение момента времени  $t_0$  входит лишь в выражение фазовой характеристики фильтра. При этом сомножитель  $\exp(-j\omega t_0)$  описывает смещение выходного отклика фильтра по оси времени на величину  $t_0$ .

### 15.3.4. Физическая интерпретация частотного коэффициента передачи согласованного фильтра

Фильтр, выделяющий известный сигнал из смеси с шумом, должен с малым ослаблением пропускать гармонические колебания, частоты которых отвечают лишь тем участкам спектра, где спектральная плотность полезного сигнала отлична от нуля. При этом модуль частотного коэффициента передачи должен быть пропорционален модулю спектральной плотности сигнала, т. е. тому

вкладу в выходной сигнал, который вносится каждым малым участком на оси частот. Если спектр полезного сигнала имеет дискретную структуру (например, сигнал является периодическим), то данный принцип приводит к фильтрам с гребенчатой формой АЧХ, широко применяемым в радиотехнике.

Согласованный фильтр действует подобно гребенчатому фильтру. Однако здесь удастся добиться еще большей эффективности обнаружения сигнала путем использования свойств фазового спектра. Действительно, сигнал на выходе согласованного фильтра (см. формулу (15.15)) достигает максимума

$$u_{\text{вых max}} = kE_{\text{сигн}} = \frac{k}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S_{\text{вх}}(\omega)|^2 d\omega \quad (15.19)$$

( $E_{\text{сигн}}$  – энергия выделяемого сигнала) в момент времени  $t_0$ , когда все составляющие спектра входного колебания складываются на выходе когерентно.

Таким образом, эффект согласованной фильтрации связан с коррекцией фазовых сдвигов между отдельными спектральными составляющими выделяемого сигнала.

### ***15.3.5. Прохождение суммы сигнала и шума через согласованный фильтр***

Рассмотрим случай, когда на входе фильтра, согласованного с известным сигналом  $u_{\text{вх}}(t)$ , присутствует сумма этого сигнала и стационарного белого гауссова шума  $n(t)$ , с известной двусторонней плотностью спектра мощности  $N_0/2$ . Согласованный фильтр является линейной системой, для которой отклик на сумму сигналов равен сумме откликов на каждый из сигналов порознь, то есть сигнал и шум обрабатываются независимо друг от друга.

Эффективность действия фильтра будем определять отношением

$$q_{\hat{u}\hat{\sigma}} = \frac{u_{\hat{u}\hat{\sigma}}^2(t_0)}{\sigma_{n\hat{u}\hat{\sigma}}^2}, \quad (15.20)$$

равным отношению пикового значения мощности полезного сигнала в момент максимального отклика к средней мощности выходного шума. Числитель этой дроби определяется выражением (15.19). Дисперсия шума на выходе фильтра



$$\sigma_{n \text{ вых}}^2 = \frac{N_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |K_{\text{согл}}(j\omega)|^2 d\omega \quad (15.21)$$

на основании (15.18) определяется спектром мощности входного шума  $N_0/2$  и энергией сигнала на входе  $E_{\text{сигн}}$ :

$$\sigma_{n \text{ вых}}^2 = \frac{kN_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\text{вх}}(\omega) S_{\text{вх}}^*(\omega) d\omega. \quad (15.22)$$

С учетом выражений (15.19) и (15.22) приходим к выводу, что отношение сигнал/шум на выходе согласованного фильтра

$$q_{\text{а\ddot{u} \delta}} = \frac{2A_{\text{н\grave{e} \grave{a} \grave{i}}}}{N_0}. \quad (15.23)$$

Поскольку числитель в формуле (15.20) представляет собой предельно достижимый отклик, ясно, что согласованная фильтрация обеспечивает максимально возможное отношение сигнал/шум на выходе системы.

По этой причине согласованный фильтр является оптимальным фильтром, выделяющим известный сигнал из смеси с белым гауссовым шумом с максимально возможным отношением сигнал/шум на выходе.

## 15.4. Задачи

1. Найти импульсную характеристику фильтра, согласованного с входным сигналом:

$$s(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ \exp(\alpha t), & 0 < t < T, \\ 0, & t \geq T. \end{cases}$$

Каково минимальное значение времени задержки  $t_0$ ?

2. Источником белого шума является резистор с сопротивлением 1 кОм, находящийся при температуре  $T = 300 \text{ K}$ . Какой должна быть энергия выделяемого сигнала, чтобы на выходе фильтра отношение сигнал/шум равнялось 10?

3. Получить выражение, определяющее предельно достижимое отношение сигнал/шум, реализуемое согласованным фильтром.

## ГЛАВА 16. ФАЗОВАЯ АВТОПОДСТРОЙКА ЧАСТОТЫ

Системой фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ или *Phase-Locked Loop, PLL*) называют систему, содержащую генератор колебаний, полная фаза которого автоматически подстраивается под полную фазу входного колебания либо отклоняется от нее по требуемому закону, задаваемому внешним управляющим сигналом. Такие системы находят широкое применение в различных областях науки и техники.

Их используют, в частности,

- для определения частоты и начальной фазы принимаемого гармонического сигнала или несущего колебания модулированного сигнала,
- для оценки доплеровского смещения частоты принимаемого колебания,
- при демодуляции (детектирования) частотно-, фазо-, амплитудно-, балансно-модулированных (ЧМ, ФМ, АМ, БМ) и фазоманипулированных сигналов.

Во всех случаях система ФАПЧ выполняет роль следящего фильтра, который отслеживает требуемый параметр входного сигнала.

Системы ФАПЧ применяют также для формирования ЧМ- и ФМ-сигналов со стабильной несущей частотой. В таком случае система ФАПЧ поддерживает несущую частоту колебаний своего генератора равной частоте эталонного генератора на входе и осуществляет отклонение частоты своего генератора от эталона по закону, задаваемому внешним модулирующим напряжением.

Системы ФАПЧ входят в состав синтезаторов частоты. С помощью таких устройств создают множество колебаний разных частот из колебания единого эталонного генератора. Системы ФАПЧ при этом осуществляют операции умножения и деления частоты эталонного генератора.

### 16.1. Структура системы ФАПЧ

Функциональная схема системы ФАПЧ показана на рис. 16.1.

Система ФАПЧ может быть аналоговой или цифровой. В аналоговой системе ФАПЧ действуют непрерывные сигналы, характеризующиеся мгновенными значениями параметров в каждый

момент времени. В импульсной системе параметры сигнала характеризуются дискретными значениями, например, прямоугольный сигнал управляемого генератора (типа «меандр»). При первом знакомстве с этими системами проще изучить их аналоговые варианты. В аналоговой системе ФАПЧ колебания  $u_{\text{вх}}(t)$  и  $u_{\text{вых}}(t)$  синусоидальны.

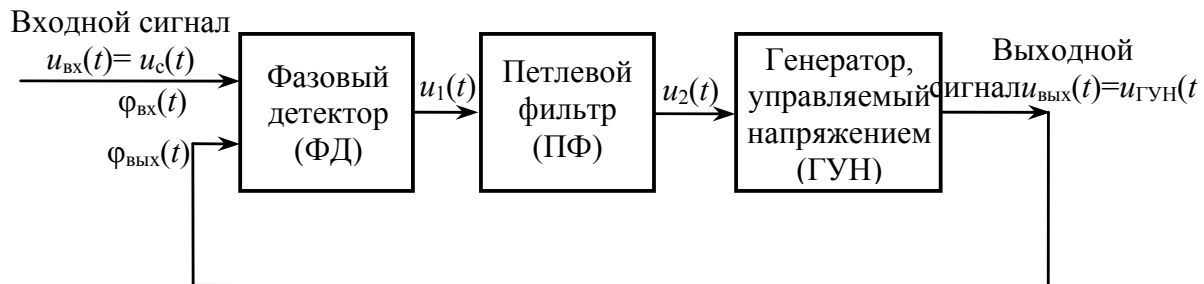


Рис. 16.1. Функциональная схема системы ФАПЧ

Рассмотрим назначение отдельных элементов и процессы, происходящие в системе ФАПЧ.

На один из входов перемножителя, входящего в состав фазового детектора (рис. 16.2а), поступает входной сигнал в виде синусоидального колебания. На второй вход ФД подаются колебания с выхода генератора, управляемого напряжением, фаза которого сдвинута фазовращателем на  $\pi/2$ . Фильтр нижних частот (ФНЧ) пропускает лишь низкочастотную составляющую сигнала, появляющегося на выходе перемножителя. На выходе ФД получаем напряжение, зависящее от разности фаз входного колебания и колебания ГУН:  $u_1 = \alpha \cdot U_{\text{вх}} \cdot U_{\text{вых}} \cdot \sin \Delta \varphi$ . Характеристика фазового детектора имеет вид, представленный на рис. 16.2б.

В качестве петлевого фильтра (ПФ) обычно используется пропорционально-интегрирующий фильтр первого или второго порядка. Он служит для повышения помехозащищенности ФАПЧ (отфильтровывает высокочастотные помехи), а также обеспечивает требуемое качество работы ФАПЧ (динамику работы). Генератор, управляемый напряжением (ГУН), представляет собой частотный модулятор. Он является объектом управления и должен отвечать следующим требованиям.

- Диапазон перестройки частоты должен быть достаточно большим. Желательно, чтобы характеристика управления  $\Delta f = F(\Delta u_2)$  была линейной.

- Относительная нестабильность по частоте  $\Delta f/f$  должна быть малой.

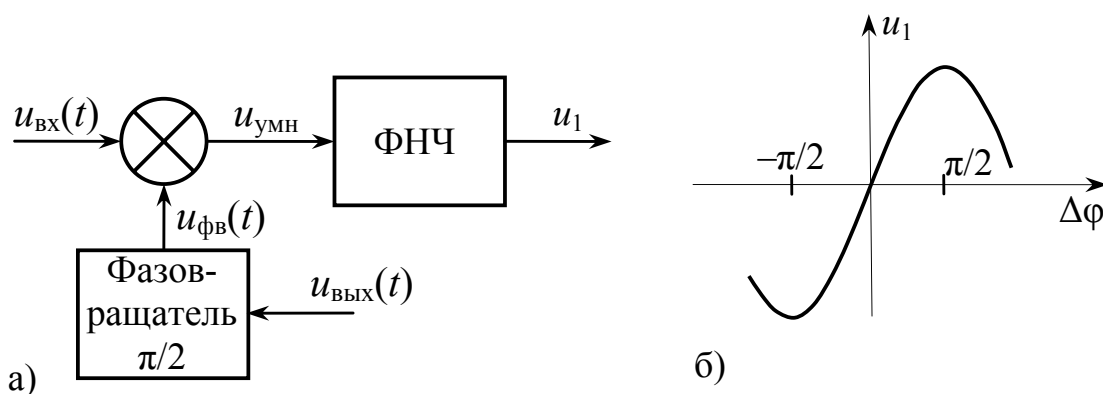


Рис. 16.2. а) Структура фазового детектора,  
б) его характеристика ( $\Delta\varphi = \varphi_{\text{вх}}(t) - \varphi_{\text{вых}}(t)$ )

Приведенные требования противоречивы, так как при большом диапазоне изменения частоты увеличивается относительная нестабильность ГУН. Средняя относительная нестабильность управляемых по частоте генераторов  $\Delta f/f = 10^{-3} \div 10^{-4}$ .

Рассмотрим процессы, происходящие при работе ФАПЧ.

На рис. 16.3 приведены временные диаграммы, иллюстрирующие работу ФД при сравнении по фазе двух колебаний: входного сигнала и колебания от ГУН, поступающего на вход фазового детектора после фазовращателя.

Рассмотрим 3 случая:

- частоты и фазы  $u_{\text{вх}}(t)$  и  $u_{\text{вых}}(t)$  одинаковы (рис. 16.3 а),
- частота  $u_{\text{вх}}(t)$  выше частоты  $u_{\text{вых}}(t)$  (рис. 16.3 б),
- частота  $u_{\text{вх}}(t)$  ниже частоты  $u_{\text{вых}}(t)$  (рис. 16.3 в).

При равенстве частот и фаз (рис. 16.3а) на выходе перемножителя появляется синусоидальный сигнал  $u_{\text{умн}}$  удвоенной частоты с нулевым средним значением, а напряжение на выходе фильтра нижних частот  $u_1$  равно нулю. В этом случае частота колебаний ГУН остается неизменной.

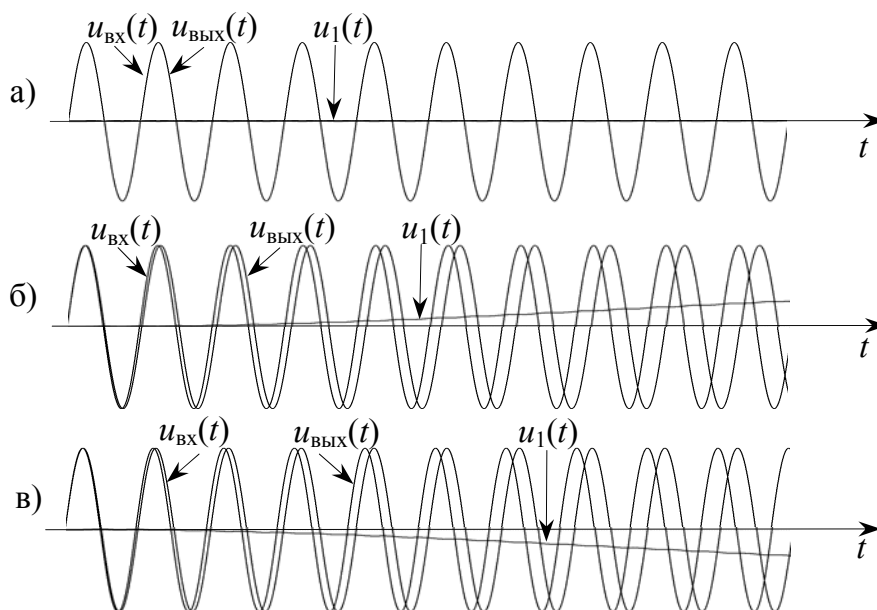


Рис. 16.3. Временные диаграммы, поясняющие работу фазового детектора

Если частота входного сигнала выше частоты ГУН (рис. 16.3 б), то фазовый сдвиг между колебаниями  $u_{BX}(t)$  и  $u_{ВЫХ}(t)$  увеличивается со временем, в результате чего в сигнале на выходе фазового детектора появляется медленно изменяющаяся составляющая, пропорциональная разности фаз. Выделенное ФНЧ медленно изменяющееся напряжение поступает на вход ГУН, изменяя частоту колебаний так, чтобы уменьшить разность фаз. После окончания переходного процесса частота колебаний ГУН станет равной частоте входного сигнала.

Аналогичный процесс происходит при понижении частоты входного сигнала, но в этом случае образуется управляющее напряжение противоположного знака, приводящее к уменьшению частоты ГУН. Таким образом, в процессе работы ФАПЧ за счет разности частот входного сигнала и сигнала ГУН образуется фазовый сдвиг между сравниваемыми по фазе колебаниями (фазовая ошибка), приводящий к изменению управляющего напряжения и устранению разности частот двух колебаний. Частота сигнала ГУН следит за изменением частоты входного сигнала и частотная расстройка устраняется ценой образования остаточной фазовой ошибки. Таким образом, ФАПЧ работает с точностью до фазы. Необходимо стремиться, чтобы образующаяся фазовая ошибка была минимальной.

## 16.2. Исследование системы ФАПЧ

Используя методы теории автоматического управления, можно определить устойчивость системы ФАПЧ, а также ее статические и динамические характеристики.

Для исследования устойчивости ФАПЧ найдем операторные передаточные функции отдельных блоков системы. Предположим, что выполняется условие, при котором подключение последующего блока не влияет на выходную переменную предыдущего блока. Схемы ФНЧ и ПФ изображены на рис. 16.4.

Операторная передаточная функция звена  $K(p)$  равна отношению изображения выходного сигнала  $U_{\text{ВЫХ}}(p)$  к изображению входного сигнала  $U_{\text{ВХ}}(p)$ :

$$K(p) = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(p)}{U_{\text{ВХ}}(p)}. \quad (16.1)$$

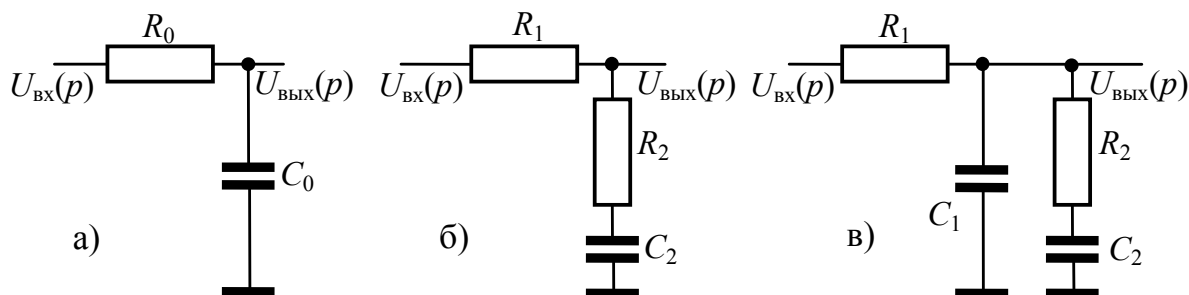


Рис. 16.4. Схемы фильтров, используемых в фазовом детекторе и в качестве петлевых фильтров

Для ФНЧ, используемого в фазовом детекторе (рис. 16.4 а),

$$K_1(p) = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} = \frac{(1/(pC_0))}{R_0 + (1/(pC_0))} = \frac{1}{1 + \tau_1 p}, \quad (16.2)$$

где  $Z_1(p) = R_0$ ,  $Z_2 = 1/pC_0$ ,  $\tau_1 = R_0C_0$ .

Для пропорционально-интегрирующего фильтра первого порядка, показанного на рис. 16.4б,  $Z_1(p) = R_1$ ,  $Z_2 = R_2 + 1/pC_2$  и

$$K_1(p) = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} = \frac{R_2 + (1/pC_2)}{R_1 + R_2 + (1/pC_2)} = \frac{1 + \tau_2 p}{1 + \tau_3 p}, \quad (16.3)$$

где  $\tau_2 = R_2C_2$ ,  $\tau_3 = (R_1 + R_2)C_2$ .

Передаточная функция пропорционально-интегрирующего фильтра второго порядка (рис. 16.4в), у которого

$$Z_1(p) = R_1, \text{ а } Z_2 = \frac{(1/(pC_1))(R_2 + 1/(pC_2))}{1/(pC_1) + R_2 + 1/(pC_2)}, \text{ равна}$$

$$K_2(p) = \frac{1 + \tau_1 p}{1 + \tau_2 p + \tau_3 p^2}, \quad (16.4)$$

где  $\tau_1 = R_2 C_2$ ,  $\tau_2 = R_2 C_2 + R_1(C_1 + C_2)$ ,  $\tau_3 = R_1 R_2 C_1 C_2$ .

Передаточная функция ГУН равна

$$K_{\text{ГУН}}(p) = \frac{\Delta\varphi(p)}{U_2(p)}. \quad (16.5)$$

Для ее определения составим дифференциальное уравнение, связывающее между собой  $u_2(t)$  и  $\Delta\omega(t)$ .

Предположим, что для некоторого диапазона управляющих напряжений  $u_2(t)$  характеристика управления ГУН линейная (рис. 16.5):

$$\Delta\omega(t) = S u_2(t), \quad (16.6)$$

где  $S$  – крутизна ГУН.

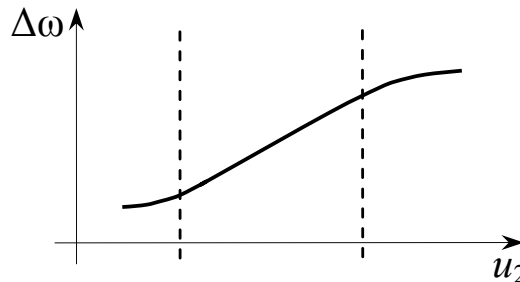


Рис. 16.5. Характеристика управления ГУН

Уравнение (16.6) связывает между собой изменение частоты  $\Delta\omega(t)$  и входное напряжение  $u_2(t)$ , но для определения передаточной функции (16.5) необходимо связать между собой изменение фазы  $\Delta\varphi(t)$  и входного напряжения ГУН. Для этого используем связь между изменением частоты и фазы:

$$\Delta\omega(t) = \frac{d\Delta\varphi(t)}{dt}. \quad (16.7)$$

Подставляя значение  $\Delta\omega(t)$  из (16.6) в (16.7), находим

$$\frac{d\Delta\varphi(t)}{dt} = Su_2(t). \quad (16.8)$$

Представим дифференциальное уравнение (16.8) в операторном виде:

$$p\Delta\varphi(p) = SU_2(p). \quad (16.9)$$

Из операторного уравнения (16.9) находим операторную передаточную функцию ГУН:

$$K_{\text{ГУН}}(p) = \frac{\Delta\varphi(p)}{U_2(p)} = \frac{S}{p}. \quad (16.10)$$

На основе найденной операторной передаточной функции ГУН (16.10) можно сделать вывод о том, что ГУН – интегрирующее звено, а, следовательно, ФАПЧ является астатической системой, то есть частота колебаний на выходе ГУН точно совпадает с частотой входного сигнала.

### 16.3. Устойчивость систем ФАПЧ

Как и любая система с обратной связью, ФАПЧ при выполнении некоторых условий может перейти в неустойчивое состояние, т. е. возбуждаться. Поэтому исследование устойчивости является одним из основных вопросов анализа систем ФАПЧ.

Для исследования устойчивости воспользуемся критерием Найквиста, который применительно к системе ФАПЧ (коэффициент обратной связи  $\beta = -1$ ) можно сформулировать следующим образом: если годограф петлевого усиления разомкнутой системы при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$  не охватывает точку с координатами  $(-1, j0)$ , то эта система будет устойчивой и в замкнутом состоянии (кривая 1 на рис. 16.6); если же годограф охватывает эту точку, то в замкнутом состоянии система будет неустойчивой (кривая 2 на рис. 16.6).

Передаточная функция разомкнутой ФАПЧ (рис. 16.7) равна

$$K(p) = K_{\text{ФД}}(p) \cdot K_{\text{ПФ}}(p) \cdot K_{\text{ГУН}}(p),$$

где  $K_{\text{ФД}}(p) = \alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot K_{\text{ФНЧ}}$  – передаточная характеристика фазового детектора,

$K_{\text{ПФ}}(p)$  – передаточная характеристика петлевого фильтра,

$K_{\text{ГУН}}(p)$  – передаточная характеристика ГУН.



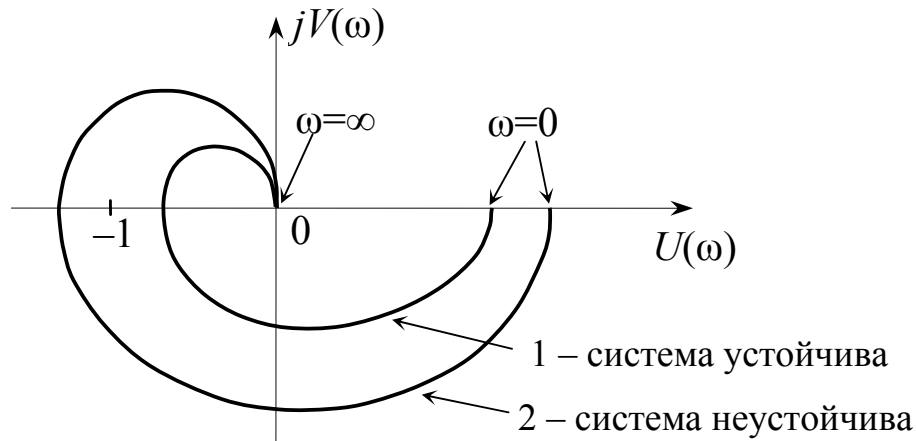


Рис. 16.6. Годограф петлевого усиления разомкнутой системы ФАПЧ

В общем случае поведение системы ФАПЧ зависит от значений перечисленных параметров.

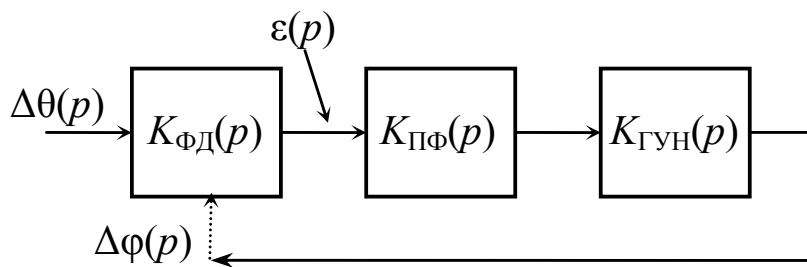


Рис. 16.7. Структурная схема разомкнутой системы ФАПЧ

При использовании пропорционально-интегрирующего фильтра имеем

$$K(p) = \alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot \frac{1}{1 + \tau_1 p} \cdot \frac{1 + \tau_2 p}{1 + \tau_3 p} \cdot \frac{S}{p}. \quad (16.11)$$

Заменяя в передаточной функции (16.11)  $p$  на  $j\omega$ , переходим к комплексному коэффициенту передачи:

$$K(j\omega) = \alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau_1} \cdot \frac{1 + j\omega\tau_2}{1 + j\omega\tau_3} \cdot \frac{S}{j\omega} = \frac{S}{j\omega} \cdot K'(j\omega). \quad (16.12)$$

Приведем соотношение (16.12) к виду

$$K(j\omega) = \frac{S}{j\omega} \cdot K'(j\omega) = \frac{S}{j\omega} \cdot (U(\omega) + jV(\omega)). \quad (16.13)$$

Для  $U(\omega)$  и  $V(\omega)$  получим

$$\begin{cases} U(\omega) = \alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot \frac{(1 + \tau_1 \tau_3 \omega^2) + \tau_2 (\tau_1 + \tau_3) \omega^2}{(1 - \tau_1 \tau_3 \omega^2)^2 + (\tau_1 + \tau_3)^2 \omega^2}, \\ V(\omega) = \alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot \frac{(1 - \tau_1 \tau_3 \omega^2) \tau_2 \omega - (\tau_1 + \tau_3) \omega}{(1 - \tau_1 \tau_3 \omega^2)^2 + (\tau_1 + \tau_3)^2 \omega^2}. \end{cases} \quad (16.14)$$

Для построения годографа частотной характеристики сначала определим значения  $U(\omega)$  и  $V(\omega)$  при  $\omega = 0$  и  $\omega = \infty$ .

При  $\omega = 0$   $U(0) = \alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}}$ ,  $V(0) = 0$ .

При  $\omega = \infty$   $U(\infty) = 0$ ,  $V(\infty) = 0$ .

Годограф частотной характеристики  $K'(j\omega)$  имеет вид, показанный на рис. 16.8 пунктирной линией.

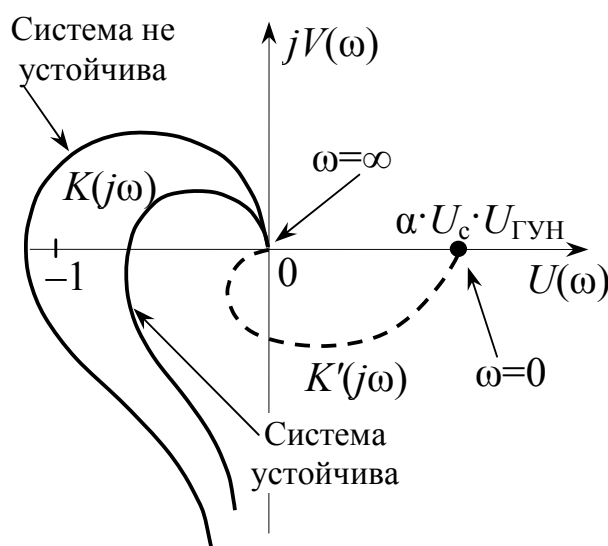


Рис. 16.8. Исследование устойчивости ФАПЧ

Имея годограф частотной характеристики  $K'(j\omega)$ , изображенный на рис. 16.8, можно построить амплитудно-фазовую частотную характеристику ФАПЧ  $K(j\omega)$ . Воспользовавшись соотношением (16.13), имеем

$$K(j\omega) = \frac{S}{j\omega} K'(j\omega) = -j \frac{S}{\omega} K'(j\omega). \quad (16.15)$$

Для построения годографа частотной характеристики  $K(j\omega)$  необходимо вектор, соответствующий амплитудно-фазовой частотной характеристике  $K'(j\omega)$ , умножить на  $S/\omega$  и повернуть на

$\pi/2$  по направлению движения часовой стрелки. Результирующая амплитудно-фазовая частотная характеристика ФАПЧ  $K(j\omega)$ , изображенная на рис. 16.8 сплошной линией, пересекает ось абсцисс и в зависимости от значений параметров отдельных звеньев контура управления точка пересечения оси расположится либо правее, либо левее точки  $-1, j0$ . Таким образом, система ФАПЧ может быть устойчива либо неустойчива. Положение точки пересечения годографом действительной оси зависит, в частности, от крутизны ГУН  $S$ . При увеличении  $S$  точка пересечения сдвигается влево, и при некотором ее значении амплитудно-фазовая частотная характеристика охватывает точку  $-1, j0$ , а это значит, что система ФАПЧ перейдет в неустойчивое состояние.

#### 16.4. Динамические и статические характеристики ФАПЧ

Для исследования временных характеристик необходимо иметь уравнения для замкнутой системы ФАПЧ, которые можно получить на основе структурной схемы (рис. 16.7).

Составим систему из двух уравнений:

$$\varepsilon(p) = \Delta\theta(p) - \Delta\varphi(p), \quad (16.16)$$

$$\Delta\varphi(p) = \varepsilon(p)K(p), \quad (16.17)$$

где  $K(p) = K_{\text{ФД}}(p) \cdot K_{\text{ПФ}}(p) \cdot K_{\text{ГУН}}(p)$ .

Решая систему уравнений (16.16), (16.17) относительно  $\Delta\varphi(p)$  и  $\varepsilon(p)$ , получим два уравнения замкнутой системы ФАПЧ:

- относительно изображения изменения фазы ГУН  $\Delta\varphi(p)$ :

$$\Delta\varphi(p) = \Delta\theta(p) \frac{K(p)}{1 + K(p)}, \quad (16.18)$$

- относительно изображения фазовой ошибки  $\varepsilon(p)$ :

$$\varepsilon(p) = \Delta\theta(p) \frac{1}{1 + K(p)}. \quad (16.19)$$

Соотношения (16.18) и (16.19) позволяют получить уравнения для расчета характеристик изменения фазы колебания ГУН  $\Delta\varphi(t)$  и сигнала фазовой ошибки  $\varepsilon(t)$  при различных изменениях фазы  $\Delta\theta(t)$ . В качестве типовых изменений при исследовании

ФАПЧ принято использовать «скачок фазы» и «скачок частоты» входного сигнала (рис. 16.9).

При скачке фазы  $\Delta\theta(p) = 1/p$ , а при скачке частоты фаза  $\Delta\theta(t)$  будет изменяться по линейному закону, так как между частотой и фазой существует зависимость:

$$\Delta\omega(t) = \frac{d\Delta\theta(t)}{dt}. \quad (16.20)$$

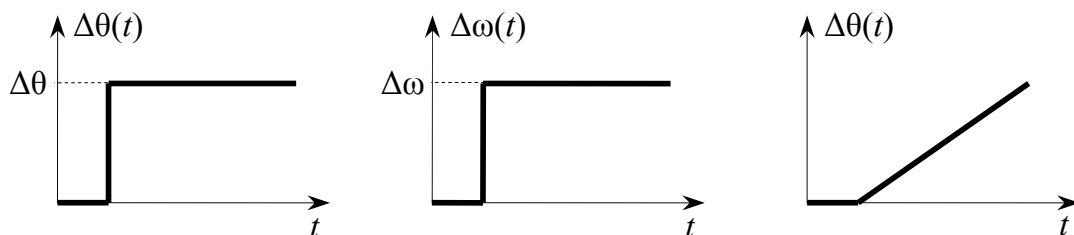


Рис. 16.9. Временные характеристики типовых фазовых возмущений

Принимая во внимание, что  $\Delta\omega(t) = \text{const} = \Delta\omega$ , запишем (16.20) в операторном виде:

$$\frac{\Delta\omega}{p} = p\Delta\theta(p). \quad (16.21)$$

Из (16.21) находим

$$\Delta\theta(p) = \frac{\Delta\omega}{p^2}. \quad (16.22)$$

### 16.5. Поведение системы ФАПЧ при скачкообразном изменении фазы

Найдем временные характеристики системы ФАПЧ при использовании пропорционально-интегрирующего петлевого фильтра. Подставив в (16.18) значение  $\Delta\theta(p) = 1/p$  и выражение

$$K(p) = K_{\text{ФД}}(p)K_{\text{ПФ}}(p)K_{\text{ГУН}}(p) = \alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot \frac{1}{1 + \tau_1 p} \cdot \frac{1 + \tau_2 p}{1 + \tau_3 p} \cdot \frac{S}{p},$$

находим

$$\Delta\varphi(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{\alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot \frac{1}{1 + \tau_1 p} \cdot \frac{1 + \tau_2 p}{1 + \tau_3 p} \cdot \frac{S}{p}}{1 + \alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot \frac{1}{1 + \tau_1 p} \cdot \frac{1 + \tau_2 p}{1 + \tau_3 p} \cdot \frac{S}{p}} =$$

$$= \frac{1}{p} \cdot \frac{\alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot S(1 + \tau_1 p)}{S(1 + \tau_2 p) + \alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_3 p)}.$$

Далее по изображению (16.23) находим оригинал.

Представим (16.23) в виде

$$\Delta\varphi(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{A(p)}{B(p)}, \quad (16.24)$$

тогда оригинал в соответствии с формулой разложения равен

$$\Delta\varphi(t) = \frac{A(0)}{B(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{A(p_i)}{p_i B'(p_i)} \cdot e^{p_i t}. \quad (16.25)$$

Первое слагаемое в (16.25) характеризует установившийся процесс, а слагаемые, находящиеся под знаком суммы, – переходный процесс. Поскольку предполагается, что система ФАПЧ устойчива, при  $t \rightarrow \infty$  слагаемые под знаком суммы обратятся в нуль.

$$\text{Тогда } \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta\varphi(t) = \frac{A(0)}{B(0)} = 1.$$

Таким образом, установившееся значение изменения фазы на выходе ФАПЧ при единичном ступенчатом входном возмущении равно единице.

Для исследования переходного процесса в системе ФАПЧ необходимо найти слагаемые, расположенные под знаком суммы в (16.25), где  $p_i$  – корни полинома знаменателя выражения (16.23).

Для их определения необходимо решить уравнение третьей степени  $B(p) = 0$ , то есть

$$S(1 + \tau_2 p) + \alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot p(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_3 p) = 0. \quad (16.26)$$

Такой путь исследования переходного процесса весьма громоздкий, особенно при наличии в контуре управления ФАПЧ более сложных звеньев, например пропорционально-интегрирующего фильтра второго порядка.

Важной характеристикой ФАПЧ является величина сигнала ошибки  $\varepsilon(t)$ . Аналитическое выражение сигнала ошибки можно по-

лучить, используя уравнение (16.19).

Сначала определим  $\varepsilon(t)$  при единичном ступенчатом изменении фазы на входе ФАПЧ. Для этого в операторное уравнение замкнутой ФАПЧ (16.19) подставим  $\Delta\theta(p) = 1/p$  и выражение передаточной функции цепи управления ФАПЧ  $K(p)$ . В результате подстановки указанных соотношений находим

$$\begin{aligned}\varepsilon(p) &= \Delta\theta(p) \frac{1}{1+K(p)} = \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{1+\alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot \frac{1}{1+\tau_1 p} \cdot \frac{1+\tau_2 p}{1+\tau_3 p} \cdot \frac{S}{p}} = \\ &= \frac{(1+\tau_1 p)(1+\tau_3 p)}{\alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot S(1+\tau_2 p) + p(1+\tau_1 p)(1+\tau_3 p)} = \frac{C(p)}{D(p)}.\end{aligned}\quad (16.27)$$

При полученной структуре изображения  $\varepsilon(p) = \frac{C(p)}{D(p)}$ , для определения оригинала следует использовать формулу разложения следующего вида:

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=1}^n \frac{C(p_i)}{D'(p_i)} \cdot e^{p_i t}. \quad (16.28)$$

Из соотношения (16.28) видно, что в установившемся режиме (при  $t \rightarrow \infty$ ) все составляющие под знаком суммы обращаются в нуль (предполагается, что система ФАПЧ устойчива), а, следовательно,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$ .

Таким образом, при ступенчатом изменении фазы  $\Delta\theta(t) = 1(t)$  установившаяся фазовая ошибка равна нулю. Система ФАПЧ является астатической, а это значит, что при ступенчатом изменении измеряемой величины установившаяся ошибка отсутствует.

Временные характеристики изменения фазы на выходе ФАПЧ  $\Delta\varphi(t)$  и фазовой ошибки (сигнала ошибки)  $\varepsilon(t)$  при единичном ступенчатом изменении фазы на входе изображены на рис. 16.10.

Признаком того, что ФАПЧ обладает астатизмом первого порядка, является наличие в контуре управления ФАПЧ интегрирующего (астатического) звена, т. е. звена с операторной передаточной функцией  $K_3(p) = S/p$ . Таким звеном в системе ФАПЧ является ГУН.

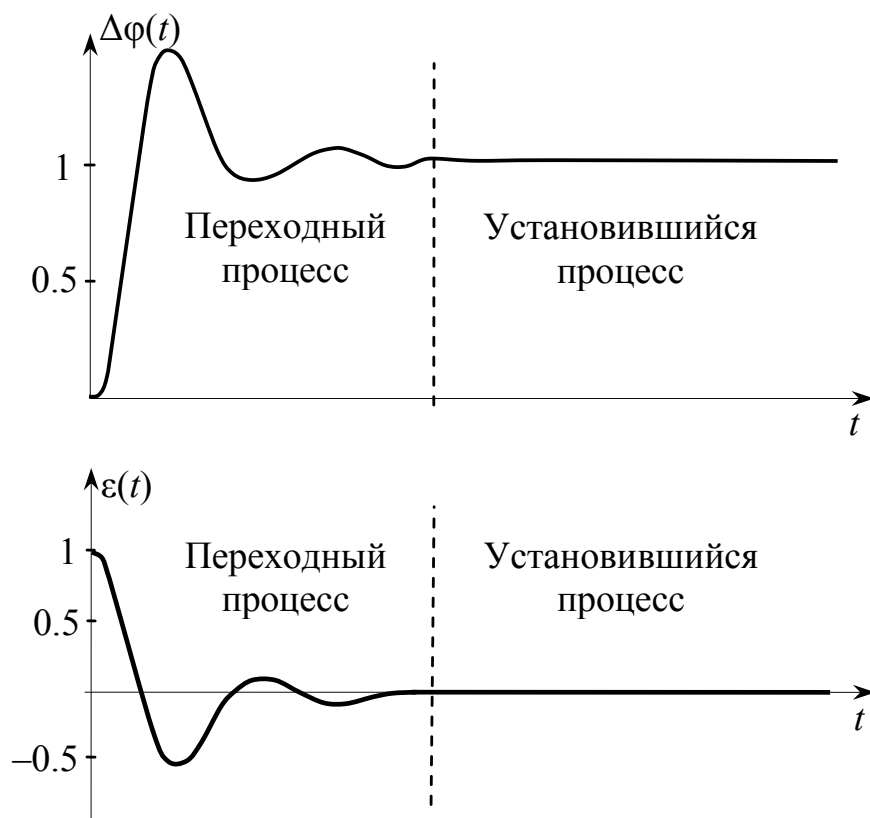


Рис. 16.10. а) характеристика изменения фазы ГУН при ступенчатом изменении фазы на входе, б) характеристика фазовой ошибки при ступенчатом изменении фазы на входе

## 16.6. Поведение системы ФАПЧ при скачкообразном изменении частоты

Наиболее существенные результаты оценки качества работы ФАПЧ можно получить на основе исследования временных характеристик сигнала ошибки  $\varepsilon(t)$  при возмущающем воздействии «скачок частоты».

Как ранее было показано, скачкообразному изменению частоты входного сигнала соответствует линейное изменение фазы (16.22); с учетом этого при возмущающем воздействии, равном

$$\Delta\theta(p) = \frac{\Delta\omega}{p^2}, \text{ используя (16.19), получаем}$$

$$\varepsilon(p) = \Delta\theta(p) \frac{1}{1+W(p)} = \frac{\Delta\omega}{p^2} \cdot \frac{1}{1+\alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot \frac{1}{1+\tau_1 p} \cdot \frac{1+\tau_2 p}{1+\tau_3 p} \cdot \frac{S}{p}} =$$

$$= \frac{\Delta\omega}{p} \cdot \frac{(1+\tau_1 p)(1+\tau_3 p)}{\alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot S(1+\tau_2 p) + p(1+\tau_1 p)(1+\tau_3 p)} = \frac{\Delta\omega}{p} \cdot \frac{A(p)}{B(p)}.$$

Для определения оригинала воспользуемся формулой разложения вида

$$\varepsilon(t) = \Delta\omega \left[ \frac{A(0)}{B(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{A(p_i)}{p_i B'(p_i)} \cdot e^{p_i t} \right].$$

Если система ФАПЧ устойчива, то при  $t \rightarrow \infty$  все слагаемые под знаком суммы обращаются в нуль и установившаяся ошибка равна

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \Delta\omega \cdot \frac{A(0)}{B(0)} = \frac{\Delta\omega}{\alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot S}. \quad (16.30)$$

Таким образом, установившаяся ошибка прямо пропорциональна частотной расстройке  $\Delta\omega$  и обратно пропорциональна крутизне  $S$  ГУН и амплитудам входного сигнала и сигнала ГУН.

Изменение фазовой ошибки  $\varepsilon(t)$  при возмущении вида «скачок частоты»  $\Delta\omega(t) = \text{const} = \Delta\omega$  (линейное изменение фазы) показано на рис. 16.11. Видно, что в установившемся режиме при линейном изменении фазы входного сигнала  $\Delta\theta(t) = k \cdot t$  («скачок частоты») образуется установившаяся фазовая ошибка, величина которой определяется выражением (16.30).

При увеличении частотной расстройки необходимо иметь большую величину управляющего напряжения  $u_2(t)$  для компенсации имеющейся расстройки, а это реализуется при большей установившейся ошибке  $\varepsilon(\infty)$ .

Таким образом, чем больше частотная расстройка  $\Delta\omega$ , тем больше установившаяся ошибка  $\varepsilon(\infty)$ , что соответствует выражению (16.30). При увеличении крутизны ГУН  $S$  или амплитуд сигналов, подаваемых на вход фазового детектора, установившаяся ошибка уменьшается. Необходимо учитывать, что с увеличением коэффициента усиления в петле ФАПЧ усиливается колебательный характер переходного процесса и при некотором его граничном



значении система ФАПЧ переходит в неустойчивое состояние.

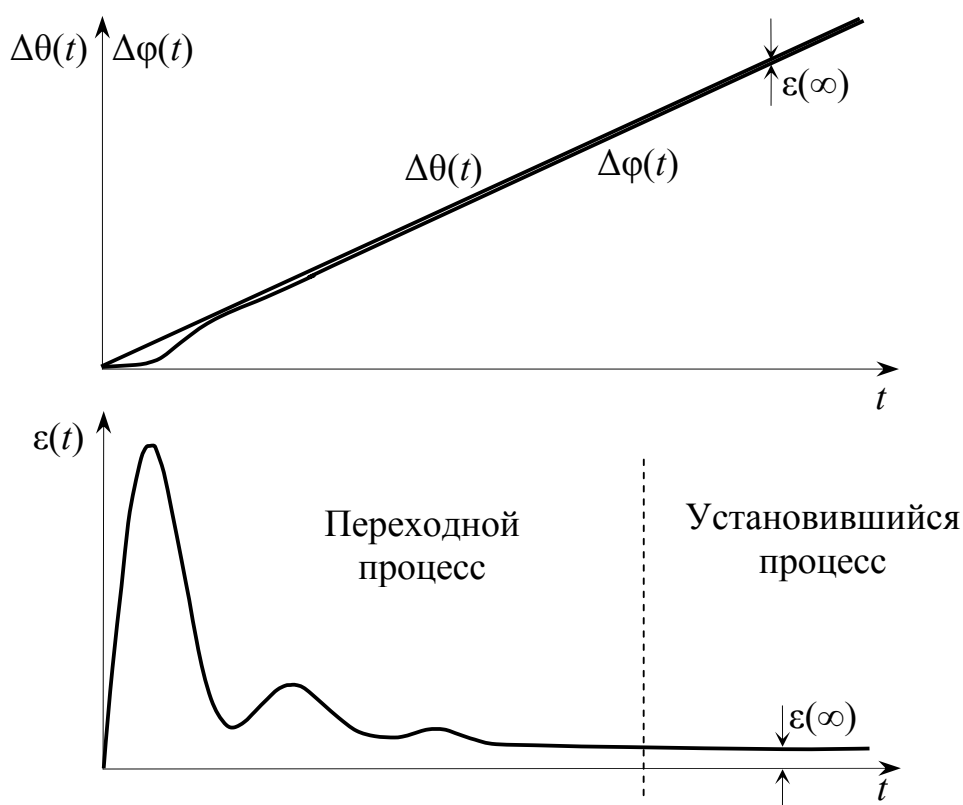


Рис. 16.11. а) изменение фазы ГУН при линейном изменении фазы входного сигнала, б) фазовая ошибка при линейном изменении фазы входного сигнала

## 16.7. Полоса удержания и полоса захвата системы ФАПЧ

Реальный генератор, управляемый напряжением, не может обеспечить перестройку частоты в бесконечных пределах, поэтому даже в системе с астатизмом захват частоты сигнала и его удержание в состоянии синхронизма возможен не при любых начальных рассогласованиях по частоте.

С другой стороны, при изменении частоты сигнала после достижения режима синхронизма удержать это состояние удастся не при любых расхождениях частот. Наибольшее начальное рассогласование по частоте, при котором достигается равенство частот входного сигнала и сигнала ГУН, называют полосой захвата и обозначают  $\Delta\omega_{\text{зах}}$ .

Наибольшее расхождение частот, при котором еще сохраняется режим синхронизации со входным сигналом, называется полосой удержания  $\Delta\omega_{уд}$ .

В общем случае эти полосы различаются между собой и зависят от параметров петлевого фильтра, его полосы пропускания, вида частотной характеристики (расположения нулей и полюсов). Поэтому представляет интерес график зависимости текущего рассогласования по частоте  $\Delta\omega$  в замкнутой петле регулирования системы ФАПЧ от начального рассогласования  $\Delta\omega_0$  частот входного сигнала и сигнала ГУН.

Пример такого графика представлен на рис. 16.12. Линия, проходящая через начало координат под углом  $45^\circ$ , соответствует зависимости  $\Delta\omega = \Delta\omega_0$  в разомкнутой системе ФАПЧ, когда текущее рассогласование одновременно является начальной разностью частот. Линии со стрелками показывают ту же зависимость при замкнутой петле системы ФАПЧ.

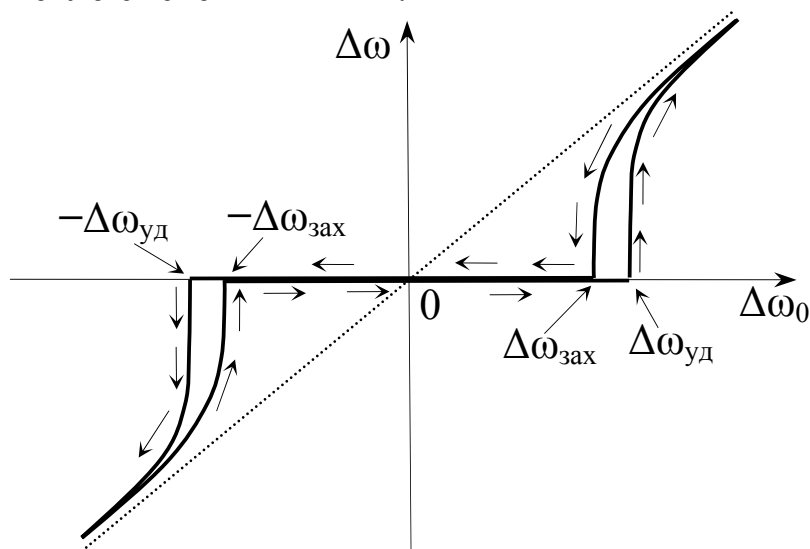


Рис. 16.12. Зависимость рассогласования по частоте входного сигнала и сигнала ГУН в замкнутой петле системы ФАПЧ

При движении слева от больших рассогласований частот со знаком минус текущая разница частот сначала не отличается или мало отличается от начальной, затем точки графика отклоняются от линии, проходящей под углом  $45^\circ$ , и при  $\Delta\omega_0 = -\Delta\omega_{зах}$  происходит резкий скачок вверх (захват частоты). Частоты входного сигнала и сигнала ГУН становятся равными ( $\Delta\omega = 0$ ), и это состояние сохраняется до рассогласований  $\Delta\omega_0 = +\Delta\omega_{уд}$ . После этого происходит второй скачок вверх (срыв синхронизации), и затем разность частот

постепенно приближается к начальному рассогласованию. При обратном движении от  $\Delta\omega_0 > \Delta\omega_{\text{уд}}$  скачок вниз происходит при  $\Delta\omega_0 = +\Delta\omega_{\text{зах}} \leq \Delta\omega_{\text{уд}}$ , а состояние синхронизма сохраняется до второго скачка вниз, который происходит при  $\Delta\omega_0 = -\Delta\omega_{\text{уд}} \leq -\Delta\omega_{\text{зах}}$  — происходит аналогичный срыв синхронизации. В системе ФАПЧ без петлевого фильтра  $\Delta\omega_{\text{зах}} = \Delta\omega_{\text{уд}}$ .

Чтобы определить полосу удержания, воспользуемся выражением для установившейся ошибки (16.30):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \frac{\Delta\omega}{\alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot S}.$$

Срыв синхронизации наступит при максимальной (допустимой) установившейся ошибке  $\varepsilon_{\text{макс}}(\infty)$ . Следовательно,

$$\Delta\omega_{\text{уд}} = \alpha \cdot U_c \cdot U_{\text{ГУН}} \cdot S \cdot \varepsilon_{\text{макс}}(\infty). \quad (16.31)$$

Максимальная (допустимая) величина установившейся ошибки равна половине рабочего участка характеристики фазового дискриминатора.

При измерении полосы захвата на границах полосы происходит переход нелинейного процесса биений в линейный процесс синхронизации. В процессе захвата имеют место «перескоки» колебания ГУН в область синхронизации и в область биений. Когда число «перескоков» в область синхронизации (удержания) станет больше числа «перескоков» в область биений, произойдет захват.

## 16.8. Задачи

1. Построить годограф петлевого усиления системы ФАПЧ, у которой в качестве петлевого фильтра используется идеальный интегратор. Будет ли устойчива такая система ФАПЧ?
2. Построить годограф петлевого усиления системы ФАПЧ, у которой в качестве петлевого фильтра используется идеальный интегратор. Будет ли устойчива такая система ФАПЧ?
3. При каких условиях система ФАПЧ может давать нулевую ошибку по фазе при изменении частоты входного сигнала?
4. При какой амплитуде входного сигнала полоса удержания  $\Delta\omega_{\text{уд}}$  системы ФАПЧ без петлевого фильтра будет равна 1 МГц, если коэффициент  $\alpha$  фазового детектора равен 1 [1/В], а ГУН имеет следующие параметры:  $U_{\text{ГУН}} = 2$  В,  $S = 10$  МГц/В.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. – Изд. 4-е. – М.: Высшая школа, 2005.
2. *Воронов Е.В., Ларин А.Л.* Усиление электрических сигналов: учеб. пособие. – М.: МФТИ, 1994.
3. *Воронов Е.В., Ларин А.Л.* Радиоэлектроника. Обратные связи в линейных устройствах: учеб. пособие. – М.: МФТИ, 1978.
4. *Васильев Д.В., Витоль М.Р., Горшенков Ю.Н. и др.* Радиотехнические цепи и сигналы / под ред. Л.А. Самойло. – М.: Радио и связь, 1982.
5. *Габидулин Э.М., Куклев Л.П.* Генерирование синусоидальных колебаний и нелинейные преобразования сигналов: учеб. пособие. – М.: МФТИ, 1980.
6. *Джонс М.Х.* Электроника – практический курс. – М.: Техносфера, 2006.
7. *Манаев Е.И.* Основы радиоэлектроники. – М.: Либроком, 2012.
8. *Нефедов В.И.* Основы радиоэлектроники и связи. – М.: Высшая школа, 2005.
9. *Титце У., Шенк К.* Полупроводниковая схемотехника. В 2-х т. – М.: ДОДЕКА, 2008.
10. *Хоровиц П., Хилл У.* Искусство схемотехники. В 3-х т. – М.: Мир, 1993.
11. *Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А.* Фазовая автоподстройка частоты. – М.: Радио и связь, 1989.

Учебное издание

***Ларин Анатолий Леонидович***

## **АНАЛОГОВАЯ ЭЛЕКТРОНИКА**

Редактор *Л. В. Себова*. Корректор *О. П. Котова*

Подписано в печать 14.05.2013. Формат  $60 \times 84^{1/16}$ . Усл. печ. л. 16,75.  
Уч.-изд. л. 16,03. Тираж 300 экз. Заказ 150.

---

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)»

141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9  
+7(495)408-58-22 E-mail: [rio@mail.mipt.ru](mailto:rio@mail.mipt.ru)

---

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»

141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9  
+7(495)408-84-30 E-mail: [polygraph@mipt.ru](mailto:polygraph@mipt.ru)



***Ларин Анатолий Леонидович***, кандидат технических наук, доцент кафедры радиотехники и телекоммуникаций, заслуженный преподаватель МФТИ.

С 1960 года после окончания факультета радиотехники и кибернетики работает на кафедре радиотехники и телекоммуникаций.

***Область научных интересов:*** разработка устройств передачи информации с использованием современной элементной базы.

ISBN 5-7417-0442-5

