Tarea 1

EIE200 - Programación Numérica

Instrucciones

- **Debe hacer su tarea en grupos de mínimo 3 y máximo 4 personas.**
- **No se aceptarán trabajos individuales**.
- El informe debe contener el nombre de todos los integrantes del grupo.
- Elabore un informe respondiendo y discutiendo las preguntas contenidas en este documento.
- No existe un formato predefinido para el documento. Sin embargo, procure que este sea lo más ordenado posible, manteniendo una redacción y ortografía adecuada.
- Junto con el informe, debe entregar todos los códigos utilizados para resolver las preguntas.
- El informe en formato `PDF` más los códigos utilizados para resolver las preguntas deben ser subidos a través del aula virtual en un único archivo `zip` con nombre `Apellido_Nombre.zip` (puede utilizar el nombre de cualquiera de los integrantes del grupo).
- El nombre del informe debe ser `Apellido_Nombre.pdf`.
- Los códigos deben ser autocontenidos, es decir, se deben poder ejecutar desde la carpeta sin necesidad de instalar ninguna librería distinta de `numpy` y `matplotlib`.
- No se aceptarán trabajos entregados después de la fecha de entrega.

Fecha de entrega: lunes 13 de mayo

Pregunta 1

Resuelva el siguiente problema desde $x = 0$ hasta $x = 1$ usando un paso $h = 0.25$, donde $y(0) = 1$. Muestre todos sus resultados en un mismo gráfico.

$$\frac{1}{1+2x}\frac{dy}{dx} = \sqrt{(}y)$$

1. Usando el método de Euler.
2. Usando el método de Ralston.
3. Usando el método de Runge-Kutta de orden 4.

Pregunta 2

La tasa de cambio de una población se puede modelar usando la siguiente ecuación diferencial (modelo logístico):

$$\frac{dp}{dt} = k_{gm}\left(1 - \frac{p}{p_{max}}\right)p$$

donde k_{gm} representa el máximo crecimiento bajo condiciones ilimitadas, p la población y p_{max} la población máxima.

La solución analítica de este modelo está dada por:

$$p = p_0\frac{p_{max}}{p_0 + (p_{max} - p_0)e^{-k_{gm}t}}$$

Si en el año 1950 la población mundial era de 2555 millones de personas, $k_{gm} = 0.0261/ao$ y $p_{max} = 12000$ millones de personas.

1. Utilice el método de Runge-Kutta de orden 5 para resolver la ecuación diferencial entre los años 1950 y 2050 usando un paso $h = 5$ años y grafique su resultado.
2. Calcule el error relativo que comete el método de RK5 para cada tiempo t_i comparado con la solución analítica. Incluya una tabla con los errores.
3. Discuta sus resultados.

Pregunta 3

Cree su propio método de Runge-Kutta de segundo orden[1] para resolver la siguiente ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{dy(t)}{dt} = 4e^{0.8t} - 0.5y(t)$$

cuya solución analítica está dada por:

$$y = \frac{4}{1.3}(e^{0.8t} - e^{-0.5t}) + 2e^{-0.5t}$$

Para su implementación deberá considerar lo siguiente:

1. Debe resolver la EDO usando $y(0) = 2$ y $h = 0.5$ en el intervalo $[0, 4]$.
2. Su método (en términos de errores relativos) deberá ser mejor que el método de Heun.
3. Deberá incluir una tabla con los errores relativos para mostrar que se cumple con la condición anterior.

Pregunta 4

Implemente el método de RK adaptativo de reducción a la mitad (con el método de RK4)[2] para resolver la misma EDO de la Pregunta 3. Compare sus resultados (usando errores relativos) con la solución analítica y la estimación obtenida usando RK4.

[1] Considere el sistema de ecuaciones visto en la diapositiva 27 de la clase 5.

[2] Considere las instrucciones dadas en la diapositiva 5 de la clase de métodos adaptativos.