

动态规划

岳镒

2025 年 3 月 14 日

动态规划

动态规划通常处理的是**优化问题**

- ▶ 理解优化的目标函数和约束条件
- ▶ 确定什么是状态，需要多少维来表示
- ▶ 怎样下降到一个子问题？
 - ▶ 通常可能需要“枚举”某个状态
- ▶ 递推关系
 - ▶ 列递推方程
 - ▶ 确定初始/边界条件
 - ▶ 标记函数
- ▶ 时间复杂度
 - ▶ 通常可以先确定空间复杂度（状态的总数），然后看每一步递推的时间复杂度

最长上升子序列

设正整数序列 $\{a_i\}_{i=1}^n$ 各项互不相等，求 $\{a_i\}_{i=1}^n$ 的最长单调递增子序列的长度。

2018 期中

五一期间，小江同学计划开车从 A 地出发，到相距为 L 公里的 B 地探险。在 A 地到 B 地的途中有 n 个加油站，它们分别分布在距离 A 地 $d_i, i = 1, 2, \dots, n$ 公里的位置，每个加油站可以提供 V_i 升的汽油。一开始小江同学的汽车上有 S 升汽油，汽车每行驶一公里需要耗油一升，假设汽车油箱容量无穷。

小江同学希望在从 A 地和 B 地的途中用汽油换购一些土特产。在 A 地到 B 地的途中有 m 个售卖土特产的商店，它们分别分布在距离 A 地 $e_j, j = 1, 2, \dots, m$ 公里的位置。在每一个商店，小江同学可以使用 p_j 升的汽油换购一些价值为 c_j 的商品，或者选择什么都不换购。在小江同学能够顺利到达 B 地的前提下，请问她最多能换购多少价值的土特产？

树形 DP

某大学有 n 个职员，编号为 $1, 2, \dots, n$ 。他们之间有从属关系，也就是说他们的关系就像一棵以校长为根的树，父结点就是子结点的直接上司。现在有个周年庆宴会，宴会每邀请来一个职员都会增加一定的快乐指数 r_i ，但是呢，如果某个职员的直接上司来参加舞会了，那么这个职员就无论如何也不肯来参加舞会了。所以，请你计算，邀请哪些职员可以使快乐指数最大，求最大的快乐指数。