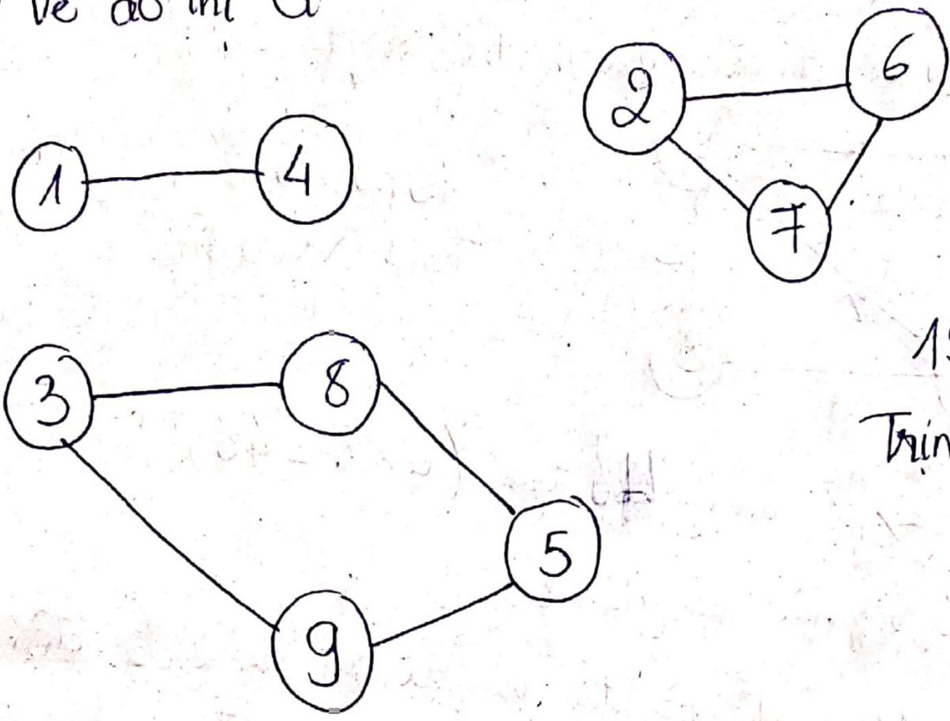
Bài 1 /

1) a/ Vẽ đồ thị G



19110315
Trịnh Ngọc Hiến

b/ Đồ thị G có 3 thành phần liên thông:

+ Thành phần 1: 1 4.

+ Thành phần 2: 2 6 7.

+ Thành phần 3: ~~3 5 8 9~~ 3 8 5 9.

c/ Danh sách kề:

1: 4
2: 6, 7
3: ~~8~~ 8, 9
4: 1
5: 8, 9
7: 2, 6
8: 3, 5
9: 3, 5
6: 2, 7

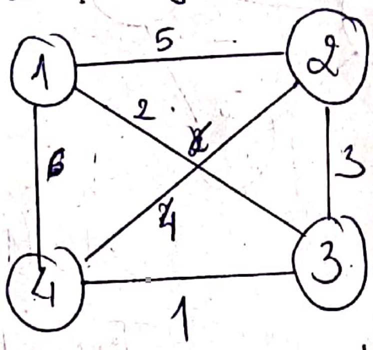
②

A: 1 2 3 4 | B: 5 6 7 8 | C: 9 10 11 12 | D: 13 14 15 16

E: 17 18 19 20 | F: 21 22 23 24 | G: 25 26 27 28 | H: 29 30 31 32

~~Bảng A~~: - Các đội bóng thi đấu theo thể thức vòng tròn

VD A :



19110315
Trịnh Ngọc Hiến

=> 1 bảng 6 trận => 8 bảng 48 trận ($6 \times 8 = 48$)

Vậy số trận đấu ở vòng đấu bảng là 48 trận

- Mỗi bảng đấu sau khi thi đấu vòng đấu bảng sẽ chọn ra 2 đội đầu bảng, để thi đấu tiếp vòng đấu loại trực tiếp cho đến khi chọn được đội vô địch

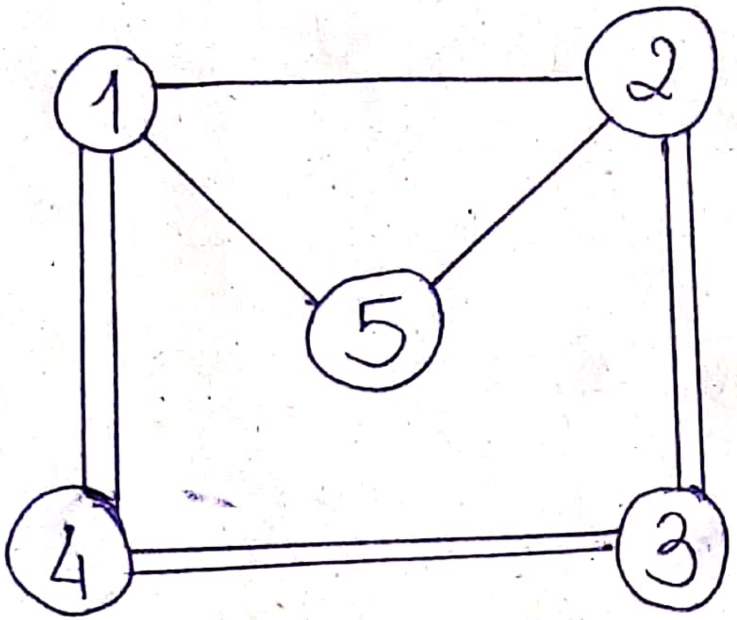
=> $2 \times 8 = 16$ đội thi đấu theo 2 nhánh thi đấu

=> 8 trận đấu loại trực tiếp =>

=> Đội vô địch chỉ tham gia 4 trận đấu loại và 3 trận đấu vòng bảng

=> Vậy số trận đấu mà đội vô địch cần thi đấu là 7 trận.

③ Vẽ đồ thị có dãy bậc 4, 4, 4, 4, 2



19110315
Trịnh Ngọc Hiến

Đồ thị trên không có khả năng là đồ thị đơn, vì đồ thị có 5 đỉnh nhưng 4 đỉnh bậc 4 và 1 đỉnh bậc 2.

4/ Ta có, mỗi tầng i của cây tam phân đủ có tối đa 3^i đỉnh.

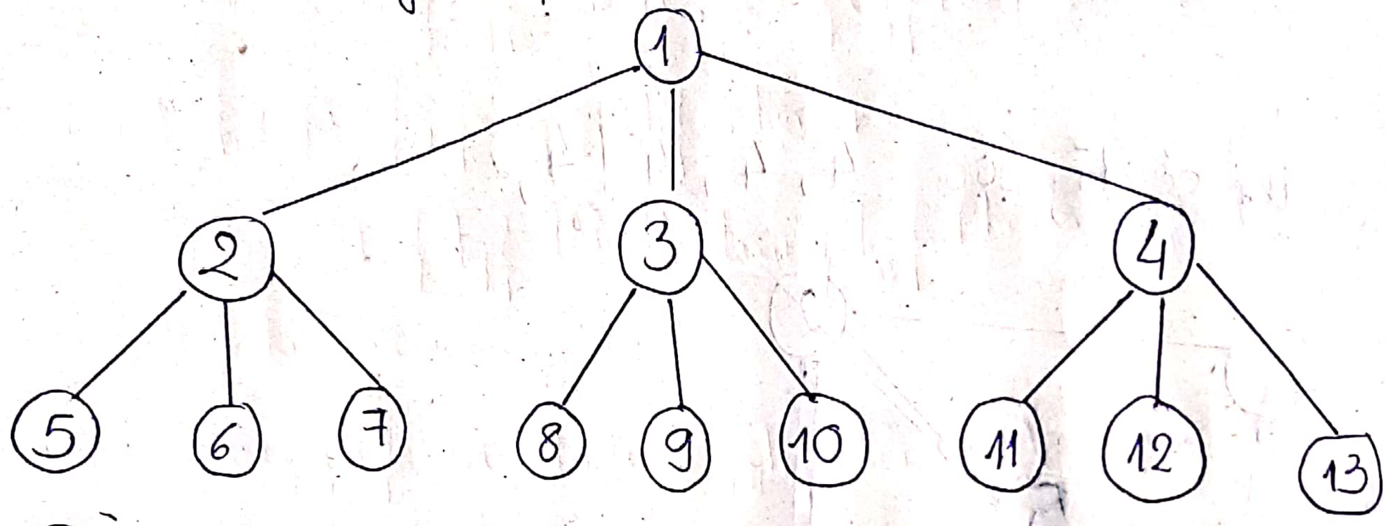
Do đó, cây tam phân đủ với ~~tor~~ chiều cao 6 thì có tối đa:

$$\sum_{i=0}^{6} 3^i = 1093$$

19110315

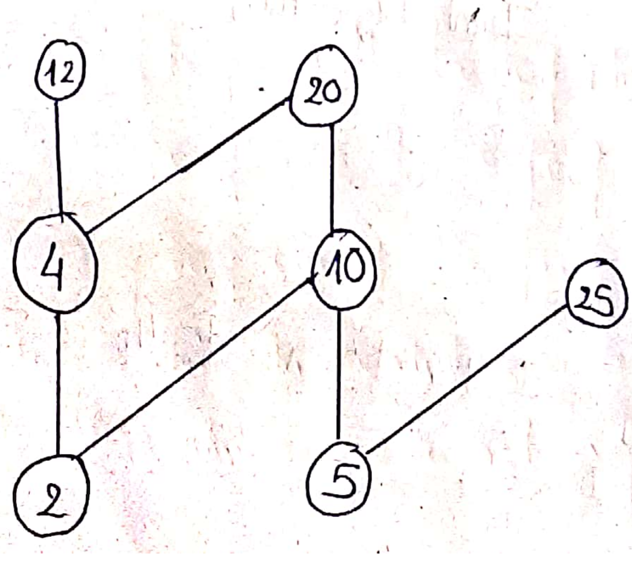
Trịnh Ngọc Hiến

VD minh hoạ cây tam phân với chiều cao 3.



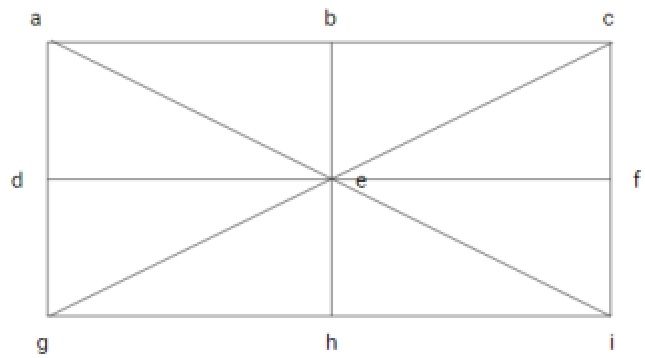
- Tầng 0, có $3^0 = 1$ đỉnh.
- Tầng 1, có $3^1 = 3$ đỉnh.
- Tầng 2, có $3^2 = 9$ đỉnh.

5) Vẽ biểu đồ Hasse của quan hệ thứ tự $\{(a,b) \mid a$ chia hết cho $b\}$ trên tập $\{2, 4, 5, 10, 12, 20, 25\}$



Bài 2: Hamilton

6. Tìm chu trình Hamilton của đồ thị sau. Trình bày chi tiết các bước.



Xét đồ thị G = (X,E) gồm n đỉnh, ta áp dụng 4 quy tắc sau đây:

Quy tắc 1: Lấy hết các cạnh kề với 2 đỉnh bậc 2.

Quy tắc 2: Không để phát sinh chu trình ít hơn n cạnh.

Quy tắc 3: Nếu đã lấy 2 cạnh kề với đỉnh x thì có thể loại tất cả các cạnh còn lại kề với x.

Quy tắc 4: Duy trì tính liên thông và đảm bảo bậc mỗi đỉnh luôn lớn hơn hoặc bằng 2.

Gọi H là tập hợp các cạnh của chu trình Hamilton.

B1: Thêm cạnh {ad} vào H. Loại cạnh {ad} khỏi đồ thị G.

B2: Thêm cạnh {dg} vào H. Loại cạnh {dg} khỏi đồ thị G. Áp dụng quy tắc 3, loại cạnh {de} khỏi G.

B3: Thêm cạnh {gh} vào H. Loại cạnh {gh} khỏi đồ thị G. Áp dụng quy tắc 3, loại cạnh {ge} khỏi G.

B4: Thêm cạnh {hi} vào H. Loại cạnh {hi} khỏi đồ thị G. Áp dụng quy tắc 3, loại cạnh {he} khỏi G.

B5: Thêm cạnh {ie} vào H. Loại cạnh {ie} khỏi đồ thị G. Áp dụng quy tắc 3, loại cạnh {if} khỏi G.

B6: Thêm cạnh {ef} vào H. Loại cạnh {ef} khỏi đồ thị G. Áp dụng quy tắc 3, loại các cạnh {ec}, {eb}, {ea} khỏi G.

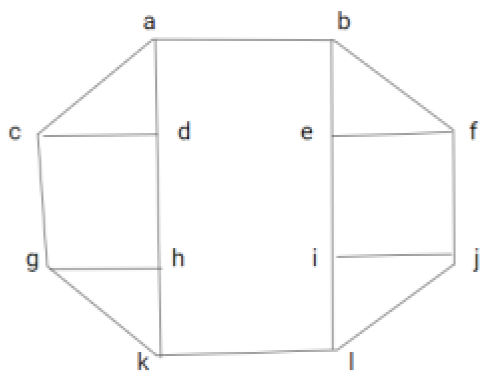
B7: Thêm cạnh {fc} vào H. Loại cạnh {fc} khỏi đồ thị G.

B8: Thêm cạnh {cb} vào H. Loại cạnh {cb} khỏi đồ thị G.

B9: Thêm cạnh {ba} vào H. Loại cạnh {ba} khỏi đồ thị G.

Sau khi đã them đủ số đỉnh của G, ta kết thúc thuật toán. Ta thu được đường đi Hamilton như sau: a → d → g → h → i → e → f → c → b.

7. Tìm chu trình Hamilton của đồ thị sau. Trình bày chi tiết các bước.



Xét đồ thị G = (X,E) gồm n đỉnh, ta áp dụng 4 quy tắc sau đây:

Quy tắc 1: Lấy hết các cạnh kề với 2 đỉnh bậc 2.

Quy tắc 2: Không để phát sinh chu trình ít hơn n cạnh.

Quy tắc 3: Nếu đã lấy 2 cạnh kề với đỉnh x thì có thể loại tất cả các cạnh còn lại kề với x.

Quy tắc 4: Duy trì tính liên thông và đảm bảo bậc mỗi đỉnh luôn lớn hơn hoặc bằng 2.

Gọi H là tập hợp các cạnh của chu trình Hamilton.

B1: Thêm cạnh {ac} vào H. Loại {ac} ra khỏi đồ thị G.

B2: Thêm cạnh {cd} vào H. Loại {cd} ra khỏi đồ thị G. Áp dụng quy tắc 3, loại cạnh {cg} khỏi G.

B3: Thêm cạnh {dh} vào H. Loại {dh} ra khỏi đồ thị G. Áp dụng quy tắc 3, loại cạnh {ad} khỏi G.

B4: Thêm cạnh {hg} vào H. Loại {hg} ra khỏi đồ thị G. Áp dụng quy tắc 3, loại cạnh {hk} khỏi G.

B5: Thêm cạnh {gk} vào H. Loại {gk} ra khỏi đồ thị G.

B6: Thêm cạnh {kl} vào H. Loại {kl} ra khỏi đồ thị G.

B7: Thêm cạnh {lj} vào H. Loại {lj} ra khỏi đồ thị G. Áp dụng quy tắc 3, loại cạnh {li} khỏi G.

B8: Thêm cạnh {ji} vào H. Loại {ji} ra khỏi đồ thị G. Áp dụng quy tắc 3, loại cạnh {jf} khỏi G.

B9: Thêm cạnh {ie} vào H. Loại {ie} ra khỏi đồ thị G.

B10: Thêm cạnh {ef} vào H. Loại {ef} ra khỏi đồ thị G. Áp dụng quy tắc 3, loại cạnh {eb} khỏi G.

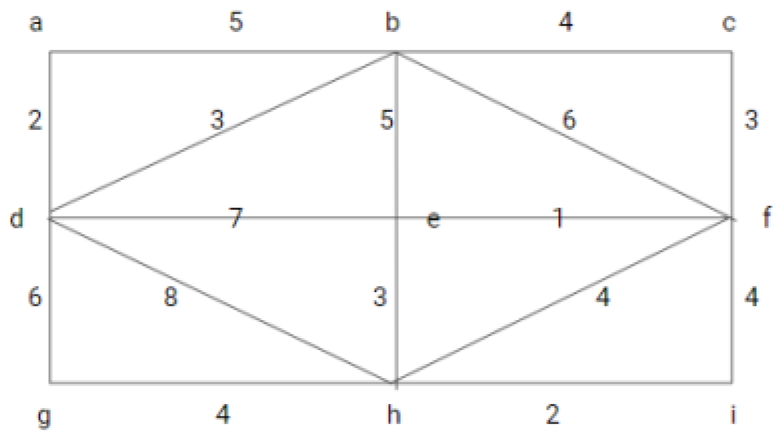
B11: Thêm cạnh {fb} vào H. Loại {fb} ra khỏi đồ thị G.

B12: Thêm cạnh{ba} vào H. Loại {ba} ra khỏi đồ thị G.

Sau khi đã them đủ số đỉnh của G, ta kết thúc thuật toán. Ta thu được đường đi Hamilton như sau: a → c → d → h → g → k → l → j → i → e → f → b.

Bài 3: Khung cây tối tiểu

8. Sử dụng thuật toán Prim để tìm khung cây tối tiểu đồ thị dưới đây. Trình bày các bước làm.



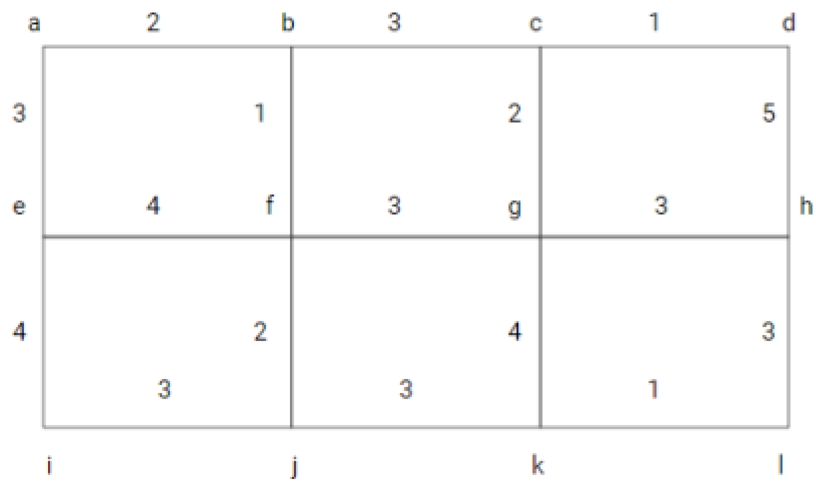
Chọn a là đỉnh xuất phát.

Đánh dấu "*" để xác định vị trí đi tiếp theo.

Bước	a	b	c	d	e	f	g	h	i	T
Khởi tạo	[0,a]	[5, a]	[∞, a]	[2, a]*	[∞, a]	[∞, a]	[∞, a]	[∞, a]	[∞, a]	a
1	-	[5,a]*	[∞, a]	-	[7, d]	[∞, a]	[6, d]	[8, d]	[∞, a]	a,d
2	-	-	[4, b]*	-	[5, b]	[6, b]	[6, d]	[8, d]	[∞, a]	a,d,b
3	-	-	-	-	[5, b]	[3, c]*	[6, d]	[8, d]	[∞, a]	a,d,b,c
4	-	-	-	-	[1, f]*	-	[6, d]	[4, f]	[4, f]	a,d,b,c,f
5	-	-	-	-	-	-	[6, d]	[3, e]*	[4, f]	a,d,b,c,f,e
6	-	-	-	-	-	-	[4, h]	-	[2, h]*	a,d,b,c,f,e,h
7	-	-	-	-	-	-	[4, h]*	-	-	a,d,b,c,f,e,h,i
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	a,d,b,c,f,e,h,i,g

Từ đó, ta thu được cây khung T (cạnh) là: {(a, d), (a, b), (b, c), (c, f), (f, e), (e, h), (h, i), (h, g)}.

9. Sử dụng thuật toán Kruskal để tìm khung cây tối tiểu đồ thị dưới đây. Trình bày các bước làm.



Trọng số	Cạnh
1	(c, d)
1	(b, f)
1	(k, l)
2	(a, b)
2	(c, g)
2	(f, j)
3	(b, c)
3	(f, g)
3	(g, h)
3	(i, j)
3	(j, k)
3	(h, l)
3	(a, e)
4	(e, f)
4	(g, k)
4	(e, i)
5	(d, h)

Bước 1: Khởi tạo cây T = Ø có 12 đỉnh.

Bước 2: Thêm cạnh (b, f). T = {(b, f)}.

Bước 3: Thêm cạnh (c, d), (k, l). T = {(b, f), (c, d), (k, l)}.

Bước 4: Thêm cạnh (a, b), (c, g), (f,i). T = {(b, f), (c, d), (k, l), (a, b), (c, g), (f, i)}.

Bước 5: Thêm cạnh (b, c). T = {(b, f), (c, d), (k, l), (a, b), (c, g), (f, i), (b, c)}.

Bước 6: Ta không thêm (f, g) vì nếu thêm sẽ dẫn đến tạo chu trình con.

Bước 7: Thêm (g, h), (i, j), (j, k). T = {(b, f), (c, d), (k, l), (a, b), (c, g), (f, i), (b, c), (g, h), (i, j), (j, k)}.

Bước 8: Không thêm (h, l) vì sẽ tạo chu trình con.

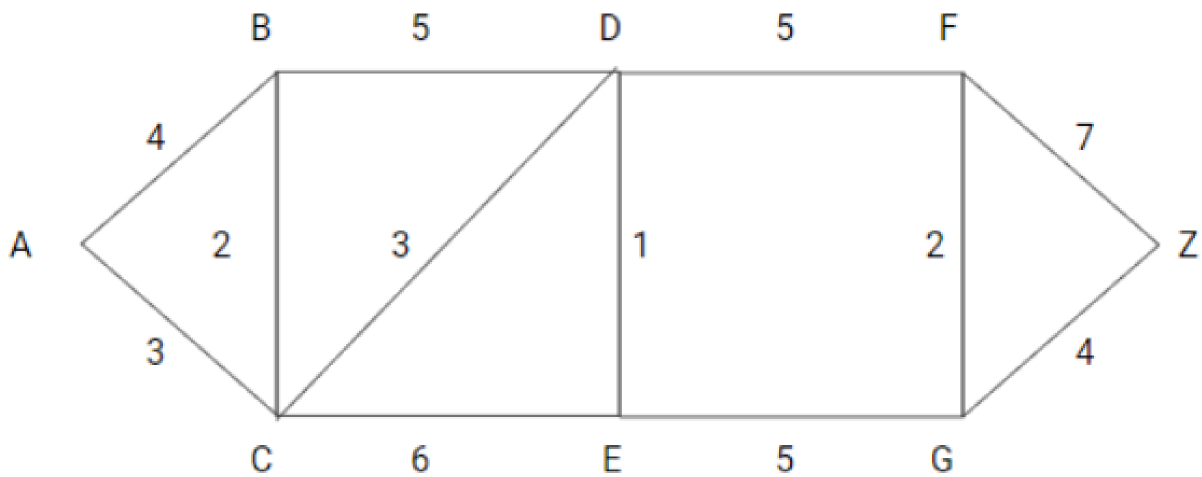
Bước 9: Thêm (a, e). T = {(b, f), (c, d), (k, l), (a, b), (c, g), (f, i), (b, c), (g, h), (i, j), (j, k), (a, e)}.

Đến đây ta có được số cạnh của T là 11 = (12 – 1) nên ta dừng thuật toán.

Bài 4: Thuật toán Dijkstra

Trình bày thuật toán Dijkstra để tìm đường đi ngắn nhất của các đồ thị sau

10. Từ đỉnh A tới đỉnh Z



Bước	A	B	C	D	E	F	G	Z
Khởi tạo	0	(∞, -)	(∞, -)	(∞, -)	(∞, -)	(∞, -)	(∞, -)	(∞, -)
1	-	(4, A)	(3, A)*	(∞, -)	(∞, -)	(∞, -)	(∞, -)	(∞, -)
2	-	(4, A)*	-	(6, C)	(9, C)	(∞, -)	(∞, -)	(∞, -)
3	-	-	-	(6, C)*	(9, C)	(∞, -)	(∞, -)	(∞, -)
4	-	-	-	-	(7, D)*	(11, D)	(∞, -)	(∞, -)
5	-	-	-	-	-	(11, D)*	(12, E)	(∞, -)
6	-	-	-	-	-	-	(12, E)*	(16, G)
7	-	-	-	-	-	-	-	(16, G)*
8	-	-	-	-	-	-	-	-

Vậy đường đi ngắn nhất là: A → C → D → E → G → Z với tổng độ dài đường đi là 16.

11. Từ Deep Springs đến Warm Springs

Đặt lại tên đỉnh:

- Deep Springs → DS.
- Gold Point → GP.
- Siver Pea → SP.
- Manhattan → M.
- Diver → D.
- Beatty → B.
- Gold field → G.
- Warm Springs → WS.
- Oasis → O.
- Lida → L.
- Tonopah → T.

Bước	**DS**	**O**	**GP**	**D**	**SP**	**L**	**B**	**G**	**T**	**M**	**WS**
Khởi tạo	0*	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)
1	-	(10,DS)*	(30,DS)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)
2	-	-	(30,DS)*	(31,O)	(33,O)	(35,O)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)
3	-	-	-	(31,O)*	(33,O)	(35,O)	(75,GP)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)
4	-	-	-	-	(33,O)*	(35,O)	(75,GP)	(∞,-)	(∞,-)	(111,D)	(∞,-)
5	-	-	-	-	-	(35,O)*	(75,GP)	(53,SP)	(73,SP)	(111,D)	(∞,-)
6	-	-	-	-	-	-	(75,GP)	(53,SP)*	(73,SP)	(111,D)	(∞,-)
7	-	-	-	-	-	-	(75,GP)	-	(73,SP)*	(111,D)	(∞,-)
8	-	-	-	-	-	-	(75,GP)*	-	-	(98,T)	(128,T)
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	(98,T)*	(128,T)
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	(128,T)*
11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

(Nếu hình trên không vừa lòng anh/chị, thì anh chị có thể xem ở đây).

(Do em copy từ excel qua mà nó dài quá nên làm mất. Mong anh/chị thứ lỗi).

Bước	DS	O	GP	D	SP	L	B	G	T	M	WS
Khởi tạo	0*	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)
1	-	(10,DS)*	(30,DS)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)
2	-	-	(30,DS)*	(31,O)	(33,O)	(35,O)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)
3	-	-	-	(31,O)*	(33,O)	(35,O)	(75,GP)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)	(∞,-)
4	-	-	-	-	(33,O)*	(35,O)	(75,GP)	(∞,-)	(∞,-)	(111,D)	(∞,-)
5	-	-	-	-	-	(35,O)*	(75,GP)	(53,SP)	(73,SP)	(111,D)	(∞,-)
6	-	-	-	-	-	-	(75,GP)	(53,SP)*	(73,SP)	(111,D)	(∞,-)
7	-	-	-	-	-	-	(75,GP)	-	(73,SP)*	(111,D)	(∞,-)
8	-	-	-	-	-	-	(75,GP)*	-	-	(98,T)	(128,T)
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	(98,T)*	(128,T)
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	(128,T)*
11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Từ đó, ta có được đường đi ngắn nhất từ Deep Springs-> Warm Springs là:

Deep Springs→Oasis→Siver Pea→Tonapah→Warm Springs

với tổng độ dài đường đi là 128.