

Họ và tên: Trịnh Ngọc Hiến
MSSV: 19110315

Bài tập về nhà tuần 3:

Các bài tập liên quan đến độ phức tạp thuật toán:

Hạn nộp: ngày 09/04/2022.

Tính chất Big Oh

Cho $f_1, f_2, g_1, g_2: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$, ta suy ra:

- Nếu $f_1(n) = O(g_1(n))$ và $f_2(n) = O(g_2(n))$ thì $f_1(n) + f_2(n) = O(g_1(n) + g_2(n))$.
- Nếu $f_1(n) = O(g_1(n))$ và $f_2(n) = O(g_2(n))$ thì $f_1(n) + f_2(n) = O(\max(g_1(n), g_2(n)))$.
- Nếu $f_1(n) = O(g_1(n))$ và $f_2(n) = O(g_2(n))$ thì $f_1(n) * f_2(n) = O(g_1(n) * g_2(n))$.

(chứng minh)

Algorithm Analysis

fppt.com

Thật vậy, ta có công thức Big Oh là:

$f(n) = O(g(n))$ nếu tồn tại $c > 0$ sao cho $\forall n > N_0$ thỏa: $|f(n)| < c|g(n)|$

Do đó, nếu $f_1(n) = O(g_1(n))$ và $f_2(n) = O(g_2(n))$ thì khi đó ta có:

Với $f_1(n) = O(g_1(n))$ thì $\exists c_1 > 0$ sao cho $\forall n > N_0$ thỏa $|f_1(n)| < c_1|g_1(n)|$

Với $f_2(n) = O(g_2(n))$ thì $\exists c_2 > 0$ sao cho $\forall n > N_0$ thỏa $|f_2(n)| < c_2|g_2(n)|$

Khi đó, ta có mệnh đề 1 là

$$f_1(n) + f_2(n) = O(g_1(n)) + O(g_2(n))$$

$$\Leftrightarrow |f_1(n)| + |f_2(n)| < c_1|g_1(n)| + c_2|g_2(n)|$$

$$\rightarrow f_1(n) + f_2(n) = O(g_1(n) + g_2(n)) \text{ (khi } c_1 = c_2)$$

Khi đó, ta có mệnh đề 2 là

$$f_1(n) + f_2(n) = O(g_1(n)) + O(g_2(n))$$

$$\Leftrightarrow |f_1(n)| + |f_2(n)| < \max(c_1|g_1(n)|, c_2|g_2(n)|) < c_1|g_1(n)| + c_2|g_2(n)|$$

$$\rightarrow f_1(n) + f_2(n) = O(\max(g_1(n), g_2(n)))$$

Khi đó, ta có mệnh đề 3 là

$$f_1(n) * f_2(n) = O(g_1(n)) * O(g_2(n))$$

$$\Leftrightarrow |f_1(n)| * |f_2(n)| < c_1 |g_1(n)| * c_2 |g_2(n)|$$

$$\rightarrow f_1(n) * f_2(n) = O(g_1(n) * g_2(n)) \text{ (khi } c_1 = c_2)$$

Ví dụ 2

Khảo sát độ phức tạp dựa trên số phép gán và so sánh trong thuật toán sau đây:

```

sum = 0
i = 1
while i ≤ n do
    j = n - i * i
    αi lần while j ≤ i * i do
        sum = sum + i * j
        j = j + 1
    endw
    i = i + 1
endw

```

Ta có,

$$\text{Gán} = 2 + \sum_{i=1}^n [1 + 2(i^2) + 1] = 2 + 2n + 2\sum_{i=1}^n (i^2)$$

$$\text{SS} = 1 + \sum_{i=1}^n [1 + i^2 + 1] = 2n + 1 + \sum_{i=1}^n (i^2)$$