MÔ HÌNH PHÂN TÍCH VÀ ĐỊNH GIÁ TÀI SẢN TÀI CHÍNH

CHƯƠNG 1 5
KHÁI NIỆM VÀ NGUYÊN LÝ CƠ BẢN TRONG PHÂN TÍCH HOẠT ĐỘNG CỦA THỊ TRƯỜNG TÀI CHÍNH 5
1.1. SỰ HÌNH THÀNH VÀ CHỨC NĂNG CỦA THỊ TRƯỜNG TÀI CHÍNH 5
1.1.1. Sự tồn tại khách quan thị trường tài chính trong nền kinh tế 5
1.1.2. Chức năng của thị trường tài chính trong nền kinh tế 19
1.2. CẤU TRÚC VÀ PHÂN LOẠI THỊ TRƯỜNG TÀI CHÍNH 19
1.2.1. Cấu trúc thị trường tài chính 19
1.2.2. Phân loại thị trường tài chính 29
1.3. MỘT SỐ KHÁI NIỆM VÀ NGUYÊN LÝ CƠ BẢN TRONG PHÂN TÍCH VÀ ĐỊNH GIÁ TÀI SẢN 30
1.3.1. Đầu tư trên thị trường tài chính 30
1.3.2. Lợi suất tài sản (Asset Return) 37
1.3.3. Lợi suất và độ dao động của danh mục 46
1.3.4. Danh mục tự cân đối tài chính và danh mục phỏng theo 48
1.3.5. Một số nguyên lý cơ bản trong phân tích đầu tư tài chính 49
TỪ KHÓA 54
CÂU HỎI 55
BÀI TẬP 55
BÀI TẬP THỰC HÀNH 57
TÀI LIỆU THAM KHẢO 57
CHƯƠNG 2 58
MÔ HÌNH HOÁ HOẠT ĐỘNG KINH TẾ 58
CÓ YẾU TỐ RỦI RO 58
2.1. MÔI TRƯỜNG BẤT ĐỊNH VÀ YẾU TỐ RỦI RO TRONG HOẠT ĐỘNG KINH TẾ 58
2.1.1. Mô hình hóa môi trường bất định 58
2.1.2. Yếu tố rủi ro trong hoạt động kinh tế 60
2.2. MÔ HÌNH HÓA SỰ LỰA CHỌN CỦA TÁC NHÂN ĐỐI VỚI HOẠT ĐỘNG RỦI RO 60
2.2.1. Mô hình hóa khả năng lựa chọn 61
2.2.2. Mô hình hóa sự lựa chọn ván bài của tác nhân 64

2.3. ỨNG DỤNG HÀM LỢI ÍCH KỲ VỌNG TRONG PHÂN TÍCH THÁI ĐỘ ĐỐI VỚI RỦI RO VÀ ĐẶC TRƯNG CỦA VÁN BÀI 69
2.3.1. Thái độ của tác nhân đối với rủi ro 70
2.3.2. Đo lường mức ngại rủi ro của tác nhân.. 73
2.3.3. Phân tích một số đặc trưng liên quan tới rủi ro.. 76
2.3.4. Ứng dụng của hàm lợi ích kỳ vọng trong phân tích nhu cầu đầu tư và bảo hiểm 84
2.4. PHÂN TÍCH LỢI ÍCH KỲ VỌNG CỦA NHÀ ĐẦU TƯ 89
2.4.1. Hàm lợi ích theo lợi suất tài sản của nhà đầu tư 90
2.4.2. Hàm lợi ích kỳ vọng phụ thuộc kỳ vọng và phương sai lợi suất 91
TỪ KHÓA 96
CÂU HỎI 96
BÀI TẬP 96
BÀI TẬP THỰC HÀNH 98
TÀI LIỆU THAM KHẢO 98
CHƯƠNG 3 99
PHÂN TÍCH VÀ QUẢN LÝ DANH MỤC ĐẦU TƯ 99
3.1. DANH MỤC VÀ LỢI ÍCH CỦA NHÀ ĐẦU TƯ 100
3.1.1. Phân tích một số đặc trưng cơ bản của danh mục đầu tư.. 101
3.1.2. Lợi ích kỳ vọng của nhà đầu tư.. 105
3.2. PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH TRUNG BÌNH – PHƯƠNG SAI (MV) VÀ QUÁ TRÌNH LỰA CHỌN DANH MỤC TỐI ƯU 106
3.2.1. Mục tiêu của nhà đầu tư.. 106
3.2.2. Phương pháp phân tích Trung bình – Phương sai (Mô hình Markowitz) lựa chọn danh mục tối ưu.. 108
3.3. MÔ HÌNH CHỈ SỐ ĐƠN - MÔ HÌNH SIM (Single Index Model) 134
3.3.1. Phương pháp tính chỉ số thị trường.. 134
3.3.2. Mô hình SIM.. 137
3.3.3. Một số ứng dụng khác của mô hình SIM.. 142
3.4. QUẢN LÝ DANH MỤC ĐẦU TƯ.. 152
3.4.1. Nội dung và chiến lược quản lý danh mục đầu tư 152
3.4.2. Quy trình quản lý danh mục.. 157
3.5. QUẢN TRỊ RỦI RO CỦA DANH MỤC – PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH GIÁ TRỊ RỦI RO (VaR).. 165
3.5.1. Rủi ro tài chính và quản trị rủi ro.. 165
3.5.2. Phương pháp (mô hình) VaR trong quản trị rủi ro 171

TỪ KHÓA 184
CÂU HỎI 184
BÀI TẬP 185
BÀI TẬP THỰC HÀNH 187
TÀI LIỆU THAM KHẢO 189
CHƯƠNG 4 189
MÔ HÌNH ĐỊNH GIÁ TÀI SẢN VỐN (CAPM) 189
4.1 MÔ HÌNH ĐỊNH GIÁ TÀI SẢN VỐN 190
4.1.1. Đôi nét về lịch sử và vai trò của CAPM 190
4.1.2. Mô hình CAPM 191
4.2. ỨNG DỤNG CAPM 199
4.2.1. Ước lượng ma trận hiệp phương sai, phân tích rủi ro của tài sản, danh mục và tính VaR 199
4.2.2. Tính hệ số α của tài sản và danh mục 202
4.2.3. Định giá tài sản 204
4.3. ƯỚC LƯỢNG VÀ KIỂM ĐỊNH CAPM 206
4.3.1. Ước lượng các tham số của CAPM 206
4.3.2. Kiểm định CAPM 210
4.3.3. Quy trình ước lượng và kiểm định CAPM 213
4.4. MỞ RỘNG CAPM 214
4.4.1. Trường hợp thị trường cấm bán khống tài sản 214
4.4.2. Trường hợp lãi suất vay và cho vay khác nhau 214
4.4.3. Trường hợp không có tài sản phi rủi ro 215
4.4.4. Trường hợp lợi suất của tài sản không có phân bố chuẩn 216
4.4.5. Trường hợp có tài sản không được giao dịch trên thị trường 219
4.4.6. Trường hợp không có sự đồng nhất trong đánh giá về hoạt động của thị trường giữa các nhà đầu tư 219
4.4.7. Trường hợp có thu nhập (cổ tức) trong chu kỳ 220
4.4.8. Trường hợp nhiều chu kỳ 220
TỪ KHÓA 220
CÂU HỎI 221
BÀI TẬP 221
BÀI TẬP THỰC HÀNH 224
TÀI LIỆU THAM KHẢO 225
CHƯƠNG 5 226

MÔ HÌNH ĐA NHÂN TỐ VÀ LÝ THUYẾT ĐỊNH GIÁ CƠ LỢI 226
5.1. MÔ HÌNH ĐA NHÂN TỐ 226
5.1.1. Đôi nét lịch sử 226
5.1.2. Mô hình đa nhân tố 227
5.1.3. Một số ứng dụng của mô hình đa nhân tố 235
5.1.4. Danh mục nhân tố 244
5.2. LÝ THUYẾT ĐỊNH GIÁ CƠ LỢI (APT) 250
5.2.1. Lý thuyết định giá cơ lợi 250
5.2.2. Ước lượng và kiểm định APT 254
5.2.3. Mối liên hệ giữa CAPM và APT 258
TỪ KHÓA 260
CÂU HỎI 260
BÀI TẬP 260
BÀI TẬP THỰC HÀNH 262
TÀI LIỆU THAM KHẢO 263

CHƯƠNG 1
KHÁI NIỆM VÀ NGUYÊN LÝ CƠ BẢN TRONG PHÂN TÍCH HOẠT ĐỘNG CỦA THỊ TRƯỜNG TÀI CHÍNH

Mục đích

- Tổng quan về khái niệm, nguyên lý cơ bản, phương pháp luận trong phân tích hoạt động của thị trường tài chính.

Nội dung chính

- Giới thiệu vai trò của thị trường tài chính (TTTC) trong nền kinh tế.
- Giới thiệu các đặc điểm khái quát trong cấu trúc và phương thức vận hành của TTTC.
- Đề cập phương pháp tiếp cận mô hình trong phân tích TTTC dựa trên một số nguyên lý cơ bản.

Yêu cầu

- Hiểu rõ vai trò của thị trường tài chính thông qua việc phân tích mô hình Tiêu dùng - Đầu tư.
- Nắm vững cấu trúc của TTTC.
- Nắm vững và bước đầu vận dụng các nguyên lý cơ bản trong phân tích hoạt động đầu tư tài chính.

1.1. SỰ HÌNH THÀNH VÀ CHỨC NĂNG CỦA THỊ TRƯỜNG TÀI CHÍNH

1.1.1. Sự tồn tại khách quan thị trường tài chính trong nền kinh tế

1.1.1.1. Sự hình thành TTTC - Mô hình phân tích hành vi Tiêu dùng - Đầu tư

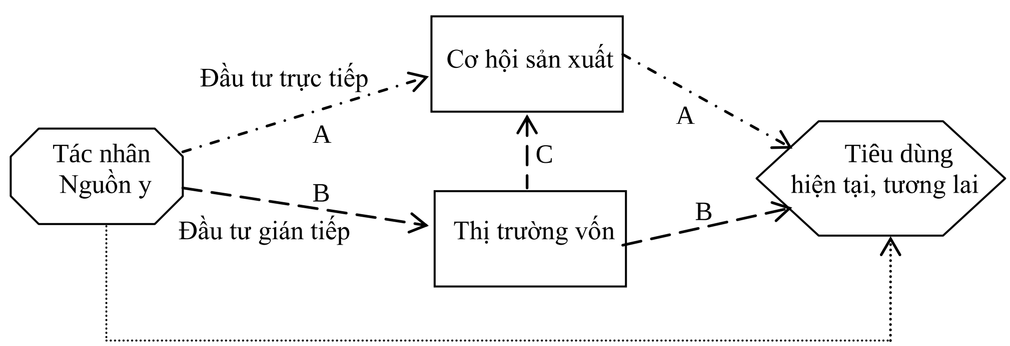
Thị trường tài chính bao gồm thị trường tiền tệ và thị trường vốn (chứng khoán). Trong chương này, chúng ta tập trung đề cập tới vai trò của thị trường vốn. Nghiên cứu sự hình thành, vai trò và chức năng của thị trường vốn cần trả lời các câu hỏi:

- Vì sao thị trường này tồn tại?
- Sự hoạt động của thị trường đem lại lợi ích gì cho cộng đồng? cho xã hội?

Để tìm câu trả lời, chúng ta sẽ sử dụng mô hình phân tích hành vi Tiêu dùng - Đầu tư của tác nhân trong hoạt động kinh tế.

a. Tình huống

Nhằm xây dựng và phân tích mô hình ta xét tình huống sau: Giả sử ta xét tác nhân X trong hoạt động kinh tế. Mục tiêu cuối cùng của tác nhân khi thực hiện hoạt động kinh tế là nhằm đáp ứng tốt nhất *nhu cầu tiêu dùng cuối cùng* của mình trong khuôn khổ các điều kiện của bản thân, của môi trường (tự nhiên, xã hội) và không những ở *thời điểm hiện tại* mà cả trong *tương lai*. Ta biết rằng muốn thực hiện hoạt động, tác nhân X phải sở hữu nguồn lực ban đầu. Nguồn này có thể phân bổ cho tiêu dùng hiện tại và tương lai. Khi thực hiện việc phân bổ nguồn cho tiêu dùng tác nhân sẽ đạt mức lợi ích nhất định. Nếu trong quá trình hoạt động xuất hiện cơ hội sản xuất, tác nhân có thể bớt tiêu dùng hiện tại để đầu tư vào sản xuất (đầu tư trực tiếp, đầu tư sản xuất) nhằm tăng tiêu dùng tương lai. Nếu có thị trường vốn, tác nhân có thể vay hoặc cho vay nguồn trên thị trường nhằm phân bổ tốt hơn cho tiêu dùng (đầu tư gián tiếp, đầu tư tài chính). Trong các tình huống trên tác nhân cần lựa chọn phương án tiêu dùng (hiện tại, tương lai) nhằm mục tiêu tối đa hoá lợi ích. Ta có thể minh hoạ các tình huống lựa chọn của tác nhân bằng sơ đồ trên hình 1.1. Trong phần tiếp theo chúng ta sẽ đưa ra các mô hình phân tích các tình huống trên.



Hình 1.1. Các tình huống lựa chọn của tác nhân.

b. Mô hình

Các giả thiết và biến số

Ta sẽ ký hiệu thời điểm hiện tại $t = 0$ và thời điểm tương lai $t = 1$.

- *Giả thiết về tác nhân*

Giả sử tác nhân có khối lượng nguồn ban đầu nhất định được phân bổ để sử dụng trong hiện tại và tương lai: y_0, y_1. Gọi $y = (y_0, y_1)$ là vectơ nguồn ban đầu của tác nhân. Ký hiệu C_0 và C_1 là mức tiêu dùng của tác nhân tại thời điểm hiện tại và tương lai, khi đó vectơ $C = (C_0, C_1)$ gọi là phương án tiêu dùng của tác nhân. Giả thiết hàm lợi ích của tác nhân khi lựa chọn $C = (C_0, C_1)$ là $U = U(C_0, C_1)$. Với tư cách là hàm lợi ích, U sẽ được giả thiết là tăng theo các biến ($U'_{C_0} > 0$, $U'_{C_1} > 0$) và tựa lõm chặt (theo quy luật lợi ích cận biên giảm dần).

- *Giả thiết về cơ hội sản xuất*

Giả sử tác nhân có thể tiếp cận cơ hội đầu tư cho sản xuất và cơ hội sản xuất được mô hình hoá bởi hàm sản xuất $Q = F(x)$, trong đó x là khối lượng nguồn tác nhân sử dụng để thực hiện sản xuất và Q là khối lượng nguồn cuối kỳ tác nhân nhận được.

Với tư cách là hàm sản xuất, $F(x)$ được giả thiết là hàm tăng ($F'(x) > 0$) và lõm $(F''(x) < 0)$ (do tác động của quy luật hiệu quả giảm dần).

- *Giả thiết về thị trường vốn*

Giả sử trong nền kinh tế có thị trường vốn và trên thị trường này tác nhân có thể cho vay hoặc đi vay với cùng mức lãi suất r trong kỳ hạn từ $t = 0$ đến $t = 1$.

- *Khả năng lựa chọn của tác nhân*

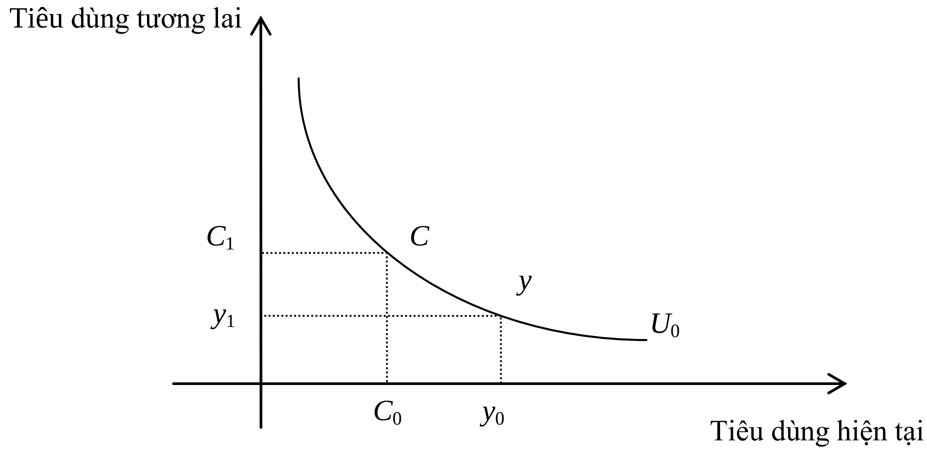
Với tình huống nêu trên và theo sơ đồ trên hình 1.1 ta sẽ đề cập tới các khả năng lựa chọn sau của tác nhân:

- Với nguồn ban đầu $y = (y_0, y_1)$ tác nhân chọn phương án tiêu dùng $C = (C_0, C_1)$. Từ y_0 dành một phần cho C_0 phần còn lại đầu tư cho sản xuất, kết quả của việc đầu tư sẽ bổ sung cho C_1.
- Đi vay hoặc cho vay trên thị trường vốn để phân bổ cho tiêu dùng.
- Đi vay trên thị trường vốn để đầu tư cho sản xuất.

Phân tích ban đầu

- *Phân tích sự chuyển đổi tiêu dùng theo thời gian*

Với vectơ nguồn ban đầu (y_0, y_1) ta có $U(y_0, y_1) = U_0$. Xét đường mức lợi ích $U(C_0, C_1) = U_0$, mỗi điểm trên đường này tương ứng với phương án tiêu dùng $C = (C_0, C_1)$ có mức lợi ích U_0. Ta có hình 1.2 minh hoạ.



Hình 1.2. Sự chuyển đổi tiêu dùng theo thời gian.

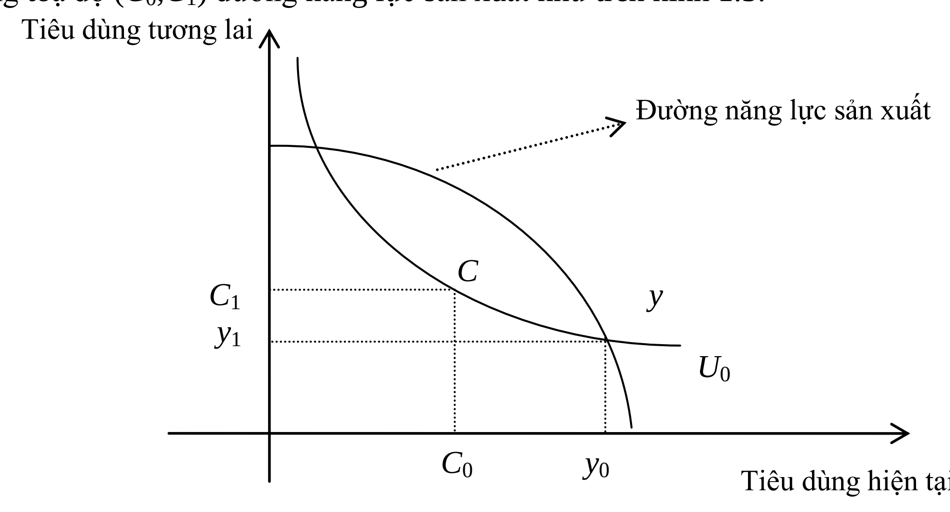
Ta có tỷ lệ (hệ số) chuyển đổi tiêu dùng hiện tại – tương lai (hệ số chuyển đổi tiêu dùng theo thời gian) của tác nhân tại *C* – ký hiệu là MRT(C_0,C_1) sẽ là:

$$MRT(C_0, C_1) = \frac{U'_{C_0}(C_0, C_1)}{U'_{C_1}(C_0, C_1)} \tag{1.1}$$

Hệ số này cho biết với phương án tiêu dùng C, một đơn vị nguồn dành cho tiêu dùng hiện tại tương đương với bao nhiêu lượng tiêu dùng trong tương lai. Về mặt hình học, hệ số MRT(C_0,C_1) biểu thị độ dốc đường mức U_0 của hàm lợi ích U tại điểm C. Tác nhân có thể chọn phương án tiêu dùng C = (C_0,C_1) với $C_0 \le y_0$ và $C_1 \ge y_1$. Ứng với sự lựa chọn này tác nhân sẽ chỉ đạt mức lợi ích là U_0.

- *Phân tích cơ hội sản xuất*

Với cơ hội sản xuất được cho bởi hàm sản xuất $Q = F(x)$ ta có thể mô tả trên mặt phẳng toạ độ (C_0,C_1) đường năng lực sản xuất như trên hình 1.3.



Hình 1.3. Đường năng lực sản xuất.

Nếu tại t = 0 tác nhân sử dụng toàn bộ y_0 đầu tư vào sản xuất khi đó cuối kỳ (t = 1) được một khối lượng $Q_0 = F\left(y_0\right)$ do đó C_1= $F\left(y_0\right) + y_1$. Nếu tác nhân sử dụng $y_0 - C_0$ đầu tư vào sản xuất ($C_0 < y_0$), cuối kỳ tác nhân có $C_1 = y_1 + F(y_0 - C_0)$.

Phương trình

$$C_1 = y_1 + F(y_0 - C_0) \quad (1.2)$$

là phương trình đường năng lực sản xuất. Độ dốc của đường này tại y_0 là:

$$\frac{dC_1}{dC_0} = -F'(y_0) \quad (1.3)$$

Đường năng lực sản xuất biểu thị khả năng chuyển đổi tiêu dùng hiện tại sang tiêu dùng tương lai thông qua việc đầu tư cho sản xuất. Với ý nghĩa của $F'(x)$ một mặt nó thể hiện lợi suất đầu tư cho sản xuất, mặt khác $F'(x)$ biểu thị nếu sử dụng một đơn vị tiêu dùng hiện tại đầu tư cho sản xuất cuối kỳ sẽ nhận được bao nhiêu để tiêu dùng. Như vậy $F'(x)$ có thể coi như hệ số chuyển đổi tiêu dùng thông qua sản xuất. *Nếu hệ số này lớn hơn hệ số chuyển đổi tiêu dùng theo thời gian (MRT) thì tác nhân sẽ đầu tư cho sản xuất.*

- *Tiêu dùng của tác nhân khi có thị trường vốn*

Khi có thị trường vốn, vectơ nguồn ban đầu $y = (y_0, y_1)$ của tác nhân sẽ được đánh giá theo thị trường để xác định tài sản (của cải) của tác nhân tại t = 0. Gọi W_0 là giá trị tài sản ban đầu của tác nhân. Cấu thành W_0 gồm y_0 và khoản giá trị hiện tại (được chiết khấu theo lãi suất thị trường) của y_1. Vậy ta có:

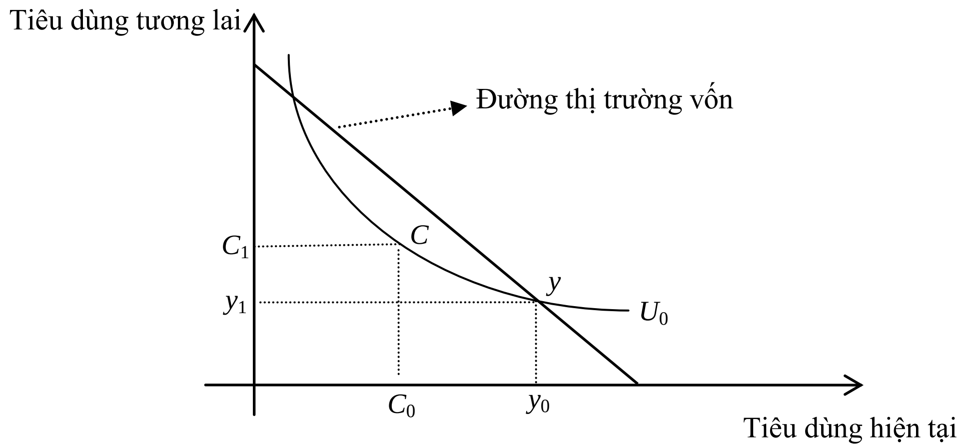
$$W_0 = y_0 + \frac{y_1}{(1+r)} \quad (1.4)$$

Xét phương án tiêu dùng $C = (C_0,C_1)$. Nếu $C_0 < y_0$, tác nhân có thể cho vay khoản $y_0 - C_0$ trên thị trường và tại t = 1 sẽ có khoản lãi $\left(1+r\right)\left(y_0 - C_0\right)$ bổ sung cho C_1 (ngoài y_1). Như vậy ta có:

$$C_1 = (1+r)(y_0 - C_0) + y_1 \quad (1.5)$$

Nếu $C_0 > y_0$, khi đó tác nhân phải vay khoản $\left(C_0 - y_0\right)$, tại t = 1 phải trả khoản lãi $\left(1+ r\right)\left(C_0 - y_0\right)$ và để đảm bảo khả năng trả nợ thì $\left(1 + r\right)\left(C_0 - y_0\right) \le y_1$.

Biểu diễn phương trình (1.4) trên mặt phẳng (C_0, C_1) ta được *đường thị trường vốn* đối với tác nhân ứng với tài sản W_0. Ta có hình 1.4 minh hoạ.



Hình 1.4. Đường thị trường vốn.

Mô hình phân tích hành vi tiêu dùng - đầu tư cho sản xuất – Mô hình A

Ta sẽ xét mô hình mô tả hành vi đầu tư trực tiếp của tác nhân với tình huống ứng với cặp mũi tên AA trên hình 1.1.

Giả thiết rằng tại t = 0 tác nhân có cơ hội sản xuất với lãi suất lớn hơn MRT, tức là:

$$\frac{U'_{C_0}(y_0, y_1)}{U'_{C_1}(y_0, y_1)} < F'(y_0) \tag{1.6}$$

Tác nhân sẽ chọn phương án tiêu dùng tối ưu $(C_0^*; C_1^*)$ thông qua giải bài toán:

$$\max(U(C_0, C_1))$$

với điều kiện $C_1 = y_1 + F(y_0 - C_0)$, $0 \le C_0 \le y_0$.

- *Mô hình A*:

Thay C_1 trong hàm mục tiêu bởi điều kiện thứ nhất ta có bài toán tương đương – Mô hình A:

$$\max\left\{U[C_0, y_1 + F(y_0 - C_0)]\right\}$$

với $0 \le C_0 \le y_0$.

- *Phân tích mô hình A*:

Hiển nhiên bài toán có tập phương án là tập compact, do U khả vi liên tục, tựa lõm chặt nên luôn có nghiệm duy nhất - ký hiệu là C_0^*.

Ta có hàm Lagrange tương ứng:

$$L(C_0, \lambda) = U[C_0, y_1 + F(y_0 - C_0)] + \lambda(y_0 - C_0)$$

Ký hiệu nhân tử Lagrange là λ^* ($\lambda^* \geq 0$), từ hệ điều kiện Kuhn –Tucker suy ra C_0^*, λ^* phải thoả mãn hệ:

$$\begin{aligned}
&i) \quad L'_{C_0} = U'_{C_0} - U'_{C_1} F' - \lambda^* \leq 0; \\
&ii) \quad L'_{\lambda} = y_0 - C_0^* \geq 0; \\
&iii) \quad C_0^* L'_{C_0} = C_0^* \left[U'_{C_0} - U'_{C_1} F' - \lambda^* \right] = 0; \\
&iv) \quad \lambda^* L'_{\lambda} = \lambda^* \left[y_0 - C_0^* \right] = 0.
\end{aligned}$$

Nếu $C_0^* = y_0$ (tác nhân không đầu tư cho sản xuất) thì $C_1^* = y_1$, do $y_0 > 0$ nên từ *iii*) suy ra $U'_{C_0} - U'_{C_1} F' - \lambda^* = 0$. Do $\lambda^* \geq 0$ nên tại C_0^*, C_1^* (và cũng chính là y_0, y_1) ta có:

$$\frac{U'_{C_0}(y_0, y_1)}{U'_{C_1}(y_0, y_1)} \geq F'(y_0)$$

mâu thuẫn với giả thiết (1.6). Do vậy $C_0^* < y_0$ tức là *tác nhân sẽ bớt tiêu dùng hiện tại để đầu tư cho sản xuất* khoản $I = y_0 - C_0^*$.

Ta có mức lợi ích tối đa $U^* = U(C_0^*, C_1^*)$, do $y = (y_0, y_1)$ là phương án tiêu dùng và phương án tiêu dùng tối ưu C_0^*, C_1^* là duy nhất nên $U^* > U_0$.

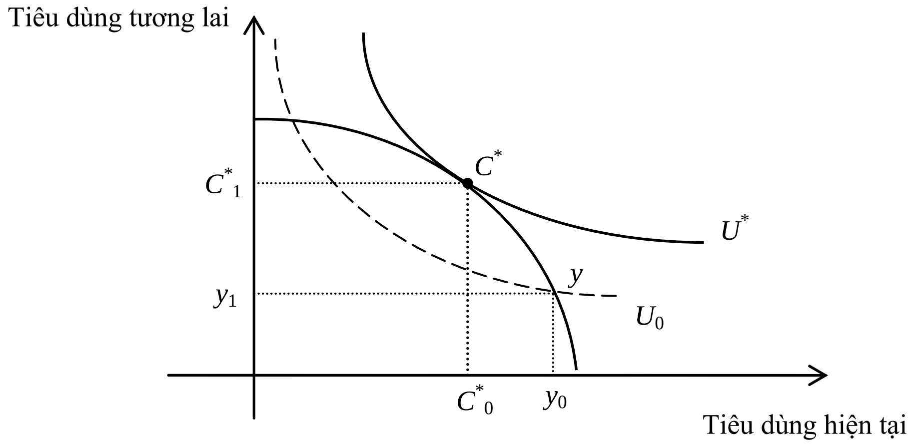
Mặt khác từ *iv*) ta được $\lambda^* = 0$, kết hợp với *iii*) suy ra:

$$U'_{C_0}(C_0^*, C_1^*) - U'_{C_1}(C_0^*, C_1^*)\, F'(y_0 - C_0^*) = 0$$

hay

$$\frac{U'_{C_0}(C_0^*, C_1^*)}{U'_{C_1}(C_0^*, C_1^*)} = F'(y_0 - C_0^*)$$

tức là tại phương án tiêu dùng tối ưu C_0^*, C_1^* đường năng lực sản xuất tiếp xúc với đường mức hàm lợi ích. Ta có hình 1.5 minh hoạ.



Hình 1.5. Đường năng lực sản xuất tiếp xúc với đường mức hàm lợi ích.

Kết luận:

- Nếu tác nhân có hệ số chuyển đổi tiêu dùng theo thời gian nhỏ hơn lãi suất đầu tư cho sản xuất thì sẽ thực hiện hành vi đầu tư.
- Sự phân bổ nguồn ban đầu y_0 giữa tiêu dùng và đầu tư sẽ là tối ưu nếu hệ số chuyển đổi tiêu dùng theo thời gian bằng lãi suất đầu tư cho sản xuất.
- Sự phân bổ tiêu dùng và đầu tư của tác nhân phụ thuộc vào nguồn ban đầu y_0, hàm lợi ích U (thể hiện sở thích lựa chọn tiêu dùng hiện tại và tương lai) và cơ hội sản xuất.

Mô hình phân tích hành vi tiêu dùng - đầu tư gián tiếp – Mô hình B

Ta sẽ xét mô hình mô tả hành vi đầu tư gián tiếp của tác nhân với tình huống ứng với cặp mũi tên BB trên hình 1.1.

- *Mô hình B*:

Giả thiết rằng thị trường vốn là hoàn hảo (tác nhân có thể đi vay hoặc cho vay với cùng một mức lãi suất *r*, không có chi phí kèm theo các giao dịch và tác nhân có thể vay hoặc cho vay với khối lượng không hạn chế).

Xét bài toán lựa chọn tiêu dùng - đầu tư tài chính tối ưu:

$$\max U(C_0, C_1)$$

với điều kiện $C_0 + \frac{C_1}{1+r} \le W_0$ và $C_0, C_1 \ge 0$. Ta gọi bài toán này là mô hình *B*.

- *Phân tích mô hình B*:

- Do $W_0 > 0$ cho trước nên bài toán có tập phương án là tập compact, do U khả vi liên tục và tựa lõm chặt nên luôn có nghiệm duy nhất - ký hiệu là C_0^*, C_1^*.

- Ta có hàm Lagrange tương ứng:

$$L(C_0, C_1, \lambda) = U(C_0, C_1) + \lambda\left[W_0 - C_0 - \frac{C_1}{(1+r)}\right]$$

Ký hiệu nhân tử Lagrange là λ^* ($\lambda^* \geq 0$), từ hệ điều kiện Kuhn –Tucker suy ra C_0^*, C_1^*, λ^* phải thoả mãn hệ:

$$i)\quad L'_{C_0} = U'_{C_0} - \lambda^* \leq 0;$$

$$ii)\quad L'_{C_1} = U'_{C_1} - \frac{\lambda^*}{(1+r)} \leq 0;$$

$$iii)\quad L'_{\lambda} = W_0 - C_0^* - \frac{C_1^*}{(1+r)} \geq 0;$$

$$iv)\quad C_0^* L'_{C_0} = C_0^*\left[U'_{C_0} - \lambda^*\right] = 0;$$

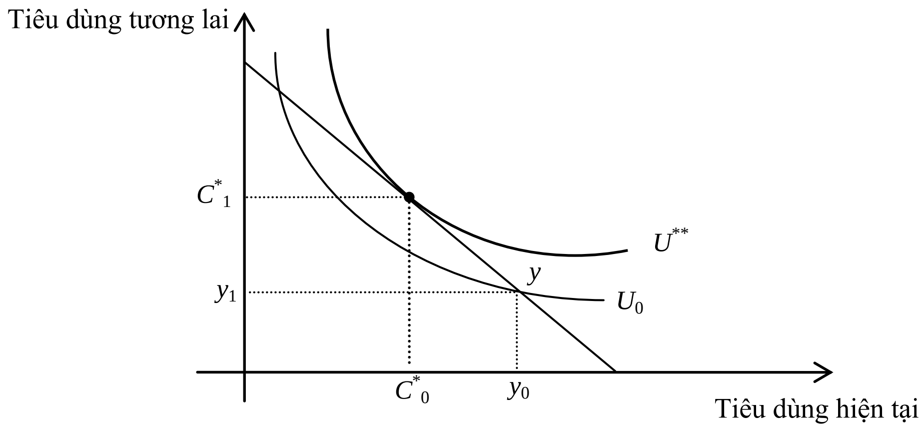
$$v)\quad C_1^* L'_{C_1} = C_1^*\left[U'_{C_1} - \frac{\lambda^*}{(1+r)}\right] = 0;$$

$$vi)\quad \lambda^* L'_{\lambda} = \lambda^*\left[W_0 - C_0^* - \frac{C_1^*}{(1+r)}\right] = 0.$$

Do tác nhân phải tiêu dùng cho hiện tại cũng như tương lai nên $C_0^*,\ C_1^* > 0$. Từ *iv*) và *v*) suy ra $U'_{C_0}(C_0^*, C_1^*) = \lambda^*$ và $U'_{C_1}(C_0^*, C_1^*) = \dfrac{\lambda^*}{(1+r)}$. Mặt khác do U đơn điệu tăng theo các biến nên $U'_{C_0}(C_0^*, C_1^*) > 0$ suy ra $\lambda^* > 0$. Kết hợp lại ta có:

$$\frac{U'_{C_0}(C_0^*, C_1^*)}{U'_{C_1}(C_0^*, C_1^*)} = (1+r)$$

tức là tại phương án tiêu dùng tối ưu C_0^*, C_1^* đường thị trường vốn tiếp xúc với đường mức hàm lợi ích. Do $\lambda^* > 0$ nên từ *vi*) ta có $C_0^* + \dfrac{C_1^*}{(1+r)} = W_0$. Nếu ký hiệu mức lợi ích tối đa $U^{**} = U(C_0^*, C_1^*)$, do $y = (y_0, y_1)$ là phương án tiêu dùng và phương án tiêu dùng tối ưu C_0^*, C_1^* là duy nhất nên $U^{**} > U_0$. Ta có hình 1.6 minh hoạ.



Hình 1.6. Phương án tiêu dùng tối ưu.

Kết luận:

- Với tài sản ban đầu W_0 tác nhân sẽ chọn phương án tiêu dùng tối ưu C_0^*, C_1^* sao cho thoả mãn điều kiện:

  $\dfrac{U'_{C_0}}{U'_{C_1}} = (1+r)$ (hệ số chuyển đổi tiêu dùng theo thời gian bằng lãi suất).

- Việc xác định phương án tối ưu sẽ làm tăng lợi ích nhưng không làm tăng tài sản ban đầu.
- Nếu W_0 tăng thì lợi ích tối đa U^{**} sẽ tăng (do $\lambda^* > 0$).
- Nếu $C_0^* > y_0$ thì tác nhân sẽ đi vay để tăng tiêu dùng hiện tại; nếu $C_0^* < y_0$ tác nhân sẽ cho vay lấy lãi để tăng tiêu dùng tương lai.
- Để tăng tài sản ban đầu W_0 tác nhân phải đầu tư cho sản xuất. Tình huống này sẽ được đề cập trong mô hình tiếp theo.

Mô hình phân tích hành vi đầu tư trực tiếp qua vay vốn – Mô hình C

Ta sẽ xét mô hình mô tả hành vi đầu tư trực tiếp của tác nhân thông qua việc vay vốn trên thị trường với tình huống ứng với cặp mũi tên AC trên hình 1.1.

- *Mô hình C*:

Giả thiết rằng lãi suất sản xuất cao hơn lãi suất trên thị trường vốn, tức là:

$$F(x) > (1+r)x \qquad (1.7)$$

hoặc viết tương đương: $F'(x) > (1+r)$.

Khi này tác nhân dùng toàn bộ khoản y_0 đồng thời vay trên thị trường vốn khoản x để đầu tư cho sản xuất. Vấn đề đặt ra là tác nhân sẽ vay bao nhiêu để đầu tư sản xuất nhằm tối đa hoá tài sản. Nếu vay khoản x khi đó tài sản của tác nhân sẽ là:

$$\frac{F(y_0+x)}{(1+r)}+\frac{y_1}{(1+r)}-x \tag{1.8}$$

Ta có bài toán vay vốn của tác nhân – Mô hình C – sau đây:

$$\text{Tìm } x^* \text{ sao cho } \max \left[\frac{F(y_0\ +\ x)}{(1+r)}-x\right] \text{ với } x \geq 0.$$

- *Phân tích mô hình C*:

Ký hiệu x^* là nghiệm, khi đó điều kiện cần là x^* thoả mãn phương trình:

$$\frac{F'(x)}{(1+r)}-1=0$$

hoặc phương trình tương đương $F'(x)=(1+r)$.

Do F' là hàm giảm nên phương trình có nghiệm duy nhất; giải phương trình trên sẽ tìm được nghiệm x^*. Hiển nhiên điều kiện đủ được thoả mãn (do $F''(x) < 0$).

Ký hiệu W^* là mức tài sản tối ưu tức là:

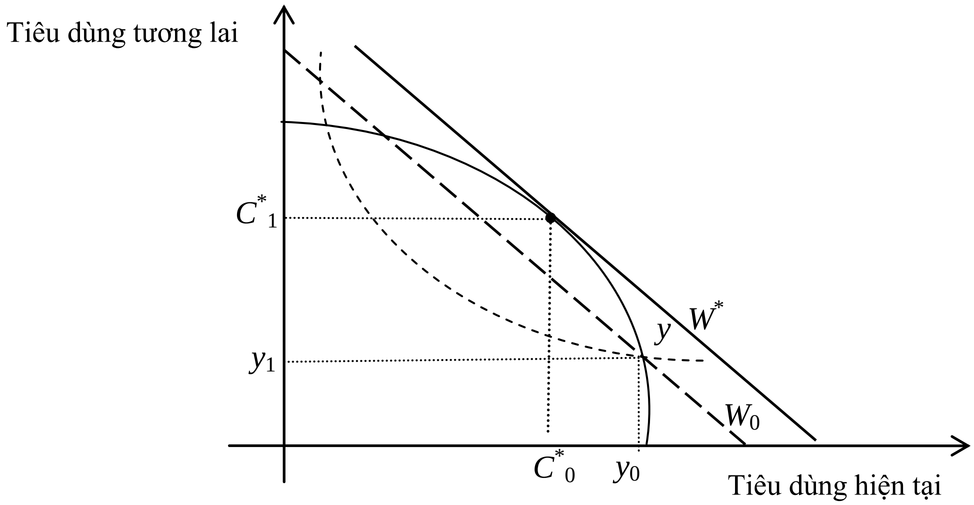
$$W^*=\frac{F(y_0+x^*)}{(1+r)}+\frac{y_1}{(1+r)}-x^*$$

Ta sẽ chứng tỏ $W^* > W_0$. Thật vậy, ta có:

$$W^*-W_0=\frac{F(y_0+x^*)}{(1+r)}+\frac{y_1}{(1+r)}-x^*-y_0-\frac{y_1}{(1+r)}=\frac{F(y_0+x^*)}{(1+r)}-(y_0+x^*)$$

do giả thiết (1.7) suy ra $W^* - W_0 > 0$.

Ta có $F'(x^*) = (1 + r)$ như vậy đường thị trường vốn ứng với mức tài sản W^* sẽ tiếp xúc với đường năng lực sản xuất. Ta có hình 1.7 minh hoạ.



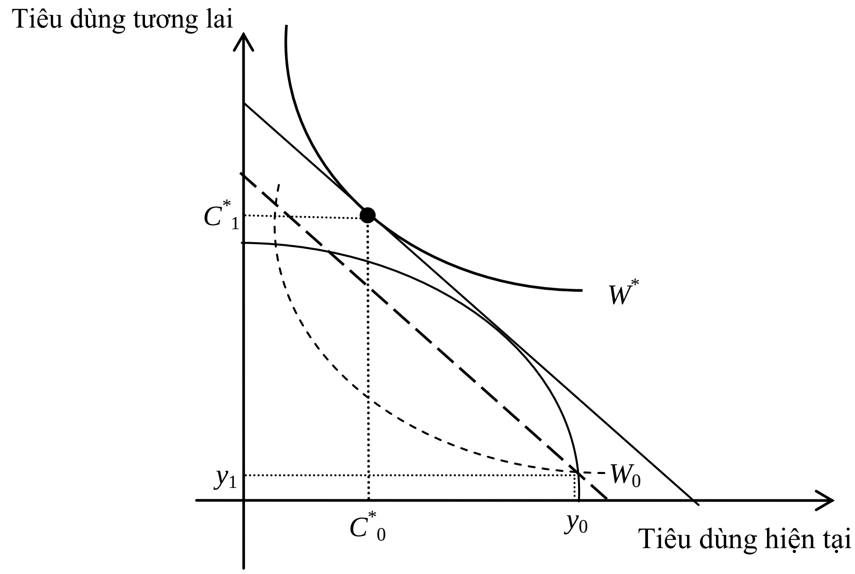
Hình 1.7. Đường thị trường vốn tiếp xúc với đường năng lực sản xuất.

Kết luận chung

Kết quả phân tích các mô hình *A*, *B* và *C* cho phép chúng ta rút ra các kết luận:

- Với nền kinh tế vừa có thị trường vốn vừa có cơ hội sản xuất, nếu hệ số chuyển đổi tiêu dùng của tác nhân nhỏ hơn lãi suất *r* và lãi suất này nhỏ hơn lãi suất đầu tư cho sản xuất thì hành vi lựa chọn tiêu dùng - đầu tư tối ưu của tác nhân sẽ là:
  - Lập và giải mô hình *C* để có tài sản W^* lớn hơn tài sản ban đầu W_0.
  - Với tài sản W^* tác nhân lập và giải mô hình *B* để xác định phương án tiêu dùng tối ưu.

  Ta có thể minh hoạ trên hình 1.8.



Hình 1.8. Minh họa hành vi lựa chọn tiêu dùng - đầu tư tối ưu của tác nhân.

- Trong thực tế có tác nhân khi phân bổ nguồn ban đầu cho tiêu dùng có thể cho vay nguồn đồng thời có tác nhân cần vay (điều này tuỳ thuộc vào sở thích của họ - tuỳ thuộc vào hàm *U*). Mặt khác có nhiều cơ hội, dự án sản xuất nên nhiều tác nhân cần vay vốn để thực hiện. Như vậy nhu cầu vay và cho vay là có thực và khi nền kinh tế đáp ứng được nhu cầu này thì mọi tác nhân đều có lợi (lợi ích của tác nhân đều tăng) từ đó đòi hỏi hình thành thị trường vốn. Vậy sự ra đời và phát triển thị trường vốn là tất yếu khách quan trong quá trình phát triển của nền kinh tế.

1.1.1.2. Ý nghĩa của mô hình phân tích hành vi Tiêu dùng - Đầu tư

Từ các kết luận chung qua phân tích các mô hình *A*, *B* và *C* trong hệ thống mô hình phân tích hành vi Tiêu dùng - Đầu tư của tác nhân ta có thể thấy rõ ý nghĩa của hệ mô hình này trong nghiên cứu kinh tế.

a. Giải thích vai trò của thị trường vốn

Trong quá trình hoạt động kinh tế nhiều tác nhân có nhu cầu vay và cho vay vốn cho sản xuất và tiêu dùng. Các tác nhân không thể tự tìm đối tác để đáp ứng nhu cầu của họ vì không có thông tin. Để có thể thực hiện các nhu cầu của tác nhân với chi phí thấp đòi hỏi nền kinh tế phải có cơ chế để chuyển các khoản cho vay (khoản tiết kiệm) thành khoản vay (tiêu dùng, đầu tư). Cơ chế này được hình thành và thực hiện trong khuôn khổ thị trường vốn nói riêng và thị trường tài chính nói chung. Như vậy vai trò của thị trường tài chính trong nền kinh tế chính là việc tạo lập và vận hành cơ chế trên.

b. Giải thích Định lý tách của I.Fisher

- *Định lý tách của Fisher (Fisher Separation Theorem)*

Irving Fisher trong cuốn sách Lý thuyết về lãi suất (*The Theory of Interest – Macmillan – New York – 1930*) có nêu một kết luận sau này được các nhà kinh tế gọi là Định lý tách Fisher. Định lý phát biểu như sau:

Nếu thị trường vốn là hoàn hảo khi đó quá trình ra quyết định trong sản xuất của tác nhân chỉ phụ thuộc vào thị trường (yếu tố khách quan) và độc lập với sở thích của tác nhân trong tiêu dùng (yếu tố chủ quan).

Như vậy quá trình hoạt động kinh tế của tác nhân (quá trình sản xuất, tiêu dùng) tách thành hai quá trình, quyết định trong quá trình sản xuất độc lập với quyết định trong quá trình tiêu dùng.

- *Sử dụng mô hình phân tích hành vi Tiêu dùng - Đầu tư giải thích định lý*

Từ mô hình phân tích hành vi tiêu dùng - đầu tư ta thấy mỗi tác nhân có thể ra quyết định lựa chọn phương án tiêu dùng tối ưu theo hai giai đoạn độc lập với nhau:

Giai đoạn 1: Lập và giải bài toán *C* nhằm tối đa hoá tài sản. Quá trình này tương ứng với quá trình ra quyết định trong sản xuất và chỉ phụ thuộc vào điều kiện khách quan: cơ hội sản xuất, lãi suất trên thị trường vốn; không phụ thuộc vào yếu tố chủ quan: sở thích của tác nhân (hàm *U*).

Giai đoạn 2: Với mức tài sản tối đa tác nhân lập và giải bài toán *B* nhằm tối đa hoá lợi ích. Quá trình này ứng với quá trình ra quyết định trong tiêu dùng. Rõ ràng các quyết định này không tác động tới giai đoạn 1.

- *Ý nghĩa của định lý trong phương thức quản trị công ty*

Một công ty gồm nhiều cổ đông, đại hội cổ đông bầu ra hội đồng quản trị công ty. Hội đồng này bổ nhiệm giám đốc điều hành. Để quản trị tốt công ty thì tiêu chuẩn hàng đầu mà mỗi cổ đông mong đợi từ giám đốc là phải làm tăng lợi ích của họ. Số lượng cổ đông là rất lớn với sở thích khác nhau không thể so sánh hoặc ghép gộp được (mỗi cổ đông có hàm lợi ích *U* khác nhau giám đốc không thể biết được). Giám đốc sẽ phải làm gì để tăng lợi ích cổ đông? Giám đốc sẽ ra các quyết định trong sản xuất: xây dựng, tìm kiếm các cơ hội, dự án sản xuất kinh doanh và trên cơ sở tài sản ban đầu của cổ đông

(W_0) lập và giải bài toán C nhằm tăng giá trị tài sản của cổ đông. Phần giá trị gia tăng của tài sản sẽ được chia cho cổ đông dưới hình thức cổ tức. Mỗi cổ đông sẽ sử dụng phần tài sản được chia để lập và giải bài toán B nhằm tối đa hoá lợi ích của mình không có sự can thiệp của giám đốc. Như vậy nếu giám đốc đặt mục tiêu là *tối đa hoá tài sản của công ty* thì phương thức quản trị tối ưu công ty là các cổ đông hãy giao phó toàn quyền quyết định trong sản xuất kinh doanh cho giám đốc.

1.1.2. Chức năng của thị trường tài chính trong nền kinh tế

Với vai trò tạo lập và vận hành cơ chế chuyển các khoản tiết kiệm của tác nhân thành các khoản đầu tư cho sản xuất kinh doanh, thị trường tài chính có các chức năng sau:

- Tạo các kênh huy động và dẫn vốn với chi phí thấp;
- Xác định giá cả các hàng hoá trên thị trường;
- Tạo tính thanh khoản của hàng hoá giao dịch trên thị trường ;
- Giảm thiểu các chi phí giao dịch;
- Khuyến khích việc sử dụng vốn hiệu quả thông qua cạnh tranh lành mạnh trên thị trường;
- Nhà nước, chính phủ có thể sử dụng thị trường tài chính để thực hiện chính sách điều hoà lưu thông tiền tệ nhằm mục tiêu tăng trưởng bền vững nền kinh tế.

1.2. CẤU TRÚC VÀ PHÂN LOẠI THỊ TRƯỜNG TÀI CHÍNH

1.2.1. Cấu trúc thị trường tài chính

1.2.1.1. Khái niệm thị trường tài chính

TTTC là thị trường tại đó các tác nhân có thể phát hành, mua bán, trao đổi, chuyển nhượng các tài sản tài chính (các công cụ tài chính) theo các quy tắc, luật lệ được ấn định trước.

1.2.1.2. Cấu trúc thị trường

a. Tác nhân

Tác nhân hoạt động trên thị trường tài chính gọi chung là các *nhà đầu tư*, họ có thể là các nhà phát hành, tổ chức trung gian tài chính ngân hàng và phi ngân hàng (quỹ đầu tư, quỹ bảo hiểm, quỹ hưu trí…), doanh nghiệp, chính phủ, chính quyền địa phương, các nhà đầu tư cá nhân. Xét về phương diện chủ thể, nhà đầu tư có thể là các tổ chức như công ty chứng khoán, công ty quản lý quỹ đầu tư, công ty bảo hiểm, doanh nghiệp,… hoặc các cá nhân.

b. Hàng hoá trên thị trường – Tài sản tài chính

- *Giới thiệu chung về tài sản tài chính*

Hàng hoá được giao dịch trên thị trường gọi là tài sản tài chính (công cụ tài chính). Các tài sản tài chính chủ yếu bao gồm:

+ Tài sản trên thị trường tiền tệ: tiền (nội tệ, ngoại tệ), tín phiếu kho bạc, chứng chỉ tiền gửi (CDs)…Đặc điểm chung của các loại tài sản này dễ chuyển hóa thành tài sản khác (có tính thanh khoản cao) và có kỳ hạn ngắn (dưới một năm).

+ Tài sản trên thị trường vốn (thị trường chứng khoán): cổ phiếu, trái phiếu, chỉ số tài chính: S&P500 (Standard&Poor's 500), DJIA (Dow John Industrial Average), NASDAQ (The National Association of Securities Dealers Automated Quotation) của Mỹ, FTSE100 (Financial Times Stock Exchange 100) của Anh, lãi suất, hợp đồng kỳ hạn, hợp đồng tương lai về một số hàng hoá, chứng khoán phái sinh,…

Tài sản tài chính có thể chia thành *tài sản (chứng khoán) cơ sở* (tài sản nguyên khởi, tài sản gốc – Underlying Assets) và *tài sản phái sinh* (chứng khoán phái sinh – Derivative Assets, Contingent Claims).

- *Giới thiệu chung về chứng khoán phái sinh*

  - ***Khái niệm về chứng khoán phái sinh***

Chứng khoán phái sinh là tài sản tài chính được tạo ra dựa trên tài sản cơ sở và giá trị của nó phụ thuộc vào giá trị của tài sản cơ sở.

Các chứng khoán phái sinh chủ yếu gồm:

- Hợp đồng kỳ hạn, hợp đồng tương lai về tài sản cơ sở;
- Quyền chọn về tài sản cơ sở.

Tuỳ thuộc vào tài sản cơ sở cụ thể (hàng hoá: dầu mỏ, vàng, sắt thép, lúa mì,…; cổ phiếu phổ thông; trái phiếu; lãi suất; ngoại tệ;…) sẽ có các nhóm chứng khoán phái sinh với các tên gọi và đặc thù riêng. Trong khi tài sản cơ sở đã được lưu hành, giao dịch từ lâu thì các phái sinh mới được sử dụng như một công cụ tài chính từ khoảng vài chục năm trở lại đây vì vậy đối với nhiều người còn chưa quen biết, đặc biệt là ở các thị trường mới nổi như Việt Nam. Vì lý do này ta sẽ xét một số nhóm phái sinh để bước đầu tìm hiểu.

- ***Hợp đồng kỳ hạn và hợp đồng tương lai***

✓ *Khái niệm về hợp đồng kỳ hạn*

Hợp đồng kỳ hạn về một loại hàng hoá là một hợp đồng thoả thuận giữa hai tác nhân để mua bán một loại tài sản với khối lượng nhất định tại một thời điểm trong tương lai với giá đã định trước.

Thông thường hợp đồng này được ký kết và thực hiện thông qua hai trung gian tài chính hoặc giữa một bên là tổ chức tài chính và tác nhân là khách hàng của họ. Các hợp đồng này thường được thoả thuận và ký kết tại một địa điểm không phải là nơi giao dịch chính thức.

Vị thế của tác nhân đứng tên trong hợp đồng với tư cách là người mua tài sản gọi là vị thế trường vị (Long position), của bên bán gọi là vị thế đoản vị (Short position). Giá thoả thuận trước trong hợp đồng (tính cho 1 đơn vị tài sản cơ sở) gọi là giá giao hàng (giá bán) (Delivery Price). Hợp đồng kỳ hạn sẽ được thực hiện khi đáo hạn. Tác nhân đoản vị phải bán tài sản cho tác nhân trường vị và nhận số tiền tương ứng với khối lượng tài sản cơ sở và giá giao. Chú ý rằng khi ký hợp đồng kỳ hạn cả hai bên mua và bán đều không phải chịu bất cứ khoản chi phí nào.

Thí dụ 1.1: Hợp đồng kỳ hạn về cổ phiếu.

Bên A ký hợp đồng sau 3 tháng (kể từ ngày ký) sẽ mua 1000 cổ phiếu X từ bên B với giá 10.000đ/cổ phiếu.

Với thí dụ trên ta có: tài sản cơ sở là cổ phiếu X, kỳ hạn hợp đồng: 3 tháng, giá giao: 10.000đ/cổ phiếu, vị thế của nhà đầu tư: bên A: trường vị, bên B: đoản vị.

Sau 3 tháng bên A trả cho bên B 10.000.000đ (= 10.000đ/cổ phiếu x 1000 cổ phiếu) và nhận 1000 cổ phiếu X từ B và hai bên thanh lý hợp đồng.

Thí dụ 1.2: Hợp đồng kỳ hạn về ngoại tệ.

Doanh nghiệp C ký hợp đồng sau 1 tháng (kể từ ngày ký) sẽ mua 500.000$ của ngân hàng Y với giá 17.200đ/$.

Như vậy: tài sản cơ sở là ngoại tệ ($), kỳ hạn hợp đồng:1 tháng, giá giao: 17.200đ/$, Vị thế tác nhân: doanh nghiệp C: trường vị, ngân hàng Y: đoản vị.

Sau 1 tháng doanh nghiệp trả cho ngân hàng 8,6 tỷ đồng (8.600.000.000đ = 17.200đ/$ x 500000$) và nhận 500.000$.

Để thuận tiện trong phân tích, trong phần tiếp theo ta sẽ xét hợp đồng kỳ hạn về 1 đơn vị tài sản cơ sở.

✓ *Giá giao ngay, giá trị và giá kỳ hạn*

+ Giá giao ngay

Giá giao ngay (Spot Price) của tài sản tại thời điểm t, ký hiệu S_t là giá tài sản trên thị trường tại t; đó là mức giá giao dịch được thực hiện ngay.

+ Giá trị của hợp đồng

Hợp đồng kỳ hạn là tài sản phái sinh, hợp đồng sẽ tạo quyền và nghĩa vụ mua (đối với trường vị) cũng như bán (đối với đoản vị) về tài sản cơ sở với giá ấn định trước vì vậy nó thường được các nhà đầu tư sử dụng để phòng hộ giá (chốt giá) của tài sản cơ sở nhằm hạn chế rủi ro do biến động giá. Với chức năng này hợp đồng kỳ hạn đương nhiên có giá trị (value) đối với cả trường vị lẫn đoản vị. Một trong những nhân tố quan trọng tác động tới việc xác định giá trị của hợp đồng tại một thời điểm bất kỳ là thời giá (giá giao ngay) của tài sản cơ sở nêu trong hợp đồng. Tại thời điểm ký, hợp đồng có tổng giá trị (tổng giá trị đối với trường vị và đoản vị) bằng 0 vì lúc này cả hai bên đều không phải chịu bất cứ khoản chi phí nào. Sau thời điểm này giá trị của hợp đồng có thể là dương hay âm phụ thuộc vào giá giao ngay. Nếu giá giao ngay tăng lên ngay sau ký hợp đồng thì giá trị của trường vị trở thành dương trong khi giá trị của đoản vị lại âm.

+ Giá kỳ hạn

Giá kỳ hạn (forward price) của tài sản tại thời điểm *t*, ký hiệu F_t. Với trường hợp hợp đồng về 1 đơn vị tài sản thì giá này cũng sẽ là giá kỳ hạn của hợp đồng - được định nghĩa là giá giao sao cho giá trị của hợp đồng bằng không. Tại thời điểm ký hợp đồng, giá giao – ký hiệu là K - được xác định sao cho giá trị của hợp đồng đối với cả hai bên đối tác đều bằng không. Gọi *t* là thời điểm ký hợp đồng, ký hiệu F là giá kỳ hạn tại *t* và K là giá giao, khi đó F = K. Sau thời điểm này giá kỳ hạn sẽ biến đổi trong khi giá giao vẫn giữ nguyên. Nói chung hai giá này không bằng nhau tại các thời điểm sau khi ký hợp đồng. Thông thường giá kỳ hạn của hợp đồng tại một thời điểm bất kỳ còn phụ thuộc vào kỳ hạn của hợp đồng. Ta có thể minh hoạ trên hình 1.9 với *T* là thời điểm đáo hạn hợp đồng.

Hình 1.9

✓ *Thu hoạch của hợp đồng*

Thu hoạch (Payoff) của hợp đồng kỳ hạn đối với một vị thế là khoản tiền mà tác nhân ở vị thế tương ứng sẽ nhận được tại thời điểm đáo hạn. Để tính thu hoạch cũng như xác định giá trị của hợp đồng (giá hợp đồng) ta chỉ cần xét đối với hợp đồng về 1 đơn vị tài sản cơ sở.

Rõ ràng thu hoạch của trường vị trong hợp đồng về một đơn vị tài sản cơ sở sẽ là:

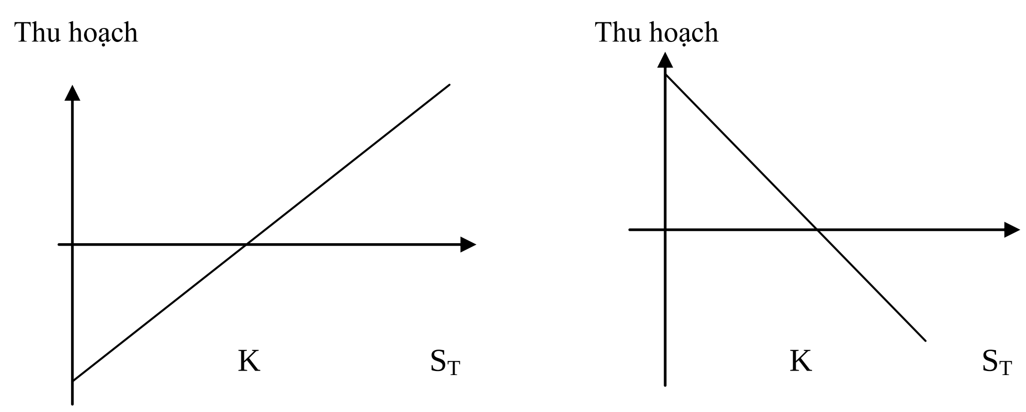
$$S_T - K,$$

trong đó K là giá giao và S_T là thời giá của tài sản cơ sở tại thời điểm đáo hạn hợp đồng.

Thu hoạch của đoản vị là:

$$K - S_T.$$

Thu hoạch có thể dương hoặc âm phụ thuộc vào giá S_T như minh hoạ trên hình 1.10. Do khi ký hợp đồng cả hai bên đối tác đều không chịu chi phí nên khoản thu hoạch cũng chính là khoản lợi nhuận (thu hoạch dương) hoặc khoản lỗ (thu hoạch âm) của mỗi bên. Dễ thấy rằng hàm thu hoạch (lợi nhuận) là hàm tuyến tính theo giá tại thời điểm đáo hạn của tài sản cơ sở.



Trường vị　　　　　　　　Đoản vị

Hình 1.10

✓ *Hợp đồng tương lai*

Về bản chất, hợp đồng tương lai về một loại tài sản cũng giống như hợp đồng kỳ hạn nhưng khác biệt ở chỗ:

+ Hợp đồng tương lai thường được ký thông qua văn phòng hoặc sở giao dịch của thị trường chứng khoán để tạo ra cơ chế đảm bảo hợp đồng sẽ được thực hiện (vì người mua, kẻ bán có thể không biết nhau).

+ Đối với hợp đồng tương lai, các phòng giao dịch thường đưa ra một số điều kiện nhất định về khối lượng, phẩm cấp tài sản cơ sở được mua bán ; về thời điểm và phương thức giao nhận và cách thức ký quỹ,… Các điều kiện này gọi là các quy định (Regulations). Trong số thị trường giao dịch hợp đồng tương lai quy mô lớn trên thế giới có thể kể tới là Chicago Board of Trade (CBOT) và Chicago Mercantile Exchange (CME). Tại các thị trường này tài sản cơ sở được giao dịch rất đa dạng bao gồm hàng hoá và tài sản tài chính. Hàng hoá thường là: lợn, bò, đường, len, đồng, nhôm, vàng ...; tài sản tài chính gồm chỉ số chứng khoán, ngoại tệ, trái phiếu công ty, trái phiếu chính phủ…

- ***Quyền chọn (Options)***

✓ *Khái niệm về quyền chọn*

Hợp đồng quyền chọn về một loại tài sản, gọi tắt là quyền chọn (về tài sản cơ sở) là hợp đồng quy định người nắm giữ có quyền mua hoặc bán tài sản theo giá và tại thời điểm được ấn định trước.

Giá định trước trong hợp đồng gọi là giá thực hiện (Strike price, Exercise price), thời điểm thực hiện mua hoặc bán tài sản gọi là thời điểm đáo hạn của quyền chọn (Exercise Date, Expiration Date, Maturity).

✓ *Các loại quyền chọn*

Có hai loại quyền chọn: quyền chọn mua (Call Option) và quyền chọn bán (Put Option) tuỳ thuộc vào quyền được mua hay bán tài sản của người nắm giữ quyền chọn. Các quyền chọn này thường được gọi tắt là Call và Put.

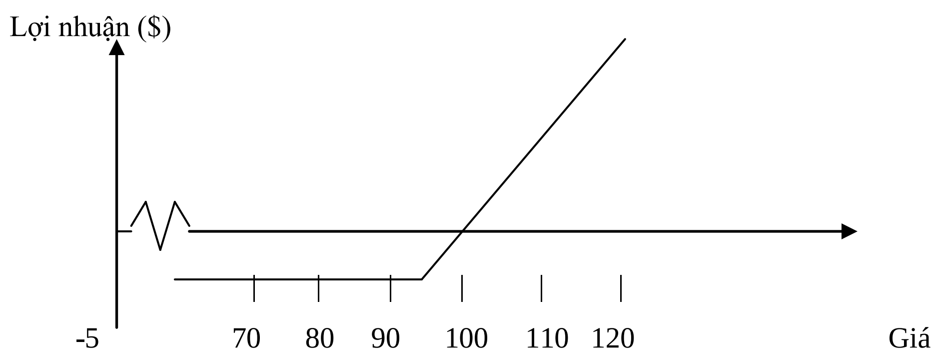
Loại quyền chọn cho phép người nắm giữ có thể thực hiện tại thời điểm bất kỳ trước khi đáo hạn (thực hiện sớm) gọi là quyền chọn kiểu Mỹ. Quyền chọn chỉ được phép thực hiện tại thời điểm đáo hạn gọi là quyền chọn kiểu Âu. Ngày nay hầu hết các quyền chọn được giao dịch trên thị trường chứng khoán là kiểu Mỹ. Tuy nhiên quyền chọn kiểu Âu dễ phân tích hơn và một số tính chất của quyền chọn kiểu Mỹ có thể suy ra từ kiểu Âu.

Chú ý rằng người nắm giữ quyền chọn có quyền thực hiện hoặc không thực hiện việc mua, bán tài sản nếu họ xét thấy có lợi và đây chính là điểm khác biệt cơ bản giữa quyền chọn và hợp đồng kỳ hạn. Sự khác biệt này khiến người nắm giữ quyền chọn phải trả một khoản để mua gọi là quyền phí (giá quyền chọn).

Quyền chọn về cổ phiếu được giao dịch chính thức lần đầu vào năm 1973 tại CBOT. Ngay sau khi xuất hiện, thị trường quyền chọn có những bước phát triển vượt bậc và các giao dịch được thực hiện tại hầu hết các thị trường tài chính thế giới. Một khối lượng lớn các quyền chọn cũng được giao dịch theo phương thức OTC tại các tổ chức tài chính. Các tài sản cơ sở trong loại hợp đồng này gồm: cổ phiếu, chỉ số thị trường, ngoại tệ, các công cụ nợ, các hợp đồng tương lai,…

Thí dụ 1.3: Xét trường hợp nhà đầu tư mua 100 Call kiểu Âu về cổ phiếu IBM kỳ hạn 2 tháng với giá thực hiện 100 USD/cổ phiếu và quyền phí (giá Call): 5 USD/Call. Giả sử thời giá của cổ phiếu IBM là 98 USD. Nếu giá tại ngày đáo hạn thấp hơn 100 USD thì rõ ràng nhà đầu tư sẽ không mua (không thực hiện Call) và mất tổng quyền phí là 500 USD. Nếu giá tại ngày đáo hạn cao hơn 100 USD thì nhà đầu tư sẽ thực hiện Call. Giả dụ giá cổ phiếu tại ngày đáo hạn là 115 USD, khi này nhà đầu tư sẽ mua 100 cổ phiếu với giá 100 USD theo hợp đồng và bán ngay số cổ phiếu này trên thị trường thu lời 15 USD/cổ phiếu tức là 1.500 USD cho cả hợp đồng (không kể đến chi phí môi giới giao dịch). Nếu trừ đi mức quyền phí phải trả thì lợi nhuận ròng của nhà đầu tư sẽ là 1.000 USD. Chú ý rằng trong một số trường hợp nhà đầu tư thực hiện quyền chọn nhưng vẫn bị lỗ, chẳng hạn tình huống giá cổ phiếu tại thời điểm đáo hạn là 103 USD, trong trường hợp này tiền lỗ (ròng) là 200 USD. Mặc dù lỗ nhưng nhà đầu tư vẫn nên thực hiện Call vì nếu không thực hiện sẽ lỗ 500 USD.

Minh hoạ trên hình 1.11 cho ta đồ thị lợi nhuận hoặc tổn thất (ròng) theo giá của cổ phiếu tại thời điểm đáo hạn của Call (về 1 cổ phiếu IBM).

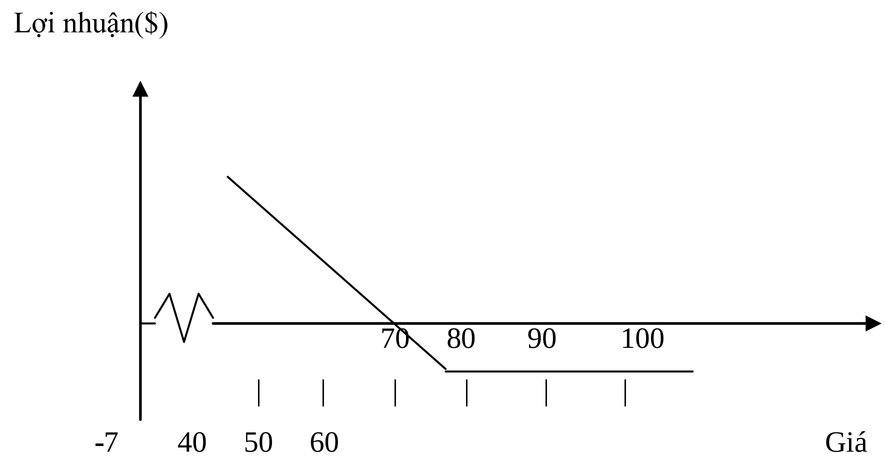


Hình 1.11

Trong khi người mua Call hy vọng giá của cổ phiếu sẽ tăng lên thì ngược lại người mua Put lại mong giá giảm.

Thí dụ 1.4: Xét một nhà đầu tư mua 100 hợp đồng Put kiểu Âu về cổ phiếu Exxon với giá thực hiện 70 USD, kỳ hạn là 3 tháng và quyền phí (giá Put) là 7 USD/Put. Giả sử thời giá là 66 USD.

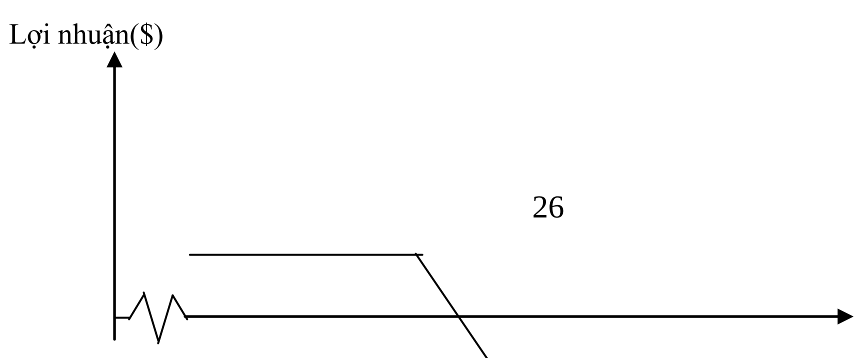
Đây là Put kiểu Âu nên chúng chỉ có thể được thực hiện nếu giá tại ngày đáo hạn thấp hơn 70 USD. Giả sử giá tại thời điểm đáo hạn là 50 USD. Khi này nhà đầu tư mua 100 cổ phiếu trên thị trường với giá 50 USD/cổ phiếu và bán ngay theo quyền chọn Put với giá 70 USD/cổ phiếu, lãi 20 USD/cổ phiếu, lãi tổng cộng là 2.000 USD. Nếu tính cả quyền phí thì lợi nhuận (ròng) là 13 USD/cổ phiếu, tổng cổng 1.300 USD. Tuy nhiên nếu giá khi đáo hạn lớn hơn 70 USD thì hợp đồng Put sẽ không được thực hiện và người nắm giữ sẽ lỗ 7 USD/cổ phiếu, tổng cộng 700 USD. Hình 1.12 cho ta đồ thị biểu thị biến thiên của lợi nhuận (hoặc lỗ ròng) của Put (về 1 cổ phiếu) theo giá tại thời điểm đáo hạn.

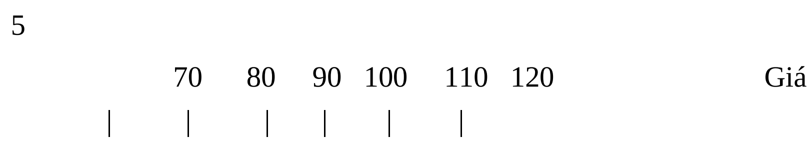


Hình 1.12

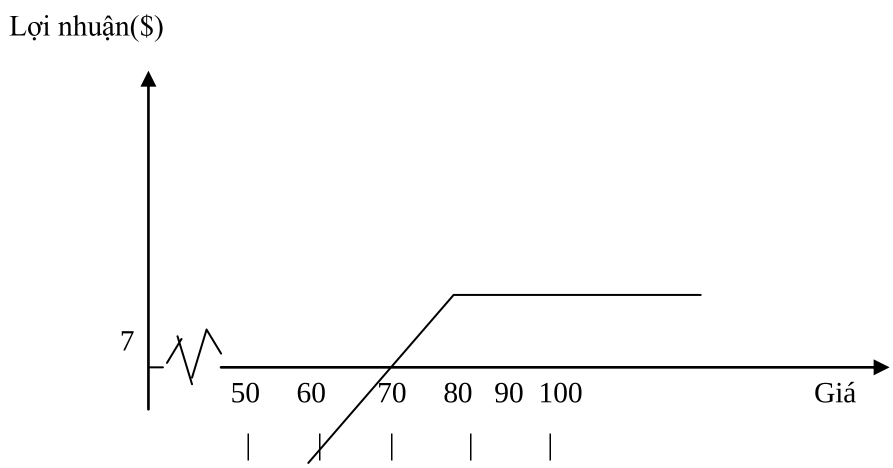
✓ *Vị thế của nhà đầu tư đối với quyền chọn*

Đối với mỗi quyền chọn nhà đầu tư có thể có 2 vị thế: trường vị (mua quyền chọn) hoặc đoản vị (bán quyền chọn). Người bán quyền chọn nhận một số tiền (quyền phí) nhưng cũng có khả năng mất tiền trong tương lai. Khoản lỗ (hoặc lãi) của người bán quyền chọn sẽ là khoản lãi (hoặc lỗ) của người mua. Do đó chỉ cần lấy hình đối xứng qua trục hoành của đồ thị trên các hình 1.11 và 1.12 ta sẽ được đồ thị của lợi nhuận (lãi, lỗ ròng) ứng với đoản vị Call về cổ phiếu IBM và Put về cổ phiếu Exxon như trên các hình 1.13, 1.14.





Hình 1.13



Hình 1.14

✓ *Thu hoạch của quyền chọn*

Thu hoạch của quyền chọn là khoản tiền người nắm giữ sẽ nhận được tại thời điểm đáo hạn quyền chọn.

Đối với quyền chọn, nhà đầu tư có 4 vị thế để chọn lựa:

1) Trường vị đối với Call (mua Call) – Long Call;

2) Trường vị đối với Put (mua Put) – Long Put;

3) Đoản vị đối với Call (bán Call) – Short Call;

4) Đoản vị đối với Put (bán Put) - Short Put.

Nếu X là giá thực hiện, S_T là giá của tài sản tại thời điểm đáo hạn thì với quyền chọn kiểu Âu (về 1 đơn vị tài sản) ta có:

+ Thu hoạch của trường vị đối Call:

1. Max (S_T – X, 0) hoặc ký hiệu khác $(S_T - X, 0)^+$.

Điều này thể hiện sự kiện Call sẽ được thực hiện nếu $S_T > X$ và sẽ không được thực hiện nếu $S_T \leq X$.

+ Thu hoạch của đoản vị đối với Call:

2. $-$Max ($S_T - X$; 0) = Min (X- S_T; 0) hoặc ký hiệu khác $(S_T - X, 0)^-$.

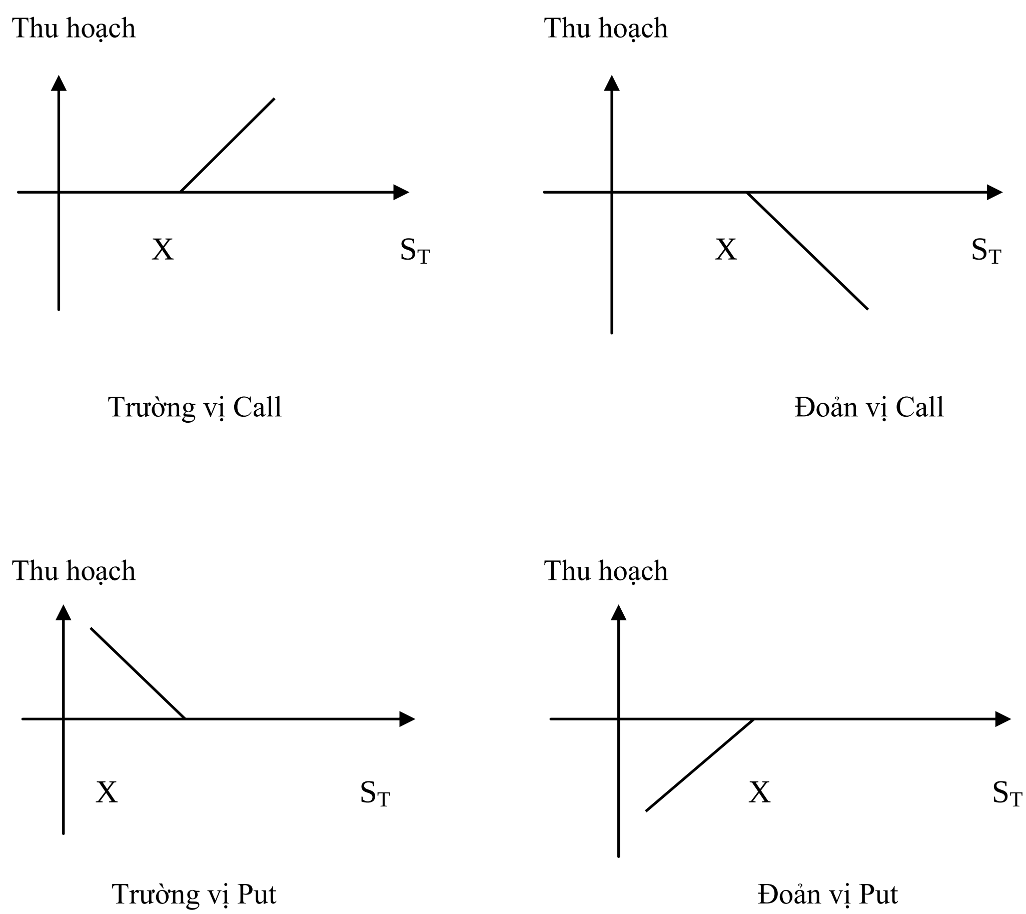
+ Thu hoạch của trường vị đối với Put:

3. Max ($X - S_T$; 0) hoặc ký hiệu khác $(X - S_T, 0)^+$.

+ Thu hoạch của đoản vị đối với Put:

4. $-$Max ($X - S_T$; 0) = Min ($S_T - X$; 0) hoặc ký hiệu khác $(X - S_T, 0)^-$.

Ta có thể minh họa đồ thị biểu diễn hàm thu hoạch của các vị thế theo giá tài sản tại thời điểm đáo hạn quyền chọn trong hình 1.15.



Hình 1.15

Chú ý:

- Có thể tính thu hoạch của quyền chọn tại thời điểm bất kỳ trong kỳ hạn, chẳng hạn nếu quyền chọn là Call kiểu Mỹ và được thực hiện sớm tại thời điểm t' < T khi đó:

+ Thu hoạch của trường vị: Max ($S_{t'}$ – X, 0);

+ Thu hoạch của đoản vị: Min (X- $S_{t'}$, 0).

- Giá trị nội tại của quyền chọn (Intrinsic Value) là thu hoạch của quyền chọn được tính tại thời điểm bắt đầu của kỳ hạn (thời điểm hiện tại). Quyền chọn gọi là "có lãi" (In the money) nếu có giá trị nội tại dương, là "lỗ" (Out of the money) nếu giá trị nội tại âm và là "hòa vốn"(at the money) khi giá trị nội tại bằng không. Như vậy Call (Put) là quyền chọn có lãi nếu giá hiện thời của tài sản lớn hơn (nhỏ hơn) giá thực hiện; ngược lại các quyền chọn sẽ là lỗ.

- Hàm thu hoạch (và do đó hàm lợi nhuận ròng) của quyền chọn là hàm tuyến tính theo giá tại thời điểm đáo hạn của tài sản. Với cùng kỳ hạn và giá thực hiện, đồ thị hàm thu hoạch của trường vị và đoản vị đối với quyền chọn là hình đối xứng của nhau qua trục hoành.

- Ngoài hai loại quyền chọn cơ bản là kiểu Âu và Mỹ - thường gọi là quyền chọn vanilla, quyền chọn chuẩn – trong những năm gần đây nhiều ngân hàng và tổ chức tài chính lớn đã thiết kế một số quyền chọn "không chuẩn" để đáp ứng nhu cầu của khách hàng. Các quyền chọn này có nhiều đặc điểm riêng biệt về: điều kiện thực hiện sớm, giá thực hiện,…nên được gọi là quyền chọn ngoại lai, quyền chọn dị biệt (Exotic Options). Một số ít phức tạp có thể tổ hợp từ một vài quyền chọn chuẩn, số khác lại rất phức tạp.

1.2.2. Phân loại thị trường tài chính

Có thể phân loại thị trường theo nhiều tiêu chí khác nhau:

- Theo phương thức huy động vốn (nguồn gốc của vốn) ta có thị trường nợ (vay, cho vay có thời hạn), thị trường vốn cổ phần (vốn đóng góp).

- Theo thời hạn luân chuyển của vốn ta có thị trường vốn (thị trường chứng khoán) với thời hạn (kỳ hạn) thường là trên 1 năm, thị trường tiền tệ (kỳ hạn dưới 1 năm).

- Theo tính chất của việc phát hành tài sản ta có thị trường sơ cấp trong đó tài sản được phát hành lần đầu cho một số đối tượng hạn chế và thị trường thứ cấp trong đó tài sản được trao đổi rộng rãi.

- Theo tài sản giao dịch ta có thị trường cổ phiếu, thị trường trái phiếu, thị trường quyền chọn, thị trường ngoại hối,...

1.3. MỘT SỐ KHÁI NIỆM VÀ NGUYÊN LÝ CƠ BẢN TRONG PHÂN TÍCH VÀ ĐỊNH GIÁ TÀI SẢN

Ta biết rằng khi định giá hàng hóa người ta thường thực hiện phân tích cung – cầu về hàng hóa này. Phân tích cung tập trung vào phân tích chi phí biên, doanh thu biên,… Phân tích cầu đề cập tới sở thích, lợi ích,…Tuy nhiên đối với tài sản tài chính không thể phân tích và định giá theo cách thức trên mặc dù chúng cũng là hàng hóa trên thị trường. Lý do cơ bản là tài sản tài chính có các đặc điểm riêng mà nhiều hàng hóa khác không có, đó là:

- Tài sản có tính thanh khoản;
- Có khả năng sinh lời;
- Việc nắm giữ tài sản luôn ẩn chứa rủi ro.

Với các đặc điểm trên, để phân tích và định giá tài sản tài chính cần có phương pháp tiếp cận phù hợp. Để có thể làm quen với các phương pháp này ta cần hiểu rõ một số khái niệm liên quan sẽ được trình bày dưới đây.

1.3.1. Đầu tư trên thị trường tài chính

1.3.1.1. Hoạt động đầu tư tài chính

a. Khái niệm đầu tư tài chính

Các hoạt động nhằm tạo lập, phát hành, mua, bán tài sản trên thị trường tài chính gọi là đầu tư tài chính.

b. Nhà đầu tư

Tác nhân thực hiện đầu tư tài chính gọi là nhà đầu tư. Có nhiều tiêu chí để phân loại các nhà đầu tư như: tư cách pháp nhân, quốc tịch, loại hình tài sản giao dịch, chu kỳ đầu tư,... Nếu xét theo mục tiêu đầu tư ta có thể phân loại nhà đầu tư theo các nhóm sau.

- *Mục tiêu của nhà đầu tư*
  - *Phòng hộ rủi ro (Hedging)*

Nhà đầu tư thực hiện việc mua bán tài sản nhằm giảm thiểu, loại trừ rủi ro do sự biến động của giá tài sản trong tương lai.

Đối với *nhà đầu tư phòng hộ* (Hedgers) họ quan tâm đến chuyện đầu tư như thế nào để rủi ro thấp nhất. Ta có thể nêu thí dụ về nhà đầu tư phòng hộ.

Thí dụ 1.5: Giả sử một công ty của Việt nam phải trả 1 triệu USD cho bạn hàng sau 90 ngày kể từ hôm nay. Rõ ràng công ty phải đối diện với những rủi ro do biến động của tỷ giá VNĐ/USD trên thị trường ngoại hối và món nợ - tính theo VNĐ - của công ty này phụ thuộc vào tỷ giá trên sau 90 ngày tới.

Giả sử tỷ giá VNĐ/USD kỳ hạn 3 tháng (90 ngày) trên thị trường phái sinh là 21.800VNĐ/USD. Thay vì việc trực tiếp mua 1 triệu USD tại thời điểm hiện tại để chuẩn bị thanh toán cho đối tác công ty có thể chọn trường vị trong một hợp đồng kỳ hạn để mua 1 triệu USD trong 90 ngày tới với giá 21,8 tỷ VNĐ (21.800VNĐ/USD x 1.000.000USD). Với hợp đồng kỳ hạn về ngoại tệ (USD) công ty có thể chốt tỷ giá hối đoái trong tương lai và cũng không phải trả chi phí nào tại lúc ký do đó cho phép công ty tính được khoản tiền mặt cần thiết để dự liệu. Nếu sau 90 ngày tỷ giá VNĐ/USD tăng lên thành 22.000 VNĐ/USD, công ty sẽ tiết kiệm được 0,2 tỷ đồng ; ngược lại nếu tỷ giá là 21.400 VNĐ/USD công ty sẽ lỗ 0,4 tỷ. Thí dụ này cho ta thấy thực chất của việc đầu tư phòng hộ thông qua mua hợp đồng kỳ hạn nhằm tránh những biến động thất thường của giá trị tài sản là mục tiêu chính và kiếm lời không phải là ưu tiên số một. Chú ý rằng hợp đồng kỳ hạn không đòi hỏi chi phí lúc ký hợp đồng nhưng vẫn có thể có phí tổn rất cao khi phải thực hiện.

Mặt khác, công ty có thể mua quyền chọn Call kiểu Âu về USD trên thị trường quyền chọn ngoại tệ với tỷ giá VNĐ/USD kỳ hạn 3 tháng (90 ngày) (giả sử) là 21.850VNĐ/USD. Nếu sau 90 ngày tỷ giá lớn hơn 21.850VNĐ/USD công ty sẽ thực hiện Call, mua 1 triệu USD với giá 21,5 tỷ. Ngược lại nếu tỷ giá thấp hơn 21.850VNĐ/USD công ty sẽ không thực hiện Call và trực tiếp mua USD trên thị trường ngoại hối để trả cho bạn hàng. Sách lược đầu tư này cũng bảo vệ công ty chống lại những biến động thất thường của tỷ giá hối đoái và trong trường hợp may mắn công ty thậm chí còn có lãi. Việc công ty chọn hợp đồng kỳ hạn hay quyền chọn để phòng hộ rủi ro tỷ giá phụ thuộc vào tỷ giá thực hiện, quyền phí và khả năng phân tích, dự đoán của công ty về biến động của tỷ giá trong 90 ngày tới.

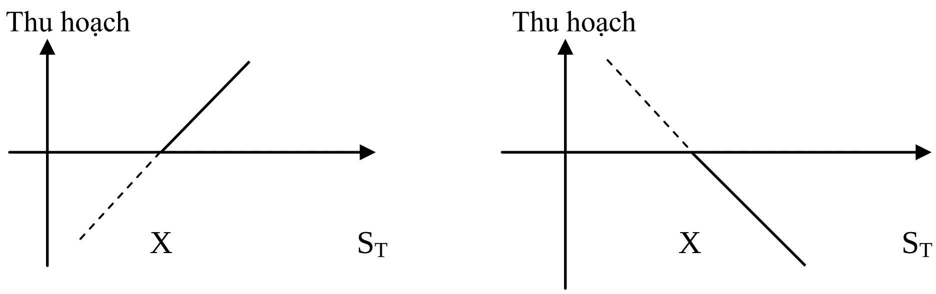
Thí dụ 1.6 (*Sử dụng phái sinh phòng hộ giá tài sản – Chốt giá tài sản*):

Nếu các phái sinh hợp đồng kỳ hạn, quyền chọn có cùng kỳ hạn và giá thực hiện (giá giao) khi đó nhà đầu tư có thể sử dụng tổ hợp các phái sinh này để chốt giá tài sản trong tương lai.

- Chốt giá mua tài sản: nhà đầu tư có thể ký hợp đồng kỳ hạn mua tài sản hoặc mua Call và bán Put.

- Chốt giá bán tài sản: để chốt giá bán nhà đầu tư có thể ký hợp đồng kỳ hạn bán tài sản nhưng cũng có thể bán Call và mua Put.

Các sách lược trên đều có cùng thu hoạch tại thời điểm đáo hạn và được minh họa trên hình 1.16.



Long Call + Short Put Short Call + Long Put

Hình 1.16

Với danh mục Long Call + Short Put ta luôn chốt giá mua là X và có thu hoạch: Max (S_T – X; 0) + Min (S_T – X; 0), nếu S_T > X ta có thu hoạch S_T – X, ngược lại ta vẫn thu được S_T - X. Có thể giải thích tương tự đối với trường hợp chốt giá bán.

- *Đầu cơ (Speculative)*

Trong khi nhà đầu tư phòng hộ thường tìm cách tránh các tác động do biến động khó lường của giá tài sản thì một số nhà đầu tư lại muốn lợi dụng những biến động này. Họ thực hiện phân tích, dự báo xu hướng biến động của giá các loại tài sản để chọn tài sản và thời điểm mua, bán với phương châm "mua rẻ bán đắt" nhằm kiếm lời. Các nhà đầu tư với mục tiêu này gọi là *nhà đầu cơ* (Speculators). Nhà đầu tư đầu cơ có thể sử dụng sách lược mua (bán) trực tiếp tài sản, trường vị (đoản vị) trong hợp đồng kỳ hạn hoặc trường vị Call (Put) về tài sản nếu họ dự tính giá tài sản sẽ tăng (giảm) trong thời gian tới.

Thí dụ 1.7: Giả sử giá hiện thời của cổ phiếu X là 32.000VNĐ/cổ phiếu và theo dự tính của nhà đầu tư giá sẽ tăng. Nhà đầu tư có thể đầu tư vào cổ phiếu X theo các cách:

+ Bỏ ra 320.000.000VNĐ mua 10.000 cổ phiếu X nắm giữ và chờ giá tăng sau 30 ngày nữa.

+ Ký hợp đồng kỳ hạn mua 10.000 cổ phiếu X với giá giao (giả dụ) 36.000VNĐ/cổ phiếu, kỳ hạn 30 ngày.

+ Giả sử trên thị trường quyền chọn có Call kiểu Âu về cổ phiếu X (1 Call có quyền mua 1 cổ phiếu) với giá thực hiện 34.000VNĐ/cổ phiếu, kỳ hạn 30 ngày và quyền phí 1000VNĐ/Call; nhà đầu tư bỏ ra 10.000.000VNĐ mua 10.000 Call.

Giả sử thực tế diễn ra như dự đoán của nhà đầu tư, sau 30 ngày giá cổ phiếu X tăng thành 38.000VNĐ/cổ phiếu.

Với sách lược mua cổ phiếu nhà đầu tư bán toàn bộ số cổ phiếu và lãi 60 triệu đồng tương đương mức lãi suất 18,75% sau 30 ngày.

Nếu mua hợp đồng kỳ hạn, khi thực hiện (nhà đầu tư sẽ bán ngay số phiếu) sẽ hưởng chênh lệch giữa giá giao và giá tại thời điểm đáo hạn, lãi 20 triệu đồng. Mức lãi này tuy có ít hơn so với sách lược mua cổ phiếu nhưng khi mua cổ phiếu nhà đầu tư phải bỏ 320 triệu đồng tiền vốn ban đầu trong khi mua hợp đồng kỳ hạn nhà đầu tư không tốn một xu nào!

Nếu mua Call, sau 30 ngày nhà đầu tư sẽ thực hiện Call, hưởng chênh lệch giá và lãi 40 triệu. Nếu trừ 10 triệu phí quyền chọn sẽ lãi ròng 30 triệu tương đương mức lãi suất 300% sau 30 ngày! Một mức lãi suất đầy ấn tượng và cực kỳ hấp dẫn. Như vậy trong trường hợp may mắn đúng như dự đoán nhà đầu tư sẽ kiếm được những khoản lãi rất lớn và so sánh mức lãi suất ta thấy nhà đầu tư nếu sử dụng phái sinh sẽ đạt mức lãi suất cao hơn nhiều so với việc mua trực tiếp tài sản. Tất nhiên khi nhà đầu tư dự đoán sai, khoản thua lỗ sẽ rất lớn.

Thí dụ 1.8 (*Sử dụng Call, Put để đầu cơ*): Nếu nhà đầu tư dự đoán giá tài sản sẽ tăng cao (giảm mạnh) trong thời gian tới thì có thể sử dụng các vị thế khác nhau đối với phái sinh Call hoặc Put cùng loại (cùng tài sản cơ sở, cùng kiểu và cùng kỳ hạn) để thực hiện đầu cơ. Chiến lược giao dịch này gọi là chiến lược "*Dải giá tăng*" (Bull Spreads) ("Bear Spreads" khi giá giảm). Chẳng hạn, nhà đầu tư mua Call có giá thực hiện thấp và bán Call có giá thực hiện cao.

Để minh họa, ta giả sử có các số liệu sau của 2 Call kiểu Âu cùng kỳ hạn 3 tháng về cổ phiếu Y:

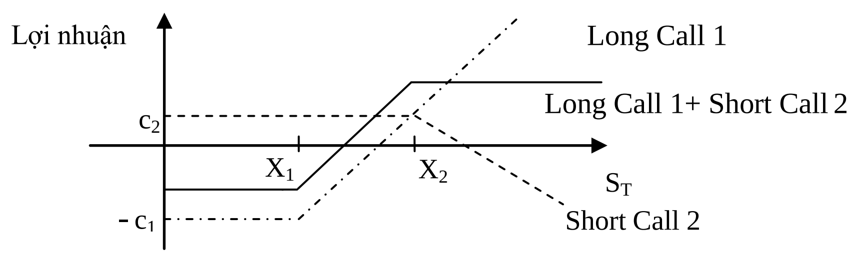
	Giá thực hiện	**Quyền phí**
Call 1	X_1	c_1

Call 2	X_2	c_2

với $X_1<X_2$ và $c_1> c_2$. Nhà đầu tư sẽ mua Call 1 và bán Call 2, với các vị thế này ta sẽ lập bảng thu hoạch sau:

Vị thế	**Thu hoạch**		
	$\mathbf{S_T \leq X_1}$	$\mathbf{X_1< S_T \leq X_2}$	$\mathbf{X_2< S_T}$
Long Call 1	0	S_T - X_1	S_T - X_1
Short Call 2	0	0	X_2 - S_T
Tổng thu hoạch	0	S_T - X_1>0	$X_2 – X_1$>0

Từ bảng trên ta thấy khả năng có thu hoạch dương của chiến lược đầu tư này lớn hơn trường hợp không có thu hoạch và do nhà đầu tư đã bỏ ra khoản chi phí ban đầu $c_1 – c_2$ (khá nhỏ) nên khả năng kiếm lời là có, đặc biệt đối với các quyền chọn "lỗ". Chiến lược này cũng chỉ ra giới hạn dưới của khoản lỗ: $c_1 – c_2$ và giới hạn trên của khoản lãi: $(X_2 – X_1) – (c_1 – c_2)$. Ta có hình 1. 17 minh họa hàm lợi nhuận của chiến lược đầu cơ trên.



Hình 1. 17

- *Cơ lợi (Arbitrage)*

Cơ lợi là cơ hội kiếm được lợi nhuận một cách chắc chắn. Nhà đầu tư thực hiện hoạt động đầu tư trên nhiều thị trường tài chính khác nhau nhằm tìm kiếm và tận dụng cơ lợi gọi là nhà đầu tư cơ lợi (Arbitagers). Sách lược đầu tư của người cơ lợi là lựa chọn nhiều tài sản cả cơ sở lẫn phái sinh với nhiều kỳ hạn, nhiều vị thế khác nhau để đầu tư nhằm phát hiện và tận dụng cơ lợi.

Thí dụ 1.9: Xét cổ phiếu Y được giao dịch trên thị trường chứng khoán NewYork và London. Giả sử tại NewYork giá cổ phiếu là 172$ và tại London là 100£ (bảng Anh) và tỷ giá hối đoái giữa bảng Anh và đô la Mỹ là 1,75 $/£. Nhà đầu tư cơ lợi sẽ mua, thí dụ, 100 cổ phiếu tại NewYork, bán tại London và sẽ chắc chắn có lãi: 100 (1,75$ $\times$ 100 –

172$) = 300$ (chưa tính đến phí môi giới giao dịch). Đối với nhà đầu tư nhỏ thì chi phí môi giới sẽ gần như triệt tiêu lợi nhuận. Tuy nhiên đối với các nhà đầu tư lớn thì chi phí môi giới trên thị trường cổ phiếu và thị trường ngoại tệ tương đối thấp do đó những dịp cơ lợi này rất hấp dẫn với họ.

Trong thực tế những cơ lợi như trên thông thường kéo dài rất ngắn vì nhiều người cơ lợi sẽ tận dụng và mua rất nhiều cổ phiếu Y tại NewYork, luật cung – cầu sẽ làm tăng giá đôla lên và khi họ bán tại London thì đồng bảng Anh sẽ bị áp lực kéo xuống. Như thế giá cổ phiếu tại NewYork và tại London sẽ tương đương với nhau (theo tỷ giá) một cách nhanh chóng. Từ thí dụ trên ta có thể thấy do có quá nhiều người ham lợi nên trong thực tế chỉ có một số rất ít cơ lợi có thể xuất hiện nhưng sẽ nhanh chóng chấm dứt trên thị trường chứng khoán.

- *Vị thế của nhà đầu tư đối với tài sản*

Tương tự như trong phần đề cập tới hợp đồng kỳ hạn và quyền chọn, ta có thể xét vị thế của nhà đầu tư đối với tài sản nói chung. Nếu nhà đầu tư mua (bán) tài sản ta sẽ nói rằng nhà đầu tư có trường vị (đoản vị) đối với tài sản.

Nhà đầu tư có thể không sở hữu tài sản nhưng trên nhiều thị trường phát triển vẫn cho phép (dĩ nhiên với các điều kiện nhất định) nhà đầu tư bán tài sản này. Trường hợp này gọi là "bán khống" tài sản (short sales). Trên thị trường tiền tệ việc nhà đầu tư vay tiền có thể xem là hành vi "bán khống" tiền.

1.3.1.2. Danh mục đầu tư (portfolio)

a. Khái niệm

Nhà đầu tư thực hiện đầu tư bằng cách chọn vị thế đối với các tài sản. Khi liệt kê các vị thế của nhà đầu tư đối với tài sản ta được một danh sách gọi là danh mục đầu tư của nhà đầu tư.

Gọi X là khoản tiền ban đầu của nhà đầu tư, giả sử trong danh mục có N loại tài sản (được đánh số thứ tự từ 1 đến N).

Ký hiệu x_i là khoản tiền đầu tư vào tài sản i, k_i là số lượng tài sản và S_i là giá của tài i sản tại thời điểm nhà đầu tư bắt đầu thực hiện đầu tư. Ta có $x_i = S_i k_i$ suy ra $X = \sum_{i=1}^{N} x_i = \sum_{i=1}^{N} S_i k_i$.

Đặt $w_i = \dfrac{x_i}{X}$ $(I = \overline{1,N})$ khi này w_i sẽ là tỉ trọng giá trị tài sản *i* trong danh mục đầu tư và gọi là tỷ trọng đầu tư tài sản *i* của nhà đầu tư; ta có $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$.

Khi nói đến danh mục đầu tư người ta chỉ quan tâm đến w_i do đó danh mục đầu tư gồm *N* tài sản có thể xem là vectơ *N* chiều *P*: (w_1, w_2,..., w_i,…, w_N) với điều kiện $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$.

b. Chú ý

+ Nếu trong danh mục có tài sản *j* được bán khống khi đó ta sẽ quy ước tỷ trọng $w_j < 0$. Như vậy trong trường hợp cấm bán khống tài sản (trừ trường hợp vay tiền) thì các tỷ trọng $w_i \geq 0, i = 1, 2, ..., N$.

+ Danh mục của các danh mục đầu tư cũng sẽ là danh mục.

1.3.1.3. Trạng thái và chỉ số thị trường

a. Trạng thái thị trường

Khái niệm

Khi xem xét thị trường với tư cách một tổng thể trong một thời kỳ nhất định, người ta quan tâm tới xu thế biến động chung của giá các tài sản được giao dịch trên thị trường. Xu thế biến động trên phản ánh trạng thái của thị trường.

Trạng thái tăng, giảm

Nếu tại một thời điểm thị trường giao dịch sôi động và hầu hết các tài sản có xu thế tăng giá khi đó ta nói rằng thị trường ở trạng thái "tăng" (Bull Market), ngược lại nếu trên thị trường có ít giao dịch và xu thế giá giảm thì thị trường ở trạng thái "giảm" (Bear Market).

b. Chỉ số thị trường

Để có thể phân tích, dự báo trạng thái thị trường người ta sử dụng chỉ số thị trường. Chỉ số này là chỉ tiêu tổng hợp được tính (theo một số phương pháp phù hợp) từ các chỉ tiêu thể hiện hoạt động của thị trường như khối lượng, giá trị giao dịch, giá các tài sản…

Phân tích, dự báo xu hướng biến động của chỉ số thị trường sẽ giúp ta hiểu rõ về trạng thái thị trường. Chỉ số thị trường có thể do cơ quan quản lý tính nhưng cũng có thể do công ty tài chính tính toán và công bố để các nhà đầu tư tham khảo. Một số chỉ số thị trường được sử dụng như chỉ số chính thức như S&P500, DJIA, NASDAQ, FTSE100… Tại Việt Nam có 2 chỉ số chính thức là VN-Index của HOSE và HNX Index của HNX.

1.3.2. Lợi suất tài sản (Asset Return)

Trong phân tích, định giá tài sản ta quan tâm tới lợi suất tài sản vì:

- Lợi suất dễ phân tích và xử lý hơn so với giá;
- Bản thân lợi suất cũng thể hiện đầy đủ các thông tin về đặc điểm tài sản, cơ hội đầu tư và hơn nữa lợi suất không phụ thuộc vào quy mô đầu tư.

Để dẫn xuất khái niệm lợi suất trước hết ta cần tìm hiểu các cách tính lãi suất.

1.3.2.1. Tính lãi của khoản vay

Giả sử ngân hàng A cho khách hàng B vay một khoản tiền với kỳ hạn và lãi suất nhất định.

Gọi (t - 1), t là thời điểm cho vay, thời điểm đáo hạn và S_{t-1} là khoản vay, S_t là khoản tiền khách hàng trả nợ tại thời điểm đáo hạn (gồm khoản nợ gốc và tiền lãi) và lãi suất r_t. Tùy thuộc vào chu kỳ và cách tính lãi có thể có các phương pháp tính lãi của khoản vay như sau:

a. Tính lãi đơn

Nếu trong suốt kỳ hạn ngân hàng chỉ tính lãi 1 lần vào cuối kỳ (1 chu kỳ tính lãi) khi đó:

$$r_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} \tag{1.9}$$

r_t gọi là lãi suất đơn của khoản vay S_{t-1} với kỳ hạn từ (t - 1) đến t. Ta có

$$S_t = (1 + r_t)S_{t-1}$$

b. Tính lãi kép (lãi gộp)

- *Tính lãi kép rời rạc*

Nếu trong toàn bộ kỳ hạn vay, ngân hàng tính lãi m lần vào cuối mỗi kỳ (m chu kỳ tính lãi) với lãi suất $\frac{r_t}{m}$ và số lãi được gộp vào tiền gốc để tính lãi cho kỳ tiếp theo khi đó ta có:

$$S_t = \left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^m S_{t-1} \tag{1.10}$$

- *Tính lãi kép liên tục*

Nếu số chu kỳ tính lãi là vô hạn ($m \to +\infty$) khi đó thời điểm tính lãi sẽ biến thiên liên tục trong kỳ hạn khoản vay. Cách tính lãi trong trường hợp này gọi là tính lãi kép liên tục. Với cách tính này ta có:

$$S_t = S_{t-1} e^{r_t} \tag{1.11}$$

Thật vậy, đặt $u = \frac{r_t}{m}$, thay vào (1.9) ta có $S_t = \left(\left(1 + \frac{1}{u}\right)^u\right)^{r_t} S_{t-1}$, chuyển qua giới hạn khi $u \to +\infty$ (do $m \to +\infty$) ta được (1.11).

- *Chú ý*

+ Trong thực tế khi cho vay, các ngân hàng và tổ chức tín dụng thường tính lãi gộp rời rạc với mức lãi suất tương ứng nhưng để thuận tiện hơn khi phân tích các mô hình trong tài chính người ta thường tính lãi liên tục. Dĩ nhiên về mặt con số hai cách tính có khác nhau tuy nhiên sự khác biệt là không đáng kể. Ta có thể thấy rõ điều này thông qua xác định mối quan hệ giữa 2 cách tính lãi. Theo cách tính lãi rời rạc thì $\frac{S_t}{S_{t-1}} = (1 + r_t)$ nên $\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \ln(1 + r_t)$ và theo cách tính lãi liên tục thì $\frac{S_t}{S_{t-1}} = e^{r_t}$ nên $\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = r_t$. Mặt khác theo khai triển Taylor ta có:

$$\ln(1 + r_t) = r_t - \frac{r_t^2}{2} + \frac{r_t^3}{3} + \ldots\ldots + (-1)^{(n-1)} \frac{r_t^n}{n} + \ldots.$$

Với $|r_t|$ khá nhỏ suy ra $\ln(1 + r_t) \approx r_t$ như vậy 2 cách tính lãi xấp xỉ bằng nhau.

+ Nếu thời điểm cho vay là t và thời điểm đáo hạn là T ($t < T$) như vậy kỳ hạn của khoản vay là (T - t) đơn vị thời gian; với lãi suất r khi đó theo cách tính lãi gộp liên tục ta có $S_T = S_t e^{r(T-t)}$. Ta có thể xét thí dụ minh họa.

Thí dụ 1.10: Giả sử ngân hàng A cho khách hàng X vay S = 100 triệu đồng kỳ hạn 2 năm với lãi suất 18%.

Tính lãi gộp với m chu kỳ tính lãi:

Nếu $m = 1$ (tính lãi một lần vào cuối kỳ): S_2= 100*(1+0,18) = 118 (triệu đồng)

Nếu $m = 2$ (tính lãi hàng năm) khi đó lãi suất tính lãi: 9% (=18%/m) và ta có:

$$S_2 = 100*(1+0,09)^2 = 118,81 \text{ (triệu đồng)}$$

Nếu $m = 4$ (tính lãi 6 tháng 1 lần, tính lãi nửa năm), lãi suất tính lãi 4,5%; ta có:

$$S_2 = 100*(1+0,045)^4 = 119,2519 \text{ (triệu đồng)}$$

Tính lãi gộp liên tục ta sẽ có $S_2 = 100*e^{2\times 0,18} = 143,3329$ (triệu đồng)

+ Trong phân tích tài chính người ta sử dụng cách tính lãi để tính giá trị tương lai (tại một thời điểm trong tương lai) của một khoản tiền hiện tại bằng cách coi khoản tiền như khoản vay và mức lãi suất để tính toán là mức lãi suất thị trường ứng với kỳ hạn xác định bởi thời điểm trong tương lai. Đồng thời ta có thể tính giá trị hiện tại của khoản tiền trong tương lai bằng cách chiết khấu khoản này theo tỷ suất chiết khấu ứng với lãi suất thị trường.

1.3.2.2. Lợi suất của tài sản

Ta xét một tài sản trong một chu kỳ nắm giữ và gọi (t - 1), t là thời điểm đầu, cuối chu kỳ. Ký hiệu S_{t-1}, S_t là giá tài sản tại các thời điểm tương ứng. Tùy thuộc vào tình huống ứng dụng cụ thể, chu kỳ tính toán có thể là ngày (phiên giao dịch), tuần, tháng, quý, năm…Do trong năm các thị trường sẽ nghỉ các ngày cuối tuần, ngày lễ… nên khi tính toán người ta thường quy ước 1 năm tương ứng với 255 (hoặc 250) ngày hoạt động (phiên giao dịch) và 50 tuần.

a. Doanh lợi của tài sản

- *Doanh lợi trong một chu kỳ*

Doanh lợi (lợi suất thô – Gross Return) của tài sản trong một chu kỳ nắm giữ $[t-1;t]$ - ký hiệu: R_t - được định nghĩa là tỷ số $\dfrac{S_t}{S_{t-1}}$.

- *Doanh lợi trong k chu kỳ*

Xét chuỗi giá tài sản trong k chu kỳ liên tiếp: S_{t-k}, S_{t-k+1}, S_{t-k+2},…, S_{t-1}, S_t. Tương tự như trên ta có thể định nghĩa doanh lợi của tài sản trong chu kỳ $[t-k;t-k+1]$ - ký hiệu: R_{t-k+1} – là $\dfrac{S_{t-k+1}}{S_{t-k}}$ và trong k chu kỳ - ký hiệu: $R_t[k]$ là $\dfrac{S_t}{S_{t-k}}$. Dễ thấy rằng:

$$R_t[k] = \prod_{s=0}^{k-1} R_{t-s}$$

Như vậy doanh lợi trong k chu kỳ bằng tích các doanh lợi trong từng chu kỳ.

b. Lợi suất của tài sản

Lợi suất tài sản

Lợi suất (Net Return, Rate of Return) trong 1 chu kỳ $[t-1;t]$ của tài sản – ký hiệu: r_t – được định nghĩa:

$$r_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}$$

Lợi suất trong k chu kỳ ký hiệu: $r_t[k]$ – được định nghĩa:

$$r_t[k] = \frac{S_t - S_{t-k}}{S_{t-k}}$$

Từ các định nghĩa trên suy ra:

$$S_t = (1+r_t)S_{t-1} \tag{1.12}$$

$$S_t = (1+r_t[k])S_{t-k} \tag{1.13}$$

Với các công thức (1.12) và (1.13) có thể thấy nếu biết giá tại các thời điểm trước $(t-1)$ hoặc $(t-k)$ và lợi suất tài sản có thể tính giá tài sản tại thời điểm t (thường là thời điểm trong tương lai). Cách tính này tương tự như cách tính lãi đối với khoản vay và lợi suất tài sản có thể xem như lãi suất trong việc nắm giữ tài sản.

Lợi suất kỳ vọng và độ dao động của tài sản

Nếu $(t-1)$, t là thời điểm hiện tại, tương lai khi đó ta đã biết giá S_{t-1} nhưng không biết S_t nên S_t được xem là biến ngẫu nhiên vì vậy lợi suất r_t của tài sản cũng sẽ là biến ngẫu nhiên.

Lợi suất kỳ vọng (lợi suất trung bình) của tài sản trong một chu kỳ nắm giữ - ký hiệu: $\overline{r_t}$ - là kỳ vọng toán của biến r_t, như vậy $\overline{r_t} = E(r_t)$.

Nếu σ^2 là phương sai của biến ngẫu nhiên r_t khi đó độ lệch chuẩn σ gọi là độ dao động trong một chu kỳ (Volatility) của tài sản. Độ dao động càng cao thì mức độ biến động giá tài sản càng lớn do đó việc nắm giữ tài sản càng rủi ro vì vậy có thể sử dụng độ dao động σ của tài sản (hoặc phương sai σ^2) phản ánh mức độ rủi ro của tài sản.

Quan hệ giữa doanh lợi và lợi suất

Từ định nghĩa doanh lợi và lợi suất tài sản dễ thấy rằng:

$$R_t = (1 + r_t)$$

$$R_t[k] = (1 + r_t[k])$$

Do đó $\ln R_t = \ln(1 + r_t)$ và $\ln R_t[k] = \ln(1 + r_t[k])$ suy ra $\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \ln(1 + r_t)$ và $\ln\left(\frac{S_t}{S_{t-k}}\right) = \ln(1 + r_t[k])$. Mặt khác theo nhận xét ở phần trên nếu $|r_t|, |r_t[k]|$ là khá nhỏ thì $\ln R_t \approx r_t$ và $\ln R_t[k] \approx r_t[k]$. Các đại lượng $\ln R_t$, $\ln R_t[k]$ gọi là loga lợi suất (Log Return) 1 kỳ, k kỳ của tài sản. Như vậy ta có:

$$r_t \approx \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) \tag{1.14}$$

$$r_t[k] \approx \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-k}}\right) \tag{1.15}$$

Trong thực tế khi chu kỳ tính lợi suất khá ngắn (phiên, ngày giao dịch, tuần) thì lợi suất khá nhỏ nên người ta thường tính xấp xỉ lợi suất tài sản theo các công thức trên tức là lợi suất tài sản xấp xỉ bằng loga lợi suất.

Chú ý:

+ Khi tính và so sánh lợi suất các tài sản thì chu kỳ tính lợi suất phải giống nhau.

+ Khi tính lợi suất của tài sản nếu trong chu kỳ tính có phát sinh thu nhập thì phải cộng thêm khoản này vào giá cuối kỳ. Thí dụ nếu tài sản là cổ phiếu và trong chu kỳ tính lợi suất cổ phiếu hưởng cổ tức D khi đó

$$r_t = \frac{S_t + D - S_{t-1}}{S_{t-1}}.$$

Để có thể sử dụng công thức xấp xỉ (1.14) và (1.15) khi tính lợi suất theo ngày (theo phiên giao dịch) của cổ phiếu người ta thường loại bỏ các ngày cổ phiếu trả cổ tức.

+ Cách tính loga lợi suất có điểm thuận lợi là có thể tuyến tính hóa đặc biệt khi tính cho nhiều chu kỳ, thật vậy, ta có

$$\ln\left(\frac{S_t}{S_{t\text{-}1}}\right)=\ln S_t-\ln S_{t-1} \text{ và } \ln\left(\frac{S_t}{S_{t\text{-}k}}\right)=\ln(1+r_t[k])$$

nên:

$$\ln\left(\frac{S_t}{S_{t\text{-}k}}\right)=\ln\left(\frac{S_t}{S_{t\text{-}1}}\ \frac{S_{t\text{-}1}}{S_{t\text{-}2}}\cdots\frac{S_{t\text{-}k+1}}{S_{t\text{-}k}}\right)=\ln\left(\frac{S_t}{S_{t\text{-}1}}\right)+\ln\left(\frac{S_{t\text{-}1}}{S_{t\text{-}2}}\right)+\ldots+\ln\left(\frac{S_{t\text{-}k+1}}{S_{t\text{-}k}}\right)$$

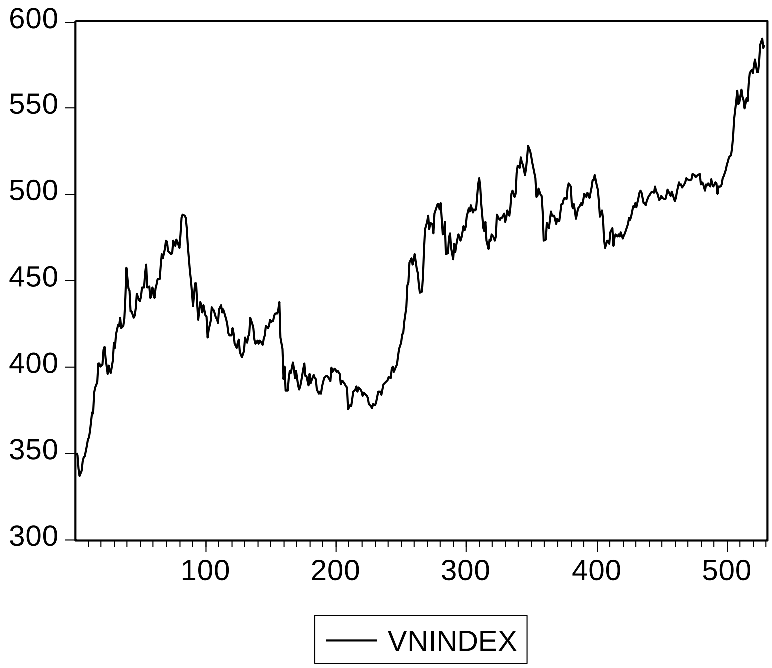
Do đó

$$r_t[k]= r_t + r_{t\text{-}1} + \ldots + r_{t\text{-}k}\,.$$

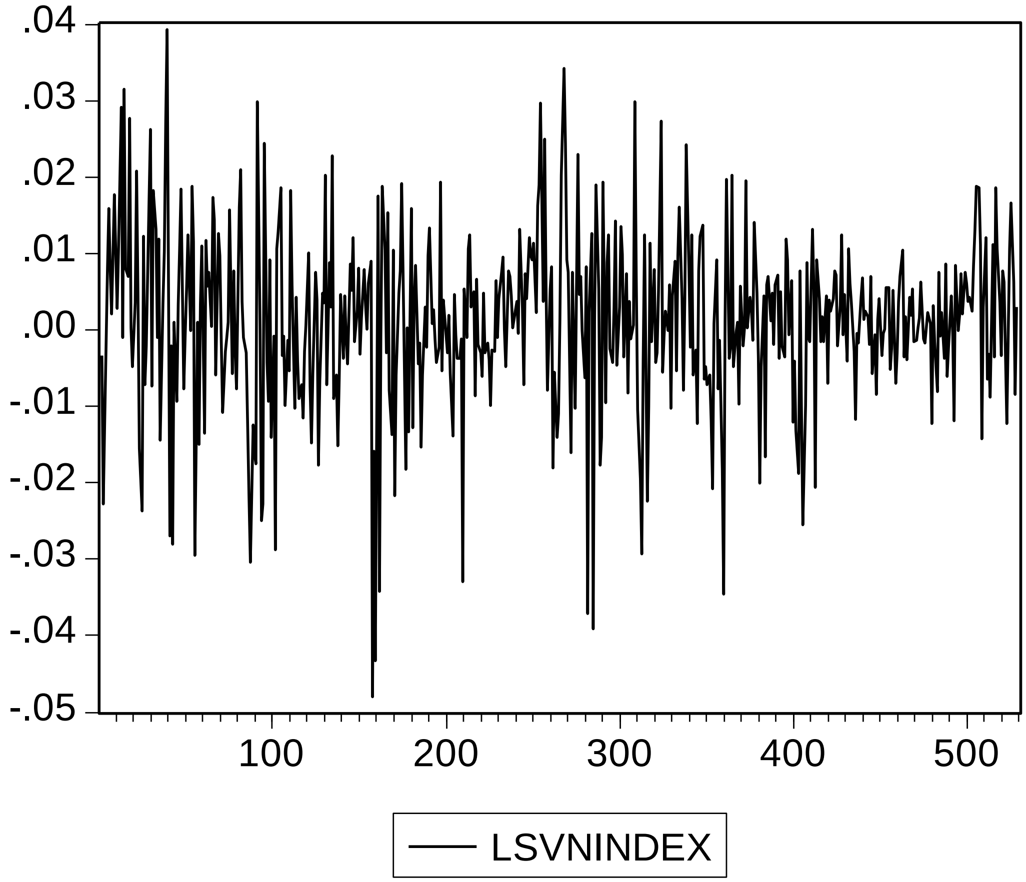
Thí dụ 1.11: Xét một số cổ phiếu và chỉ số VN-Index của thị trường chứng khoán Việt nam với bảng dữ liệu giá đóng cửa theo phiên giao dịch từ ngày 03/01/2012 đến 28/02/2014 gồm 529 quan sát, đơn vị tính giá: ngàn VNĐ (Nguồn: Website: Vndirect.com).

DD/MM/YYYY	KHA	ARM	CMS	PET	CCI	VNIndex
03/01/2012	6,3	15	9,7	9	2,5	350
04/01/2012	6,3	15	10,8	8,9	2,5	348,8
05/01/2012	6,4	15	10,7	8,7	2,4	340,9
06/01/2012	6,3	15	12	8,6	2,4	336,7
09/01/2012	6,3	15	11	8,6	2,4	339,3
…	…	…	…	…	…	…
24/02/2014	18,4	19,8	14,3	22,2	10,8	576,6
25/02/2014	19,6	19,9	14,7	22,6	10,6	586,2
26/02/2014	20,9	20	14,3	22,7	10,9	589,8
27/02/2014	22,3	20	14	22,3	10,6	584,8
28/02/2014	22,3	20	14	22	10,6	586,5

Từ bộ số liệu trên, ta có thể dễ dàng tính lợi suất (theo phiên giao dịch) của các cổ phiếu và của chỉ số Vn-Index theo công thức $r_t = \ln\left(\dfrac{S_t}{S_{t\text{-}1}}\right)$. Ta có một số kết quả minh họa. Hình 1.18 và 1.19 biểu diễn đồ thị chuỗi chỉ số Vn-Index và lợi suất của Vn-Index (đặt tên: LSVNINDEX)

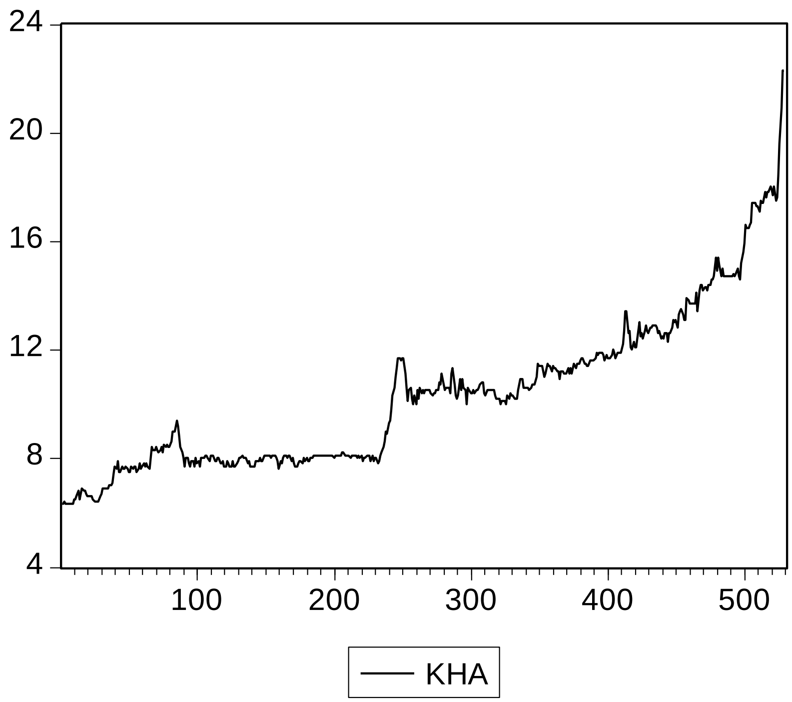


Hình 1.18



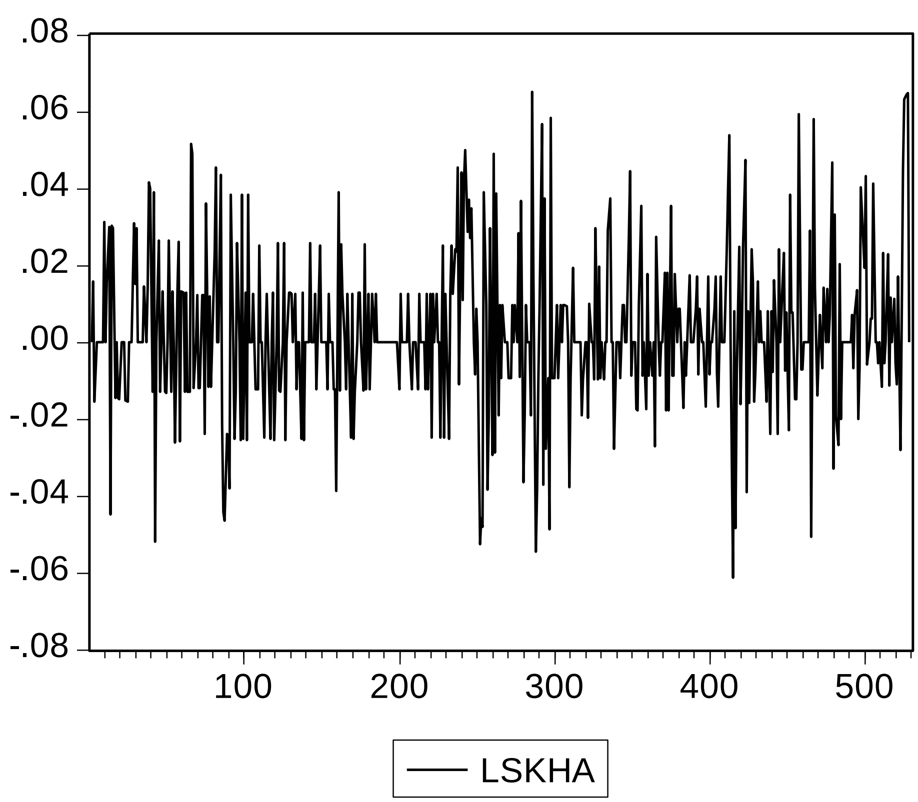
Hình 1.19

Các hình 1.20 và 1.21 biểu diễn đồ thị chuỗi giá (giá đóng cửa mỗi phiên) và lợi suất của cổ phiếu KHA. Hình 1.22 cho biết một số thống kê mô tả của chuỗi lợi suất cổ phiếu này.



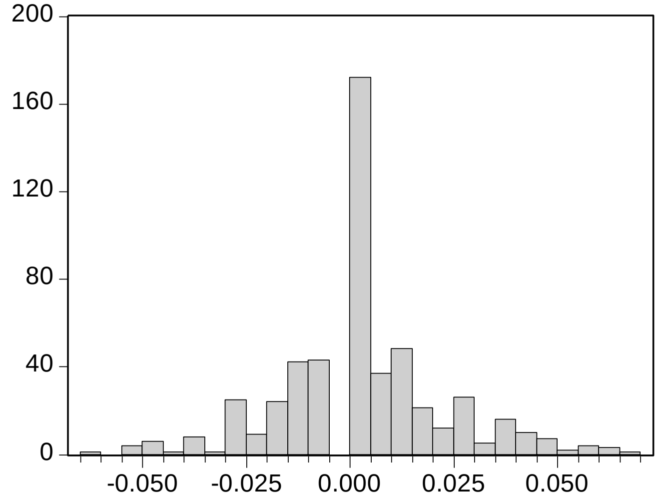
24
20
16
12
8
4
100
200
300
400
500
KHA

Hình 1.20



.08
.06
.04
.02
.00
-.02
-.04
-.06
-.08
100
200
300
400
500
LSKHA

Hình 1.21



Series: LSKHA	
Sample 2 529	
Observations 528	
Mean	0.002394
Median	0.000000
Maximum	0.065139
Minimum	-0.061558
Std. Dev.	0.020353
Skewness	0.267724
Kurtosis	3.904577
Jarque-Bera	24.30918
Probability	0.000005

Hình 1.22

Từ bảng thống kê mô tả có thể thấy chuỗi LSKHA không có phân phối chuẩn ở mức ý nghĩa 5%.

1.3.3. Lợi suất và độ dao động của danh mục

1.3.3.1. Lợi suất của danh mục

a. Khái niệm

Giả sử với số tiền X ban đầu, trong chu kỳ $[t-1;t]$ nhà đầu tư mua và nắm giữ danh mục P gồm N tài sản với số lượng k_i đơn vị tài sản i (i = 1 ÷ N). Ký hiệu $S_{i\ t-1}$, $S_{i\ t}$ là giá tài sản i tại thời điểm (t - 1), t khi đó ta có thể tính giá trị của danh mục P tại (t - 1), t – ký hiệu $V_{P\ t-1}$, $V_{P\ t}$ - như sau:

$$X = V_{P\ t\text{-}1} = \sum_{i=1}^{N} k_i S_{i\ t\text{-}1} \text{ và } V_{P\ t} = \sum_{i=1}^{N} k_i S_{i\ t}$$

Lợi suất của danh mục P trong chu kỳ - ký hiệu r_P – được định nghĩa:

$$r_P = \frac{V_{P\ t} - V_{P\ t-1}}{V_{P\ t-1}}$$

b. Tính lợi suất danh mục

Ta có thể tính lợi của danh mục thông qua lợi suất tài sản. Thật vậy, ta có

$$r_P = \frac{V_{P\,t} - V_{P\,t-1}}{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} k_i S_{it} - \sum_{i=1}^{N} k_i S_{it-1}}{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} k_i (S_{it} - S_{it-1})}{X}$$

Nếu r_i là lợi suất trong chu kỳ xem xét của tài sản i ($i = 1 \div N$) do $S_{it} = (1 + r_i) S_{it-1}$ nên: $S_{it} - S_{it-1} = r_i S_{it-1}$, khi đó:

$$r_P = \frac{\sum_{i=1}^{N} k_i (S_{it} - S_{it-1})}{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} k_i S_{it-1} r_i}{X} = \sum_{i=1}^{N} w_i r_i$$

với $w_i = \frac{k_i S_{it-1}}{X}$ $i = \overline{1, N}$ là tỷ trọng tài sản i trong danh mục.

Vậy ta có công thức:

$$r_P = \sum_{i=1}^{N} w_i r_i \qquad (1.16)$$

với (w_1, w_2,…, w_N) là vectơ tỷ trọng các tài sản trong danh mục P.

Nếu lợi suất tài sản là các biến ngẫu nhiên khi đó lợi suất danh mục cũng sẽ là biến ngẫu nhiên.

Ta có lợi suất kỳ vọng của danh mục – ký hiệu: $\overline{r_P}$ là:

$$\overline{r_P} = \sum_{i=1}^{N} w_i \overline{r_i} \qquad (1.17)$$

với $\overline{r_i}$ là lợi suất kỳ vọng của tài sản i.

1.3.3.2. Độ dao động của danh mục

a. Khái niệm

Lợi suất danh mục r_P là biến ngẫu nhiên khi đó độ lệch chuẩn của r_P, ký hiệu σ_P gọi là độ dao động của danh mục. Độ dao động của danh mục cũng phản ánh mức độ biến động của giá trị danh mục nên nó cũng được sử dụng để thể hiện mức độ rủi ro khi nắm giữ danh mục.

b. Tính độ dao động của danh mục

Ta có $r_P = \sum_{i=1}^{N} w_i r_i$ suy ra phương sai của r_P sẽ là: $\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{ij}$

với $\sigma_{ij} = Cov(r_i, r_j)\ i = \overline{1,N}\,,\ j = \overline{1,N}.$

Kí hiệu V là ma trận hiệp phương sai:

$$V = \left[\operatorname{cov}(r_i, r_j)\right]_{j=\overline{1,N}}^{i=\overline{1,N}}$$

và $W' = (w_1, w_2, \ldots, w_N)$ (vectơ dòng), do V là ma trận đối xứng, bán xác định dương nên phương sai $\sigma_P^2 = W'V\ W$ là dạng toàn phương bán xác định dương. Suy ra:

$$\sigma_P = \sqrt{W'V\ W}\ . \qquad (1.18)$$

Thí dụ 1.12: Từ kết quả phân tích thí dụ 1.11 ta có: Lợi suất kỳ vọng và độ dao động của các cổ phiếu KHA, ARM, CMS, PET và CCI lần lượt là:

Mã cổ phiếu	KHA	ARM	CMS	PET	CCI
Lợi suất kỳ vọng	0.002394	0.000545	0.000695	0.001693	0.002736

và ma trận hiệp phương sai V của 5 cổ phiếu:

	LSKHA	LSARM	LSCMS	LSPET	LSCCI
LSKHA	0.000413	3.43E-05	1.04E-05	8.14E-05	0.000114
LSARM	3.43E-05	0.001044	4.86E-05	7.13E-05	3.43E-06
LSCMS	1.04E-05	4.86E-05	0.001062	7.89E-05	6.55E-05
LSPET	8.14E-05	7.13E-05	7.89E-05	0.000497	0.000155
LSCCI	0.000114	3.43E-06	6.55E-05	0.000155	0.001838

Giả sử ta có danh mục P đầu tư vào 5 cổ phiếu trên: (20%,10%,15%,30%,25%), sử dụng bảng tính Excel dễ dàng tính được:

Lợi suất kỳ vọng của P : 0.183%

Phương sai của danh mục P : $0.027(\%)^2$

Độ dao động của danh mục P: 0.1658% .

1.3.4. Danh mục tự cân đối tài chính và danh mục phỏng theo

1.3.4.1. Danh mục tự cân đối tài chính

Giả sử nhà đầu tư có danh mục P có giá trị V_P, nếu nhà đầu tư thực hiện việc điều chỉnh cơ cấu của danh mục P (thay đổi vị thế của các tài sản, khối lượng tài sản nắm giữ) sẽ có danh mục mới P’. Nếu giá trị của P’ bằng giá trị của P thì cách điều chỉnh này gọi là điều chỉnh tự cân đối tài chính (self- financing) và P’ gọi là danh mục tự cân đối tài chính của P. Như vậy khi điều chỉnh tự cân đối tài chính nhà đầu tư không rút cũng như không đầu tư thêm tiền vào danh mục.

1.3.4.2. Danh mục phỏng theo

Giả sử tại thời điểm *T* trong tương lai nhà đầu tư sẽ có danh mục hoặc nghĩa vụ tài chính phải thực hiện có giá trị X ký hiệu là danh mục Q.

Danh mục P gọi là danh mục phỏng theo (Replicating Portfolio) danh mục Q hoặc danh mục đáp ứng (tracking Portfolio) nếu tại thời điểm *T* giá trị của P bằng giá trị của Q.

1.3.5. Một số nguyên lý cơ bản trong phân tích đầu tư tài chính

1.3.5.1. Nguyên lý đa dạng hoá trong đầu tư (Principle of Diversification)

a. Khái niệm đa dạng hóa

Từ thí dụ 1.12 ta thấy nếu nhà đầu tư mua và nắm giữ cổ phiếu CAN thì lợi suất kỳ vọng là 0.0037% (tính theo ngày giao dịch) và độ dao động là 2.1074%. Trong khi đó nếu mua và nắm giữ danh mục P thì lợi suất kỳ vọng là 0.0178% và độ dao động là 1.47%. Như vậy nếu sử dụng độ dao động (hoặc phương sai) của tài sản, danh mục làm thước đo mức độ rủi ro nhà đầu tư phải gánh chịu khi nắm giữ chúng thì rõ ràng nhà đầu tư nên mua và nắm giữ danh mục P vì lợi suất kỳ vọng cao hơn và rủi ro thấp hơn so với việc mua cổ phiếu CAN. Có thể khái quát kết quả trên thành nguyên lý gọi là “nguyên lý đa dạng hóa” đầu tư như sau:

Nếu trên thị trường tài chính có nhiều tài sản để các nhà đầu tư lựa chọn đầu tư và trong số đó có các tài sản này có lợi suất (giá) tương quan âm thì để giảm thiểu rủi ro trong đầu tư, nhà đầu tư nên đầu tư theo danh mục.

Nguyên lý trên phù hợp với câu ngạn ngữ phương tây “Đừng bao giờ bỏ tất cả trứng vào một giỏ” (Don̉t put all your eggs in a basket!).

b. Thí dụ về đa dạng hóa

Thí dụ 1.13: Ta xét 2 tài sản 1, 2 với lợi suất và phương sai (r_1,σ_1^2); (r_2,σ_2^2) và cho ρ_{12} là hệ số tương quan của (r_1,r_2) với $\rho_{12}<0$.

Cho danh mục P gồm 2 tài sản trên với vectơ tỷ trọng: (w_1,w_2)

Rủi ro danh mục (đo bằng phương sai) sẽ là

$$\sigma_P^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_1\sigma_2\rho_{12}.$$

Nếu $\rho_{12} = -1$(r_1, r_2 tương quan âm hoàn hảo) thì:

$$\begin{aligned}\sigma_P^2 &= w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_1\sigma_2\rho_{12}\\ &= w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 - 2w_1w_2\sigma_1\sigma_2 = (w_1\sigma_1 - w_2\sigma_2)^2\end{aligned}$$

Dễ thấy rằng nếu chọn $w_1 = \dfrac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_2}, w_2 = \dfrac{\sigma_1}{\sigma_1+\sigma_2}$ thì $\sigma_P^2 = 0$ (danh mục không có rủi ro).

1.3.5.2. Nguyên lý không có cơ lợi (No Arbitrage)

a. Khái niệm

Nếu trên thị trường có cơ hội kiếm lợi một cách chắc chắn (không chịu rủi ro) – gọi là cơ lợi - thì do rất nhiều nhà đầu tư sẽ tìm kiếm, phát hiện và tận dụng cơ lợi vì vậy thị trường sẽ tự điều chỉnh và cơ lợi sẽ nhanh chóng biến mất. Như vậy nếu thị trường tài chính là hoàn hảo thì sẽ không có cơ lợi. Kết luận này gọi là nguyên lý "*không có cơ lợi*".

b. Hệ quả và ứng dụng của nguyên lý

- *Danh mục cơ lợi*

Cho t, T là hai thời điểm với $t < T$, P là danh mục mà giá trị tại t: $V_t = 0$. Nếu danh mục P được điều chỉnh tự cân đối tài chính và giá trị tại T: $V_T > 0$ một cách chắc chắn thì P gọi là "*danh mục cơ lợi*" (Arbitrage Portfolio).

Như vậy nếu trên thị trường không có cơ lợi (nguyên lý đúng) thì sẽ không tồn tại danh mục cơ lợi.

- *Ứng dụng nguyên lý trong định giá tài sản – Nguyên lý định giá không cơ lợi*

Nguyên lý định giá không cơ lợi (Arbitrage pricing)

Xét 2 tài sản hoặc danh mục P và Q tại hai thời điểm t, T ($t < T$). Nếu P phỏng theo (đáp ứng) Q thì giá của chúng phải bằng nhau, tức là:

+ Nếu $V_{P(T)} = V_{Q(T)}$ thì $V_{P(t)} = V_{Q(t)}$ hoặc

+ Nếu $V_{P(t)} = V_{Q(t)}$ thì $V_{P(T)} = V_{Q(T)}$

Thật vậy, giả sử $V_{P(T)} = V_{Q(T)}$ nhưng $V_{P(t)} < V_{Q(t)}$, khi đó sẽ xuất hiện cơ lợi vì ta có thể lập danh mục cơ lợi Z sau: Bán Q, mua P (Z: Short Q, Long P). Ta có thể lập bảng mô tả giá trị của Z tại *t*, *T* dưới đây.

Z	***t***	***T***
Short Q	$-V_{Q(t)}$	$- V_{Q(T)}$
Long P	$V_{P(t)}$	$V_{P(T)}$
V_Z	$(V_{P(t)} - V_{Q(t)}) < 0$	$(V_{P(T)} - V_{Q(T)}) = 0$

Tận dụng cơ lợi:

- Tại *t* bán Q lấy tiền mua P và chắc chắn thu khoản lãi $V_{Q(t)} - V_{P(t)} > 0$ và không tốn chi phí gì.
- Tại *T* giao danh mục P cho người mua Q (người mua sẽ nhận vì $V_{P(T)} = V_{Q(T)}$) và thanh lý hợp đồng với khoản lãi chắc chắn ($V_{Q(t)} - V_{P(t)}$) bất chấp trạng thái thị trường tại *T*.

Như vậy với cách tận dụng cơ lợi trên, không tốn đồng nào ta lại chắc chắn có khoản lãi dương! Vậy nếu thị trường không có cơ lợi thì $V_{P(t)} = V_{Q(t)}$.

+ Nguyên lý định giá không cơ lợi: Để định giá tài sản (danh mục) Q ta chỉ cần xác định danh mục P (với cấu trúc đơn giản hơn và dễ xác định giá) phỏng theo Q.

c. Thí dụ ứng dụng

Thí dụ 1.13: Định giá kỳ hạn trong hợp đồng kỳ hạn.

Giả sử ta xét hợp đồng kỳ hạn về cổ phiếu với thời điểm đáo hạn *T*. Ta sẽ ứng dụng nguyên lý định giá không cơ lợi để xác định giá kỳ hạn *F* (và cũng là giá giao) của cổ phiếu tại thời điểm *t* (thời điểm ký hợp đồng kỳ hạn).

Ký hiệu giá cổ phiếu tại thời điểm *t* và *T*: S_t, S_T; *r*: mức lãi suất phi rủi ro khi đó:

$$F = S_t e^{r(T-t)} \tag{1.19}$$

Thật vậy,

+ Giả sử:

$$F < S_t e^{r(T-t)} \tag{1.20}$$

Ta lập danh mục P tại *t*: Mua hợp đồng kỳ hạn (hợp đồng mua cổ phiếu), bán khống cổ phiếu lấy tiền cho vay với lãi suất *r*.

Ta có bảng giá trị của P tại *t* và *T*

P	$V_{P(t)}$	$V_{P(T)}$
Long F	0	$S_T - F$
Short Share	$-S_t$	$-S_T$
Cho vay tiền	S_t	$S_t e^{r(T-t)}$
V_P	0	$S_t e^{r(T-t)} - F > 0$

Tại thời điểm đáo hạn *T*: thực hiện hợp đồng kỳ hạn, lấy khoản tiền *F* từ khoản cho vay $S_t e^{r(T-t)}$ mua cổ phiếu (với giá giao *F*) để trả cho người mua lúc đầu và đóng các vị thế trong P. Do (1.20) nên sẽ chắc chắn lãi khoản $(S_t e^{r(T-t)} - F) > 0$. Như vậy P là danh mục cơ lợi.

\+ Giả sử:

$$F > S_t e^{r(T-t)} \tag{1.21}$$

Ta lập danh mục Q bằng cách đảo vị thế các tài sản trong danh mục P: bán hợp đồng kỳ hạn, vay khoản tiền S_t để mua cổ phiếu.

Ta có bảng giá trị của Q tại *t* và *T*:

Q	$V_{Q(t)}$	$V_{Q(T)}$
Short F	0	$F - S_T$
Long Share	S_t	S_T
Vay tiền	$-S_t$	$-S_t e^{r(T-t)}$
V_Q	0	$F - S_t e^{r(T-t)} > 0$

Lập luận tương tự ta thấy Q là danh mục cơ lợi.

Tóm lại, nếu thị trường không có cơ lợi thì phải có (1.18). Chú ý rằng với phái sinh là hợp đồng kỳ hạn thì giá phái sinh phụ thuộc tuyến tính vào giá tài sản cơ sở.

1.3.5.3. Nguyên lý chiết khấu

Giả sử *t*, *T* là thời điểm hiện tại, tương lai. Xét hai danh mục (hoặc tài sản) P, Q. Ký hiệu: $V_{P(t)}, V_{Q(t)}$ và $V_{P(T)}, V_{Q(T)}$ là giá trị của P, Q tại các thời điểm tương ứng. Nếu biết

$V_{P(T)}, V_{Q(T)}$ để so sánh giá trị hai danh mục tại *t* ta phải tính giá trị hiện tại bằng cách chiết khấu các giá trị $V_{P(T)}, V_{Q(T)}$ theo cùng một tỉ suất chiết khấu của thị trường. Nếu *r* là tỷ suất chiết khấu thị trường trong chu kỳ [*t*, *T*] khi đó:

+ Nếu chiết khấu theo cách tính lãi rời rạc ta có:

$$V_{P(t)} = \frac{V_{P(T)}}{(1+r)}$$

$$V_{Q(t)} = \frac{V_{Q(T)}}{(1+r)}.$$

+ Nếu chiết khấu theo cách tính lãi liên tục ta có:

$$V_{P(t)} = V_{P(T)} e^{-r(T-t)}$$

$$V_{Q(t)} = V_{Q(T)} e^{-r(T-t)}.$$

1.3.5.4. Nguyên lý đòn bẩy tài chính (Financial Leverage)

a. Nguyên lý

Nếu trên thị trường có nhiều tài sản với lợi suất kỳ vọng khác nhau khi đó nhà đầu tư có thể bán khống tài sản hoặc danh mục có lợi suất kỳ vọng thấp lấy tiền mua tài sản hoặc danh mục có lợi suất kỳ vọng cao.

Vận dụng nguyên lý trên trong đầu tư gọi là sử dụng đòn bẩy tài chính. Với việc sử dụng này nhà đầu tư có thể tạo ra danh mục có lợi suất kỳ vọng cao hơn, tạo ra tác động "đòn bẩy" đối với lợi suất.

b. Thí dụ minh họa

Thí dụ 1.14: Giả sử cổ phiếu A có giá giao ngay $S_{(t)} = 666$ và trên thị trường có bán Call về cổ phiếu này với kỳ hạn (*T* - *t*), giá thực hiện: 680 và giá Call $c_{(t)} = 39$. Giả sử tại *T* $S_{(T)} = 730$.

- Nếu nhà đầu tư mua cổ phiếu và nắm giữ đến thời điểm *T* (đầu tư không sử dụng đòn bẩy tài chính) khi đó lợi suất đầu tư:

$$r = \frac{730 - 680}{660} = 9.6\%$$

- Nếu mua Call và thực hiện (sử dụng đòn bẩy tài chính) khi này lợi suất đầu tư:

$$r = \frac{730 - 680 - 39}{39} \approx 0,282 \sim 28,2\%$$

Tất nhiên trong trường hợp xấu, ví dụ giá S_T xuống thấp, nhà đầu tư sử dụng đòn bẩy có thể chịu mức lỗ cao hơn.

TÓM TẮT NỘI DUNG

Trong chương này chúng ta đã tìm hiểu các khái niệm và nguyên lý cơ bản dùng trong nghiên cứu, phân tích cấu trúc và phương thức vận hành của thị trường tài chính. Mục 1.1 giới thiệu vai trò của thị trường tài chính trong nền kinh tế. Mục 1.2 giới thiệu các đặc điểm khái quát trong cấu trúc và phương thức vận hành của thị trường tài chính. Mục 1.3 đề cập phương pháp tiếp cận mô hình trong phân tích TTTC dựa trên một số nguyên lý cơ bản.

Đây là các kiến thức nền tảng giúp người học tiếp cận những kiến thức xuyên suốt cả giáo trình.

TỪ KHÓA

Tiếng Việt	**Tiếng Anh**
Thị trường tài chính	Financial market
Tài sản cơ sở	Underling asset
Tài sản phái sinh	Derivative asset
Quyền chọn	Option
Hợp đồng tương lai	Future contract
Hợp đồng kỳ hạn	Forward contract
Trường vị	Long position
Đoản vị	Short position
Cơ lợi	Arbitrage
Doanh lợi (lợi suất thô)	Gross Return
Lợi suất	Net Return, Rate of Return
Phòng hộ rủi ro	Hedging
Danh mục đầu tư	Portfolio

Danh mục phỏng theo	Replicating Portfolio
Danh mục đáp ứng	Tracking Portfolio
Nguyên lý đa dạng hoá trong đầu tư	Principle of Diversification
Nguyên lý đòn bẩy tài chính	Financial Leverage

CÂU HỎI

1.1. Vai trò của thị trường tài chính trong nền kinh tế là gì?

1.2. Hãy nêu đặc điểm khái quát cấu trúc của thị trường tài chính.

1.3. Phương thức hoạt động của thị trường tài chính là gì?

1.4. Hãy nêu các nguyên lý cơ bản trong thị trường tài chính.

BÀI TẬP

1.1. Giả sử ta có Call kiểu Âu về 100 cổ phiếu của công ty A với giá thực hiện 120.000đ/cổ phiếu, thời gian đáo hạn là 3 tháng. Giá hiện thời của cổ phiếu là 120.000đ/cổ phiếu. Ta có thể lãi (lỗ) bao nhiêu sau 3 tháng?

1.2. Giá hiện thời của cổ phiếu của công ty B là 29.000đ/cổ phiếu, 2.900đ là giá Call kiểu Âu về cổ phiếu này với giá thực hiện: 30.000đ, thời gian đáo hạn: 3 tháng. Giả sử nhà đầu tư dự định đầu tư 5.800.000đ. Hãy mô tả 2 chiến lược đầu tư: - Mua cổ phiếu; - Mua Call kiểu Âu về cổ phiếu. Hãy xác định khả năng lãi (lỗ) của từng chiến lược.

1.3. Giả sử ta có 5.000 cổ phiếu, thời giá mỗi cổ phiếu là 25 USD. Hãy mô tả phương pháp sử dụng Put kiểu Âu để phòng hộ giá của cổ phiếu trong 4 tháng tới.

1.4. Một Call kiểu Âu về cổ phiếu có giá thực hiện là 50 USD được bán với giá là 2,5 USD. Trong hoàn cảnh nào nắm giữ Call có lời? Trong hoàn cảnh nào Call được thực hiện? Vẽ đồ thị minh hoạ biến thiên của lợi nhuận trường vị theo giá của cổ phiếu tại thời điểm đáo hạn.

1.5. Một Put kiểu Âu về cổ phiếu với giá 60 USD được bán với giá 4USD. Trong hoàn cảnh nào người ở thế đoản vị có lời? Trong trường hợp nào hợp đồng sẽ được thực hiện? Vẽ đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của lợi nhuận đoản vị theo giá của cổ phiếu tại thời điểm đáo hạn hợp đồng.

1.6. Một người đầu tư bán một Call kiểu Âu về cổ phiếu có thời điểm đáo hạn là tháng 9 với giá thực hiện là 20 USD. Bây giờ là tháng 5, giá cổ phiếu là 18 USD, giá Call là

2 USD. Mô tả biến động của dòng tiền của người đầu tư nếu hợp đồng được giữ cho đến tháng 9 và giá cổ phiếu là 25 USD tại thời điểm đáo hạn.

1.7. Thời giá của vàng là 1.200.000đ/1 lượng. Giá vàng giao trong một hợp đồng kỳ hạn là 1.400.000đ/lượng trong vòng 1 năm. Một người cơ lợi có thể vay tiền với lãi suất 10%/ năm. Họ phải làm gì, giả sử không có chi phí tồn kho vàng?

1.8. Thời giá của một cổ phiếu là 94 USD. Giá thực hiện của một Call kiểu Âu trong 3 tháng tới là 95 USD, giá Call là 4,7 USD. Một nhà đầu tư cảm thấy giá sẽ tăng nên cân nhắc giữa việc mua 100 cổ phiéu và mua 2.000 Call. Hai chiến lược này bắt buộc phải đầu tư 9.400 USD. Ta có thể khuyên ông ta điều gì? Giá của cổ phiếu phải tăng bao nhiêu để chiến lược sử dụng Call có thể mang lại lợi nhuận nhiều hơn?

1.9. Hãy xác định giá trị tại thời điểm đáo hạn của các danh mục đầu tư các quyền chọn (có cùng thời gian đáo hạn) dưới đây:

a) Mua 1 cổ phiếu, mua 1 Put kiểu Âu về cổ phiếu cùng loại với giá thực hiện X.

b) Mua 1 Call và 1 Put kiểu Âu về cùng loại cổ phiếu và cùng với giá thực hiện X.

c) Mua 1 Call kiểu Âu về cổ phiếu với giá thực hiện X_1 và bán 1 Put kiểu Âu về cổ phiếu cùng loại với giá thực hiện X_2 ($X_1 < X_2$).

d). Mua 1 Call kiểu Âu về cổ phiếu với giá thực hiện X_1 và mua 1 Put kiểu Âu về cổ phiếu cùng loại với giá thực hiện X_2 (hãy xét các trường hợp $X_1 < X_2$, $X_1 = X_2$, $X_1 > X_2$).

e). Mua 2 Call kiểu Âu về cổ phiếu: một loại cổ phiếu với giá thực hiện X_1 và loại kia với giá thực hiện X_2, bán 2 Put kiểu Âu về 2 loại cổ phiếu trên cùng với giá thực hiện là X.

1.10. Hãy mô tả hàm thu hoạch của danh mục đầu tư sau: Một trường vị hợp đồng kỳ hạn và một trường vị Put kiểu Âu về cùng một loại cổ phiếu với cùng thời gian đáo hạn. Giá thực hiện của Put là thời giá của cổ phiếu.

1.11. Hãy giải thích mệnh đề: " Một trường vị đối với một hợp đồng kỳ hạn là tương đương với một trường vị về Call kiểu Âu và một đoản vị về Put kiểu Âu". (các phái sinh có cùng tài sản cơ sở và cùng thời gian đáo hạn).

1.12. Hãy mô tả thu hoạch và vẽ đồ thị hàm lợi nhuận, các giới hạn của hàm này khi nhà đầu tư sử dụng chiến lược "Dải giá tăng" đối với Put bằng danh mục: Long Put (có giá thực hiện thấp) + Short Put (có giá thực hiện cao).

1.13. Hãy mô tả thu hoạch và vẽ đồ thị hàm lợi nhuận, các giới hạn của hàm này khi nhà đầu tư sử dụng chiến lược "Dải giá giảm" đối với Call bằng danh mục: Long Call (có giá thực hiện cao) + Short Call (có giá thực hiện thấp).

1.14. Hãy mô tả thu hoạch và vẽ đồ thị hàm lợi nhuận, các giới hạn của hàm này khi nhà đầu tư sử dụng chiến lược "Dải giá giảm" đối với Put bằng danh mục: Long Put (có giá thực hiện cao) + Short Put (có giá thực hiện thấp).

1.15. Giá hiện thời của cổ phiếu là S_t, hãy áp dụng nguyên lý không cơ lợi để định giá hợp đồng kỳ hạn về cổ phiếu nếu giá thực hiện là F, thời điểm đáo hạn là T, tại thời điểm t_1cổ phiếu nhận cổ tức: dS_t với: $0 \le d \le 1$ và $t \le t_1 \le T$.

BÀI TẬP THỰC HÀNH

1.1. Thu thập các số liệu về:

- Giá đóng cửa các phiên giao dịch của các cổ phiếu thuộc nhóm VN30, HNX30, các chỉ số VN - Index, HNX - Index, VN30 - Index, HNX30 - Index trên Sàn giao dịch chứng khoán Thành phố Hồ Chí Minh và Sàn giao dịch chứng khoán Hà Nội;
- Tỷ giá VNĐ/USD, VNĐ/EURO;
- Giá vàng hàng ngày.

1.2. Sử dụng phần mềm thích hợp để tính các thống kê đặc trưng, vẽ và phân tích một số đặc điểm của các chuỗi thời gian, các chuỗi lợi suất của các dữ liệu thu thập được.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Simon Benninga (2000): *Financial Modeling*, The MIT Press, (Second Edition).
2. David Blake (2000): *Financial Markets Analysis*, John Wiley&Sons, (Second Edition).
3. Jonh C. Hull (1997): *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice Hall Inc. (3rth Edition).
4. Harry Markowitz (1959): *Portfolio Selection*, Yale Univessity Press.
5. Robert C. Merton (1990): *Continuous Finance*, Basil Blackwell.
6. Frank K. Reilly – Keith C. Brown (1997): *Investment Analysis and Portfolio Management*, The Dryden Press, (5th Edition).
7. Paul Wilmott (1998): *Derivatives – The Theory and Practice of Financial Engineering*, John Wiley&Sons.

CHƯƠNG 2
MÔ HÌNH HOÁ HOẠT ĐỘNG KINH TẾ CÓ YẾU TỐ RỦI RO

Mục đích

- Trình bày các khái niệm, phương pháp mô hình hóa ngẫu nhiên, trang bị công cụ cho các chương sau.

Nội dung chính

- Mô hình hóa hoạt động có yếu tố rủi ro của tác nhân.
- Mô hình hóa sự lựa chọn của tác nhân trong môi trường bất định.
- Mô hình hóa và đo lường thái độ đối với rủi ro của nhà đầu tư.

Yêu cầu

- Nắm vững cách tiếp cận và mô hình phản ánh sự lựa chọn của tác nhân trong môi trường bất định.
- Vận dụng mô hình hàm lợi ích kỳ vọng trong các phân tích.

2.1. MÔI TRƯỜNG BẤT ĐỊNH VÀ YẾU TỐ RỦI RO TRONG HOẠT ĐỘNG KINH TẾ

2.1.1. Mô hình hóa môi trường bất định

2.1.1.1. Môi trường bất định

a. Khái niệm về môi trường bất định

Các hoạt động nói chung và hoạt động kinh tế nói riêng khi thực hiện đều diễn ra trong một bối cảnh nhất định gọi là môi trường của hoạt động đó (môi trường hoạt động).

Môi trường gồm nhiều yếu tố liên quan với các mối quan hệ phức tạp và biến động thường xuyên theo không gian và thời gian. Trong môi trường biến động như vậy, khi thực hiện một hoạt động ta rất khó đoán trước kết quả. Môi trường trong đó các hoạt động không thể biết chắc kết quả gọi là *môi trường bất định* (Môi trường với thông tin không đầy đủ).

b. Thí dụ

Xét hoạt động đầu tư trên một thị trường tài chính thì trường tự nhiên, kinh tế - xã hội của thị trường rõ ràng là môi trường bất định vì hôm nay ta có thể biết rõ các yếu tố liên quan nhưng không thể biết chắc ngày mai chúng là gì và liên hệ với nhau như thế nào,… Như vậy, dù hôm nay nhà đầu tư biết giá tài sản là bao nhiêu nhưng không thể biết chắc giá ngày mai hoặc trong một thời gian ngắn là như thế nào.

Có thể kể ra nhiều hoạt động kinh tế khác cũng diễn ra trong môi trường bất định.

2.1.1.2. Mô hình hóa môi trường bất định – Không gian xác suất

Trong môi trường bất định, các tác nhân không thể có đầy đủ các thông tin để ra quyết định trong quá trình hoạt động kinh tế. Các quyết định trong tình huống này gọi là quyết định với thông tin không hoàn hảo.

Ta xét một hoạt động kinh tế của tác nhân trong môi trường bất định. Tại thời điểm bắt đầu thực hiện, tác nhân không thể lường trước được mọi sự việc xảy ra sau này, do đó kết quả của hoạt động không thể biết trước. Kết quả này phụ thuộc vào diễn biến cuối cùng của môi trường. Diễn biến này tạo ra các tình huống và các kết cục cuối cùng.

Từ cách lập luận trên ta sẽ sử dụng không gian xác suất Ω với độ đo **P** (độ đo xác suất khách quan) ký hiệu là **(Ω, P)** để mô hình hoá môi trường bất định trong đó diễn ra hoạt động kinh tế.

Không gian nền Ω là tập các biến cố (sự kiện) sơ cấp. Trên không gian xác suất (**Ω**, **P**) thường bổ sung thêm σ - đại số $\mathcal{F}$ các tập con của Ω. Do đó khi đề cập đến không gian xác suất ta sẽ sử dụng cặp bộ ba (**Ω**, **P**, $\mathcal{F}$) để biểu diễn. Với các không gian xác suất khác nhau có thể mô tả môi trường bất định khác nhau trong hoạt động kinh tế.

2.1.2. Yếu tố rủi ro trong hoạt động kinh tế

2.1.2.1. Khái niệm về yếu tố rủi ro

Một hoạt động của tác nhân trong đó kết quả cuối cùng của hoạt động có thể rất khác so với dự tính ban đầu của tác nhân gọi là hoạt động có yếu tố rủi ro (hoạt động rủi ro).

Trong thực tế tác nhân có thể thực hiện nhiều hoạt động trong đó có hoạt động kinh tế và hầu hết các hoạt động này diễn ra trong môi trường bất định nên chúng đều hàm chứa yếu tố rủi ro.

2.1.2.2. Các vấn đề cơ bản liên quan tới mô hình hóa hoạt động rủi ro

Ta đã biết quá trình hoạt động kinh tế của tác nhân là quá trình lựa chọn, ra quyết định trên nhiều lĩnh vực: sản xuất, tiêu dùng, đầu tư, kinh doanh…và chúng đều có yếu tố rủi ro. Để mô hình hóa hoạt động trong điều kiện này ta cần phải:

- Mô hình hóa các khả năng lựa chọn của tác nhân.
- Mô tả các khả năng, phương án mà tác nhân có thể xem xét, lựa chọn.
- Mô tả cách thức lựa chọn.
- Sau khi đã mô hình hóa các khả năng, phương án lựa chọn cần mô tả cách thức lựa chọn của tác nhân nhằm đáp ứng lợi ích của họ.
- Mô tả thái độ của tác nhân đối với rủi ro.

Rõ ràng cùng một hoạt động nhưng đối với người này thì lựa chọn, trong khi người khác lại không, điều đó có nghĩa là thái độ đối với rủi ro của hoạt động của mỗi tác nhân là khác nhau. Ta cần mô tả thái độ, đo lường mức độ của thái độ này giữa các tác nhân để có thể lý giải tính logic trong sự lựa chọn.

Trên đây là các vấn đề cơ bản ta cần giải quyết khi mô hình hóa hoạt động có rủi ro. Ta sẽ thực hiện việc này trong các phần tiếp theo của chương.

2.2. MÔ HÌNH HÓA SỰ LỰA CHỌN CỦA TÁC NHÂN ĐỐI VỚI HOẠT ĐỘNG RỦI RO

Giả sử môi trường trong đó tác nhân thực hiện việc lựa chọn là môi trường bất định và được mô tả bởi không gian xác suất $(\Omega, \mathbf{P}, \mathcal{F})$.

2.2.1. Mô hình hóa khả năng lựa chọn

2.1.1.1. Ván bài

a. Ván bài (Gamble, Lottery) - Trường hợp rời rạc

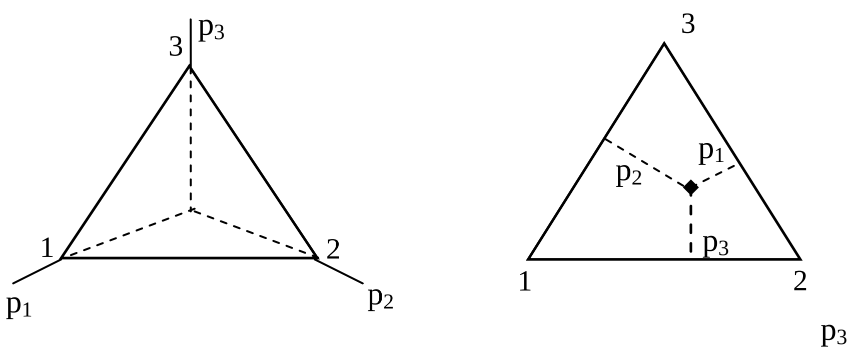
Giả sử Ω gồm hữu hạn n kết cục $a_1, a_2, ... a_n$ tức là $\Omega = \{a_1, a_2, ... a_n\}$.

- *Các định nghĩa*
  - *Ván bài đơn*

Cho $P = (p_1, p_2, ..., p_n)$ với $0 \le p_k \le 1, \sum_{k=1}^{n} p_k = 1$, trong đó p_k được xem là xác suất xảy ra biến cố a_k. Như vậy *P* là một véctơ phân bố xác suất và *P* được gọi là một ván bài đơn (simple gamble).

Các ván bài $P^i = \left(0, 0, .., \underset{(i)}{1}, 0...\right)$ $i = \overline{1, n}$ gọi là ván bài phi rủi ro.

Trường hợp *n* = 3 ta có minh họa hình học các ván bài trên hình 2.1.



Hình 2.1

Mỗi ván bài đơn có dạng $P = \{p_1, p_2, p_3\}, 0 \le p_k \le 1, \sum_{k=1}^{3} p_k = 1$ do đó ứng với một điểm trên mặt phẳng đáy của tứ diện có đỉnh là gốc tọa độ và mặt phẳng đáy là tam giác đều có đường cao là 1 đơn vị độ dài. Ba đỉnh của mặt phẳng đáy ứng với ba ván bài phi rủi ro.

- *Ván bài hợp*

Ta xét một số hữu hạn *m* ván bài đơn $P^1, P^2, ..., P^m$ như vậy:

$$P^i = (p_1^i, p_2^i, ..., p_n^i);\ i = \overline{1, n}$$

Cho $q=\left(q_1,q_2,...q_m\right)$ là một vectơ xác suất, gọi $Q=\sum_{j=1}^{m} q_j P^j$, khi đó Q gọi là ván bài hợp từ m ván bài đơn $P^1,P^2,...,P^m$.

- *Ván bài rút gọn*

Cho Q là ván bài hợp từ m ván bài đơn $P^1,P^2,...,P^m$. Ta định nghĩa $p_i=\sum_{j=1}^{m} q_j p_i^j, i=\overline{1,n}$, rõ ràng $0\le p_i \le 1$, $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$ nên $P=\left(p_1,p_2,...p_n\right)$ có thể coi là một ván bài, P gọi là ván bài rút gọn của ván bài hợp Q. Như vậy mọi ván bài hợp đều có thể quy về ván bài đơn thông qua ván bài rút gọn nên ta chỉ cần xét ván bài đơn.

Một số thí dụ về ván bài

Thí dụ 2.1: Xét thị trường cổ phiếu Việt Nam, sau một tuần nữa sẽ có ba tình huống có thể xảy ra: giá tăng: a_1, giá không đổi: a_2 và giá giảm: a_3, vậy $\Omega = (a_1, a_2, a_3)$.

Xét tình trạng giá cổ phiếu SAM, cho $P_{\text{SAM}} = (p_1, p_2, p_3)$ là vectơ xác suất bất kỳ, P_{SAM} là ván bài đơn. Như vậy việc nắm giữ cổ phiếu SAM như là việc ta có ván bài P_{SAM}.

Thí dụ 2.2: Ta sẽ mở rộng thí dụ 2.1 như sau:

Cho P_{SAM}, P_{REE} là các ván bài ứng với việc nắm giữ cổ phiếu SAM, REE và P_{CallSAM}, P_{CallREE} là ván bài ứng với việc mua Call về cổ phiếu SAM, REE. Rõ ràng P_{CallSAM}, P_{CallREE} là các ván bài hợp.

- *Ván bài với các kết cục được tiền tệ hóa*

Trong nhiều ứng dụng thực tế, các kết cục $a_1,a_2,...,a_n$ thường là các khoản tiền (được hoặc mất). Trong trường hợp này các ván bài được gọi là ván bài với kết cục được tiền tệ hóa và kết cục được tiền tệ hóa gọi là thu hoạch của ván bài. Để mô tả ván bài ta sẽ sử dụng ký hiệu L: (a_1, a_2,…, a_n; p_1, p_2,…,p_n). Nếu a_i là khoản tiền mất, phải trả thì a_i được mang dấu âm.

Thí dụ 2.3: Giả sử nhà đầu tư mua và nắm giữ cổ phiếu K. Hiện thời giá cổ phiếu K là 18.000đ/cổ phiếu, sau một tháng nữa với khả năng 50% - 50% giá sẽ tăng, giảm 10%. Hãy lập ván bài tương ứng với tình huống trên. Ta có L: (1.800đ, -1.800đ; 0,5, 0,5).

Từ định nghĩa ván bài cũng như thông qua một số thí dụ ta có thể sử dụng ván bài để mô tả khả năng, phương án lựa chọn khác nhau của tác nhân; nói cách khác một khả năng, phương án lựa chọn của tác nhân trong môi trường bất định là một ván bài được xác định trong không gian xác suất nhất định.

b. Ván bài - Trường hợp liên tục

Ta xét trường hợp **Ω** là vô hạn không đếm được và các kết cục được tiền tệ hóa. Khi tác nhân thực hiện hoạt động sẽ đạt kết quả (hoặc hậu quả), với kết cục được tiền tệ hóa và kết quả này gọi là *thu hoạch* của hoạt động. Trong môi trường bất định (trên **Ω**) rõ ràng thu hoạch là biến ngẫu nhiên X nào đó. Như vậy, tổng quát hóa trường hợp rời rạc ta có định nghĩa:

Ván bài đơn trên **Ω** là một hàm phân bố $F(x)$ của biến ngẫu nhiên X bất kỳ trên **Ω**.

Cho $F^1, F^2,\ldots, F^m$ là các ván bài đơn và $(p_1, p_2,\ldots, p_m)$ là vectơ xác suất, khi đó:

$$F = \sum_{k=1}^{m} p_k F^k$$

gọi là ván bài hợp của $F^1, F^2,\ldots, F^m$.

2.2.1.2. Tập các ván bài

Xét (**Ω**, **P**, $\mathcal{F}$) mô tả môi trường bất định.

a. Tập các ván bài - Trường hợp rời rạc

Tập hợp tất cả các ván bài đơn trên **Ω** ký hiệu G(**Ω**) sẽ là $G(\Omega) = \{P \in R_+^n : \sum_{i=1}^{n} p_i = 1\}$.

Ta đã biết tập $\{ P \in \mathbb{R}_+^n, \sum_{i=1}^{n} p_i \le 1\}$ là đơn hình chuẩn (n - 1) chiều trong $\mathbb{R}^n$ và G(**Ω**) là mặt đáy của đơn hình. Dễ thấy G(**Ω**) là tập lồi, compact và mỗi phần tử của G(**Ω**) thể hiện một khả năng lựa chọn (có rủi ro) của tác nhân.

b. Tập các ván bài - Trường hợp liên tục

Tập hợp tất cả các ván bài đơn trên **Ω** ký hiệu G(**Ω**) là tập các hàm phân bố xác suất trên **Ω**. Khi này G(**Ω**) sẽ là tập lồi, bị chặn trong không gian L^p. Như vậy, trong môi trường bất định, hoạt động của tác nhân với kết cục cuối cùng (thu hoạch) được tiền tệ hóa thì mỗi khả năng lựa chọn hoạt động được thể hiện bởi một hàm phân bố xác suất $F(x)$ của biến ngẫu nhiên X trên Ω. Có thể coi biến ngẫu nhiên X là thu hoạch của tác nhân.

2.2.2. Mô hình hóa sự lựa chọn ván bài của tác nhân

Với mô hình ván bài cho ta cách biểu diễn khả năng, phương án lựa chọn của tác nhân. Rõ ràng trong thực tế hoạt động của nền kinh tế có nhiều tác nhân tham gia với vô số phương án (nhiều ván bài) để họ lựa chọn. Về mặt hình thức việc lựa chọn ván bài đối với tác nhân cũng tương tự như việc họ chọn gói hàng để tiêu thụ. Tuy nhiên, điểm khác biệt cơ bản giữa hai lựa chọn là sau khi quyết định chọn gói hàng nào đó tác nhân sẽ biết chắc kết quả (lợi ích) sẽ nhận được trong khi chọn ván bài tác nhân sẽ không biết được điều này. Bởi vậy để mô tả phương thức lựa chọn ván bài của tác nhân ta cần có cách tiếp cận vừa tương tự vừa mở rộng so với cách đã thực hiện khi mô tả sự lựa chọn của tác nhân đối với gói hàng. Để thuận tiện trong phân tích và ứng dụng ta sẽ giả thiết xét các ván bài với kết cục được tiền tệ hóa.

2.2.2.1.Thứ tự ưa thích của tác nhân trên tập ván bài

Cho $G(\Omega)$ là tập ván bài của tác nhân. Giả sử trên $G(\Omega)$ có thứ tự ưa thích $\succsim$ của tác nhân với các giả thiết:

(i) Thứ tự ưa thích có tính hợp lý.

(ii) Thứ tự ưa thích có tính liên tục.*

(iii) Thứ tự ưa thích có tính độc lập.

Tính độc lập của thứ tự trên $G(\Omega)$ được định nghĩa như sau:

Thứ tự $\succsim$ gọi là có tính độc lập nếu với mọi P^1, P^2, $P^3 \in G(\Omega)$ và $0 \leq \alpha \leq 1$ ta có:

$$P^1 \succsim P^2 \text{ khi và chỉ khi } \alpha P^1 + (1-\alpha)P^3 \succsim \alpha P^2 + (1-\alpha)P^3.$$

Điều này có nghĩa là thứ tự giữa hai ván bài không phụ thuộc (độc lập) vào việc chúng phối hợp với ván bài thứ ba. Rõ ràng đối với thứ tự ưa thích trên tập tiêu dùng sẽ không có tính chất này vì sự phối hợp với gói hàng thứ ba rất có thể sẽ làm thay đổi thứ tự của hai gói hàng ban đầu. Sở dĩ có sự khác biệt này vì khi chọn ván bài tác nhân chỉ được lựa chọn khả năng (xác suất) để có các kết cục chứ không lựa chọn được bản thân

---

* Định nghĩa về tính hợp lý, liên tục tương tự như trường hợp thứ tự ưa thích trên tập tiêu dùng, độc giả có thể tham khảo trong Hoàng Đình Tuấn: "Giáo trình Lý thuyết mô hình toán kinh tế", NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội 2003.

kết cục. Vì vậy khi kết hợp với cùng ván bài thứ ba, khả năng (xác suất) để có các kết cục tương ứng với hai ván bài ban đầu không thay đổi nên thứ tự giữa chúng sẽ không thay đổi.

2.2.2.2. Hàm lợi ích kỳ vọng – Hàm VNM

a. Dẫn xuất hàm lợi ích kỳ vọng

- *Khái niệm*

Khi tác nhân lựa chọn một phương án hoạt động nói chung và một ván bài nói riêng sẽ đạt lợi ích nhất định. Rõ ràng ván bài sẽ được tác nhân ưa thích hơn nếu mức lợi ích đem lại lớn hơn. Như vậy có mối quan hệ giữa ván bài và lợi ích của tác nhân. Với ván bài có kết cục được tiền tệ hóa thì các khoản tiền tương ứng với các kết cục sẽ được xem như lợi ích đem lại cho tác nhân. Tuy nhiên việc tác nhân chọn ván bài P nào đó lại không cho kết quả cụ thể thu hoạch là bao nhiêu tiền mà chỉ cho biết phân bố xác suất của các khoản tiền. Vì vậy để hàm số hóa mối quan hệ giữa ván bài và lợi ích của tác nhân khi chọn ván bài ta cần xây dựng hàm lợi ích đặc biệt: Hàm lợi ích kỳ vọng. Để dẫn xuất hàm lợi ích này ta cần xét một số định nghĩa.

- *Hàm lợi ích theo tài sản*

Giả sử tác nhân sở hữu tài sản có giá trị *x*. Việc sở hữu tài sản sẽ đem lại lợi ích nhất định. Hàm số biểu thị mức lợi ích của tác nhân khi có tài sản gọi là hàm lợi ích theo tài sản và được ký hiệu:

$$u = u\left(x\right)$$

với *u* là mức lợi ích của tác nhân, *x* là giá trị tài sản.

Ta sẽ giả thiết tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản $u = u\left(x\right)$.

Chú ý:

- Sự tồn tại hàm lợi ích theo tài sản của tác nhân có thể được lý giải tương tự như khi xét hàm lợi ích tiêu dùng.

- Với tư cách là hàm lợi ích $u = u\left(x\right)$, *u* được giả thiết là hàm đơn điệu tăng (lợi ích tăng theo tài sản).

- Cùng tài sản nhưng các tác nhân khác nhau sẽ có hàm lợi ích khác nhau.

Hàm lợi ích kỳ vọng – Trường hợp rời rạc

Xét tập ván bài $G(\Omega)$ với $\Omega = \{a_1, a_2 ... a_n\}$ (a_i: khoản tiền) và tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản $u = u(x)$. Xét n ván bài phi rủi ro $P^i = (0,0,1,...,0)$ với $i = \overline{1,n}$.

Khi tác nhân chọn ván bài P^i chắc chắn sẽ nhận khoản tiền a_i và với hàm lợi ích $u = u(x)$ sẽ đạt mức lợi ích $u(a_i)$, $i = \overline{1,n}$. Vì vậy có thể coi $u(a_i)$ là mức lợi ích tác nhân sẽ đạt được khi chọn ván bài P^i và ta sẽ ký hiệu $U(P^i) \equiv u(a_i)$, $i = \overline{1,n}$. Xét ván bài P bất kỳ với $P = (p_1, p_2, ... p_n)$. Ta có $P = \sum_{1=1}^{n} p_i P^i$, do đó theo logic ta có định nghĩa:

- *Định nghĩa Hàm lợi ích kỳ vọng*

Hàm U xác định trên tập ván bài $G(\Omega)$ gọi là *hàm lợi ích kỳ vọng* của tác nhân (có hàm lợi ích theo tài sản $u = u(x)$) đối với ván bài P nếu:

$$U(P) = \sum_{i=1}^{n} p_i U(P^i) \ \forall \ P = (p_1, p_2, ..., p_n) \in G(\Omega) \qquad (2.1)$$

Ta cần phân biệt rõ lợi ích kỳ vọng của ván bài P đối với tác nhân và giá trị kỳ vọng của P. Theo định nghĩa hàm lợi ích kỳ vọng ở trên thì rõ ràng lợi ích kỳ vọng của ván bài P đối với tác nhân sẽ chính là $U(P)$, mức lợi ích này phụ thuộc vào tác nhân; trong khi đó giá trị kỳ vọng của P – ký hiệu $E(P)$ – sẽ là $E(P) = \sum_{i=1}^{n} p_i a_i$ và không phụ thuộc vào tác nhân.

Hàm lợi ích kỳ vọng – Trường hợp liên tục

Ta sẽ mở rộng định nghĩa hàm lợi ích kỳ vọng của tác nhân trong trường hợp liên tục.

- *Định nghĩa Hàm lợi ích kỳ vọng*

Hàm U xác định trên tập ván bài $G(\Omega)$ gọi là *hàm lợi ích kỳ vọng* của tác nhân (có hàm lợi ích theo tài sản $u = u(x)$) đối với ván bài $F(x)$ nếu:

$$U(F) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dF(x) \quad \forall \ F(x) \in G(\Omega) \qquad (2.2)$$

Từ định nghĩa trên ta có thể thấy nếu coi thu hoạch của ván bài là tài sản đối với tác nhân thì $U(F) = E(u(x))$.

Cũng tương tự như trường hợp rời rạc ta có thể phân biệt lợi ích kỳ vọng của ván bài F đối với tác nhân: $U(F)=\int_{-\infty}^{+\infty}u(x)dF(x)$ và giá trị kỳ vọng của F: $E(F)=\int_{-\infty}^{+\infty}xdF(x)$.

a. Hàm lợi ích Von Neuman – Morgenstern – Hàm VNM

- *Định nghĩa hàm lợi ích Von Neuman – Morgenstern*

Von Neuman và Morgenstern (hai nhà toán kinh tế rất nổi tiếng) trong tác phẩm "Theory of Games and Economic Behavior" xuất bản năm 1947 đã xây dựng lý thuyết lựa chọn trong môi trường bất định khá hoàn chỉnh. Trong lý thuyết này các tác giả đã đề cập đến tập ván bài G(Ω) và thứ tự ưa thích của tác nhân trên G(Ω) như đã được trình bày ở phần đầu mục II. Xuất phát từ thứ tự $\succsim$ trên G(Ω), hai ông định nghĩa hàm lợi ích của tác nhân (có hàm lợi ích theo tài sản u = u(x) – để phân biệt với các hàm lợi ích khác – Von Neuman và Morgenstern gọi là hàm lợi ích Bernuili) như sau:

Hàm VNM: G(Ω) → R_1 gọi là hàm lợi ích (theo Von Neuman và Morgenstern) của ván bài đối với tác nhân nếu:

(i) VNM tương thích (phù hợp) với thứ tự $\succsim$.

(ii) VNM thỏa mãn hệ thức (2.1) (hoặc (2.2) trong trường hợp liên tục).

Hàm lợi ích định nghĩa ở trên gọi là Hàm lợi ích Von Neuman – Morgenstern và thường gọi tắt là hàm VNM.

- *Sự tồn tại hàm VNM và mối quan hệ với hàm lợi ích kỳ vọng*

  - *Sự tồn tại hàm VNM*

Cũng trong tác phẩm "Theory of Games and Economic Behavior" Von Neuman và Morgenstern đã chứng minh sự tồn tại của hàm VNM qua định lý nổi tiếng sau:

Định lý Von Neuman – Morgenstern: *Nếu thứ tự $\succsim$ trên tập ván bài G(Ω) thỏa mãn tính chất hợp lý, liên tục và độc lập thì tồn tại hàm VNM liên tục trên G(Ω).*

  - *Tính bất biến của hàm VNM*

Ngoài ra Von Neuman và Morgenstern còn chứng minh được kết quả sau gọi là tính bất biến của hàm VNM:

Nếu VNM(P) là hàm VNM khi đó $\mathrm{V(P)} \equiv \mathrm{b} + \mathrm{a}\ \mathrm{VNM(P)}$ *với a > 0, b bất kỳ cũng là hàm VNM.*

Phép biến đổi trên đối với hàm VNM(P) gọi là "phép biến đổi affin dương". Như vậy có thể nói hàm VNM bất biến qua phép biến đổi affin dương.

- *Quan hệ giữa hàm VNM và hàm lợi ích kỳ vọng*

Rõ ràng nếu ta coi lợi ích của tác nhân khi chọn ván bài P được định nghĩa theo hàm VNM thì sẽ rất hợp lý (vừa đảm bảo tính logic vừa đảm bảo sự tồn tại trong điều kiện khá rộng rãi). Tuy nhiên với đặc điểm của mình (điều kiện (ii) trong định nghĩa VNM) thì VNM chính là hàm lợi ích kỳ vọng. Chính vì lý do này VNM và hàm lợi ích kỳ vọng U(P) được xem là như nhau.

Như vậy ta có thể sử dụng hàm lợi ích kỳ vọng để mô tả lợi ích của tác nhân sẽ đạt được khi lựa chọn một ván bài (lựa chọn một phương án, một khả năng có chứa yếu tố rủi ro).

2.2.2.3. Ước lượng hàm lợi ích theo tài sản

Trong định nghĩa hàm lợi ích kỳ vọng của tác nhân đối với ván bài, vai trò của hàm lợi ích theo tài sản u = u(x) rất quan trọng. Làm thế nào để có thể ước lượng hàm này trong thực tế? Nếu ước lượng (định dạng) được hàm u ta có thể đo lường được lợi ích của các tác nhân khi nắm giữ tài sản. Ta có thể dựa vào hàm lợi ích kỳ vọng để ước lượng hàm u. Quá trình được tiến hành như sau:

a. Phỏng vấn thiết lập cơ sở dữ liệu

Để tạo cơ sở dữ liệu phục vụ cho việc ước lượng ta sẽ sử dụng thuật toán sau:

Bước 0: Cho u(0) = 0, cho mức lợi ích tại mức tổn thất (tài sản âm, thí dụ: - 1000) một số âm nào đó, thí dụ: -10; tức là u(-1000) = -10.

Bước 1: Lập ván bài F: {1000, -1000; p, (1− p)}, tức là đặt tình huống: tác nhân sẽ nhận khoản 1000 với xác suất p và sẽ mất khoản 1000 với xác suất (1 - p).

Đặt câu hỏi phỏng vấn tác nhân: Liệu với xác suất p bằng bao nhiêu thì tác nhân sẽ thờ ơ trong việc chọn ván bài F hoặc không được và cũng chẳng mất gì (x = 0)?

Do tác nhân thờ ơ trong tình huống trên nên ta có:

$$u(0) = p\, u(1000) + (1-p)\, u(-1000) \tag{2.3}$$

Giả sử câu trả lời là p = 0,6; từ (2.3) ta tính được

$$u(1000) = -\frac{(1-0,6)u(-1000)}{0,6} \approx -6,7$$

Với ý nghĩa là lợi ích tác nhân đạt được khi nhận tài sản có giá trị 1000 nên ta sẽ bỏ qua dấu âm và đặt u(1000) = 6,7.

Lặp lại bước 1 với nhiều ván bài trong đó thay đổi khoản được, mất ta thu được bảng số liệu sau (với giả định tác nhân trả lời về xác suất p tương ứng):

Khoản mất	**Khoản được**	**Xác suất được (p)**	**Mức lợi ích được**	**Mức lợi ích mất**
-1000	1000	0,6	6,7	-10
-1000	2000	0,55	8,2	-10
-2000	2000	0,75	8,2	-24,6
-3000	3000	0,8	10	-40
-4000	4000	0,85	12,2	-69,2
-5000	5000	0,9	15	-135

b. Ước lượng hàm lợi ích theo tài sản

Với việc thực hiện n lần bước 1 và chiết xuất hai cột đầu và hai cột cuối của bảng trên ta có bảng số liệu: (i = 1÷n).

x	u(x)
x_i	u_i

Sử dụng bảng số liệu trên để hồi quy u theo x ta sẽ ước lượng được hàm u = u(x).

Như vậy với mô hình ván bài và hàm lợi ích kỳ vọng ta đã mô hình hóa sự lựa chọn của tác nhân đối với hoạt động có rủi ro theo cách:

- Phương án để tác nhân chọn: ván bài.

- Tiêu chuẩn lựa chọn: tác nhân sẽ chọn ván bài để cực đại hóa lợi ích kỳ vọng.

Sự tồn tại các ván bài là khách quan đối với các tác nhân, cùng một ván bài cụ thể (cùng yếu tố rủi ro) tác nhân này sẽ chọn trong khi (tác nhân) lại từ chối. Điều gì khiến có sự khác biệt này? Đó chính là thái độ của tác nhân với rủi ro của ván bài. Trong phần tiếp theo ta sẽ tiếp tục sử dụng mô hình ván bài và mô hình hàm lợi ích kỳ vọng để phân tích thái độ này cũng như một số đặc trưng khác liên quan tới rủi ro của ván bài.

2.3. ỨNG DỤNG HÀM LỢI ÍCH KỲ VỌNG TRONG PHÂN TÍCH THÁI ĐỘ ĐỐI VỚI RỦI RO VÀ ĐẶC TRƯNG CỦA VÁN BÀI

Trong phần này ta sẽ thực hiện phân tích mô hình ván bài và hàm lợi ích kỳ vọng để:

- Xác định thái độ của tác nhân đối với rủi ro họ gánh chịu khi nắm giữ ván bài;
- So sánh thái độ trên đối với các tác nhân;
- So sánh mức độ rủi ro giữa các ván bài;
- Đề cập một số ứng dụng khác của hàm lợi ích kỳ vọng.

2.3.1. Thái độ của tác nhân đối với rủi ro

2.3.1.1. Phân loại thái độ đối với rủi ro

a. Thí dụ

Thí dụ 2.4: Xét ba tác nhân A, B, C với hàm lợi ích theo tài sản tương ứng $u_A = \ln W$, $u_B = W^2$ và $u_C = W$ với W là giá trị tài sản. Giả sử ban đầu cả ba tác nhân đều không có tài sản gì.

Cho ván bài L: (100\$, -100\$; 0,75, 0,25). Ta có kỳ vọng của L:

$$E(L) = 100\$ \times 0{,}75 - 100 \times 0{,}25\$ = 50\$.$$

Nếu có khoản 50\$ tác nhân A sẽ có lợi ích $u_A = \ln(50) \approx 3{,}912$, của B sẽ là $u_B = 50^2 = 2500$ và của tác nhân C: $u_C = 50$.

Mặt khác nếu A nắm giữ ván bài L thì lợi ích kỳ vọng:

$$U_A(L) = 0{,}75 \times \ln(100) - 0{,}25 \times \ln(100) = 0{,}5 \times \ln(100) \approx 2{,}3.$$

Trong khi đó nếu nắm giữ L, tác nhân B sẽ có lợi ích kỳ vọng:

$$U_B(L) = 0{,}75 \times 100^2 - 0{,}25 \times 100^2 = 5000$$

còn đối với C thì $U_C(L) = 0{,}75 \times 100 - 0{,}25 \times 100 = 50$.

So sánh các con số ta thấy:

- Tác nhân A đánh giá cao khoản tiền 50\$ (kỳ vọng của ván bài) hơn bản thân ván bài vì $u_A(E(L)) = 3{,}912 > U_A(L) = 2{,}3$;
- Tác nhân B lại đánh giá cao ván bài L hơn rất nhiều so với khoản 50\$ (5000 > 2500);
- Tác nhân C đánh giá việc có khoản tiền 50\$ và có ván bài L là như nhau (có lợi ích bằng nhau);
- Nếu phải lựa chọn giữa khoản tiền 50\$ và ván bài L chắc A sẽ chọn khoản tiền 50\$, B sẽ chọn ván bài L và C sẽ thờ ơ trong tình huống này.

Chọn ván bài là chuốc lấy rủi ro, tác nhân A không chọn vì ngại rủi ro trong khi đó B lại thích rủi ro, mạo hiểm nên chọn L, còn đối với C trong tình huống này tác nhân không quan tâm tới rủi ro.

b. Phân loại thái độ đối với rủi ro của tác nhân

Từ thí dụ trên ta có thể khái quát về thái độ của tác nhân đối với rủi ro.

Tác nhân với hàm lợi ích theo tài sản u = u(x) gọi là:

+ Tác nhân e ngại rủi ro (Risk Aversion) nếu:

$$u\left(\int_{-\infty}^{+\infty} x dF(x)\right) > \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dF(x) \tag{2.4}$$

với mọi ván bài $F \in G(\Omega)$.

+ Tác nhân ưa thích rủi ro (Risk Lover) nếu:

$$u\left(\int_{-\infty}^{+\infty} x dF(x)\right) < \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dF(x) \tag{2.5}$$

với mọi ván bài $F \in G(\Omega)$.

+ Tác nhân dung hoà với rủi ro (Risk Neutral) nếu:

$$u\left(\int_{-\infty}^{+\infty} x dF(x)\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x) dF(x) \tag{2.6}$$

với mọi ván bài $F \in G(\Omega)$.

Để ý rằng vế trái của các hệ thức trên là lợi ích của tác nhân khi chắc chắn nhận khoản tiền bằng kỳ vọng của ván bài còn vế phải là lợi ích kỳ vọng của tác nhân khi chọn bản thân ván bài.

2.3.1.2. Mối liên hệ giữa thái độ đối với rủi ro và hàm lợi ích theo tài sản của tác nhân

Xét tác nhân với hàm lợi ích theo tài sản u = u(x). Để xác định thái độ đối với rủi ro của tác nhân này ta cần kiểm chứng các hệ thức (2.4), (2.5) và (2.6) đối với mọi ván bài $F \in G(\Omega)$, đó là một công việc không dễ dàng chút nào. Tuy nhiên, trong lý thuyết xác suất có một kết quả gọi là "Bất đẳng thức Jensen" và nhờ bất đẳng thức này ta sẽ tìm được mối liên hệ giữa thái độ đối với rủi ro và hàm lợi ích của tác nhân. Qua việc phân tích đặc điểm của hàm này ta dễ dàng xác định thái độ đối với rủi ro của tác nhân.

a. Bất đẳng thức Jensen

Trong không gian xác suất (**Ω**, **P**) cho X là biến ngẫu nhiên có kỳ vọng, phương sai hữu hạn và có hàm phân bố F(x). Cho u = u(x) là hàm liên tục trong $\mathbb{R}$. Khi đó:

(i) $u(\int_{-\infty}^{+\infty} x dF(x)) > \int_{-\infty}^{+\infty} u(x)dF(x)$ khi và chỉ khi u là hàm lõm (theo nghĩa chặt);

(ii) $u(\int_{-\infty}^{+\infty} x dF(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x)dF(x)$ khi và chỉ khi u là hàm tuyến tính;

(iii) $u(\int_{-\infty}^{+\infty} x dF(x)) < \int_{-\infty}^{+\infty} u(x)dF(x)$ khi và chỉ khi u là hàm lồi (theo nghĩa chặt).

b. Mối liên hệ giữa thái độ đối với rủi ro và hàm lợi ích

Đặc điểm của hàm lợi ích và thái độ đối với rủi ro

Từ định nghĩa thái độ đối với rủi ro và bất đẳng thức Jensen ta thấy:

- Tác nhân là e ngại rủi ro khi và chỉ khi có hàm lợi ích theo tài sản là hàm lõm;
- Tác nhân là ưa thích rủi ro khi và chỉ khi có hàm lợi ích theo tài sản là hàm lồi;
- Tác nhân là dung hoà với rủi ro khi và chỉ khi có hàm lợi ích theo tài sản là hàm tuyến tính.

Nếu tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản u = u(x) và u khả vi liên tục (ít nhất hai lần – giả thiết thường có trong các mô hình toán kinh tế) khi đó để kiểm chứng thái độ của tác nhân ta chỉ cần xét dấu của u''. Nếu:

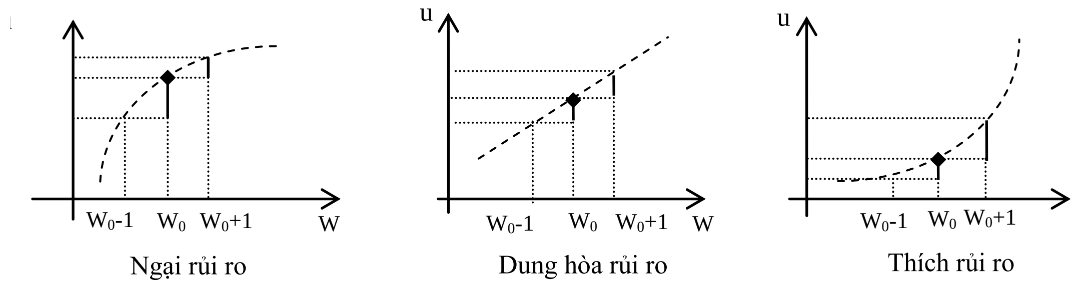
- ✓ $u'' < 0$ (u: hàm lõm) thì tác nhân là e ngại rủi ro;
- ✓ $u'' > 0$ (u: hàm lồi) thì tác nhân là ưa thích rủi ro;
- ✓ $u'' = 0$ (u: hàm tuyến tính) thì tác nhân là dung hòa với rủi ro.

Minh họa hình học

Từ thí dụ 2.4 ta dễ dàng xác định thái độ của tác nhân A, B và C đối với rủi ro:

- Ta có $u_A'' = -\frac{1}{\square W^2} < 0$ với $W > 0$ nên tác nhân A là e ngại rủi ro;
- Do $u_B'' = 2 > 0$ nên B là ưa thích rủi ro và $u_C'' = 0$ nên C dung hòa với rủi ro.

Ta có hình 2.2 minh họa mối quan hệ giữa thái độ đối với rủi ro của tác nhân và dáng điệu đồ thị hàm u = u(W).



Hình 2.2. Mối quan hệ giữa thái độ đối với rủi ro của tác nhân và dáng điệu đồ thị hàm u.

Nếu tác nhân ngại rủi ro (u lõm) thì tại mức tài sản W_0 tác nhân được thêm 1 đơn vị tài sản sẽ có mức gia tăng lợi ích nhỏ hơn so với mức giảm lợi ích do bị mất 1 đơn vị tài sản. Có thể giải thích tương tự đối với hai thái độ khác.

Trong phân tích quá trình lựa chọn ván bài của tác nhân, đặc biệt khi ứng dụng phân tích hoạt động đầu tư, người ta thường giả thiết *tác nhân là e ngại rủi ro*. Mặc dù cùng ngại rủi ro nhưng các tác nhân khác nhau có thể có các mức độ ngại rủi ro khác nhau. Để có thể so sánh mức độ này giữa các tác nhân ta cần đưa ra thước đo thích hợp.

2.3.2. Đo lường mức ngại rủi ro của tác nhân

2.3.2.1. Hệ số ngại rủi ro tuyệt đối – ARA (Absolute Risk Aversion coefficient)

a. Diễn giải trực quan

Từ hình 2.2 minh họa trường hợp tác nhân ngại rủi ro ta thấy hàm lõm u = u(W) có đồ thị càng cong (càng lõm) thì tác nhân càng ngại rủi ro. Mức độ cong của đồ thị được đặc trưng bởi u'' cho nên ta có thể sử dụng u'' để đo mức độ ngại rủi ro của tác nhân. Tuy nhiên ta cũng biết rằng hàm lợi ích bất biến qua phép biến đổi affin dương trong khi đó u'' lại không như vậy. Thật vậy, cho:

$$v(W) = a\, u(W) + b \text{ với } a > 0, b \text{ bất kỳ}$$

khi đó v(W) cũng là hàm lợi ích theo tài sản của tác nhân. Ta có $v'' = a^2 u'' \neq u''$, nhưng ta có:

$$\frac{u''}{u'} = \frac{v''}{v'}$$

Để đảm bảo tính nhất quán khi sử dụng thước đo mức ngại rủi ro ta sẽ dùng tỷ số $-\dfrac{u''}{u'}$.

b. Định nghĩa "Hệ số ngại rủi ro tuyệt đối"

Định nghĩa

Hệ số ngại rủi ro tuyệt đối (ARA) của tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản u = u(W) tại mức tài sản W_0 là:

$$ARA(u,W_0) = -\frac{u''(W_0)}{u'(W_0)}\ . \qquad (2.7)$$

Hệ số này càng lớn thì tác nhân càng ngại rủi ro.

Tỷ số $RT(u,W_0) = \frac{1}{ARA(u,W_0)}$ gọi là "hệ số chấp nhận rủi ro" (Risk Tolerance) của tác nhân tại mức tài sản W_0.

Với định nghĩa trên rõ ràng mức độ ngại rủi ro của tác nhân sẽ phụ thuộc vào số tài sản hiện có. Suy nghĩ thông thường là người ta càng giàu có thì càng bớt ngại rủi ro, điều đó có nghĩa là hệ số ARA(u,W) là hàm giảm theo W. Lớp hàm lợi ích có hệ số ARA giảm theo tài sản trong tài chính thường được ký hiệu là DARA. Tuy nhiên trong thực tế có những trường hợp khác.

Thí dụ

Thí dụ 2.5: Tính hệ số ngại rủi ro của tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản u = LnW tại W_0= 100.

Ta có $ARA(W_0) = \frac{1}{W_0} = \frac{1}{100} = 0,01$. Dễ thấy rằng với hàm u như trên ARA là hàm giảm theo tài sản, tức là tác nhân càng giàu thì càng ít ngại rủi ro.

Thí dụ 2.6: Tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản $u(W) = -e^{-\alpha W}$ với $\alpha > 0$. Khi đó ARA(W) = α (hằng số).

Có thể chứng minh rằng hệ số ARA = α (hằng số dương) khi và chỉ khi tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản dạng $u(W) = -e^{-\alpha W}$ với $\alpha > 0$.

c. So sánh mức độ ngại rủi ro giữa các tác nhân

Xét hai tác nhân I, II với hàm lợi ích theo tài sản tương ứng $u_I = u_I(W)$, $u_{II} = u_{II}(W)$. *Tác nhân II gọi là ngại rủi ro hơn tác nhân I nếu $ARA_I(W) < ARA_{II}(W)$ với mọi W.*

Ta có thể so sánh mức ngại rủi ro tại mức tài sản W_0 bằng cách tính các hệ số ARA của các tác nhân tại W_0 rồi so sánh và kết luận. Để ý rằng trong trường hợp này phải nhấn mạnh là ta so sánh tại W_0.

2.3.2.2. Hệ số ngại rủi ro tương đối – RRA (Relative Risk Aversion coefficient)

a. Định nghĩa hệ số ngại rủi ro tương đối

- *Dẫn xuất*

Thông qua hệ số ngại rủi ro tuyệt đối ta có thể biết thái độ của tác nhân đối với việc tài sản của họ tăng giảm một *lượng tuyệt đối* nào đó. Tuy nhiên trong phân tích tài chính, điều người ta quan tâm lại là *tỉ lệ tăng giảm tài sản (tỷ lệ tương đối)* so với ban đầu và thái độ phản ứng của tác nhân trước tỷ lệ tăng giảm này. Để đo lường mức ngại rủi ro của tác nhân trong tình huống này ta cần có thước đo phù hợp. Trước tiên ta thực hiện phân tích sau:

Giả sử tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản u = u(W) (W là tài sản ban đầu). Cho ván bài F với X là thu hoạch và có phân bố F(x).

Tài sản của tác nhân có ván bài F: W + X suy ra tỷ lệ biến động trong tài sản của tác nhân:

$$\frac{X + W}{\Box\ W} \equiv t\,.$$

Ta có thể viết W + X = tW và với W cố định ta đặt $\tilde{u}(t) \equiv u(tW)$. Ta có thể coi $\tilde{u}(t)$ như là hàm lợi ích của tác nhân đối với tỷ lệ biến động tài sản t. Một cách hình thức, ta tính $ARA(\tilde{u}, t)$:

$$ARA(\tilde{u}, t) = -\frac{\tilde{u}''(t)}{\tilde{u}'(t)} = -\frac{Wu''(tW)}{u'(tW)}\,. \tag{2.8}$$

Với t = 1 (tài sản trước và sau khi có ván bài như nhau) ta có $\tilde{u}(1) \equiv u(W)$ do đó:

$$-\frac{\tilde{u}''(1)}{\tilde{u}'(1)} = -\frac{Wu''(W)}{u'(W)}\,. \tag{2.9}$$

Từ kết quả phân tích (2.8) và (2.9) ta đưa ra định nghĩa dưới đây.

- *Định nghĩa hệ số ngại rủi ro tương đối*

Hệ số ngại rủi ro tương đối (RRA) của tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản u = u(W) tại mức tài sản W_0 là:

$$RRA(u,W_0) = -\frac{W_0 u''(W_0)}{u'(W_0)} . \qquad (2.10)$$

Suy ra RRA(u,W) = W. ARA(u,W) và nếu RRA là hàm giảm theo W thì ARA cũng là hàm giảm; tuy nhiên điều ngược lại không đúng.

Trong ứng dụng phân tích đầu tư, người ta thường giả thiết RRA không đổi theo W và lớp hàm lợi ích có hệ số RRA không đổi theo tài sản thường được ký hiệu là CRRA.

Thí dụ

Thí dụ 2.7: Tính hệ số ngại rủi ro tương đối của tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản u = lnW tại W_0 = 100.

Từ kết quả của thí dụ 2.5 ta có $ARA(W_0) = \frac{1}{W_0}$, do RRA(W) = W. ARA(W) suy ra $RRA(W_0)$ =1. Vậy với hàm lợi ích dạng loga, RRA là hằng số.

Thí dụ 2.8: Tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản $u(W) = \beta W^{(1-\rho)} + \gamma$ với β > 0 và ρ ≠ 1. Khi đó RRA(W) = ρ (hằng số).

Có thể chứng minh rằng:

- Hệ số RRA = ρ (hằng số) khi và chỉ khi tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản dạng $u(W) = \beta W^{(1-\rho)} + \gamma$ với β > 0 và ρ ≠ 1.
- Hệ số RRA = 1 khi và chỉ khi tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản dạng u(W)=βlnW + γ với β > 0.

2.3.3. Phân tích một số đặc trưng liên quan tới rủi ro

2.3.3.1. Đặc trưng liên quan đến rủi ro của ván bài

a. Phần bù tương đương chắc chắn, phần bù rủi ro và chi phí của ván bài

Thí dụ minh họa

Thí dụ 2.9: Ta xét tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản u(W) = lnW và ván bài $F = \{5, 30;\ 0.8, 0.2\}$.

Ta có giá trị kỳ vọng của ván bài $E(F) = 5*0,8 + 30*0,2 = 10$ nếu tác nhân chắc chắn có 10 đơn vị tiền tệ thì mức lợi ích đạt được là $u(E(F)) = u(10) = \ln(10) = 2,3$.

Lợi ích kỳ vọng của tác nhân khi có ván bài F:

$$U(F) = u(5)*0,8 + u(30)*0,2 = \ln(5)*0,8 + \ln(30)*0,2 = 1,97.$$

Ta có $u^{-1}(1{,}97) = e^{1{,}97} = 7{,}17$. Như vậy, nếu tác nhân có ván bài thì lợi ích đạt được là 1,97 tương đương với mức lợi ích khi tác nhân có 7,17 đơn vị tiền tệ. Khoản tiền này gọi là "*phần bù tương đương chắc chắn*" (Certainty Equivalent) của ván bài F đối với tác nhân và ký hiệu CE(u,F).

Khoản tiền chênh lệch giữa E(F) và CE: E(F) – CE = 10 – 7,17 = 2,83 gọi là "*phần bù rủi ro*"(Risk Premium) của ván bài F đối với tác nhân và ký hiệu RP(u,F).

Các định nghĩa

Từ thí dụ trên ta có thể đưa ra các định nghĩa một cách tổng quát; ta sẽ xét các trường hợp tác nhân không có và có tài sản ban đầu.

Xét tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản u = u(W) và ván bài F với thu hoạch X, phân bố F(x).

- *Trường hợp tác nhân không có tài sản ban đầu*

+ Phần bù tương đương chắc chắn của ván bài F đối với tác nhân là một khoản tiền, ký hiệu CE(u,F), sao cho tác nhân thờ ơ trong việc chọn ván bài hoặc khoản tiền này, tức là:

$$u[CE(u,F)] = U(F) \tag{2.11}$$

với $U(F) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x)dF(x)$ là lợi ích kỳ vọng của tác nhân khi có ván bài F.

Do u = u(W) là hàm liên tục, đơn điệu tăng nên tồn tại hàm ngược u^{-1}. Từ (2.11) ta suy ra:

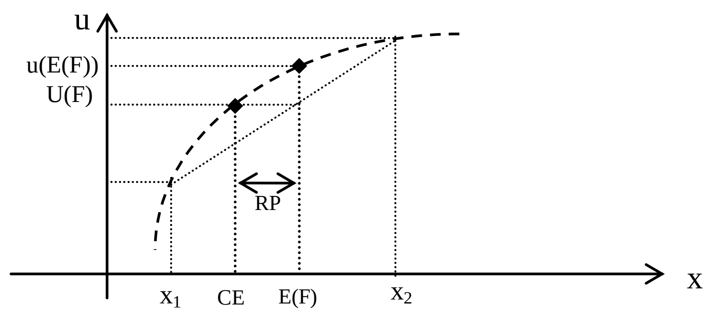
$$CE(u,F) = u^{-1}(U(F)) \tag{2.12}$$

+ Phần bù rủi ro của ván bài F đối với tác nhân có hàm lợi ích u = u(W), ký hiệu RP(u,F) được định nghĩa:

$$RP(u,F) = E(F) – CE(u,F) \tag{2.13}$$

Trong đó, E(F) là giá trị kỳ vọng của F, tức là $E(F) = \int_{-\infty}^{+\infty} xdF(x)$.

Thí dụ 2.10: Ta có ván bài F: $\{x_1, x_2; p, (1-p)\}$. Khi đó $E(F) = px_1 + (1-p)x_2$, $U(F)=pu(x_1) + 1-pu(x_2)$ và $u(E(F))= u[px_1 + (1-p)x_2]$. Ta có hình 2.3 minh họa.



Hình 2.3

- *Trường hợp tác nhân có tài sản ban đầu*

Cho W_0 là tài sản ban đầu của tác nhân, khi có ván bài F:

Tài sản của tác nhân sẽ là: $W = W_0 + X$

Tài sản kỳ vọng $E(W) = E(W_0 + X) = W_0 + E(F)$

Lợi ích kỳ vọng của tác nhân khi có ván bài:

$$U(W_0,F) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(W_0 + x)dF(x)$$

với các chỉ tiêu này, tương tự như trên ta có các định nghĩa:

+ Phần bù tương đương chắc chắn của ván bài F đối với tác nhân có tài sản W_0 là một khoản tiền, ký hiệu $CE(u,W_0,F)$, sao cho tác nhân thờ ơ trong việc chọn ván bài hoặc khoản tiền này, tức là:

$$u[CE(u,W_0,F)] = U(W_0,F) \ . \tag{2.14}$$

Để tính CE ta có thể sử dụng hệ thức:

$$CE(u,W_0,F) = U^{-1}(U(W_0,F)) \ . \tag{2.15}$$

Xét theo lợi ích, ta có thể coi $CE(u, W_0, F)$ là tài sản của tác nhân khi có ván bài.

+ Phần bù rủi ro của ván bài F đối với tác nhân có tài sản $W_{0,}$ ký hiệu $RP(u, W_0, F)$ được định nghĩa:

$$RP(u, W_0, F) = E(W_0 + X) – CE(u, W_0, F) \tag{2.16}$$

hay $RP(u, W_0, F) = W_0 + E(F) – CE(u, W_0, F)$.

- *Chi phí của ván bài*

Chi phí của ván bài F đối với tác nhân có tài sản W_0, ký hiệu $C(u, W_0, F)$, được định nghĩa:

$$C(u, W_0, F) = W_0 – CE(u, W_0, F) \tag{2.17}$$

Ý nghĩa của các đặc trưng CE, RP và C

Từ định nghĩa của các chỉ tiêu CE, RP, C trong phần trên ta thấy chúng vừa phụ thuộc vào ván bài vừa phụ thuộc vào tác nhân. Việc tìm hiểu ý nghĩa của chúng sẽ giúp ta thực hiện các ứng dụng, đồng thời cho phép liên hệ các chỉ tiêu này với thái độ đối với rủi ro của tác nhân.

Ý nghĩa thực tiễn của các đặc trưng:

+ Ý nghĩa của RP

Nếu tác nhân có ván bài, RP chính là khoản tiền tác nhân sẵn sàng bỏ ra để tránh rủi ro của ván bài. Như vậy, nếu có công ty bảo hiểm nhận bảo hiểm rủi ro liên quan đến ván bài với phí bảo hiểm thấp hơn PR thì tác nhân nên sử dụng bảo hiểm.

Ngược lại, nếu muốn tác nhân chọn ván bài thì phải "bù" cho họ khoản RP.

+ Ý nghĩa của CE

Từ định nghĩa CE ta thấy nếu tác nhân với hàm lợi ích u = u(W) và tài sản ban đầu W_0 sở hữu ván bài F thì khi rao bán trên thị trường, CE(u,W_0,F) sẽ là mức giá tối thiểu (mức giá thấp nhất) tác nhân đặt ra.

+ Ý nghĩa của C

Để ý rằng chi phí của ván bài F đối với tác nhân có hàm lợi ích u = u(W) và tài sản ban đầu W_0 C(u, W_0, F) có thể là dương, âm, thậm chí bằng 0. Do $C(u, W_0, F) = W_0 - CE(u, W_0, F)$, W_0 là tài sản ban đầu, CE(u, W_0, F) là phần bù tương đương chắc chắn của ván bài F đối với tác nhân có tài sản W_0 nên:

+ Nếu C(u, W_0, F) > 0 đó chính là khoản phí tổn do ván bài gây ra đối với tác nhân.
+ Nếu C(u, W_0, F) < 0 tác nhân rõ ràng nên có ván bài.

Vì vậy $|C(u, W_0, F)|$ có thể coi là giá mua cao nhất mà tác nhân có thể chấp nhận mua ván bài trên thị trường.

Dưới đây ta sẽ xét một số thí dụ.

Thí dụ 2.10: Ta xét tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản u(W) = lnW, W_0 = 10 và ván bài $F = \{10,\ 100;\ 0{,}1,\ \ 0{,}9\}$.

Ta có phân bố tài sản của tác nhân khi có ván bài: $W:\{20,\ 110;\ 0{,}1,\ \ 0{,}9\}$, giá trị kỳ vọng của ván bài $E(F) = 10*0{,}1 + 100*0{,}9 = 91$ và giá trị kỳ vọng của tài sản E(W) = 101. Lợi ích kỳ vọng của tác nhân:

$$U(W_0,F) = u(20)*0{,}1 + u(110)*0{,}9 = \ln(20)*0{,}1\ +\ \ln(110)*0{,}9\ = 4{,}52.$$

Suy ra

$$CE(W_0,\ F) = u^{-1}(4{,}52) = e^{4{,}52} = 91{,}83$$

và

$$RP(W_0,\ F) = E(W) – CE(W_0,\ F) = 101 - 91{,}83 = 9{,}17.$$

Chi phí của ván bài $C(W_0, F) = W_0 – CE = 10 – 91{,}83 = -81{,}83$. Ta có thể rút ra một số kết luận:

Nếu tác nhân có F và muốn mua bảo hiểm để phòng hộ rủi ro thì khi phí bảo hiểm nhỏ hơn 9,17 nên mua bảo hiểm.

Nếu tác nhân có F và muốn bán trên thị trường thì mức giá tối thiểu là 91,83.

Nếu ván bài được rao bán trên thị trường và tác nhân muốn mua, khi đó mức giá trả cao nhất là 81,83.

Thí dụ 2.11: Ta xét tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản u(W) = lnW, $W_0 = 10$ và ván bài $F = \{-5,\ 20;\ 0{,}8,\ \ 0{,}2\}$.

Ta có phân bố tài sản của tác nhân khi có ván bài: $W:\{5,\ 30;\ 0{,}8,\ \ 0{,}2\}$, giá trị kỳ vọng của ván bài $E(F) = -5*0{,}8 + 20*0{,}2 = 0$ và giá trị kỳ vọng của tài sản E(W) = 10. Lợi ích kỳ vọng của tác nhân:

$$U(W_0, F) =\ u(5)*0{,}8 + u(30)*0{,}2\ = \ln(5)*0{,}8\ +\ \ln(30)*0{,}2\ = 1{,}97.$$

Suy ra

$$CE(W_0,\ F) =\ u^{-1}(1{,}97) = e^{1{,}97} = 7{,}17 \text{ và } RP(W_0,\ F) = E(W) – CE(W_0,\ F) = 10 – 7{,}17 = 2{,}83.$$

Chi phí của ván bài

$$C(W_0,\ F) = W_0 – CE = 10 – 7{,}17 = 2{,}83.$$

Độc giả có thể rút ra một số kết luận tương tự như trong thí dụ 2.10.

Chú ý: Ván bài F trong thí dụ 2.11 có E(F) = 0. Một ván bài có kỳ vọng bằng không gọi là một “trò chơi công bằng” (Fair Game).

b. So sánh giữa các ván bài – Tính trội ngẫu nhiên (Stochastic Dominance)

Trong không gian xác suất (Ω, $\mathcal{P}$) xét hai ván bài F, G với thu hoạch có hàm phân bố tương ứng: F(x) và G(x).

Tính trội ngẫu nhiên cấp 1 (First order stochastic dominance)

Giả sử tác nhân có hàm lợi ích theo tài sản u = u(W), khi đó lợi ích kỳ vọng của tác nhân khi chọn ván bài F, G lần lượt là:

$$U(u,F) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x)dF(x) \text{ và } U(u,G) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x)dG(x).$$

Nếu đối với mọi tác nhân (với mọi hàm u = u(W) đơn điệu tăng) lợi ích kỳ vọng do ván bài F đem lại lớn hơn so với ván bài G thì đương nhiên mọi người sẽ chọn F và như vậy trong con mắt các tác nhân F có ưu thế hơn so với G (F được tất cả mọi người ưa thích hơn so với G). Từ đây ta có định nghĩa:

Ván bài F gọi là trội ngẫu nhiên cấp 1 so với ván bài G nếu U(u, F) ≥ U(u, G) với mọi hàm u = u(W) đơn điệu tăng và U(u,F) > U(u, G) ít nhất đối với một hàm u có tính chất trên.

Việc kiểm chứng ván bài F có trội ngẫu nhiên cấp 1 so với G đòi hỏi kiểm chứng bất đẳng thức nêu trong định nghĩa với mọi hàm u đơn điệu tăng có thể nói là không thể thực hiện được trong thực tế. Vì vậy người ta tìm cách khác để phân tích ưu thế giữa các ván bài. Ta xét khả năng tác nhân đạt mức tài sản ít nhất bằng z khi chọn ván bài F, G. Đó chính là các xác suất $P(W_F \geq z)$ và $P(W_G \geq z)$ trong đó W_F, W_G là tài sản của tác nhân sau khi chọn F, G (dĩ nhiên W_F, W_G đều là các biến ngẫu nhiên với hàm phân bố tương ứng F(x) và G(x)). Nếu với mọi mức tài sản z ta có:

$$P(W_F \geq z) \geq P(W_G \geq z)$$

và ít nhất có một mức z_1 ta có $P(W_F \geq z_1) > P(W_G \geq z_1)$ thì rõ ràng mọi tác nhân đều thích F hơn G. Bất đẳng thức trên lại tương đương với bất đẳng thức:

$$P(W_F < z) \leq P(W_G < z) \text{ hay } F(z) \leq G(z).$$

Người ta đã chứng minh được kết quả sau:

Mệnh đề: Ván bài F trội ngẫu nhiên cấp 1 so với ván bài G khi và chỉ khi F(x) ≤ G(x) với mọi x.

Chú ý:

- Ván bài F trội ngẫu nhiên cấp 1 so với ván bài G không có nghĩa là mọi giá trị có thể có của F đều lớn hơn mọi giá trị của G. Ta có thể đưa ra ví dụ minh họa:

Giá trị	1	2	3	4
Ván bài F	0,25	0,25	0	0,5
Ván bài G	0	0,75	0	0,25

Tập giá trị của F, G như nhau và ta có F(x) ≤ G(x) tức là F trội ngẫu nhiên cấp 1 so với G.

- Nếu ván bài F trội ngẫu nhiên cấp 1 so với ván bài G thì E(F) ≥ E(G), tuy nhiên điều ngược lại không đúng. Ta có thể đưa ra ví dụ minh họa:

Giá trị	1	2	3	4	5
Ván bài F	0	0,25	0,25	0	0,5
Ván bài G	0,5	0	0	0,5	0

Ta có E(F) = 3,75 > E(G) = 2,5 tuy nhiên ta không có F(x) ≤ G(x).

- Nếu xem việc *nhà đầu tư chọn tài sản hoặc danh mục để đầu tư như họ chọn một ván bài* thì với mục tiêu tối đa hoá lợi ích kỳ vọng, đương nhiên nhà đầu tư sẽ lựa chọn tài sản trội ngẫu nhiên cấp 1.

Tính trội ngẫu nhiên cấp 2 (Second order stochastic dominance)

Xét các ván bài có cùng kỳ vọng tuy nhiên mức độ rủi ro khác nhau và xét tác nhân là ngại rủi ro. Cho F, G là hai ván bài với E(F) = E(G), ta có định nghĩa:

Ván bài F gọi là trội ngẫu nhiên cấp 2 so với ván bài G nếu U(u, F) ≥ U(u, G) với mọi hàm u = u(W) đơn điệu tăng, lõm và U(u, F) > U(u, G) ít nhất đối với một hàm u có tính chất trên.

Chú ý:

- Từ định nghĩa của hai tính trội ngẫu nhiên ta thấy nếu F trội ngẫu nhiên cấp 1 so với G thì đương nhiên trội ngẫu nhiên cấp 2.
- Trong số các tài sản có cùng kỳ vọng, nhà đầu tư ngại rủi ro sẽ chọn tài sản trội ngẫu nhiên cấp 2 để đầu tư.

- Cũng tương tự như khi xét tính trội ngẫu nhiên cấp 1, khó có thể kiểm chứng tính trội ngẫu nhiên cấp 2 theo định nghĩa. Tuy nhiên kết quả dưới đây sẽ giúp việc kiểm chứng đơn giản đi rất nhiều. Người ta đã chứng minh:

Mệnh đề: Ván bài F trội ngẫu nhiên cấp 2 so với ván bài G khi và chỉ khi:

$$\int_0^x G(t)dt > \int_0^x F(t)dt \quad , \quad \forall x.$$

2.3.3.2. Phân tích sự liên hệ giữa thái độ đối với rủi ro và các đặc trưng

a. So sánh mức ngại rủi ro giữa các tác nhân

Xét hai tác nhân I, II với hàm lợi ích theo tài sản tương ứng $u_I = u_I(W)$, $u_{II} = u_{II}(W)$. Ta có kết quả sau gọi là định lý Pratt:

Định lý Pratt: *Các mệnh đề sau là tương đương:*

i. *Tác nhân II ngại rủi ro hơn tác nhân I.*

ii. *$CE(u_{II},F) < CE(u_I, F)$[hoặc $RP(u_{II},F) > RP(u_I,F)$] với mọi ván bài F và mức tài sản W.*

iii. *Tồn tại hàm h(x) đơn điệu tăng, lõm sao cho $u_{II}(W) = h(u_I(W))$ với mọi W.*

b. Sự liên hệ giữa thái độ ngại rủi ro của tác nhân và đặc trưng của ván bài

Xét tác nhân với hàm lợi ích theo tài sản u = u(W). Ta có kết quả sau gọi là hệ quả của định lý Pratt:

Hệ quả định lý Pratt: *Các mệnh đề sau là tương đương:*

i. *Tác nhân e ngại rủi ro.*

ii. *$CE(u,W, F) < E(F)$ với mọi ván bài F và mức tài sản W.*

iii. *$RP(u,W, F) > 0$ với mọi ván bài F và mức tài sản W.*

c. Công thức Arrow – Pratt

Công thức sau đề cập quan hệ giữa rủi ro của ván bài và mức ngại rủi ro của tác nhân và được gọi là công thức Arrow – Pratt. Cho ván bài F là trò chơi công bằng và X là thu hoạch của F với σ^2 là phương sai của X. Xét tác nhân ngại rủi ro có hàm lợi ích theo tài sản u = u(W). Ta có công thức tính xấp xỉ sau:

$$RP(u,W,F) \approx \frac{1}{2}\sigma^2 ARA(u,W) \qquad (2.18)$$

Chú ý:

Nếu ván bài F có thu hoạch X ~ N(μ,σ^2) và hàm u có dạng $u(W) = -\frac{e^{-\alpha W}}{\alpha}$, $\alpha > 0$ thì công thức Arrow – Pratt trở thành công thức chính xác.

2.3.4. Ứng dụng của hàm lợi ích kỳ vọng trong phân tích nhu cầu đầu tư và bảo hiểm

2.3.4.1. Mô hình phân tích nhu cầu đầu tư vào tài sản rủi ro

Như phần trên đã lưu ý, ta có thể coi nhà đầu tư lựa chọn tài sản để đầu tư tương đương với việc chọn một ván bài.

a. Giả thiết và tình huống

Giả sử trên thị trường có tài sản rủi ro với lợi suất là biến ngẫu nhiên r có hàm phân bố F(r) và tài sản phi rủi ro với lãi suất r_f. Ta giả thiết lợi suất kỳ vọng của tài sản rủi ro lớn hơn lãi suất phi rủi ro, tức là:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} r\,dF(r) > r_f \ . \qquad (2.19)$$

Xét nhà đầu tư ngại rủi ro có hàm lợi ích theo tài sản u = u(W) và tài sản ban đầu W_0. Vấn đề đặt ra là nhà đầu tư ngại rủi ro có nên đầu tư vào tài sản rủi ro?

b. Mô hình phân tích nhu cầu đầu tư vào tài sản rủi ro

Các biến của mô hình

Gọi x_r và x_f là lượng tài sản ban đầu đầu tư vào tài sản rủi ro, phi rủi ro. Khi đó ta có $x_r + x_f = W_0$. Lượng tài sản cuối kỳ của nhà đầu tư khi thực hiện đầu tư theo danh mục trên là:

$$[(1 + r)x_r + (1 + r_f)\, x_f] = (x_r + x_f) + (r\, x_r + r_f\, x_f) = W_0 + (r\, x_r + r_f\, x_f).$$

Nhà đầu tư cần chọn danh mục (x_r, x_f) sao cho lợi ích kỳ vọng ứng với tài sản cuối kỳ lớn nhất. Do W_0 là hằng số nên lợi ích kỳ vọng ứng với tài sản cuối kỳ lớn nhất khi và chỉ khi lợi ích kỳ vọng ứng với khoản ($rx_r + r_f x_f$) (khoản lãi đầu tư) lớn nhất. Với phân tích trên ta có mô hình sau.

Mô hình

Với khoản lãi cuối kỳ đầu tư: ($rx_r + r_f x_f$) thì lợi ích kỳ vọng sẽ là $\int_{-\infty}^{+\infty} u(r\,x_r + r_f x_f)dF(r)$.

Ta có mô hình: Xác định x_r, x_f sao cho:

$$\begin{cases} z = \int_{-\infty}^{+\infty} u(r\,x_r + r_f x_f)\,dF(r) \to \text{Max} \\ x_r + x_f = W_0 & (2.20) \\ x_r, x_f \ge 0 & (2.21) \end{cases}$$

Sử dụng (2.20) biến đổi biểu thức dưới dấu tích phân ta có bài toán tương đương:

$$z = \int_{-\infty}^{+\infty} u[r_f W_0 + (r - r_f)x_r]\,dF(r) \to \text{Max}$$

$$0 \le x_r \le W_0.$$

Phân tích mô hình

- _Phân tích_

Đặt $\int_{-\infty}^{+\infty} u[r_f W_0 + (r - r_f)x_r]\,dF(r) \equiv g(x_r)$ khi đó mô hình có dạng:

$$\text{Max } g(x_r), \quad 0 \le x_r \le W_0.$$

Do nhà đầu tư ngại rủi ro nên u lõm suy ra $g(x_r)$ cũng là hàm lõm. Rõ ràng tập phương án là compact nên bài toán trên sẽ luôn có nghiệm duy nhất, ký hiệu x_r^*. Ta sẽ chứng minh: với điều kiện (2.19) thì $x_r^* > 0$, tức là nhà đầu tư có đầu tư vào tài sản rủi ro. Thật vậy, lập hàm Lagrange của bài toán trên:

$$L(x_r,\lambda) = g(x_r) + \lambda(W_0 - x_r).$$

Khi đó tồn tại $\lambda^* \ge 0$ để (x_r^*, λ^*) thỏa mãn hệ điều kiện Kuhn – Tucker sau:

i. $L_{x_r} = g' - \lambda \le 0$;

ii. $L_\lambda = (W_0 - x_r) \le 0$;

iii. $x_r L_{x_r} = x_r(g' - \lambda) = 0$;

iv. $\lambda L_\lambda = \lambda(W_0 - x_r) = 0$.

Ta có

$$g'(x_r) = \int_{-\infty}^{+\infty} \{u'[r_f W_0 + (r - r_f)x_r]\,(r - r_f)\}\, dF(r).$$

Suy ra

$$g'(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} [u'(r_f W_0)\,(r - r_f)]dF(r) = u'(r_f W_0)\int_{-\infty}^{+\infty} (r - r_f)]\, dF(r) > 0$$

vì u đơn điệu tăng và do (2.19) nên tích phân dương.

Giả sử $x_r^* = 0$, từ (iv) suy ra $\lambda^* = 0$, kết hợp với (i) ta có

$$g'(x_r^*) = g'(0) \le 0$$

mâu thuẫn. Vậy $x_r^* > 0$.

Kết luận: Từ kết quả phân tích mô hình và thực hiện phân tích so sánh tĩnh ta rút ra các kết luận:

Nhà đầu tư ngại rủi ro sẽ đầu tư vào tài sản rủi ro nếu lợi suất kỳ vọng lớn hơn lãi suất phi rủi ro.

Nếu nhà đầu tư có RRA giảm (tăng, không đổi) theo tài sản thì tỉ trọng đầu tư vào tài sản rủi ro tăng (giảm, không đổi) theo tài sản ban đầu. Mặt khác khi đề cập đến hành vi đầu tư của nhà đầu tư người ta chỉ quan tâm đến tỉ trọng đầu tư vào các tài sản (quan tâm tới danh mục đầu tư) và không cần chú ý tới lượng tài sản ban đầu. Với nhà đầu tư có RRA không đổi thì tỷ trọng này không đổi và đó là lý do ta thường giả định nhà đầu tư có RRA không đổi trong phân tích đầu tư tài chính.

Đối với hai nhà đầu tư ngại rủi ro có cùng mức tài sản ban đầu, nhà đầu tư nào e ngại rủi ro hơn sẽ đầu tư vào tài sản rủi ro ít hơn.

2.3.4.2. Mô hình phân tích nhu cầu bảo hiểm tài sản

Ngoài các tài sản tài chính còn nhiều loại tài sản khác khi sở hữu tác nhân sẽ đối mặt với rủi ro, thí dụ: sức khỏe, cuộc sống, mùa màng, nhà cửa, phương tiện đi lại… có thể bị tác động xấu bởi diễn biến bất thường của môi trường khi chủ nhân sử dụng và được gọi chung là tai nạn. Mặc dù xác suất xảy ra tai nạn trong nhiều trường hợp là khá nhỏ nhưng một khi nó xảy ra có thể gây tổn thất rất lớn. Các dịch vụ bảo hiểm chính là cơ chế phân tán rủi ro tai nạn. Trong phần này ta sẽ ứng dụng hàm lợi ích kỳ vọng để đề cập tới mô hình phân tích nhu cầu bảo hiểm tài sản.

a. Giả thiết và tình huống

Giả sử tác nhân với hàm lợi ích theo tài sản u = u(W) có tài sản trị giá W_0 và xác suất xảy ra tai nạn, sự cố (cháy nổ, mất mát...) đối với tài sản là p. Khi xảy ra sự cố tác nhân bị thiệt hại khoản d ($0 < d \le W_0$). Tác nhân có thể mua bảo hiểm từ công ty bảo hiểm với phí bảo hiểm là πq, $0 < \pi < 1$ và trong trường hợp xảy ra sự cố sẽ được công ty bảo hiểm chi trả khoản q. Có thể coi giá 1 đơn vị chi trả bảo hiểm (định phí bảo hiểm) là π.

Với hàm lợi ích u và tài sản W_0 tác nhân sẽ chọn mức chi trả q là bao nhiêu để lợi ích kỳ vọng là lớn nhất? Với định phí π nếu xác định được q sẽ tính được phí bảo hiểm. Nếu tác nhân chọn q = d (công ty bảo hiểm chi trả toàn bộ thiệt hại) khi đó ta nói rằng tác nhân bảo hiểm toàn bộ thiệt hại; nếu q < d, tác nhân bảo hiểm một phần thiệt hai. Việc xác định q không những cho ta thông tin về nhu cầu bảo hiểm của tác nhân mà còn hỗ trợ công ty bảo hiểm khi tính phí bảo hiểm. Ta có mô hình sau mô tả tình huống này.

b. Mô hình phân tích nhu cầu bảo hiểm tài sản

- *Các biến của mô hình*

Khi không xảy ra sự cố (xác suất 1–p) tài sản của tác nhân sẽ là W= $W_0 - \pi q$, khi xảy ra sự cố (xác suất p) tài sản là W= $W_0 - \pi^* q + q - d$. Có thể coi tác nhân có ván bài F:

$$F: \{ W_0 - \pi^* q + q - d,\ W_0 - \pi q ; p, (1-p)\}.$$

Suy ra lợi ích kỳ vọng:

$$U(F) = p\, u(W_0 - \pi q + q - d) + (1-p)\, u(W_0 - \pi q).$$

- *Mô hình*

Đặt $g(q) \equiv p\, u(W_0 - \pi q + q - d) + (1-p)\, u(W_0 - \pi q)$

Xác định q sao cho:

$$\text{Max } g(q), \text{ với } 0 \le q \le d.$$

Phân tích mô hình

Do g(q) liên tục (u liên tục, đơn điệu tăng), đơn điệu tăng và tập phương án compact nên bài toán trên luôn tồn tại duy nhất nghiệm q^*. Điều kiện cần đối với q^* là phải thỏa mãn phương trình:

$$\frac{dg(q)}{dq} = -(1-p)\pi\, u'(W_0 - \pi q) + p(1-\pi)\, u'(W_0 - \pi q + q - d) = 0$$

Suy ra:

$$\frac{u'(W_0 - \pi q^*)}{u'(W_0 - \pi q^* + q^* - d)} = \frac{p(1-\pi)}{(1-p)\pi}\ . \tag{2.22}$$

Giải phương trình trên sẽ xác định được q^*. Rõ ràng $q^* = q^*(W_0, d, p, \pi)$ tức là nhu cầu bảo hiểm tài sản của tác nhân sẽ phụ thuộc vào giá trị tài sản, khoản thiệt hại, xác suất xảy ra thiệt hại và định phí bảo hiểm. Do W_0 là giá trị tài sản nên đã biết trước, p xác suất (khách quan) và khoản thiệt hại d rất khó để ước lượng nên nhu cầu bảo hiểm sẽ chủ yếu phụ thuộc định phí.

- *Phân tích định phí bảo hiểm*

Ta xét định phí bảo hiểm π. Định phí này được xác định trên cơ sở tính toán lợi nhuận (lợi ích) của công ty bảo hiểm. Ta có:

Khi không xảy ra sự cố (xác suất $1-p$) công ty thu được khoản πq.

Khi xảy ra sự cố (xác suất p) công ty thu được khoản $\pi q - q$ (< 0) nên công ty bị lỗ.

Suy ra lợi nhuận kỳ vọng: $(1-p)\pi q - pq(1-\pi)$. Để đảm bảo kinh doanh thì lợi nhuận kỳ vọng phải không âm, tức là:

$$(1-p)\pi q - pq(1-\pi) \ge 0$$

suy ra $\pi \ge p$.

+ Nếu công ty bảo hiểm là cạnh tranh hoàn hảo thì như ta đã biết nguyên tắc định giá (để tối đa hóa lợi nhuận) là giá bằng chi phí biên. Đối với trường hợp này ta có:

Khi không xảy ra sự cố (xác suất $1-p$) công ty không phải chi trả nên chi phí bằng 0.

Khi xảy ra sự cố (xác suất p) công ty phải chi trả khoản q nên chi phí bằng q.

Khoản chi phí kỳ vọng của công ty là pq do đó chi phí (kỳ vọng) biên sẽ là p. Vậy nếu công ty là cạnh tranh hoàn hảo thì định phí theo quy tắc: $\pi = p$.

+ Nếu công ty bảo hiểm là cạnh tranh không hoàn hảo thì do nguyên tắc định giá: giá lớn hơn chi phí biên nên công ty sẽ định phí theo quy tắc $\pi > p$.

Rõ ràng trong cả hai trường hợp, trong quá trình xác định phí bảo hiểm, việc tính toán ước lượng xác suất p đóng vai trò tối quan trọng đối với các công ty bảo hiểm.

➢ *Phân tích nhu cầu bảo hiểm*

Ta sẽ xác định nhu cầu bảo hiểm tài sản đối với tác nhân ngại rủi ro. Do tác nhân là ngại rủi ro nên hàm u(W) là hàm lõm, suy ra $u''(W) < 0$ nên $u''(W)$ là hàm giảm.

+ Nếu công ty bảo hiểm là cạnh tranh hoàn hảo, định phí $\pi = p$, suy ra vế phải của (2.22) bằng 1 do đó ta có:

$$u'(W_0 - \pi q^*) = u'(W_0 - \pi q^* + q^* - d).$$

Do u'' đơn điệu (giảm) nên $W_0 - \pi q^* = W_0 - \pi q^* + q^* - d$ suy ra $q^* = d$, tức là tác nhân sẽ mua bảo hiểm toàn bộ thiệt hại.

+ Nếu công ty bảo hiểm là cạnh tranh không hoàn hảo, định phí $\pi > p$, suy ra vế phải của (2.22) lớn hơn 1 do đó ta có:

$$u'(W_0 - \pi q^*) < u'(W_0 - \pi q^* + q^* - d).$$

Cũng do u'' giảm nên $W_0 - \pi q^* > W_0 - \pi q^* + q^* - d$ suy ra $q^* < d$, tức là tác nhân sẽ chỉ mua bảo hiểm cho một phần thiệt hại, phần còn lại đành chấp nhận rủi ro.

Phân tích hiện tượng trục lợi trong bảo hiểm (hiện tượng rủi ro đạo đức – Moral Hazard).

Trong mô hình, p là xác suất khách quan xảy ra sự cố đối với tài sản của tác nhân. Tuy nhiên, nếu tác nhân bằng thủ đoạn nào đó có thể tác động làm tăng khả năng xảy ra sự cố (cố tình tự hủy hoại tài sản) để nhận tiền bảo hiểm thì hiện tượng này gọi là "trục lợi". Khi có trục lợi, xác suất xảy ra sự cố p' > p. Từ điều kiện định phí bảo hiểm của công ty ta có $\pi \geq$ p' > p. Theo kết quả phân tích trên, công ty bảo hiểm (dù là cạnh tranh hoàn hảo hay không hoàn hảo) sẽ chỉ bán bảo hiểm một phần cho tác nhân.

2.4. PHÂN TÍCH LỢI ÍCH KỲ VỌNG CỦA NHÀ ĐẦU TƯ

Như trên đã đề cập, nhà đầu tư bỏ tiền ra mua tài sản hoặc lập danh mục là chấp nhận một ván bài. Trong phần này của chương ta sẽ liên kết các khái niệm liên quan đến ván bài với các khái niệm liên quan tới nhà đầu tư (đã được trình bày trong chương 1) để xây dựng một số mô hình phân tích lợi ích của nhà đầu tư khi tham gia hoạt động đầu tư. Các mô hình này sẽ được sử dụng trong các chương tiếp theo.

2.4.1. Hàm lợi ích theo lợi suất tài sản của nhà đầu tư

2.4.1.1. Lợi suất đầu tư tài sản rủi ro

Xét nhà đầu tư có hàm lợi ích theo tài sản $u = u(W)$ và tài sản hiện thời (tài sản ban đầu) W_0. Cho Y là tài sản (hoặc danh mục) rủi ro với thu hoạch tại thời điểm cuối chu kỳ đầu tư (thời điểm T) là biến ngẫu nhiên X có phân bố F(x). Tài sản cuối kỳ của nhà đầu tư $W_T = W_0 + X$. Khi đó tỷ số:

$$\frac{W_T - W_0}{W_0} \equiv r \tag{2.23}$$

được gọi là lợi suất đầu tư. Rõ ràng lợi suất đầu tư r là biến ngẫu nhiên có hàm phân bố giống như X, tức là F(r) và r cũng chính là lợi suất của tài sản Y trong chu kỳ [0, T] như đã được định nghĩa trong chương 1.

2.4.1.2. Hàm lợi ích kỳ vọng theo lợi suất tài sản

a. Dẫn xuất hàm lợi ích kỳ vọng theo lợi suất tài sản

Nếu cho trước lợi suất r của tài sản (thị trường sẽ xác định mức lợi suất này, do đó r là ngoại sinh đối với nhà đầu tư), theo (2.23) ta có:

$$W_T = (1 + r)\, W_0\, . \tag{2.24}$$

Lợi ích kỳ vọng tại T của nhà đầu tư sẽ là:

$$U(W_T) = \int_{-\infty}^{+\infty} u[(1 + r)W_0]\, dF(r)\ . \tag{2.25}$$

Nếu đặt $v(r) \equiv u[(1 + r)W_0]$ khi đó v(r) thể hiện lợi ích của nhà đầu tư theo lợi suất r của tài sản. Đồng thời ta có $v'(r) = u'[(1 + r)W_0]\, W_0 > 0$ và nếu nhà đầu tư ngại rủi ro thì $v''(r) = u''[(1+ r)W_0]\, W_0^2 < 0$.

Như vậy v(r) có đầy đủ các đặc điểm của hàm lợi ích nên được gọi là hàm lợi ích theo lợi suất tài sản của nhà đầu tư. Tương tự như đối với hàm lợi ích theo tài sản, ta có thể tính ARA, RRA của nhà đầu tư theo lợi suất r của tài sản.

Để đơn giản trong sử dụng, ta sẽ ký hiệu hàm lợi ích của nhà đầu tư theo lợi suất tài sản là $u = u(r)$.

Ta có lợi ích kỳ vọng (theo lợi suất) của nhà đầu tư:

$$U(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(r)\, dF(r) \quad . \tag{2.26}$$

b. Thí dụ

Thí dụ 2.12: Xét nhà đầu tư có hàm lợi ích u = lnW, $W_0 = 100$ và tài sản Y mà nếu nắm giữ thì xác suất mất 50 là p và được 30 là (1–p), (0 < p < 1). Ta tìm phân bố lợi suất r của tài sản:

$$W_T: \{50, 130; p , (1-p)\} \text{ suy ra } r: \{-50\%, 30\%; p, (1-p)\}.$$

Vậy lợi suất kỳ vọng là $(1-p) \times 30\% - p \times 50\%$.

c. Chú ý

- Việc đồng nhất tài sản (danh mục) rủi ro có lợi suất r với ván bài cho phép ta có thể áp dụng các định nghĩa và tính chất liên quan đến tính trội ngẫu nhiên của ván bài đối với tài sản như một trường hợp riêng. Bạn đọc có thể tự viết các kết quả tương ứng và xem như một bài tập.
- Bất kể thái độ đối với rủi ro, nhà đầu tư sẽ chọn tài sản trội ngẫu nhiên cấp 1 để đầu tư.
- Trong số các tài sản có cùng lợi suất kỳ vọng, nhà đầu tư ngại rủi ro sẽ chọn tài sản trội ngẫu nhiên cấp 2 để đầu tư.

Từ (2.26) ta thấy lợi ích kỳ vọng của nhà đầu tư phụ thuộc vào phân bố của lợi suất r (phụ thuộc F(r)). Sẽ là thuận tiện hơn trong phân tích tài chính nếu lợi ích của nhà đầu tư chỉ phụ thuộc vào một số tham số nào đó của phân bố lợi suất, thí dụ: kỳ vọng, phương sai. Trong phần cuối của chương, ta sẽ xét những trường hợp mà lợi ích kỳ vọng của nhà đầu tư chỉ phụ thuộc vào kỳ vọng (giá trị trung bình) và phương sai của lợi suất tài sản.

2.4.2. Hàm lợi ích kỳ vọng phụ thuộc kỳ vọng và phương sai lợi suất

Xét tài sản có lợi suất r với hàm phân bố F(r), cho μ, σ^2 là kỳ vọng (lợi suất kỳ vọng của tài sản), phương sai của r.

2.4.2.1. Hàm lợi ích theo lợi suất dạng bậc 2

Giả sử hàm lợi ích theo lợi suất của tác nhân có dạng:

$$u(r) = r - br^2 \tag{2.27}$$

với

$$b > 0, r < \frac{1}{2b} \quad . \tag{2.28}$$

a. Dẫn xuất hàm lợi ích kỳ vọng

Ta có lợi ích kỳ vọng của tác nhân theo (2.26):

$$U(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(r)dF(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} (r - br^2)dF(r) =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} rdF(r) - b\int_{-\infty}^{+\infty} r^2dF(r)\ \mu - b(\mu^2 + \sigma^2).$$

Như vậy lợi ích kỳ vọng của nhà đầu tư chỉ phụ thuộc vào μ và σ^2 và ta có thể viết:

$$U(r) = \mu - b(\mu^2 + \sigma^2). \tag{2.29}$$

b. Phân tích hàm lợi ích kỳ vọng

+ Dễ dàng thấy rằng lợi ích kỳ vọng của nhà đầu tư U(r) tăng theo μ và giảm theo σ^2 (và do đó giảm theo độ dao động của tài sản: σ).

+ Đường mức của hàm lợi ích kỳ vọng: cho mức lợi ích kỳ vọng $\bar{U}$, ta sẽ xác định đường mức của hàm lợi ích kỳ vọng U(r) trên mặt phẳng tọa độ (σ, μ) như sau:

Từ (2.29) ta có $\mu - b(\mu^2 + \sigma^2) = \bar{U}$, lấy vi phân hai vế:

$$d\mu - 2b\mu\, d\mu - 2b\sigma\, d\sigma = 0 \text{ hay } (1 - 2b\mu)\, d\mu = 2b\sigma\, d\sigma.$$

Suy ra:

$$\frac{d\mu}{d\sigma} = \frac{2b}{1 - 2b\mu}\sigma. \tag{2.30}$$

Mặt khác từ hàm lợi ích của nhà đầu tư theo lợi suất (2.27) tính hệ số ngại rủi ro tuyệt đối ARA tại mức lợi suất kỳ vọng μ ta có:

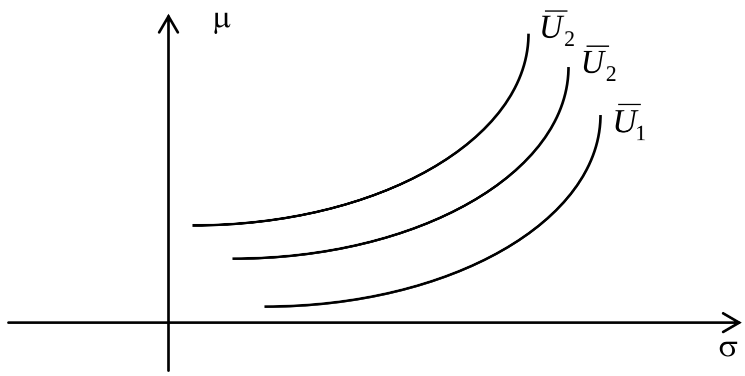
$$ARA(u,\mu) = -\frac{u''(\mu)}{u'(\mu)} = \frac{2b}{1 - 2b\mu} \quad . \tag{2.31}$$

Thay (2.29) vào (2.28) ta được $\frac{d\mu}{d\sigma} = ARA(u,\mu)\sigma = \frac{1}{RT(u,\mu)}\sigma$. Hay:

$$\mu = \bar{U} + \frac{1}{2\, RT(u,\mu)}\sigma^2. \tag{2.32}$$

Ta có thể minh họa kết quả trên trong hình 2.4.

Với trường hợp hàm lợi ích của nhà đầu tư theo lợi suất có dạng bậc 2 thì lợi ích kỳ vọng của nhà đầu tư khi chọn tài sản chỉ phụ thuộc vào lợi suất kỳ vọng, độ dao động của tài sản và có dạng rất đơn giản (theo (2.29)). Tuy nhiên, điểm hạn chế cơ bản của trường hợp này là giới hạn biến thiên của lợi suất khá hẹp (điều kiện (2.28)) và trong thực tế nhiều tài sản không thỏa mãn. Vì vậy ta cần xét trường hợp tổng quát hơn trong phần sau.



Hình 2.4

2.4.2.2. Trường hợp lợi suất tài sản có phân bố chuẩn

a. Giả thiết

Từ kết quả phân tích dữ liệu trong thời gian dài của chuỗi lợi suất tài sản bằng nhiều phương pháp kiểm định khác nhau (bạn đọc có thể tham khảo các tài liệu về "Phân tích chuỗi thời gian và kinh tế lượng trong tài chính") người ta thấy lợi suất tài sản có phân bố chuẩn hoặc chí ít là xấp xỉ chuẩn. Bởi vậy ta sẽ giả thiết lợi suất của tài sản được nhà đầu tư xem xét có phân bố chuẩn.

Ta xét tài sản Y có lợi suất (trong một chu kỳ đầu tư nhất định) r là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn với kỳ vọng μ và phương sai σ^2 hữu hạn. Ta sẽ ký hiệu $r \sim N(\mu, \sigma^2)$.

Với giả thiết trên mọi thông tin liên quan tới phân bố của r chỉ phụ thuộc vào hai đặc trưng là lợi suất kỳ vọng μ và phương sai σ^2 (hoặc độ dao động σ) của tài sản. Nói cách khác hai tham số trên hoàn toàn xác định phân bố của lợi suất r.

b. Dẫn xuất hàm lợi ích kỳ vọng

Với giả thiết $r \sim N(\mu, \sigma^2)$ ta có hàm mật độ của r:

$$f(r)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(r-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad . \tag{2.33}$$

Đặt z = $\dfrac{r-\mu}{\sigma}$ khi đó z ~ N(0, 1) (z có phân bố chuẩn hóa) và r = μ + σz. Dễ dàng chứng minh được kết quả sau:

$$f(r)=\frac{1}{\sigma}f(z) \tag{2.34}$$

với $f(z)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}$ (hàm mật độ của biến ngẫu nhiên z).

Xét nhà đầu tư có hàm lợi ích theo lợi suất tài sản u = u(r). Nếu nhà đầu tư chọn tài sản Y khi đó lợi ích kỳ vọng (theo (2.26) và (2.34)) sẽ là:

$$\mathrm{U(r)}=\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{u(r)f(r)dr}=\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{u}(\mu+\sigma \mathrm{z})\mathrm{f(z)dz} \tag{2.35}$$

Như vậy hàm lợi ích kỳ vọng U(r) của nhà đầu tư khi chọn tài sản với lợi suất r để đầu tư sẽ chỉ phụ thuộc vào μ và σ (hoặc σ^2) nên ta có thể viết U(r) ≡ U(μ,σ).

c. Phân tích hàm lợi ích kỳ vọng

- *Phân tích tác động của lợi suất kỳ vọng, độ dao động của tài sản tới lợi ích kỳ vọng.*

Ta có:

$$\frac{\partial U}{\partial \mu}\equiv U_\mu=\int_{-\infty}^{+\infty}u'(\mu+\sigma z)f(z)dz>0 \tag{2.36}$$

do f(z) > 0 và u′ > 0 (u là hàm tăng). Vậy lợi ích kỳ vọng tăng theo lợi suất kỳ vọng.

$$\frac{\partial U}{\partial \sigma}\equiv U_\sigma=\int_{-\infty}^{+\infty}u'(\mu+\sigma z)zf(z)dz \quad . \tag{2.37}$$

Tách cận tích phân trên:

$$U_\sigma=\int_{-\infty}^{0}u'(\mu+\sigma z)zf(z)dz+\int_{0}^{+\infty}u'(\mu+\sigma z)zf(z)dz \, . \tag{2.38}$$

Do f(z) là hàm chẵn (f(z) = f(-z)) nên sau khi đổi cận, đổi biến (z = -z) tích phân thứ nhất ta có:

$$\int_{-\infty}^{0} u'(\mu+\sigma z) z f(z) dz = -\int_{0}^{+\infty} u'(\mu-\sigma z) z f(z) dz \quad (2.39)$$

Thay (2.39) vào (2.38) và nhóm lại được kết quả:

$$U_\sigma = \int_{0}^{+\infty} [u'(\mu+\sigma z) - u'(\mu-\sigma z)] z f(z) dz < 0 \quad (2.40)$$

do: u′ giảm (u″ < 0) nên trong khoảng [0, +∝] ta có u'(μ + σz) < u'(μ − σz). Vậy biểu thức trong ngoặc [..] sẽ âm; mặt khác zf(z) > 0 trong khoảng trên nên hàm dưới dấu tích phân mang dấu âm.

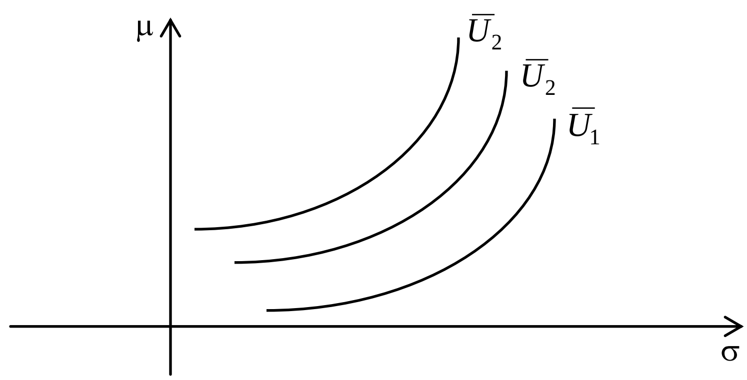
Vậy lợi ích kỳ vọng giảm theo độ dao động của tài sản.

- *Đường mức hàm lợi ích kỳ vọng*

Cho mức lợi ích kỳ vọng $\bar{U}$, ta sẽ xác định đường mức của hàm lợi ích kỳ vọng U(μ,σ) trên mặt phẳng tọa độ (σ,μ). Từ phương trình U(μ,σ) = $\bar{U}$, áp dụng cách tính đạo hàm của hàm ẩn ta có:

$$\frac{d\mu}{d\sigma} = -\frac{U_\sigma}{U_\mu} > 0 \ . \quad (2.41)$$

Như vậy đường mức có độ dốc dương, tức là có "sự đánh đổi" (Trade – off) giữa lợi suất kỳ vọng và độ dao động của tài sản đối với nhà đầu tư. Nhà đầu tư muốn lợi suất cao thì độ dao động (rủi ro) cũng sẽ cao, nhà đầu tư muốn độ dao động (rủi ro) thấp thì phải chấp nhận lợi suất kỳ vọng thấp. Ta có hình 2.5 minh họa.



Hình 2.5

TÓM TẮT NỘI DUNG

Trong chương này chúng ta đã mô hình hóa hoạt động đầu tư của tác nhân từ đó nghiên cứu thái đội của các tác nhân với rủi ro. Đây là cơ sở để tiếp cận các bài toán phân tích và quản lý danh mục đầu tư.

TỪ KHÓA

Tiếng Việt	**Tiếng Anh**
Thị trường tài chính	Financial market
Tài sản cơ sở	Underling asset
Tài sản phái sinh	Derivative
Quyền chọn	Option
Hợp đồng tương lai	Future
Danh mục đầu tư	Portfolio
Cơ lợi	Arbitrage

CÂU HỎI

2.1. Những điểm thuận lợi của phương pháp mô hình so với các phương pháp khác trong nghiên cứu là gì?

2.2. Hãy kể ra một số hiện tượng trong cuộc sống hàng ngày mà ta có thể xem như biểu hiện của một số quy luật cơ bản trong hoạt động kinh tế - xã hội.

BÀI TẬP

2.1. Nhà đầu tư A thờ ơ giữa khoản tiền 60\$ và ván bài {100\$, 40\$; 1/2, 1/2]; giữa 80\$ và ván bài {100\$, 40\$; 3/4, 1/4]. Hãy xác định thứ tự ưa thích của nhà đầu tư đối với các ván bài:{100, 60; 3/4, 1/4] và{100, 80; 1/2, 1/2}.

2.2. Giả sử nhà đầu tư có hàm lợi ích theo tài sản có dạng U(W) = ln(W)

a) Cho tài sản ban đầu là 10000\$. Nhà đầu tư có ván bài mà 50%-50% được hoặc mất 1000\$. Nhà đầu tư có thể trả bao nhiêu để tránh rủi ro trong việc chọn ván bài?

b) Nếu tài sản ban đầu là W = 5000\$.

- Hãy tính phần bù tương đương chắc chắn, phần bù rủi ro (tính trực tiếp và sử dụng công thức Arrow – Pratt) của ván bài L = (1000\$, -1000\$; 1/2, 1/2).
- Nếu phí bảo hiểm ván bài là 125\$. Nhà đầu tư nên mua bảo hiểm hay giữ ván bài?
- Giả sử nhà đầu tư giữ ván bài và bị thua. Nếu lại có ván bài và phí bảo hiểm như ở trên, nhà đầu tư nên mua bảo hiểm hay giữ ván bài?

2.3. Cho U(W) là hàm lợi ích của nhà đầu tư, W là tài sản ban đầu. Cho ván bài L = (A, B; p, (1−p)).

a) Nếu nhà đầu tư sở hữu ván bài thì mức giá tối thiểu để bán là bao nhiêu?

b) Mức giá tối đa để nhà đầu tư mua ván bài là bao nhiêu?

c) Hai mức giá trên có bằng nhau? Với điều kiện nào của các tham số thì chúng bằng nhau?

d) Cho A = 10 (triệu đồng), B = 5, W = 10 và $U(W) = W^{1/2}$. Hãy xác định giá mua và giá bán ván bài của nhà đầu tư.

2.4. Cho $U(W) = W^{1/2}$ là hàm lợi ích của nhà đầu tư.

a) Hãy tính hệ số ngại rủi ro tuyệt đối, tương đối của nhà đầu tư tại mức W=5.

b) Hãy tính phần bù tương đương chắc chắn, phần bù rủi ro của ván bài L = (16, 4; 1/2, 1/2).

c) Hãy tính phần bù tương đương chắc chắn, phần bù rủi ro của ván bài L = (36, 16; 1/2, 1/2). So sánh với kết quả ở b) và giải thích ý nghĩa.

2.5. Hãy xác định thái độ đối với rủi ro của nhà đầu tư có hàm lợi ích:

$$U(W) = -e^{-aW} \text{ với } a > 0; \; U(W) = W^{1-\gamma}/(1-\gamma) \text{ với } \gamma > 0 \text{ và } \gamma \neq 1.$$

2.6. Cho U(W) là hàm lợi ích của nhà đầu tư. Chứng minh rằng:

a) Nhà đầu tư có hệ số ngại rủi ro tương đối là ρ (ρ ≠ 1) khi và chỉ khi hàm U(W) có dạng: $U(W) = \beta W^{1-\rho} + \gamma$ với $\beta > 0$ và γ bất kỳ.

b) Nhà đầu tư có hệ số ngại rủi ro tương đối là 1 khi và chỉ khi hàm U(W) có dạng: $U(W) = \beta \ln W + \gamma$ với $\beta > 0$ và γ bất kỳ.

2.7. Một nhà đầu tư có hàm lợi ích $U(W) = a - be^{-W/2}$ với a, b > 0

a) Hãy xác định thái độ đối với rủi ro của nhà đầu tư.

b) Nhà đầu tư sẽ trả bao nhiêu cho ván bài [1, 2; 1/3, 2/3]. Hãy tính phần bù rủi ro của ván bài.

c) Cho a = 0, b = 2 và W = 100. Hãy sử dụng công thức Arrow – Pratt tính phần bù rủi ro của các ván bài: L = (-100, 100; 1/2, 1/2); z ~ N(10, 9).

2.8. Xét hàm có dạng: $U(x) = x - bx^2 + cx^3$ với b > 0.

a) Chứng minh rằng ta có có thể coi U(x) là hàm lợi ích khi và chỉ khi $b^2 < 3c$.

b) Hãy xác định thái độ đối với rủi ro của nhà đầu tư có hàm lợi ích trên.

2.9. Cho $U(W) = c_1 + c_2W^{\alpha}$ là hàm lợi ích theo tài sản của nhà đầu tư và $c_1, c_2, \alpha > 0$.

a) Tìm điều kiện đối với α để thể hiện các thái độ đối với rủi ro của nhà đầu tư.

b) Chứng minh rằng việc nhà đầu tư định giá tài sản rủi ro không phụ thuộc vào c_1 và c_2.

2.10. Hàm lợi ích của nhà đầu tư có dạng: $U(W) = 300W - 2W^2$. Nhà đầu tư phải chọn một trong hai danh mục P_1, P_2 với thu nhập có các khả năng sau:

Tình hình hoạt động của nền kinh tế	**Xác suất**	**Thu nhập W**	
		P_1	P_2
Tốt	0,25	80	60
Bình thường	0,50	50	34
Xấu	0,25	0	20

a) Nhà đầu tư sẽ chọn danh mục nào?

b) Chứng tỏ rằng nếu hàm lợi ích của nhà đầu tư có dạng: 10 + 2U(W) thì việc chọn danh mục không thay đổi.

BÀI TẬP THỰC HÀNH

2.1. Trên cơ sở dữ liệu có được từ Bài tập thực hành của chương 1 hãy kiểm định tính "phân bố chuẩn" cũng như xét một số đặc điểm của lợi suất của các cổ phiếu, chỉ số VN-Index, HNX – index, tỷ giá hối đoái trên thị trường Việt Nam.

2.2. gdkahdlkasjkld.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Carol Alexander (2001): *Market Models: A Guide to Financial Data Analysis* – John Wiley&Sons.
2. David Blake (2000): *Financial Markets Analysis* – John Wiley&Sons, (Second Edition).

3. John Y. Campbell – Andrew W. Lo – A. Craig MacKinlay (1997): *The Econometrics of Financial Markets* – Princeton Univesity Press.
4. Avinash K. Dixit – Robert S. Pindyck (1994): *Investment under Uncertainty* – Princeton Univesity Press.
5. Jonh C. Hull (1997): *Options, Futures and Other Derivatives* – Prentice Hall Inc. (3rth Edition).
6. Frank K. Reilly – Keith C. Brown (1997): *Investment Analysis and Portfolio Management* – The Dryden Press (5th Edition).
7. W. F. Sharpe – G. Alexander – J. Bailey (1995): *Investments* – Prentice – Hall.

CHƯƠNG 3
PHÂN TÍCH VÀ QUẢN LÝ DANH MỤC ĐẦU TƯ

Mục đích

- Xây dựng và giải bài toán quản lý danh mục đầu tư.

Nội dung chính

- Trình bày phương pháp phân tích Trung bình – Phương sai (Mean – Variance Analysis) trong quá trình lựa chọn danh mục tối ưu của nhà đầu tư.
- Phân tích danh mục hiệu quả.
- Trình bày mô hình "Chỉ số đơn"(SIM) và thuật toán Elton – Gruber – Padberg (EGP) trong việc xác định danh mục hiệu quả.
- Trình bày quá trình điều chỉnh, đánh giá việc thực hiện danh mục và phân tích, quản trị rủi ro danh mục bằng mô hình VaR.

Yêu cầu

- Nắm vững cách tiếp cận và phân tích Trung bình – Phương sai và bước đầu ứng dụng trong quá trình chọn danh mục.
- Biết sử dụng kết hợp các mô hình SIM, EGP và VaR trong quá trình quản lý danh mục.

Phân tích và quản lý danh mục đầu tư (Portfolio Management) là lĩnh vực quan trọng trong phân tích thị trường tài chính vì nó đề cập tới các nguyên tắc, phương pháp đầu tư theo danh mục một cách có hiệu quả. Nắm vững các nguyên tắc để vận dụng linh hoạt trong thực tiễn là tiền đề thành công của nhà đầu tư trên thị trường tài chính đầy biến động. Có rất nhiều nghiên cứu lý luận cũng như thực tiễn về lĩnh vực quản lý danh mục và được tổng hợp lại trong môn học "Lý thuyết về danh mục đầu tư" (Portfolio Theory). Trong khuôn khổ học phần "Phân tích & Định giá tài sản tài chính" nội dung "Phân tích và quản lý danh mục" sẽ giới hạn trình bày những điểm cơ bản, tuy vậy với việc nắm vững các kiến thức này người học có thể vận dụng tốt trong thực tiễn đầu tư tài chính.

Quá trình quản lý danh mục gồm 3 khâu liên hoàn: lựa chọn (Selection), điều chỉnh (Adjustment) và đánh giá thực hiện (Performance) danh mục. Ta sẽ bắt đầu với quá trình lựa chọn.

3.1. DANH MỤC VÀ LỢI ÍCH CỦA NHÀ ĐẦU TƯ

Nhà đầu tư thường tiến hành đầu tư theo danh mục nhằm đa dạng hóa để giảm thiểu rủi ro. Một danh mục lại gồm nhiều tài sản bởi vậy thông tin cần thiết ban đầu làm căn cứ để thiết lập danh mục gồm:

- giá (hoặc lợi suất) của từng tài sản;
- mối quan hệ giữa giá (hoặc lợi suất) của các tài sản dự kiến có trong danh mục.

Phương pháp MV sử dụng các thông tin trên kết hợp với tiêu chuẩn tối ưu phù hợp sẽ xác lập *nguyên tắc lựa chọn danh mục* cho các nhà đầu tư khôn ngoan. Từ đó xác định mức cầu về các loại tài sản trên thị trường. Điều này là tiền đề xây dựng các mô hình định giá tài sản theo dạng mô hình cân bằng thị trường (cân bằng cung - cầu). Như vậy có thể nói phương pháp MV (mô hình MV) là mô hình cơ sở, đặt nền móng cho rất nhiều mô hình khác được sử dụng trong phân tích thị trường tài chính.

3.1.1. Phân tích một số đặc trưng cơ bản của danh mục đầu tư

3.1.1.1. Tài sản và các đặc trưng cơ bản

Giả sử ta xét một nhóm gồm N tài sản rủi ro (được đánh số thứ tự từ 1 đến N) được giao dịch trên thị trường.

Ta ký hiệu:

+ r_i : lợi suất (trong một chu kỳ đầu tư) của tài sản i; .

+ $\overline{r_i}$: lợi suất kỳ vọng (lợi suất trung bình) của tài sản i;

+ σ_i^2 : phương sai lợi suất tài sản i (gọi tắt: phương sai của tài sản i);

+ $Cov(r_i, r_k) \equiv \sigma_{ik}$: hiệp phương sai giữa lợi suất tài sản i và tài sản k (gọi tắt: hiệp phương sai của tài sản i và k);

+ $V = [\sigma_{ik}]_{N*N}$ (i, k = 1 ÷ N): ma trận hiệp phương sai các tài sản.

Trong "Lý thuyết xác suất" ta đã biết V là ma trận vuông, đối xứng cấp N, bán xác định dương.

Ta sẽ giả thiết: *nhóm biến ngẫu nhiên r_i (i = 1 ÷ N) độc lập tuyến tính* vì nếu tồn tại tài sản j mà r_j phụ thuộc tuyến tính vào nhóm r_i còn lại thì r_j có thể biểu diễn theo một tổ hợp tuyến tính của nhóm lợi suất còn lại do đó có thể loại tài sản j khỏi nhóm xem xét. Với giả thiết này, ma trận V sẽ là xác định dương nên tồn tại ma trận nghịch đảo: V^{-1} và V^{-1}cũng là ma trận đối xứng, xác định dương.

+ $r' \equiv (r_1, r_2, \ldots, r_N)$: vectơ lợi suất các tài sản trong nhóm (vectơ dòng).

+ $\overline{r}' \equiv (\overline{r_1}, \overline{r_2}, \ldots, \overline{r_N})$:vectơ lợi suất kỳ vọng các tài sản trong nhóm (vectơ dòng).

+ σ^i: vectơ cột i của ma trận V (do V đối xứng nên σ^i cũng là vectơ dòng i).

+ r_f: lãi suất phi rủi ro (cùng chu kỳ đầu tư với tài sản rủi ro).

3.1.1.2. Danh mục và một số đặc trưng

a. Danh mục khả thi

Cho vectơ P: $(w_1, w_2, \ldots, w_N)$ là danh mục lập từ N tài sản rủi ro và P gọi là *danh mục khả thi* (danh mục có thể giao dịch trên thị trường), ta có $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$.

Để ý rằng nếu trên thị trường không cho phép bán khống tài sản rủi ro (cấm bán khống) thì $0 \leq w_i \leq 1$, nếu cho phép bán khống thì có thể $w_i < 0$ (bán khống tài sản i).

Ký hiệu $\mathscr{P}$ là tập các danh mục khả thi. Khi đó $\mathscr{P}$ là tập lồi nên danh mục của các danh mục khả thi là danh mục khả thi. Nếu cấm bán khống thì $\mathscr{P}$ là tập compact.

Bộ ba thông tin $(r, \bar{r}, V)$ do thị trường quy định đối với nhóm tài sản xem xét, hoàn toàn khách quan và không phụ thuộc vào ý muốn chủ quan của bất cứ nhà đầu tư nào.

Sử dụng bộ tứ $(r, \bar{r}, V, \mathscr{P})$ ta có thể phân tích quá trình lựa chọn danh mục tối ưu từ nhóm tài sản được xem xét. Khi đề cập đến danh mục ta ngầm định rằng đó là danh mục khả thi.

b. Các đặc trưng cơ bản của danh mục – Lợi suất, phương sai và độ dao động

Xét danh mục khả thi P: $(w_1, w_2, .., w_N)$, theo (1.15), (1.16), (1.17) trong chương 1 ta có:

- *Lợi suất*

Lợi suất danh mục P:

$$r_P = \sum_{i=1}^{N} w_i r_i = (W', r) \tag{3.1}$$

trong đó: W'là vectơ (viết dưới dạng vectơ dòng) tỷ trọng của danh mục P.

- *Lợi suất kỳ vọng và phương sai của danh mục*

Lợi suất kỳ vọng của danh mục P:

$$\overline{r_P} = \sum_{i=1}^{N} w_i \overline{r_i} = (W', \bar{r}) . \tag{3.2}$$

Phương sai của danh mục P:

$$\sigma_P^2 = W'V\,W. \tag{3.3}$$

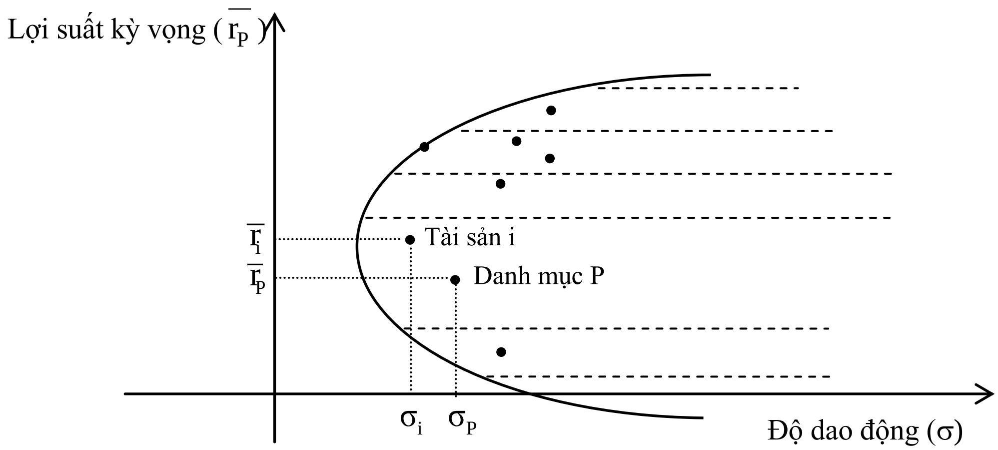
Do V xác định dương và $W \neq 0$ nên $\sigma_P^2 > 0$, tức là việc nắm giữ danh mục P thực sự có rủi ro.

- *Độ dao động*

Độ dao động của danh mục P:

$$\sigma_P = \sqrt{W'V\,W} . \tag{3.4}$$

Với mỗi danh mục khả thi P$\in\mathscr{P}$ cho ta một cặp ($\overline{r_P}$, σ_P^2) hoặc ($\overline{r_P}$, σ_P) nên ta có thể biểu diễn hình học danh mục P trên mặt tọa độ ($\overline{r_P}$, σ_P) trong hình 3.1.



Hình 3.1

Mỗi điểm trong hình giới hạn bởi các đường gạch chấm tương ứng với một danh mục P$\in\mathscr{P}$. Dĩ nhiên bản thân tài sản i cũng là một danh mục (w_i = 1).

3.1.1.3. Phân tích quan hệ giữa lợi suất của tài sản và danh mục

Cho các danh mục: P: W= (w_1, w_2,…., w_N) và Q: U= (u_1, u_2,…., u_N) và tài sản k, ta sẽ xác định mối quan hệ giữa lợi suất của các đối tượng trên. Do r_P, r_Q và r_k là các biến ngẫu nhiên nên đại lượng thể hiện mối quan hệ giữa chúng chính là hiệp phương sai.

a. Hiệp phương sai giữa tài sản k và danh mục P

Ta có

$$Cov(r_k,r_P) \equiv \sigma_{kP} = Cov(r_k, \sum_{i=1}^{N} w_i r_i) = \sum_{i=1}^{N} w_i Cov(r_k, r_i) = \sum_{i=1}^{N} w_i \sigma_{ki} = (W', \sigma^k)$$

với σ^k là cột (dòng) k của ma trận V. Suy ra công thức:

$$\sigma_{kP} = (W', \sigma^k). \tag{3.5}$$

Xét hai tài sản j, k có trong danh mục P. Nếu $\sigma_{kP} > \sigma_{jP}$ khi đó ta nói rằng *tài sản k có hiệp phương sai cao* (so với tài sản j trong cùng danh mục P) và *tài sản j có hiệp phương sai thấp*.

Như vậy σ_{kP} bằng bình quân gia quyền (theo trọng số w_i) của hiệp phương sai giữa tài sản k và các tài sản i có trong danh mục.

b. Hiệp phương sai giữa danh mục P và Q

Ta có:

$$Cov(r_P, r_Q) \equiv \sigma_{PQ} = Cov(\sum_{i=1}^{N} w_i r_i , \sum_{j=1}^{N} u_j r_j) =$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i u_j Cov(r_k, r_i) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i u_j \sigma_{ij} = (W'VU).$$

Suy ra công thức:

$$\sigma_{PQ} = (W'VU). \tag{3.6}$$

3.1.1.4. Phân tích cận biên (phân tích so sánh tĩnh) đối với các đặc trưng cơ bản của danh mục

Xét danh mục P: (w_1, w_2,., w_N), do ($r, \bar{r}$,V) được xác định bởi các yếu tố khách quan trên thị trường, nhà đầu tư không thể can thiệp nên lợi suất và phương sai của danh mục sẽ phụ thuộc vào việc lựa chọn vectơ tỷ trọng W. Do vậy, việc phân tích so sánh tĩnh đối với hai đặc trưng trên (phân tích cận biên) chính là việc phân tích tác động khi nhà đầu tư điều chỉnh danh mục (điều chỉnh W) tới r_P và σ_P^2. Ta sẽ xét tình huống sau: giả sử nhà đầu tư điều chỉnh tự cân đối danh mục P bằng cách: giảm một lượng nhỏ $\varepsilon > 0$ trong tỷ trọng w_j để tăng tỷ trọng đầu tư tài sản k. Khi đó ta có danh mục tự cân đối P(ε): (w_1, w_2, ... $w_j - \varepsilon$,..., $w_k + \varepsilon$, ..., w_N). Ta có:

$$r_{P(\varepsilon)} = \sum_{i=1}^{N} w_i r_i + \varepsilon(r_k - r_j) = r_P + \varepsilon(r_k - r_j). \tag{3.7}$$

Suy ra:

$$\bar{r}_{P(\varepsilon)} = \bar{r}_P + \varepsilon(\bar{r}_k - \bar{r}_j); \tag{3.8}$$

$$\sigma^2_{P(\varepsilon)} = \sigma^2_P + \varepsilon^2 Var(r_k - r_j) + 2\varepsilon Cov[r_P, (r_k - r_j)]. \tag{3.9}$$

Vậy:

$$\left.\frac{d\bar{r}_{P(\varepsilon)}}{d\varepsilon}\right|_{\varepsilon=0} = (\bar{r}_k - \bar{r}_j) \quad ; \tag{3.10}$$

$$\left.\frac{d\sigma^2_{P(\varepsilon)}}{d\varepsilon}\right|_{\varepsilon=0} = 2Cov[r_P, (r_k - r_j)] = 2(\sigma_{kP} - \sigma_{jP}) \quad . \tag{3.11}$$

Từ (3.10) và (3.11) ta rút ra nguyên tắc sơ bộ về phương thức điều chỉnh danh mục:

- ✓ *Nếu nhà đầu tư tăng đầu tư vào tài sản có lợi suất kỳ vọng cao và giảm đầu tư vào tài sản có lợi suất kỳ vọng thấp thì có thể làm tăng lợi suất kỳ vọng của danh mục.*
- ✓ *Nếu nhà đầu tư tăng đầu tư vào tài sản có hiệp phương sai thấp và giảm đầu tư vào tài sản có hiệp phương sai cao thì có thể làm giảm phương sai (do đó giảm độ dao động) của danh mục.*
- ✓ *Nếu nhà đầu tư tìm được cặp tài sản (k, j) mà k có lợi suất kỳ vọng lớn hơn và hiệp phương sai nhỏ hơn so với j thì nên tăng đầu tư vào k và giảm vào j vì sẽ tăng lợi suất kỳ vọng và giảm phương sai của danh mục.*

3.1.2. Lợi ích kỳ vọng của nhà đầu tư

Trong phần này ta sẽ phân tích lợi ích của nhà đầu tư khi tạo lập và nắm giữ một danh mục gồm N tài sản rủi ro thuộc nhóm tài sản xem xét.

3.1.2.1. Các giả thiết

a. Giả thiết về các tài sản

Theo lý giải trong mục 2.4.2, ta sẽ giả thiết: *lợi suất của các tài sản rủi ro trong nhóm N tài sản xem xét có phân bố chuẩn*, tức là $r_i \sim N(\bar{r}_i, \sigma_i^2)$ $i = 1 \div N$ khi đó lợi suất của danh mục P, r_P *cũng có phân phối chuẩn* với kỳ vọng $\overline{r_P}$ và phương sai σ_P^2 được tính theo (3.2), (3.3).

b. Giả thiết về nhà đầu tư

Giả thiết nhà đầu tư ngại rủi ro và có hàm lợi ích theo lợi suất r: u = u(r).

3.1.2.2. Lợi ích kỳ vọng của nhà đầu tư khi nắm giữ danh mục

Giả sử nhà đầu tư lập và nắm giữ danh mục P: (w_1, w_2, ..., w_N) từ nhóm N tài sản xem xét. Do lợi suất danh mục r_P có phân bố chuẩn nên theo kết quả phân tích trong mục 2.4.2.2 (áp dụng đối với danh mục P) ta có lợi ích kỳ vọng của nhà đầu tư sẽ có dạng:

$$U(P) \equiv U(\overline{r_P}, \sigma_P^2) \qquad (3.12)$$

và U(P) tăng theo lợi suất kỳ vọng $\overline{r_P}$, giảm theo phương sai σ_P^2(hoặc độ dao động σ_P) của danh mục. Như vậy, theo lẽ thường nhà đầu tư sẽ chọn danh mục sao cho lợi ích kỳ vọng của mình đạt tối đa. Họ thực hiện việc lựa chọn này như thế nào? Phương pháp (mô hình) phân tích Trung bình –Phương sai được trình bày dưới đây sẽ cho ta giải đáp.

3.2. PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH TRUNG BÌNH – PHƯƠNG SAI (MV) VÀ QUÁ TRÌNH LỰA CHỌN DANH MỤC TỐI ƯU

Giống như nhiều sự lựa chọn khác trong quá trình hoạt động kinh tế, nhà đầu tư phải xác định mục tiêu (tiêu chuẩn lựa chọn) trong việc chọn danh mục. Danh mục đáp ứng mục tiêu gọi là danh mục tối ưu. Mục tiêu của nhà đầu tư liên quan đến cả lợi suất kỳ vọng (lợi suất trung bình) và phương sai của danh mục. Phương pháp xác định mục tiêu cũng như danh mục tối ưu của nhà đầu tư thông qua phân tích mối quan hệ giữa hai yếu tố liên quan trên gọi là phương pháp "Phân tích Trung bình (Kỳ vọng) – Phương sai" – phương pháp MV. Dựa trên các kết quả nghiên cứu về:

- Hành vi của tác nhân khi có yếu tố rủi ro của James Tobin (1958).
- Quy hoạch lồi toàn phương năm 1959 trong bài báo *"Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment"* (Yale University Press – 1959) Harry Markowitz đã đề xuất phương pháp MV trong lựa chọn danh mục tối ưu. Nội dung cơ bản của phương pháp MV được Markowitz trình bày thông qua mô hình hai bài toán tối ưu, vì vậy phương pháp MV còn được gọi là Mô hình Markowitz trong lựa chọn danh mục. Ta sẽ tìm hiểu mô hình này trong phần tiếp theo.

3.2.1. Mục tiêu của nhà đầu tư

3.2.1.1. Mục tiêu tối ưu lý tưởng

Như phần trên đã phân tích, lợi ích của nhà đầu tư khi nắm giữ danh mục P là mức lợi ích kỳ vọng U(P). Do U(P) tăng theo lợi suất kỳ vọng $\overline{r_P}$ và giảm theo phương sai σ_P^2 của danh mục P nên để tối đa hóa lợi ích kỳ vọng nhà đầu tư sẽ chọn danh mục P:

$(w_1,w_2,\ldots,w_N)$ sao cho *đồng thời* $\overline{r}_P$ *cực đại và* σ_P^2 *cực tiểu*. Đó chính là mục tiêu lý tưởng của nhà đầu tư. Như vậy để đạt mục tiêu lý tưởng nhà đầu tư phải giải bài toán tối ưu sau:

$$Max\ \overline{r}_P \text{ và } Min\ \sigma_P^2$$

$$\overline{r}_P = \sum_{i=1}^{N} w_i \overline{r}_i,\ \sigma_P^2 = W'VW,\ \sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \tag{3.13}$$

(3.13) là bài toán tối ưu đa mục tiêu (2 mục tiêu) và nghiệm của bài toán gọi là *nghiệm lý tưởng*.

3.2.1.2. Mục tiêu tối ưu Pareto

a. Khái niệm tối ưu Pareto

Trong trường hợp tổng quát bài toán trên không có nghiệm lý tưởng bởi vậy thay vì tìm nghiệm lý tưởng ta sẽ xét *nghiệm tối ưu Pareto* của (3.13). Điều đó có nghĩa là:

- Cho trước phương sai σ_P^2, xác định danh mục P tối đa hóa lợi suất kỳ vọng.
- Cho trước lợi suất kỳ vọng $\overline{r}_P$, xác định danh mục P tối thiểu hóa phương sai.

Nếu sử dụng phương sai (độ dao động) đo mức độ rủi ro của danh mục thì có thể nói về hai trường hợp trên như sau:

- Tìm danh mục tối đa hóa lợi ích của nhà đầu tư với mức rủi ro ấn định trước.
- Tìm danh mục tối thiểu hóa rủi ro với lợi suất kỳ vọng (lợi ích) của nhà đầu tư ấn định trước.

b. Mối quan hệ với hai bài toán tối ưu một mục tiêu

Tương ứng với các trường hợp ở trên ta có hai bài toán tối ưu sau:

Bài toán A: Với $\sigma_0^2 > 0$ cho trước:

$$Max\ \overline{r}_P$$

$$\overline{r}_P = \sum_{i=1}^{N} w_i \overline{r}_i,\ \ W'VW = \sigma_0^2,\ \ \sum_{i=1}^{N} w_i = 1$$

Bài toán B: Với $\overline{r}_0 > 0$ cho trước:

$$Min\ \sigma_P^2$$

$$\sigma_P^2 = W'VW,\ \ \sum_{i=1}^{N} w_i \overline{r}_i = \overline{r}_0,\ \ \sum_{i=1}^{N} w_i = 1$$

Ký hiệu nghiệm và trị tối ưu của bài toán A: W_A, $\overline{r_P}(\sigma_0^2)$ và của B: W_B, $\sigma_P^2(\overline{r_0})$, khi đó người ta đã chứng minh rằng bài toán A tương đương với bài toán B theo nghĩa:

- Nếu giải bài toán A tìm được W_A, $\overline{r_P}(\sigma_0^2)$ sau đó thay $\overline{r_0} = \overline{r_P}(\sigma_0^2)$ vào bài toán B và giải sẽ được $W_B = W_A$ và $\sigma_P^2(\overline{r_0}) = \sigma_0^2$, tức là nghiệm và trị tối ưu của hai bài toán là như nhau.

- Ngược lại nếu giải bài toán B tìm được W_B, $\sigma_P^2(\overline{r_0})$ sau đó thay $\sigma_0^2 = \sigma_P^2(\overline{r_0})$ vào bài toán A và giải sẽ được $W_A = W_B$ và $\overline{r_P}(\sigma_0^2) = \overline{r_0}$, tức là trong trường hợp này nghiệm và trị tối ưu của hai bài toán là như nhau.

Như vậy nhà đầu tư với mục tiêu lựa chọn danh mục tối ưu Pareto thì danh mục tối đa hóa lợi ích (lợi suất kỳ vọng) với mức rủi ro ấn định trước cũng sẽ là danh mục tối thiểu hóa rủi ro với lợi ích (lợi suất kỳ vọng) cho trước. Do vậy khi đề cập tới sự lựa chọn danh mục tối ưu của nhà đầu tư ngại rủi ro ta chỉ cần xét một trong hai bài toán là đủ. Ta sẽ xét bài toán B vì nội dung bài toán phù hợp với suy nghĩ thông thường ban đầu của nhà đầu tư ngại rủi ro: tối thiểu hóa rủi ro.

3.2.2. Phương pháp phân tích Trung bình – Phương sai (Mô hình Markowitz) lựa chọn danh mục tối ưu

Trong đầu tư tài chính, danh mục tối ưu được chọn theo MV được gọi là *danh mục hiệu quả* (Efficient Portfolio). Rõ ràng với các nhà đầu tư khác nhau (với hàm lợi ích theo lợi suất u = u(r) khác nhau) sẽ có danh mục hiệu quả khác nhau. Mặt khác, với cùng nhà đầu tư nhưng yêu cầu về mức độ rủi ro (hoặc lợi suất) khác nhau sẽ tương ứng với danh mục hiệu quả khác nhau. Tập danh mục hiệu quả đối với các nhà đầu tư gọi là biên hiệu quả (Efficient Frontier). Phần tiếp theo ta sẽ sử dụng MV (sử dụng mô hình bài toán B) xác định biên hiệu quả.

3.2.2.1. Mô hình xác định biên hiệu quả - Trường hợp xét nhóm tài sản rủi ro

Để thuận tiện cho ký hiệu và các biến đổi ta sẽ sử dụng các ký hiệu sau:

✓ Ký hiệu [a] là vectơ (cột) N chiều với các thành phần đều là a, chẳng hạn:

$$[1] = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

✓ Trong các phép nhân ma trận, vectơ với ký hiệu dấu ′ là vectơ dòng.

Xét bài toán tương đương (với bài toán B) sau:

Xác định danh mục P: ($w_1, w_2, ..., w_N$) (= W') sao cho:

$$\frac{1}{2}W'.V.W \to Min$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} w_i \bar{r}_i = \bar{r}_P \\ \sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \end{cases} \tag{3.14}$$

với lợi suất kỳ vọng $\bar{r}_P$ cho trước. Trong nhiều ứng dụng, lợi suất $\bar{r}_P$ còn gọi là "*lợi suất yêu cầu*", "*lợi suất dự kiến*" của nhà đầu tư vì nó thể hiện mong muốn của họ về lợi suất đầu tư.

a. Mô hình xác định danh mục biên duyên (Frontier Portfolio)

- *Mô hình*

Xác định danh mục P: ($w_1, w_2, ..., w_N$) (= W') sao cho:

$$\frac{1}{2}W'.V.W \to Min$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} w_i \bar{r}_i = \bar{r}_P \\ \sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \end{cases}$$

Ta có thể biểu diễn mô hình dưới dạng:

Xác định danh mục P: ($w_1, w_2, ..., w_N$) (= W') sao cho:

$$\frac{1}{2}W'.V.W \to Min \tag{3.15}$$

$$\begin{cases} (W', \bar{r}) = \bar{r}_P & (3.16) \\ (W', [1]) = 1 & (3.17) \end{cases}$$

- *Phân tích mô hình – Giải mô hình*

Bài toán tối ưu (3.15) – (3.17) là bài toán quy hoạch lồi toàn phương và do tập phương án là compact nên luôn có nghiệm duy nhất – ký hiệu P($\bar{r}_P$): W($\bar{r}_P$).

Hàm Lagrange của bài toán:

$$L(W,\mu,\lambda) = \frac{1}{2}W'VW + \lambda(\overline{r}_P - (W',\overline{r}) + \mu(1 - (W', [1]) \quad (3.18)$$

Điều kiện cần đối với nghiệm $W(\overline{r}_P)$ (trong trường hợp này cũng là điều kiện đủ):

Tồn tại λ^*, μ^* sao cho $W(\overline{r}_P)$, λ^*, μ^* thỏa mãn hệ điều kiện:

$$\begin{cases} \nabla L_W = VW - \lambda\overline{r} - \mu[1] = 0 & \text{(i)} \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = \overline{r}_P - (W', \overline{r}) = 0 & \text{(ii)} \\ \dfrac{\partial L}{\partial \mu} = 1 - (W',[1]) = 0 & \text{(iii)} \end{cases}$$

Từ (i) ta có:

$$W = \lambda^*(V^{-1}\overline{r}) + \mu^*(V^{-1}[1]) \quad (3.19)$$

Thay (3.19) vào (ii) và (iii) và chuyển vế:

$$(W',\overline{r}) = \lambda^*(\overline{r}\,'\,V^{-1}\,\overline{r}) + \mu^*(\overline{r}\,'\,V^{-1}[1]) = \overline{r_P} \quad (3.20)$$

$$(W',[1]) = \lambda^*(\overline{r}\,'\,V^{-1}[1]) + \mu^*([1]'\,V^{-1}[1]) = 1 \quad (3.21)$$

Đặt:

$$\begin{aligned} &[1]'\,V^{-1}[1] \equiv A \\ &\overline{r}\,'V^{-1}\overline{r} \equiv C \\ &\overline{r}\,'V^{-1}[1] \equiv B \end{aligned} \quad (3.22)$$

Khi đó hệ (3.20), (3.21) có thể viết thành:

$$\begin{cases} \lambda^*C + \mu^*B = \overline{r_P} \\ \lambda^*B + \mu^*A = 1 \end{cases}$$

Giải hệ trên đối với λ^*, μ^* ta được:

$$\begin{cases} \lambda^* = \dfrac{A\overline{r}_P - B}{D} \\ \mu^* = \dfrac{C - B\overline{r}_P}{D} \end{cases}$$

với $D = AC - B^2$.

Thay λ^*, μ^* vào (3.19) ta được:

$$W(\overline{r}_P) = g + \overline{r}_P h \qquad (3.23)$$

với:

$$g = \frac{1}{D}\left[C(V^{-1}[1]) - B(V^{-1}\overline{r})\right]$$

$$h = \frac{1}{D}\left[A(V^{-1}\overline{r}) - B(V^{-1}[1])\right]$$

Chú ý rằng các đại lượng A,B, C, D (và do đó các vectơ g, h) chỉ phụ thuộc vào ma trận V và vectơ lợi suất kỳ vọng của các tài sản rủi ro $\overline{r}$ và cả hai yếu tố này do thị trường quyết định. Nói cách khác đối với mọi nhà đầu tư đều có chung A,B, C, D, g và h.

b. Tập danh mục biên duyên

- *Danh mục biên duyên*

Với mỗi mức lợi suất kỳ vọng cho trước $\overline{r}_P$ theo công thức (3.23) ta luôn xác định duy nhất danh mục P($\overline{r}_P$):W($\overline{r}_P$). Danh mục P($\overline{r}_P$) gọi là danh mục biên duyên (ứng với $\overline{r}_P$).

Đối với danh mục biên duyên P($\overline{r}_P$) ta có:

Lợi suất kỳ vọng: $\overline{r}_P$;

Phương sai:

$$\sigma_P^2(\overline{r}_P) = \frac{A\overline{r}_P^2 - 2B\overline{r}_P + C}{D} \quad . \qquad (3.24)$$

Để chứng minh công thức (3.24) độc giả cần sử dụng (3.19) và các công thức tính λ^*, μ^*(hãy xem việc chứng minh như một bài tập).

Độ dao động:

$$\sigma_P(\overline{r}_P) = \sqrt{\frac{A\overline{r}_P^2 - 2B\overline{r}_P + C}{D}} \quad . \qquad (3.25)$$

- *Tập danh mục biên duyên*

Cho $\overline{r}_P \in (-\infty, +\infty)$, tập các danh mục P($\overline{r}_P$) tương ứng gọi là tập danh mục biên duyên. Từ công thức xác định danh mục biên duyên (3.23) nếu:

- Cho $\overline{r}_P = 0$ ta được P(0) = g, vậy có thể coi g là danh mục biên duyên có lợi suất kỳ vọng bằng 0.

- Cho $\overline{r}_p = 1$ ta được P(1) = g + h, vậy có thể coi (g + h) là danh mục biên duyên có lợi suất kỳ vọng bằng 1.

Khi đó công thức xác định danh mục biên duyên $W(\overline{r}_p)$ có thể viết dưới dạng:

$$W(\overline{r}_p) = P(0) + \overline{r}_p\,[P(1) - P(0)]. \qquad (3.23')$$

Thí dụ 3.1: Ta có số liệu sau về một nhóm gồm 3 tài sản rủi ro:

- Vectơ lợi suất kỳ vọng: $\overline{r}$ = (20%, 30%, 40%);
- Ma trận hiệp phương sai của 3 tài sản:

$$V = \begin{bmatrix} 0{,}0625 & 0{,}07 & 0{,}105 \\ 0{,}07 & 0{,}1225 & 0{,}084 \\ 0{,}105 & 0{,}084 & 0{,}36 \end{bmatrix}$$

Hãy xác định danh mục biên duyên lập từ nhóm tài sản trên, độ dao động của danh mục với lợi suất yêu cầu của nhà đầu tư là 35%, 30%.

Giải: Ta có:

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} 85{,}06 & -37{,}61 & -16{,}03 \\ -37{,}61 & 26{,}35 & 4{,}82 \\ -16{,}03 & 4{,}82 & 6{,}33 \end{bmatrix}$$

Tính các đại lượng A, B, C, D sau đó sử dụng các công thức tính P(0), P(1) ta được:

P(0): (2,48 - 0,96 - 0,52) và P(1): (- 5,18   4,36 1,82).

Sử dụng công thức (3.23') ta có:

- với $\overline{r}_p$: 35% danh mục biên duyên: (-0,2   0,9   0,3) và độ dao động σ_P : 0,38 ~ 38%;
- với $\overline{r}_p$: 30% danh mục biên duyên: (0,18   0,64   0,18) và độ dao động σ_P : 0,33 ~ 33%.

▪ *Danh mục biên duyên có phương sai nhỏ nhất (MVP)*

Nếu trong bài toán (3.15) – (3.17) (bài toán xác định danh mục biên duyên) ta bỏ ràng buộc (3.16) khi đó ta có bài toán:

Xác định danh mục P: $(w_1, w_2, ..., w_N)$ (= W') sao cho:

$$\frac{1}{2}W'.V.W \to Min$$

$$(W', [1]) = 1$$

Nghiệm của bài toán sẽ là danh mục có phương sai nhỏ nhất và ta sẽ ký hiệu là MVP (Minimum Variance Portfolio). Dễ dàng chứng minh được rằng:

$$MVP = \frac{1}{A}V^{-1}[1] \quad (3.26)$$

$$\overline{r}_{MVP} = \frac{B}{A} \quad (3.27)$$

$$\sigma^2_{MVP} = \frac{1}{A} \quad (3.28)$$

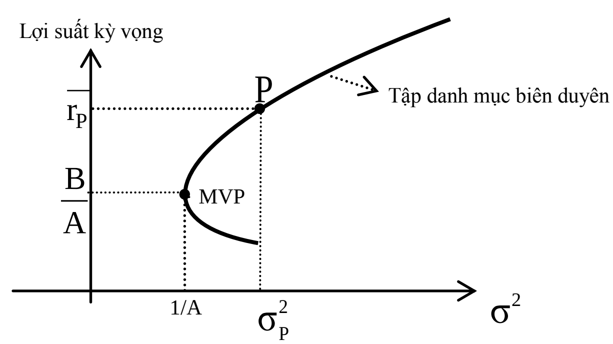
- *Cấu trúc hình học của tập danh mục biên duyên*

Với mỗi danh mục biên duyên P($\overline{r}_P$) thuộc tập danh mục biên duyên cho ta một cặp ($\overline{r}_P, \sigma^2_P$) hoặc ($\overline{r}_P, \sigma_P$) nên ta có thể biểu diễn hình học danh mục trên mặt tọa độ ($\sigma^2_P, \overline{r}_P$) hoặc ($\sigma_P, \overline{r}_P$).

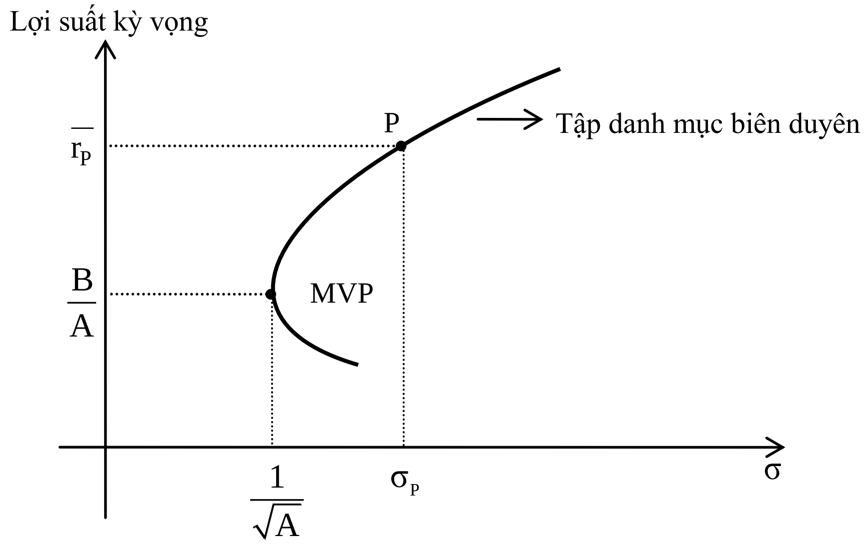
+ Biểu diễn danh mục biên duyên trên mặt phẳng tọa độ ($\sigma^2_P, \overline{r}_P$) và ($\sigma_P, \overline{r}_P$).

Theo (3.24), phương trình liên hệ giữa $\overline{r}_P$ và σ^2_P là phương trình đường parabol. Ta có hình 3.2 minh họa.

Theo (3.25), phương trình liên hệ giữa $\overline{r}_P$ và σ_P là phương trình đường Hyperbol. Ta có hình 3.3 minh họa.



Hình 3.2. Danh mục biên duyên trên mặt phẳng tọa độ ($\sigma^2_P, \overline{r}_P$).



Hình 3.3. Danh mục biên duyên trên mặt phẳng tọa độ ($\sigma_P, \overline{r_P}$).

- *Các tính chất của danh mục biên duyên*

***Tính chất 3.1*:**

Danh mục biên duyên được cảm sinh từ hai danh mục biên duyên P(0) và P(1). Suy ra danh mục của các danh mục biên duyên là danh mục biên duyên.

***Tính chất 3.2*:**

P: $(w_1, w_2,\ldots,w_N)$ là danh mục biên duyên khi và chỉ khi $(w_1, w_2,\ldots,w_N)$ là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} Vx = \overline{r} - [k] \\ w_i = \dfrac{x_i}{\sum_{i=1}^{N} x_i} \quad i = 1 \div N \end{cases} \text{, với k là hằng số .} \tag{3.29}$$

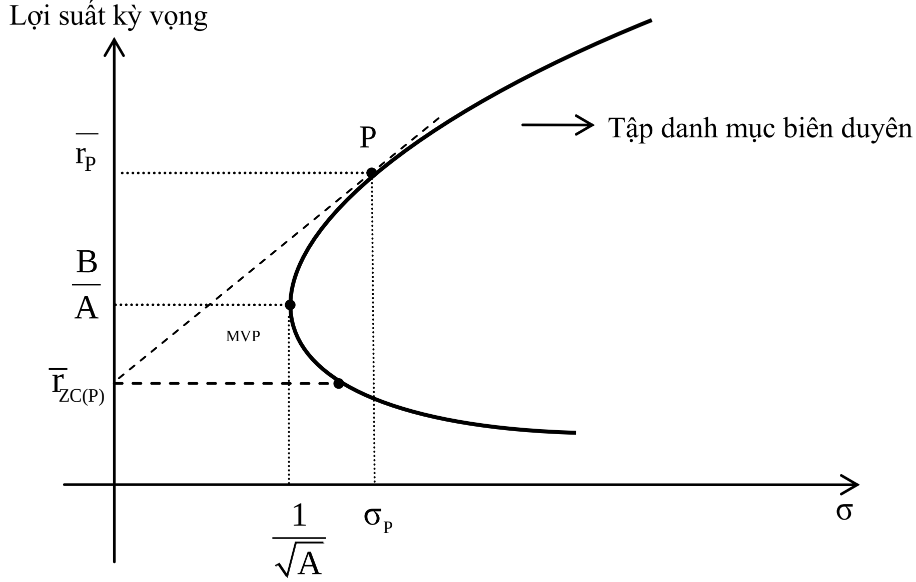
***Tính chất 3.3*:**

Cho P là danh mục biên duyên khác danh mục MVP, khi đó tồn tại duy nhất danh mục biên duyên không tương quan với P- ký hiệu ZC(P) – (Zero Covariance) và lợi suất kỳ vọng của danh mục ZC(P):

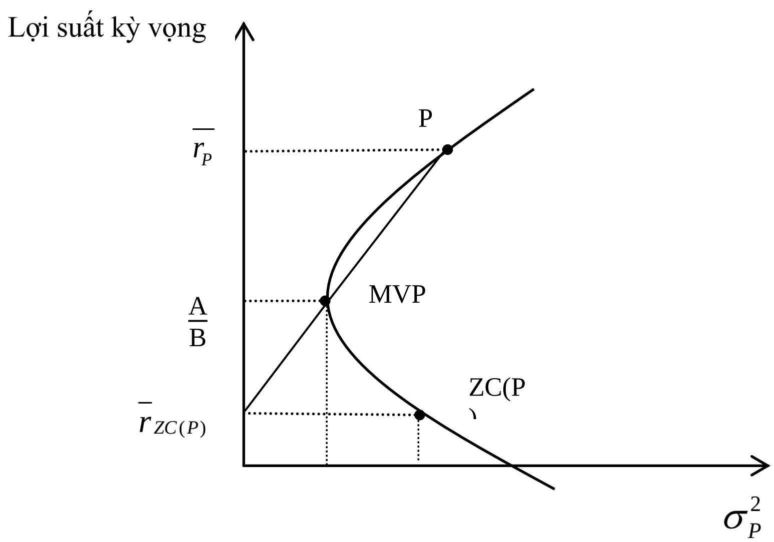
$$\bar{r}_{ZC(P)} = \frac{B}{A} - \frac{\frac{D}{A^2}}{\bar{r}_P - \frac{B}{A}}. \tag{3.30}$$

Đồng thời ta có ZC(ZC(P)) = P.

Ta có thể minh họa vị trí tương đối của P và ZC(P) trên hình (3.4) và (3.5).



Hình 3.4



$\frac{1}{A}$

Hình 3.5

***Tính chất 3.4*:**

Cho Q là danh mục bất kì, P là danh mục biên duyên ta có:

$$\overline{r}_Q = \overline{r}_{ZC(P)} + \beta_{QP}(\overline{r}_P - \overline{r}_{ZC(P)}) \quad (3.31)$$

với:

$$\beta_{QP} = \frac{Cov(r_Q, r_P)}{\sigma_P^2} = \frac{\sigma_{QP}}{\sigma_P^2}.$$

Hệ thức (3.31) có thể viết lại dưới dạng:

$$\overline{r}_Q = (1-\beta_{QP})\overline{r}_{ZC(P)} + \beta_{QP}\overline{r}_P. \quad (3.32)$$

Hoặc dưới dạng ngẫu nhiên:

$$r_Q = \beta_{QP} r_P + (1 - \beta_{QP}) r_{ZC(P)} + \varepsilon_Q. \quad (3.33)$$

trong đó ε_Q là biến ngẫu nhiên có kỳ vọng bằng 0.

***Tính chất 3.5*:**

Cho P, Q là hai danh mục biên duyên khi đó ta có:

$$\sigma_{PQ} = \frac{A}{D}\left(\overline{r}_P - \frac{B}{A}\right)\left(\overline{r}_Q - \frac{B}{A}\right) + \frac{1}{A}. \quad (3.34)$$

Chú ý: Để tìm MVP hoặc danh mục biên duyên P($\overline{r}_P$) ta phải giải bài toán quy hoạch lồi toàn phương tương ứng. Trong thực tế nếu số tài sản trong nhóm khá lớn thì việc giải bài toán có thể gây khó khăn về phương diện tính toán nếu ta không có phần mềm chuyên dùng hỗ trợ. Từ tính chất 2 của danh mục biên duyên ta có thể tìm các danh mục trên thông qua việc giải hệ phương trình tuyến tính (có thể dễ dàng thực hiện trên Excel).

Để tìm danh mục MVP ta sẽ giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} Vx = [1] \\ w_i = \dfrac{x_i}{\sum_{i=1}^{N} x_i} \quad i = 1 \div N \end{cases} \qquad (3.29')$$

Thí dụ 3.2: Cho ma trận hiệp phương sai của 3 tài sản:

$$V = \begin{bmatrix} 0{,}02 & 0{,}01 & 0 \\ 0{,}01 & 0{,}02 & 0{,}01 \\ 0 & 0{,}01 & 0{,}02 \end{bmatrix}$$

Hãy tìm MVP.

Giải: Ta lập hệ phương trình:

$$\begin{aligned} 0{,}02x_1 + 0{,}01x_2 \phantom{+ 0{,}01x_3} &= 1 \\ 0{,}01x_1 + 0{,}02x_2 + 0{,}01x_3 &= 1 \\ 0{,}01x_2 + 0{,}02x_3 &= 1 \end{aligned}$$

Dễ dàng tìm được nghiệm: $x_1 = 50$, $x_2 = 0$, $x_3 = 50$ suy ra $w_1 = 0{,}5$, $w_2 = 0$, $w_3 = 0{,}5$. Vậy danh mục MVP của nhóm tài sản trên: MVP: (50%, 0, 50%).

Để tìm danh mục biên duyên P, từ hệ (3.29) ta cho k lấy các giá trị khác nhau và giải. Để tìm danh mục biên duyên P với lợi suất kỳ vọng $\overline{r}_P$ cho trước ta sẽ giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} Vx = \overline{r} - \left[\overline{r}_{ZC(P)}\right] \\ w_i = \dfrac{x_i}{\sum_{i=1}^{N} x_i} \quad i = 1 \div N \end{cases}$$

Với $\overline{r}_{ZC(P)}$ được tính theo (3.30). Ta có thể tạo ra một loạt các danh mục biên duyên bằng cách lần lượt cho $\overline{r}_P$ các giá trị khác nhau, giải hệ phương trình trên tìm vectơ W($\overline{r}_P$). Sau đó dùng công thức σ_P^2= W'V W tính phương sai của danh mục. Biểu diễn các điểm ($\overline{r}_P$ σ_P^2) trên mặt phẳng tọa độ ta sẽ có hình ảnh minh họa tập danh mục biên duyên. Công việc này có thể thực hiện với sự trợ giúp của bảng tính Excel.

c. Biên hiệu quả

- *Danh mục hiệu quả*

Danh mục biên duyên P($\overline{r}_p$) có lợi suất kỳ vọng lớn hơn lợi suất kỳ vọng của danh mục MVP gọi là *danh mục hiệu quả*. Như vậy nếu $\overline{r}_p$ > B/A thì P($\overline{r}_p$) là danh mục hiệu quả. Các danh mục khác gọi là danh mục phi hiệu quả.

- *Biên hiệu quả*
  - *Định nghĩa biên hiệu quả*

Tập hợp danh mục hiệu quả và MVP gọi là biên hiệu quả (ứng với nhóm tài sản rủi ro xem xét).

Mô hình xác định biên hiệu quả sẽ là bài toán tối ưu sau:

Xác định danh mục P: (w_1, w_2, ..., w_N) (= W') sao cho:

$$\frac{1}{2}\mathrm{W'.V.W} \rightarrow Min \tag{3.35}$$

$$(\mathrm{W'}, \bar{\mathrm{r}}) = \overline{\mathrm{r}}_\mathrm{P} \tag{3.36}$$

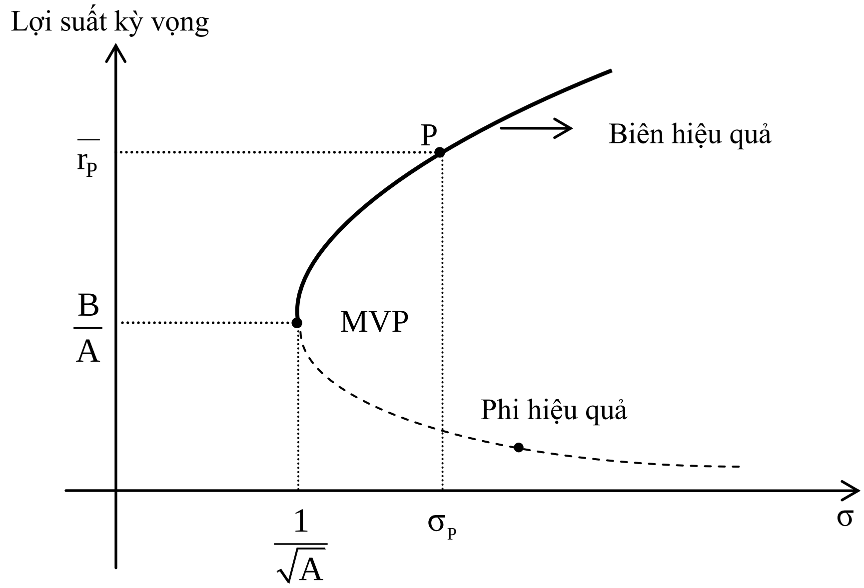
$$(\mathrm{W'}, [1]) = 1 \tag{3.37}$$

$$\overline{\mathrm{r}}_\mathrm{P} \geq \frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}} \tag{3.38}$$

với A, B được xác định theo (3.22) và $\overline{r}_p$ là tham số.

- *Minh họa hình học biên hiệu quả*

Từ định nghĩa biên hiệu quả và minh họa hình học tập danh mục biên duyên ta suy ra biên hiệu quả chính là nhánh phía trên của các đường cong (bắt đầu từ điểm MVP) minh họa trong hình 3.3 và 3.4. Danh mục biên duyên không thuộc biên hiệu quả gọi là danh mục phi hiệu quả. Ta sẽ minh họa biên hiệu quả trên hình 3.6.



Hình 3.6

- *Tính chất của danh mục hiệu quả*

***Tính chất 3.6*:**

Biên hiệu quả là tập lồi, như vậy tổ hợp lồi của các danh mục hiệu quả là danh mục hiệu quả.

***Tính chất 3.7*:**

Nếu P là danh mục hiệu quả thì ZC(P) là phi hiệu quả.

Kết luận: Với một nhóm gồm N tài sản rủi ro cho trước luôn tồn tại biên hiệu quả được mô tả bởi tập nghiệm (theo tham số $\overline{r}_P$) của bài toán (3.35) – (3.38). Ký hiệu tập nghiệm này là P(Eff).

Nếu nhà đầu tư ngại rủi ro với hàm lợi ích kỳ vọng U(P) = U($\overline{r}_P, \sigma_P^2$) khi chọn một nhóm N tài sản rủi ro để đầu tư thì sẽ chọn một danh mục hiệu quả (chọn một điểm trên biên hiệu quả) bằng cách giải bài toán:

$$\text{Max } U(P);$$
$$P \in P(Eff).$$

Có thể phân tích bài toán trên để thấy rằng tại danh mục tối ưu P^* đường mức hàm lợi ích kỳ vọng U(P) sẽ tiếp xúc với biên hiệu quả. Ta có hình 3.7 minh họa.

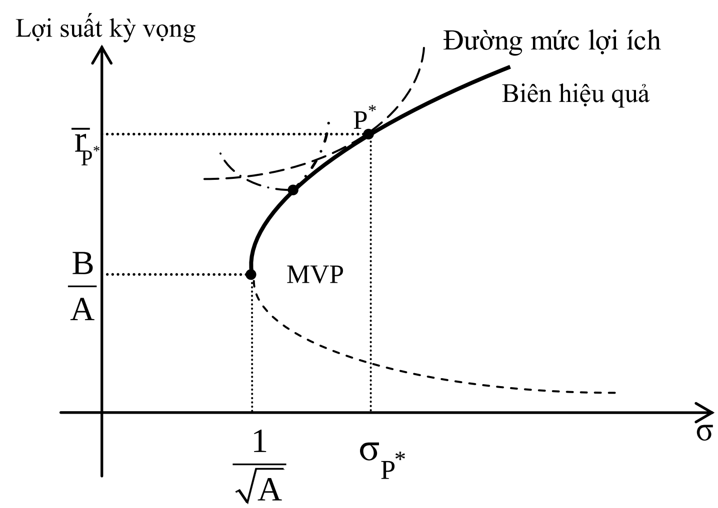
Như vậy có thể coi biên hiệu quả chính là "đường cung" danh mục tối ưu cho các nhà đầu tư lựa chọn. Tùy thuộc vào mức độ đánh đổi giữa lợi suất $\overline{r}_P$ và rủi ro σ_P^2 (vị trí và dáng điệu của đường mức hàm lợi ích kỳ vọng $U(\overline{r}_P, \sigma_P^2)$ được phân tích trong mục 2.4.2, các nhà đầu tư khác nhau sẽ chọn danh mục hiệu quả khác nhau.

Nếu bổ sung thêm tài sản rủi ro vào nhóm N tài sản ban đầu (N' > N) thì biên hiệu quả vẫn giữ nguyên dáng điệu nhưng sẽ dịch chuyển sang trái vì bài toán xác định biên hiệu quả của N tài sản là trường hợp riêng của N' tài sản, trong đó $w_i = 0$ với i là tài sản bổ sung. Ta có hình 3.8 minh họa. Khi đó với cùng lợi suất kỳ vọng $\overline{r}_P$ danh mục hiệu quả của N' tài sản sẽ có ít rủi ro hơn. Tuy nhiên việc bổ sung thêm tài sản sẽ khiến quá trình tính toán phức tạp hơn.

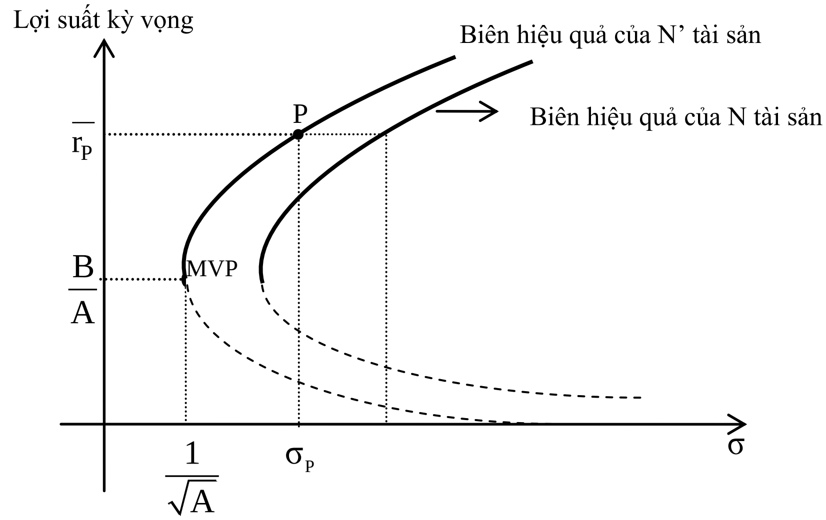
Trong trường hợp cấm bán khống tài sản, để xác định danh mục MVP và danh mục hiệu quả ta chỉ cần thêm điều kiện $w_i \geq 0$, $i=1\div N$. Tuy nhiên việc xác định biên hiệu quả sẽ phức tạp hơn vì ta không có được các công thức giải tích (3.24) – (3.27) để tính các đặc trưng. Biên hiệu quả trong trường hợp cấm bán khống sẽ có vị trí thấp hơn và ít "cong" hơn so với trường hợp cho phép bán khống. Khi đó với cùng lợi suất kỳ vọng $\overline{r}_P$ danh mục hiệu quả trong trường hợp có bán khống sẽ ít rủi ro hơn. Ta có hình 3.9 minh họa. Trong thực tế khi gặp tình huống này (như đối với thị trường chứng khoán Việt Nam) để xác định danh mục hiệu quả của nhóm tài sản rủi ro có thể thực hiện theo hai cách:

Lập và giải bài toán quy hoạch lồi toàn phương tương ứng (với điều kiện $w_i \geq 0$, $i = 1 \div N$)

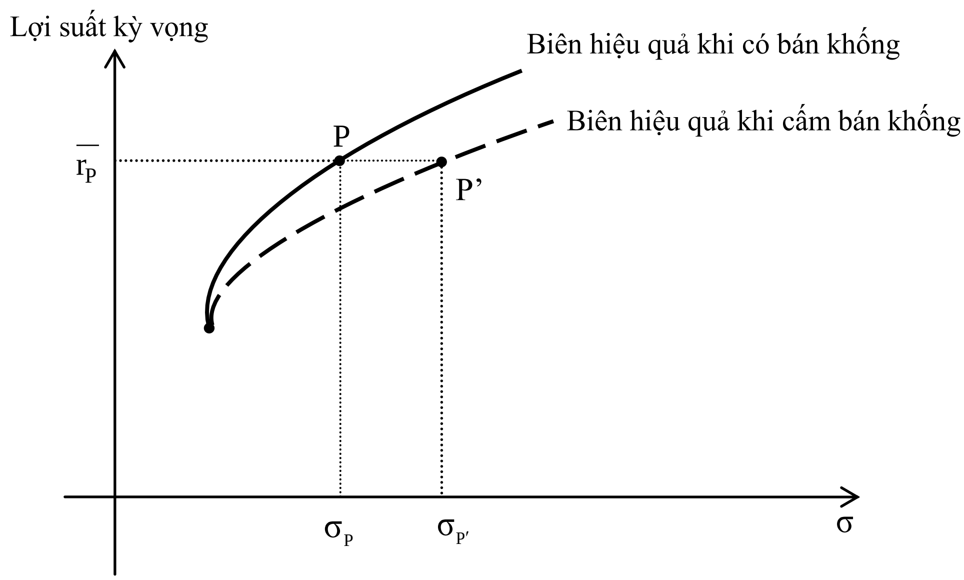
Sử dụng mô hình SIM (sẽ được trình bày chi tiết trong phần sau của chương này).



Hình 3.7



Hình 3.8



Hình 3.9

Thí dụ 3.3: Từ số liệu của Thí dụ 1.11 khi xét nhóm 6 cổ phiếu AGF, BBC, CAN, DPC, HAP và REE ta có:

	AGF	BBC	CAN	DPC	HAP	REE
Lợi suất kỳ vọng	0.0289%	0.0352%	- 0.0037%	-0.0049%	0.0705%	0.0656%
Độ dao động	1.8612%	2.2079%	2.1074%	2.4406%	2.1645%	1.9334%

Ma trận hiệp phương sai V của 6 cổ phiếu:

	AGF	BBC	CAN	DPC	HAP	REE
AGF	0.000346	0.000169	0.000154	0.000153	0.000194	0.000193
BBC	0.000169	0.000487	0.000165	0.000185	0.00023	0.000186
CAN	0.000154	0.000165	0.000444	0.000217	0.000207	0.000143
DPC	0.000153	0.000185	0.000217	0.000595	0.000215	0.000157
HAP	0.000194	0.00023	0.000207	0.000215	0.000468	0.000212
REE	0.000193	0.000186	0.000143	0.000157	0.000212	0.000374

- Lập danh mục P: đầu tư vào 3 cổ phiếu AGF, BBC và CAN: (30%, 30%, 40%). Ta tính được:

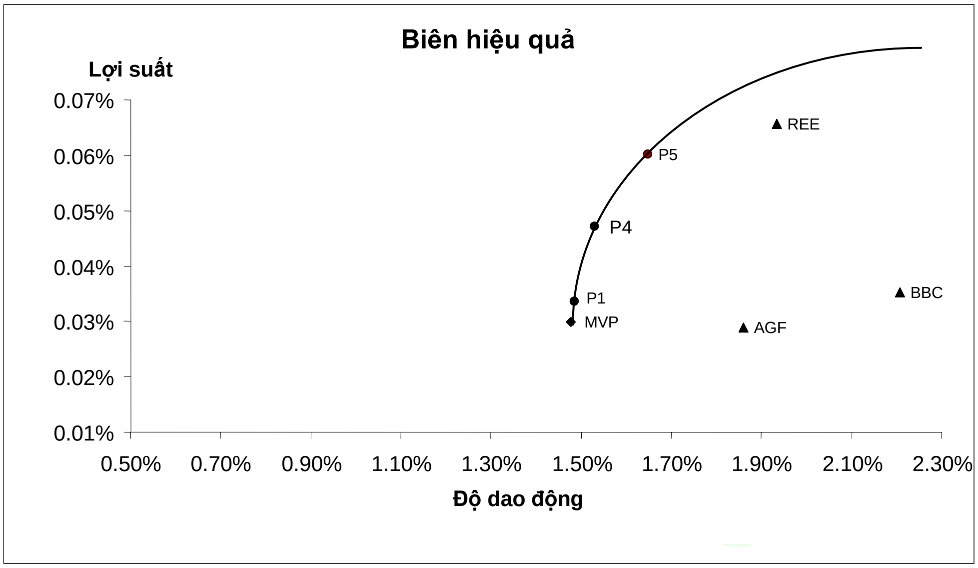
Lợi suất kỳ vọng của P:	0.0178%
Phương sai của P:	0.0253%
Độ dao động của P:	1.5906%

- Ta xác định một số danh mục biên duyên tạo lập từ nhóm cổ phiếu trên.

Ta sẽ sử dụng các công thức (3.29), (3.29’) và bảng tính Excel để xác định danh mục MVP và một số danh mục biên duyên. Ta có kết quả sau.

	k	-0.009	-0.008	-0.005	-0.002	-0.001	-0.08	-0.01
Danh mục	MVP	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
AGF(%)	28.01%	26.51%	26.33%	25.38%	21.95%	17.30%	27.83%	26.66%
BBC(%)	13.82%	13.41%	13.36%	13.10%	12.16%	10.88%	13.77%	13.45%
CAN(%)	20.16%	17.30%	16.96%	15.14%	8.60%	-0.30%	19.83%	17.58%
DPC(%)	10.50%	8.54%	8.30%	7.05%	2.55%	-3.56%	10.28%	8.73%
HAP(%)	4.60%	8.24%	8.68%	10.99%	19.34%	30.68%	5.02%	7.89%
REE(%)	22.91%	26.00%	26.37%	28.33%	35.40%	45.01%	23.27%	25.70%
L/suất kỳ vọng	0.0300%	0.0342%	0.0347%	0.0374%	0.0470%	0.0602%	0.0305%	0.0338%
Độ dao động	1.4850%	1.4883%	1.4892%	1.4953%	1.5391%	1.6485%	1.4850%	1.4877%

Ta có hình 3.10 minh hoạ biên hiệu quả của nhóm cổ phiếu trên.



Hình 3.10

3.2.2.2. Mô hình xác định biên hiệu quả - Trường hợp có tài sản phi rủi ro

Trong thực tế trên thị trường luôn có tài sản phi rủi ro hoặc được xem như tài sản phi rủi ro (trái phiếu chính phủ, tiền mặt…). Ta sẽ xét trường hợp chọn danh mục của nhà đầu tư kết hợp tài sản rủi ro và phi rủi ro.

a. Mô hình xác định danh mục biên duyên khi có tài sản phi rủi ro

- *Mô hình*
  - *Lợi suất kỳ vọng*

Với sự xuất hiện của tài sản phi rủi ro có lãi suất r_f, nhà đầu tư ngại rủi ro có thể dành một phần tài sản để đầu tư vào tài sản phi rủi ro do đó danh mục P của nhà đầu tư có dạng P: (w_1, w_2,..., w_N,w_0) trong đó w_0 là tỷ trọng của tài sản phi rủi ro. Ký hiệu W = (w_1, w_2,..., w_N) là vectơ tỷ trọng tài sản rủi ro trong danh mục P. Ta có:

Lợi suất kỳ vọng của danh mục P:

$$\overline{r_P} = \sum_{i=1}^{N} w_i \overline{r_i} + w_0 r_f = \sum_{i=1}^{N} w_i \overline{r_i} + (1 - \sum_{i=1}^{N} w_i)\ r_f$$

hay viết dưới dạng tích vô hướng:

$$\overline{r_P} = (W', \overline{r}) + [1 - (W',[1])] r_f . \qquad (3.39)$$

➢ *Phương sai*

Do tài sản 0 là tài sản phi rủi ro (r_f phi ngẫu nhiên) nên phương sai của danh mục P:

$$\sigma_P^2 = W'VW. \tag{3.40}$$

➢ *Mô hình xác định danh mục biên duyên*

Cho trước lợi suất kỳ vọng $\overline{r_P}$, xác định W: $(w_1, w_2, ..., w_N)$ sao cho:

$$\frac{1}{2}W'.V.W \to Min \tag{3.41}$$

$$(W',\overline{r}) + [1 - (W',[1])]r_f = \overline{r_P}\ . \tag{3.42}$$

▪ *Phân tích mô hình – Giải mô hình*

Bài toán tối ưu (3.41) – (3.42) là bài toán quy hoạch lồi toàn phương và do tập phương án là compact nên luôn có nghiệm duy nhất – ký hiệu: $W(\overline{r}_P)$.

Hàm Lagrange của bài toán:

$$L(W,\lambda) = \frac{1}{2}W'VW + \lambda[\overline{r}_P - (W',\overline{r}) - (1 - (W',[1])r_f]. \tag{3.43}$$

Điều kiện cần đối với nghiệm $W(\overline{r}_P)$ (trong trường hợp này cũng là điều kiện đủ):

Tồn tại λ^* sao cho $W(\overline{r}_P)$, λ^* thỏa mãn hệ điều kiện:

$$\nabla L_W = VW - \lambda(\overline{r} - r_f[1]) = 0 \qquad \text{(i)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \overline{r}_P - (W', \overline{r}) - [1 - (W', [1])]r_f = 0 \qquad \text{(ii)}$$

Từ (i) ta có:

$$W = \lambda^* V^{-1}(\overline{r} - r_f[1]) \tag{3.44}$$

Vectơ $(\overline{r} - r_f[1]) = (\overline{r} - [r_f])$ gọi là vectơ "phần bù rủi ro" của nhóm tài sản rủi ro.

Thay (3.44) vào (ii) và chuyển vế:

$$\overline{r_P} - r_f = \lambda^*(\overline{r} - [r_f])' V^{-1}(\overline{r} - [r_f]) = \lambda^*[Ar_f^2 - 2r_f B + C] \tag{3.45}$$

với A, B,C được xác định theo (3.22). Biểu thức trên thể hiện "phần bù rủi ro" của danh mục P.

Từ (3.45) ta có:

$$\lambda^* = \frac{(\bar{r}_P - r_f)}{Ar_f^2 - 2r_f B + C} \tag{3.46}$$

Đặt $H \equiv Ar_f^2 - 2r_f B + C \ (= (\bar{r} - [r_f])' V^{-1}(\bar{r} - [r_f]))$, cũng giống như A, B, C đại lượng H do thị trường quyết định.

Thay λ^* vào (3.44) và tính phương sai theo (3.40) ta được:

$$W(\bar{r}_P) = \frac{(\bar{r}_P - r_f)}{H} V^{-1}(\bar{r} - [r_f]) \tag{3.47}$$

$$\sigma_P^2 = \frac{1}{H}(\bar{r}_P - r_f)^2 \tag{3.48}$$

b. Tập danh mục biên duyên

- *Danh mục biên duyên*

Với mỗi mức lợi suất kỳ vọng cho trước $\bar{r}_P$ theo công thức (3.47) ta luôn xác định duy nhất danh mục

$$P(\bar{r}_P): \{W(\bar{r}_P), w_0 = [1 - \sum_{i=1}^{N} w_i(\bar{r}_P)\ ]\}.$$

Danh mục $P(\bar{r}_P)$ gọi là *danh mục biên duyên* (ứng với lợi suất kỳ vọng $\bar{r}_P$) có phương sai nhỏ nhất tính bởi (3.48).

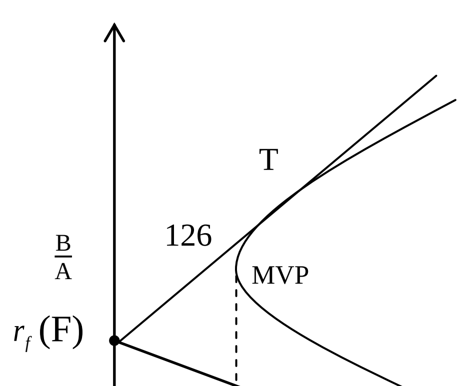
- *Tập danh mục biên duyên*

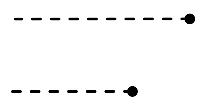
Cho $\bar{r}_P \in (-\infty, +\infty)$, tập các danh mục $P(\bar{r}_P)$ tương ứng gọi là *tập danh mục biên duyên*. Từ công thức (3.48) tập danh mục biên duyên được xác định như sau:

$$\bar{r}_P = r_f + \sigma_P\sqrt{H} \text{ nếu } \bar{r}_P \geq r_f \tag{3.49}$$

$$\bar{r}_P = r_f - \sigma_P\sqrt{H} \text{ nếu } \bar{r}_P < r_f \tag{3.50}$$

Vậy tập danh mục biên duyên khi có tài sản phi rủi ro sẽ gồm 2 nửa đường thẳng xác định bởi các phương trình (3.49), (3.50). Ta có thể minh họa trên hình 3.11.





$$\frac{1}{\sqrt{A}}$$

Hình 3.11

▪ *Phân tích cận biên đối với danh mục biên duyên*

Tương tự như khi xét danh mục bất kỳ được thực hiện trong §1.I.4, ta sẽ phân tích tác động của việc điều chỉnh danh mục biên duyên tới lợi suất kỳ vọng và độ dao động. Giả sử ta điều chỉnh một lượng nhỏ tỷ trọng tài sản k trong danh mục biên duyên P.

➢ *Lợi suất cận biên của danh mục*

Theo (3.39) ta có thể viết dưới dạng:

$$\overline{r_P} = r_f + [W',(\bar{r} - [r_f])] \quad . \tag{3.39'}$$

Hạng tử thứ hai trong biểu thức trên chính là phần bù rủi ro của danh mục. Ta có:

$$\frac{\partial \overline{r}_P}{\partial w_k} = \overline{r}_k - r_f \ . \tag{3.51}$$

Vế trái của biểu thức trên gọi là "*lợi suất cận biên*" của danh mục P theo tài sản k, nó cho ta biết sự biến động của lợi suất danh mục khi điều chỉnh tỷ trọng tài sản k. Vế phải chính là phần bù rủi ro của tài sản k.

➢ *Rủi ro cận biên của danh mục*

Nếu sử dụng độ dao động σ_P đo mức độ rủi ro của danh mục, khi đó theo (3.40) ta có $\frac{\partial \sigma_P^2}{\partial w_k} = 2\sigma_{kP}$. Do đó $\frac{\partial \sigma_P}{\partial w_k} = \frac{1}{2\sigma_P}\frac{\partial \sigma_P^2}{\partial w_k}$, suy ra:

$$\frac{\partial \sigma_P}{\partial w_k} = \frac{\sigma_{kP}}{\sigma_P} \ . \tag{3.52}$$

Vế trái của biểu thức trên gọi là "*rủi ro cận biên*" của danh mục P theo tài sản k, nó cho ta biết sự biến động của rủi ro danh mục khi điều chỉnh tỷ trọng tài sản k. Rõ ràng rủi ro cận biên của danh mục theo một tài sản chỉ phụ thuộc vào quan hệ giữa tài sản đó với danh mục (phụ thuộc vào σ_{kP}).

➢ *Tỷ số Lợi suất - Rủi ro cận biên của danh mục*

Tỷ số $\frac{\partial \overline{r}_P}{\partial w_k} : \frac{\partial \sigma_P}{\partial w_k}$ gọi là tỷ số (hệ số) "Lợi suất – Rủi ro" (Return to Risk Ratio) của danh mục P đối với tài sản k và được ký hiệu là $RRR_k(P)$. Theo (3.51), (3.52) ta có:

$$RRR_k(P) = \frac{(\overline{r}_k - r_f)\,\sigma_P}{\sigma_{kP}}. \tag{3.53}$$

Từ ý nghĩa của lợi suất và rủi ro cận biên ta suy ra nếu tài sản k có RRR > 1 thì khi điều chỉnh tăng đầu tư vào tài sản k nhà đầu tư sẽ có lợi.

c. Biên hiệu quả và danh mục tiếp tuyến

Ta biết rằng nếu nhà đầu tư chỉ đầu tư vào nhóm tài sản rủi ro và không đề ra trước mức lợi suất yêu cầu thì danh mục MVP sẽ được lựa chọn với lợi suất kỳ vọng $\overline{r}_{MVP} = \frac{B}{A}$.
Mặt khác khi chỉ đầu tư vào tài sản phi rủi ro nhà đầu tư sẽ chắc chắn hưởng lợi suất r_f.
Bởi vậy để thu hút việc đầu tư vào tài sản rủi ro thì $r_f < \overline{r}_{MVP}$. Vậy ta sẽ giả thiết:

$$r_f < \overline{r}_{MVP}. \tag{3.54}$$

- *Biên hiệu quả*

➢ *Danh mục hiệu quả*

Danh mục hiệu quả là danh mục biên duyên P($\overline{r}_P$) có $\overline{r}_P \geq r_f$.

➢ *Biên hiệu quả*

Tập các danh mục hiệu quả gọi là biên hiệu quả và đó chính là nửa đường thẳng (3.49).

Thí dụ 3.3: Giả sử ngoài 3 tài sản rủi ro đề cập trong thí dụ 3.1 ta có tài sản phi rủi ro với lãi suất r_f : 6,5%. Ta sẽ xác định danh mục hiệu quả với lợi suất yêu cầu của nhà đầu tư là 30%.

Giải: Tính $H = (\overline{r} - [r_f])' V^{-1}(\overline{r} - [r_f])$ ta được H = 0,6382. Theo công thức (3.47), (3.48) ta tính được: W(P): (-1,0041 1,0052 0,401) và $w_0 = 0{,}5979$ và $\sigma_P = 0{,}2942 \sim$ 29,42%.

Kết hợp với kết quả trong thí dụ 3.1 ta có bảng so sánh:

Cấu trúc danh mục P	Gồm 3 tài sản rủi ro	3 tài sản rủi ro và tài sản phi rủi ro
Rủi ro	33%	29,42%

Như vậy khi bổ sung thêm tài sản phi rủi ro vào danh mục việc đa dạng hóa đã đem lại hiệu quả.

- *Danh mục tiếp tuyến*

Xét danh mục T có:

$$w_0 = 0 \text{ và } W = \frac{1}{(B - Ar_f)} V^{-1}(\overline{r} - [r_f]),$$

như vậy danh mục T chỉ gồm các tài sản rủi ro. Khi đó có thể chứng minh được rằng (Độc giả có thể xem như một bài tập):

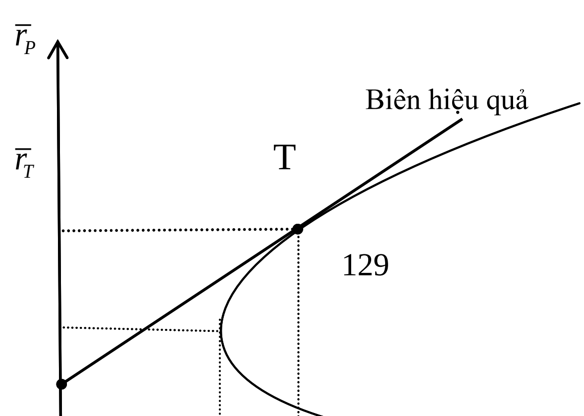
T là danh mục hiệu quả khi chỉ xét nhóm tài sản rủi ro (T nằm trên biên hiệu quả khi xét N tài sản rủi ro)

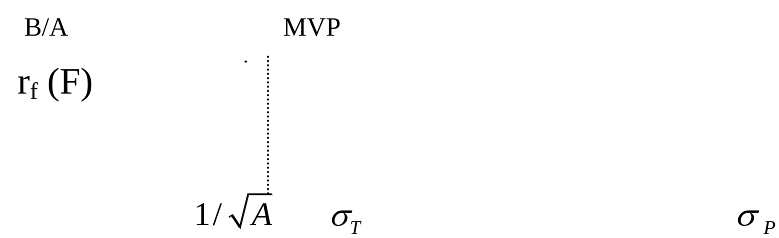
Lợi suất kỳ vọng và phương sai của T là:

$$\overline{r}_T = \frac{C - Br_f}{B - Ar_f}; \tag{3.55}$$

$$\sigma_T^2 = \frac{H}{(B - Ar_f)^2}. \tag{3.56}$$

Vì T là danh mục duy nhất, vừa là danh mục hiệu quả khi chỉ xét nhóm tài sản rủi ro vừa là danh mục hiệu quả khi xét các tài sản rủi ro và phi rủi ro nên T chính là tiếp điểm của 2 biên hiệu quả. Chính vì vậy T gọi là danh mục tiếp tuyến (Tangent Portfolio). Ta có hình 3.12 minh họa





Hình 3.12

Nếu ký hiệu F là danh mục chỉ gồm tài sản phi rủi ro (w_0=1), khi đó biên hiệu quả là nửa đường thẳng FT có phương trình:

$$\overline{r}_P = r_f + \sigma_P\sqrt{H}$$

- *Đường thị trường vốn (CML) của nhóm tài sản*

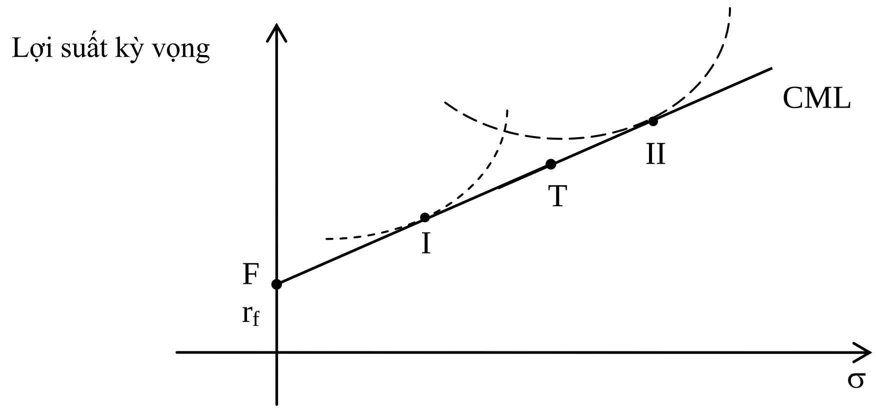
Cũng tương tự như trường hợp chỉ xét nhóm tài sản rủi ro, khi có thêm tài sản phi rủi ro, nhà đầu tư ngại rủi ro với hàm lợi ích kỳ vọng U(P) = U($\overline{r}_P, \sigma_P^2$) sẽ chọn một danh mục hiệu quả (chọn một điểm trên biên hiệu quả) bằng cách giải bài toán:

$$\text{Max } U(P);$$

$$\overline{r}_P = r_f + \sigma_P\sqrt{H}.$$

Có thể phân tích bài toán trên để thấy rằng tại danh mục tối ưu P^* đường mức hàm lợi ích kỳ vọng U(P) sẽ tiếp xúc với biên hiệu quả. Ta có hình 3.13 minh họa.

Như vậy trong trường hợp này biên hiệu quả cũng lại là "đường cung" danh mục tối ưu cho các nhà đầu tư lựa chọn. Với ý nghĩa này nửa đường thẳng FT gọi là "*Đường thị trường vốn*" (Capital Market Line) của nhóm tài sản xem xét (gồm cả tài sản rủi ro lẫn phi rủi ro) đối với các nhà đầu tư. Và cũng tùy thuộc vào mức độ đánh đổi giữa lợi suất $\overline{r}_P$ và rủi ro σ_P^2 (mức độ ngại rủi ro) các nhà đầu tư khác nhau sẽ chọn danh mục hiệu quả khác nhau. Ta có minh họa trên hình 3.13.



Hình 3.12

Ta có phương trình của CML:

$$\overline{r_p} = r_f + \left(\frac{\overline{r_T} - r_f}{\sigma_T}\right)\sigma_p\ . \tag{3.57}$$

Chú ý: Nếu nhà đầu tư định trước lợi suất yêu cầu $\overline{r_P}$, với danh mục tối ưu P ta có:

$$P = w_T T + (1 - w_T)F \qquad (1)$$

$$\overline{r_P} = w_T \overline{r_T} + (1 - w_T) r_f \qquad (2)$$

$$\sigma_P^2 = w_T^2 \sigma_T^2 \qquad (3)$$

Từ (2) suy ra:

$$w_T = \frac{\overline{r}_P - r_f}{\overline{r}_T - r_f};\, w_f = \frac{\overline{r}_T - \overline{r}_P}{\overline{r}_T - r_f}\ . \tag{3.58}$$

Tức là tỷ trọng danh mục T trong P bằng tỷ số "phần bù rủi ro" của P/"phần bù rủi ro" của T.

Nếu danh mục T và P có dạng T: $(w_1^T, w_2^T, ..., w_N^T)$; P: $(w_1^P, w_2^P, ..., w_N^P)$, khi đó $w_i^P = w_T w_i^T$; suy ra:

$$\frac{w_i^P}{w_k^P} = \frac{w_i^T}{w_k^T}\ \ \forall i \neq k\,. \tag{3.59}$$

Tức là tỷ lệ tỷ trọng tài sản i/tài sản k trong danh mục tối ưu P và T là như nhau. Như vậy nếu xác định được danh mục T ta sẽ tính được tỷ trọng tối ưu giữa các tài sản rủi ro trong danh mục của nhà đầu tư.

Trường hợp riêng, nếu chỉ có 2 tài sản rủi ro với các đặc trưng: $\overline{r}_1, \sigma_1^2; \overline{r}_2, \sigma_2^2; \sigma_{12}$ khi đó tính các đặc trưng của danh mục T ta có thể thực hiện như sau:

Tính các đại lượng:

$$k = \frac{(\overline{r}_2 - r_f)\sigma_1^2 - (\overline{r}_1 - r_f)\sigma_{12}}{(\overline{r}_1 - r_f)\sigma_2^2 - (\overline{r}_2 - r_f)\sigma_{12}}. \tag{3.60}$$

Tính w_1^T, w_2^T bằng cách giải hệ phương trình:

$$\frac{w_2^T}{w_1^T} = k; \; w_1^T + w_2^T = 1.$$

- *Tính chất của danh mục hiệu quả*

***Tính chất 3.8*:**

Mọi danh mục hiệu quả P đều được tổ hợp từ hai danh mục F và T.

Xét danh mục hiệu quả P, vì P nằm trên đường FT nên:

$$P = a\,T + (1 - a)F \text{ với } a \geq 0.$$

Nếu nhà đầu tư chọn danh mục P mà $0 \leq a \leq 1$ có nghĩa là sẽ đầu tư với tỷ lệ a vào danh mục T (danh mục các tài sản rủi ro) và (1-a) vào tài sản phi rủi ro (cho vay với lãi suất r_f). Thí dụ như nhà đầu tư I trên hình 3.13.

Nếu nhà đầu tư chọn danh mục P mà a > 1 có nghĩa là sẽ đầu tư 100% số vốn ban đầu vào danh mục T đồng thời đi vay thêm $|1 - a|$% để đầu tư vào danh mục T. Thí dụ như nhà đầu tư II trên hình 3.13.

Từ tính chất trên tổng quát hóa thành định lý về "*Đầu tư theo hai quỹ*" (Two Funds Theorem).

Định lý 3.1: *Nếu thị trường tài chính là hoàn hảo khi đó mọi danh mục hiệu quả được cấu thành từ hai quỹ: quỹ các tài sản rủi ro và quỹ tài sản phi rủi ro*.

***Tính chất 3.9*:**

Cho T là danh mục tiếp tuyến khi đó ta có:

$$RRR_i(T) = \frac{(\overline{r}_i - r_f)\,\sigma_T}{\sigma_{iP}} = \frac{(\overline{r}_T - r_f)}{\sigma_T} \text{ với mọi } i = 1 \div N.$$

Như vậy tỷ số Lợi suất – Rủi ro của danh mục tiếp tuyến đối với mọi tài sản là như nhau và bằng tỷ số Lợi suất – Rủi ro của bản thân T. Thị trường quy định đặc trưng của các tài sản do đó quy định T, phần bù rủi ro $(\overline{r}_T - r_f)$ và rủi ro σ_T. Bởi vậy tỷ số

$\frac{(\overline{r}_T - r_f)}{\sigma_T}$ có thể xem như "*giá thị trường*" của 1 đơn vị rủi ro (giá thị trường của rủi ro) đối với nhóm tài sản rủi ro. Dễ thấy rằng đại lượng trên chính là độ dốc của đường CML.

***Tính chất 3.10*:**

Cho P là danh mục hiệu quả, Q là danh mục bất kỳ khi đó ta có phương trình sau:

$$\overline{r_Q} = r_f + \beta_{QP}(\overline{r_P} - r_f) \qquad (3.61)$$

với $\beta_{QP} = \frac{Cov(r_P, r_Q)}{\sigma_P^2}$.

Hoặc có thể viết ở dạng ngẫu nhiên (dạng mô hình Kinh tế lượng):

$$r_Q = (1 - \beta_{QP})r_f + \beta_{QP}r_P + \varepsilon_Q \qquad (3.62)$$

trong đó ε_Q là biến ngẫu nhiên có $E(\varepsilon_Q) = 0,\ Cov(r_P, \varepsilon_Q) = 0$.

Áp dụng (3.62) với P là danh mục tiếp tuyến, Q là tài sản i ta có:

$$\overline{r}_i = r_f + \beta_{iT}(\overline{r}_T - r_f) \quad i = 1 \div N \qquad (3.63)$$

với $\beta_{iT} = \frac{Cov(r_i, r_T)}{\sigma_T^2}$.

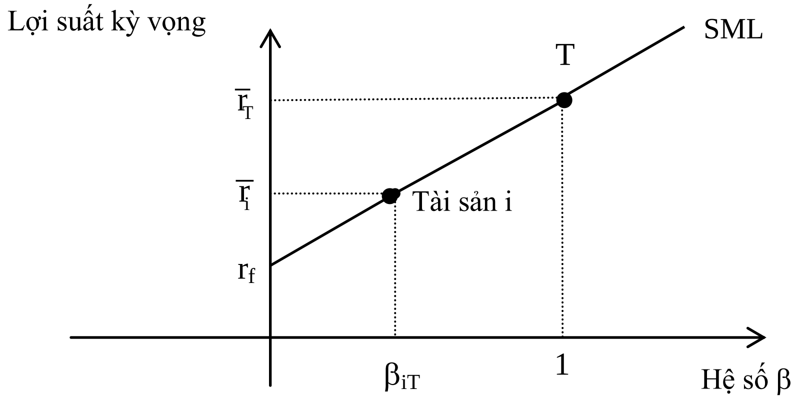
Hoặc ở dạng ngẫu nhiên:

$$r_i = (1 - \beta_{iT})r_f + \beta_{iT}r_T + \varepsilon_i \qquad (3.64)$$

trong đó ε_i là biến ngẫu nhiên có $E(\varepsilon_i) = 0,\ Cov(r_T, \varepsilon_i) = 0$.

- *Đường thị chứng khoán (SML) của nhóm tài sản*

Do phần bù rủi ro của danh mục tiếp tuyến $(\overline{r}_T - r_f)$ và lãi suất phi rủi ro r_f được quy định bởi thị trường nên từ (3.63) ta thấy lợi suất kỳ vọng của tài sản i sẽ phụ thuộc vào hệ số β_{iT} riêng có đối với từng tài sản và hệ số này được gọi là "*Hệ số bêta của tài sản i*" đối với nhóm tài sản rủi ro ta đang xem xét. Đường biểu diễn mối quan hệ giữa lợi suất kỳ vọng và hệ số bêta của tài sản gọi là "*Đường thị trường chứng khoán*" (Security Maket Line) của nhóm tài sản đang xem xét. Đường này ký hiệu là SML. Biểu diễn SML trên mặt phẳng tọa độ ta được hình 3.14.



Hình 3.14

SML có hệ số góc (độ dốc) bằng phần bù rủi ro của danh mục tiếp tuyến: $(\bar{r}_T - r_f)$ và hệ số cắt bằng lãi suất phi rủi ro r_f.

3.3. MÔ HÌNH CHỈ SỐ ĐƠN - MÔ HÌNH SIM (Single Index Model)

Từ (3.64) đặt $(1-\beta_{iT})r_f = \gamma_i$ ta có $r_i = \gamma_i + \beta_{iT}r_T + \varepsilon_i$, như vậy *lợi suất của tài sản i có mối quan hệ tuyến tính với lợi suất danh mục tiếp tuyến T*. Hơn nữa, danh mục T bao gồm tất cả các tài sản thuộc nhóm tài sản rủi ro ta đang xem xét nên có thể coi T là "đại diện" cho nhóm này. Tổng quát hơn, nếu nhóm tài sản xem xét là toàn bộ tài sản rủi ro có trên thị trường khi đó danh mục tiếp tuyến T sẽ đại diện cho thị trường. Trong thực tế, số lượng tài sản trên thị trường là rất lớn vì vậy khó có thể tìm trực tiếp danh mục T, thay vào đó người ta sử dụng một loại *chỉ số thị trường*. Với suy nghĩ như trên, William Sharpe (1963) đưa ra "Mô hình chỉ số đơn" đề cập mối quan hệ tuyến tính giữa lợi suất tài sản và lợi suất chỉ số thị trường. Mô hình này còn gọi là "Mô hình chỉ số thị trường" (Market Index Model). Về hình thức, SIM giống như mô hình hồi quy đơn nên có thể sử dụng phương pháp kinh tế lượng để phân tích và ước lượng mô hình.

3.3.1. Phương pháp tính chỉ số thị trường

3.3.1.1. Khái niệm

Chỉ số thị trường là một biến tổng hợp phản ánh tình hình hoạt động chung của toàn bộ thị trường.

3.3.1.2. Một số phương pháp tính chỉ số

Có một số phương pháp tính chỉ số phụ thuộc vào loại hình và số lượng tài sản có trên thị trường và phụ thuộc vào cách tính. Các chỉ số thường được tính theo ngày giao dịch và đơn vị tính thường gọi là "điểm". Ta sẽ làm quen với một số phương pháp tính phổ biến.

Chọn K tài sản giao dịch trên thị trường, nếu số lượng tài sản không quá lớn có thể chọn toàn bộ. Nếu số lượng quá lớn có thể sử dụng các *phương pháp phân tích thống kê đa biến* (phân tích tương quan, phân tích khác biệt, tương ứng…) để chọn ra K tài sản đại diện cho thị trường.

a. Phương pháp trọng số theo giá (Price Weighting)

Gọi t = 0 là thời điểm gốc (thời điểm bắt đầu tính chỉ số), ký hiệu I_t là chỉ số tính tại thời điểm t. Cho $I_0 = 100$, khi đó theo phương pháp trọng số giá I_t được tính bởi công thức sau:

$$I_t = I_0 \frac{AP_t}{AP_0} \ . \qquad (3.65)$$

AP_0 và AP_t: mức giá trung bình (số học) tại thời điểm ban đầu, thời điểm t:

$$AP_0 = \frac{\sum_{i=1}^{K} S_0^i}{K} \quad AP_t = \frac{\sum_{i=1}^{K} S_t^i}{K}$$

trong đó S_0^i: giá đóng cửa trong ngày của tài sản i tại thời điểm ban đầu; S_t^i: giá đóng cửa của tài sản i cuối ngày t.

Thí dụ 3.4: Chỉ số DJIA (Dow Jones Industry Average): Chỉ số Dow Jones (trung bình) ngành công nghiệp được tính theo phương pháp trọng số giá với cổ phiếu của 30 công ty lớn của Mỹ trong ngành công nghiệp.

Chú ý: Nếu ở ngày t có cổ phiếu được chia tách (Split), số cổ phiếu được chia tách từ 1 cổ phiếu ban đầu được gọi là hệ số tách (Split Ratio), thì khi đó mức giá trung bình tại thời điểm t phải được tính là: AP_t = giá đóng cửa * hệ số tách.

Thí dụ 3.5: Cho 2 cổ phiếu A và B có số lượng: $K_A = 1500$, $K_B = 2000$.

Giá đóng cửa "Ngày 0": $S_0^A = 10$ ngàn; $S_0^B = 20$ ngàn.

Giá đóng cửa "Ngày 1": S_1^A =12 ngàn; S_1^B = 21 ngàn và trong ngày 1 cổ phiếu B được tách với hệ số tách là 2.

Khi đó ta có:

$$AP_1 = \quad = 27 \; ; \; AP_0 = \quad = 15.$$

Do đó $I_1 = 100. \quad = 180.$

b. Phương pháp trọng số giá trị (Value Weighting)

Phương pháp này khác phương pháp trên ở chỗ không tính giá trung bình của K tài sản mà tính tổng giá trị tài sản tại thời điểm 0 và t:

$$VA_0 = \sum_{i=1}^{K} S_0^i . k_i^0 \; ; \; VA_t = \sum_{i=1}^{K} S_t^i . k_i^t$$

trong đó, k_i : số lượng tài sản i trên thị trường tại các thời điểm tương ứng.

Như vậy VA_t: tổng giá trị thị trường toàn bộ tài sản của K công ty tại thời điểm t (tổng vốn hoá trên thị trường của K công ty niêm yết).

Khi đó ta có công thức:

$$I_t = \frac{VA_t}{VA_0}.100 \; . \qquad (3.66)$$

Thí dụ 3.6: Chỉ số S&P500: Chỉ số do Công ty tài chính "Standard and Poor" (S&P) tính dựa trên số liệu của 500 công ty lớn trong các lĩnh vực công nghiệp, giao thông, dịch vụ và tài chính.

Thí dụ 3.7: Cho 2 cổ phiếu A và B có k_A^1 = 1500, k_B^1 = 2000.

Ngày 0: S_0^A = 10 ngàn; S_0^B = 20 ngàn;

Ngày 1: S_1^A = 12 ngàn; S_1^B = 21 ngàn;

Ta có

VA_0 = 10*1500 + 20*2000 = 55000 và VA_1 = 12*1500 + 21*4000 = 102000.

Suy ra $I_1 \approx$ 185,45.

c. Phương pháp trọng số bằng nhau (Equal weighting)

Trước hết cần tính "Chỉ số giá tương đối" của thị trường:

$$PI_t = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}\frac{S_{t-1}^i}{S_t^i}.$$

Sau đó tính chỉ số thị trường:

$$I_t = I_{t-1} \,.\, PI_t \,. \qquad (3.67)$$

Phương pháp tính này không chịu ảnh hưởng của việc chia tách cổ phiếu.

3.3.2. Mô hình SIM

3.3.2.1. Các giả thiết và mô hình

Cho I là chỉ số của thị trường, r_i, r_I lợi suất tài sản i, chỉ số I. Đối với thị trường Việt Nam có thể sử dụng chỉ số Vn-Index cho sàn HOSE, chỉ số HNX - index cho sàn giao dịch Hà Nội.

a. Các giả thiết của mô hình

(1) Quan hệ tuyến tính giữa lợi suất tài sản i và lợi suất chỉ số và có dạng:

$$r_i = \gamma_i + \beta_{iI} r_I + \varepsilon_i \,. \qquad (3.68)$$

(2) $E(\varepsilon_i) = 0$.

(3) $Cov(\varepsilon_i, r_I) = 0$.

(4) $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_k) = 0$ với $i \neq k$.

b. Mô hình SIM

Hệ thống hóa các biến số và giả thiết ta có SIM:

$r_i = \gamma_i + \beta_i r_I + \varepsilon_i \quad \forall I;$

$E(\varepsilon_i) = 0$;

$Cov(\varepsilon_i, r_I) = 0$;

$Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_k) = 0 \ (i \neq k)$.

Chú ý: Từ mô hình SIM đối với các tài sản ta có thể dễ dàng xác định mô hình SIM đối với danh mục.

3.3.2..2. Ý nghĩa các tham số và giả thiết trong mô hình SIM

Các tham số và các giả thiết trong mô hình SIM có ý nghĩa như sau:

- ✓ γ_i : biểu thị phần lợi suất cố định, riêng có của tài sản i.
- ✓ β_i : hệ số bêta của tài sản, hệ số này đo mức độ nhạy cảm của lợi suất tài sản i đối với biến động của thị trường. Theo SIM, nếu β_i >1 thì i được gọi là tài sản năng động (Aggressive Asset) vì tài sản này phản ứng mạnh đối với sự biến động của thị trường; nếu β_i <1, gọi là tài sản thụ động (Defensive Asset).
- ✓ ε_i : đại diện cho phần lợi suất biến động ngẫu nhiên riêng có của tài sản i.
- ✓ Giả thiết $E(\varepsilon_i) = 0$ có nghĩa là xét về xu hướng bình quân, phần lợi suất biến động ngẫu nhiên sẽ bằng không (sự tăng, giảm giá tài sản do tác động của các yếu tố ngẫu nhiên ngoài thị trường sẽ bằng không).
- ✓ Giả thiết $Cov(\varepsilon_i, r_I) = 0$ (ε_i, r_I không tương quan với nhau) có nghĩa là sự biến động ngẫu nhiên riêng có của tài sản không liên quan đến biến động của thị trường.
- ✓ Giả thiết $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_k) = 0$ (ε_i, ε_k không tương quan với nhau) có nghĩa là sự biến động ngẫu nhiên riêng có của các tài sản không liên quan với nhau.

3.3.2..3. Ước lượng và kiểm định mô hình SIM

a. Phương pháp kinh tế lượng ước lượng và kiểm định mô hình

Với phương trình cơ bản của SIM (phương trình 3.68) và giả thiết về ε_i có thể coi SIM như mô hình *hồi quy tuyến tính đơn* với biến độc lập là lợi suất chỉ số thị trường: r_I (thường gọi là lợi suất thị trường), biến phụ thuộc là lợi suất tài sản i: r_i và sai số ngẫu nhiên: ε_i.

- *Phương pháp ước lượng*

Ta có thể viết lại SIM dưới dạng mô hình kinh tế lượng (mô hình hồi quy đơn):

$$r_{it} = \gamma_i + \beta_{iI} r_{It} + \varepsilon_{it} \ . \qquad (3.69)$$

Với tư cách như một hàm hồi quy tổng thể (PRF) phương trình (3.69) còn gọi là "*Đường đặc trưng*" (Characteristic Line) của tài sản i.

Do các chuỗi lợi suất $\{r_{it}\}$, $\{r_{It}\}$ trong tài chính đều là các chuỗi thời gian nên để tránh hồi quy giả mạo đòi hỏi $\{r_{it}\}$ và $\{r_{It}\}$ phải là các *chuỗi dừng*. Quy trình ước lượng SIM diễn ra như sau:

- Thu thập và tính chuỗi số liệu về lợi suất tài sản, lợi suất thị trường (có thể tính theo ngày, tuần, tháng…);
- Kiểm định tính dừng của các chuỗi lợi suất (bằng kiểm định ADF);

- Nếu chuỗi lợi suất không dừng có thể sử dụng các mô hình kinh tế lượng AR, MA, ARMA, ARIMA để ước lượng;
- Hồi quy (3.69) bằng phương pháp:
  - OLS nếu các giả thiết của OLS được thỏa mãn;
  - Hiệu chỉnh mô hình nếu giả thiết của OLS bị vi phạm (phương sai không thuần nhất, tự tương quan);
  - ARCH hoặc GARCH.

Chú ý: Nếu có đủ số liệu mảng (Panel Data) ta có thể ước lượng (3.69) bằng phương pháp phân tích dữ liệu mảng.

- *Kiểm định mô hình*

Kiểm định SIM chính là việc kiểm định việc định dạng (3.69) có đúng hay không. Kiểm định Ramsey được dùng khá phổ biến.

b. Thí dụ

Thí dụ 3.8: Sử dụng số liệu theo ngày giao dịch của cổ phiếu REE và Vn-Index đã giới thiệu trong Thí dụ 1.11 Chương 1 để ước lượng SIM đối với cổ phiếu REE (sử dụng phần mềm Eviews). Ta được kết quả:

- *Kiểm định tính dừng của các chuỗi lợi suất*

Đối với lợi suất chỉ số Vn-Index

ADF Test Statistic	-8.384113	1% Critical Value*		-3.4459
		5% Critical Value		-2.8677
		10% Critical Value		-2.5700
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root. Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(LS_VNINDEX) Method: Least Squares Sample(adjusted): 1/13/2004 12/02/2005 Included observations: 494 after adjusting endpoints				
Variable	**Coefficient**	**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**

LS_VNINDEX(-1)	-0.668454	0.079729	-8.384113	0.0000
D(LS_VNINDEX(-1))	-0.014711	0.074586	-0.197230	0.8437
D(LS_VNINDEX(-2))	-0.154915	0.065646	-2.359868	0.0187
D(LS_VNINDEX(-3))	-0.116051	0.054515	-2.128792	0.0338
D(LS_VNINDEX(-4))	-0.036212	0.045236	-0.800511	0.4238
C	0.000759	0.000475	1.596754	0.1110

R-squared	0.379716	Mean dependent var	-1.86E-05
Adjusted R-squared	0.373361	S.D. dependent var	0.013075
S.E. of regression	0.010350	Akaike info criterion	-6.291558
Sum squared resid	0.052277	Schwarz criterion	-6.240515
Log likelihood	1560.015	F-statistic	59.74736
Durbin-Watson stat	2.001364	Prob(F-statistic)	0.000000

Đối với lợi suất REE

ADF Test Statistic	-7.363887	1% Critical Value*	-3.4468
		5% Critical Value	-2.8681
		10% Critical Value	-2.5703

*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(LSREE)

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 1/13/2004 12/02/2005

Included observations: 459

Excluded observations: 35 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LSREE(-1)	-0.635385	0.086284	-7.363887	0.0000
D(LSREE(-1))	-0.128182	0.080826	-1.585906	0.1135
D(LSREE(-2))	-0.261634	0.072259	-3.620796	0.0003
D(LSREE(-3))	-0.120086	0.059310	-2.024720	0.0435

D(LSREE(-4))	-0.076797	0.045889	-1.673537	0.0949
C	0.001061	0.000664	1.597197	0.1109
R-squared	0.413556	Mean dependent var		3.64E-05
Adjusted R-squared	0.407083	S.D. dependent var		0.018160
S.E. of regression	0.013983	Akaike info criterion		-5.688924
Sum squared resid	0.088576	Schwarz criterion		-5.634950
Log likelihood	1311.608	F-statistic		63.89046
Durbin-Watson stat	2.000856	Prob(F-statistic)		0.000000

Từ các kết quả trên có thể thấy cả hai chuỗi lợi suất đều dừng.

- *Ước lượng SIM đối với cổ phiếu REE*

Ta có kết quả hồi quy

Dependent Variable: LSREE

Method: Least Squares

Included observations: 489

Excluded observations: 10 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	7.48E-05	0.000402	0.186195	0.8524
LS_VNINDEX	1.101501	0.037502	29.37218	0.0000
R-squared	0.639186	Mean dependent var		0.001469
Adjusted R-squared	0.638445	S.D. dependent var		0.014668
S.E. of regression	0.008820	Akaike info criterion		-6.619621
Sum squared resid	0.037881	Schwarz criterion		-6.602474
Log likelihood	1620.497	F-statistic		862.7252
Durbin-Watson stat	1.834361	Prob(F-statistic)		0.000000

- *Kiểm định mô hình SIM đối với cổ phiếu REE*

Thực hiện các kiểm định về khuyết tật của mô hình cho kết quả mô hình không có khuyết tật và được định dạng đúng (có thể bỏ hệ số cắt khỏi mô hình nhưng các ước lượng thay đổi không đáng kể). Vậy ta có SIM đối với cổ phiếu REE (trong giai đoạn 2005 – 2006):

$$r_{REE} = 0{,}0000748 + 1{,}101501 r_{Vn\text{-}Index} + \varepsilon_{REE}.$$

Do $\beta_{REE} = 1{,}101501 > 1$ nên REE là cổ phiếu năng động trên thị trường, khi thị trường tăng (giảm) điểm thì mức tăng (giảm) của lợi suất (do đó của giá) cổ phiếu REE sẽ lớn hơn tỷ lệ tăng (giảm) điểm của Vn-Index.

3.3.3. Một số ứng dụng khác của mô hình SIM

Bên cạnh việc sử dụng mô hình để phân tích quan hệ giữa tài sản và thị trường, SIM còn có một số ứng dụng khác.

3.3.3.1. Phân tích rủi ro của tài sản và danh mục

a. Phân tích rủi ro của tài sản

- *Tổng rủi ro, rủi ro hệ thống và phi hệ* thống

Giả sử lợi suất tài sản i tuân theo SIM:

$$r_i = \gamma_i + \beta_{iI} r_I + \varepsilon_i \ . \tag{3.70}$$

Ta sẽ ký hiệu σ_i^2, σ_I^2, $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ lần lượt là phương sai lợi suất tài sản i, lợi suất chỉ số thị trường I và của nhiễu ngẫu nhiên ε_i. Để thuận tiện trong sử dụng ta sẽ ký hiệu phương sai của nhiễu ε_i: $\sigma_{\varepsilon_i}^2 \equiv \eta_i^2$ với mọi tài sản i.

Khi đó ta có:

$$\sigma_i^2 = \beta_{iI}^2 \sigma_I^2 + \eta_i^2 \ . \tag{3.71}$$

Nếu sử dụng σ_i^2 để phản ánh mức độ rủi ro khi nhà đầu tư nắm giữ tài sản i thì σ_i^2 gọi là "*tổng rủi ro*" (Total Risk) của tài sản. Theo (3.71) tổng rủi ro của tài sản được phân chia thành: $\beta_{iI}^2 \sigma_I^2$ và η_i^2. Do σ_I^2 là rủi ro của chỉ số thị trường có liên quan đến mọi tài sản nên $\beta_{iI}^2 \sigma_I^2$ gọi là "*rủi ro hệ thống*" (rủi ro thị trường) của tài sản i. η_i^2 là rủi ro gây ra bởi nhiễu ε_i đặc thù riêng của tài sản i nên η_i^2 gọi là "*rủi ro riêng*" (rủi ro phi hệ thống) của tài sản i. Như vậy ta có thể phân tích tổng rủi ro của tài sản i:

Tổng rủi ro tài sản = Rủi ro hệ thống + Rủi ro phi hệ thống

- *Ước lượng và phân tích rủi ro cổ phiếu REE*

Sau khi ước lượng SIM đối với tài sản (ước lượng hồi quy 3.69) ta có các ước lượng:

- Hệ số bêta của tài sản (đối với chỉ số I): $\hat{\beta}_{iI}$ (ước lượng hệ số góc trong phương trình hồi quy, thí dụ: trong *Thí dụ 3.4*, đối với cổ phiếu REE ta có $\hat{\beta}_{REE}$ = 1,101501)
- Độ lệch chuẩn của nhiễu ε_i: η_i^2 (độ lệch chuẩn hồi quy, trong Thí dụ 3.4 ta có η_i^2: 0,00882 do đó tính được η_i^2 = 0,000078). Ta có thể có ước lượng $\eta_i^2 = \dfrac{RSS}{(n-2)}$ với RSS: tổng bình phương phần dư, n: số quan sát sử dụng khi ước lượng hồi quy (3.69)
- Độ lệch chuẩn của lợi suất tài sản i: $\hat{\sigma}_i$ (độ lệch chuẩn của biến phụ thuộc trong phương trình hồi quy 3.69). Theo *Thí dụ 3.4* ta có $\hat{\sigma}_{REE}$ = 0,014668 suy ra $\hat{\sigma}^2_{REE}$ = 0,000215 ~ 0,0215%. Vậy tổng rủi ro của cổ phiếu REE: 0,0215%.

  Rủi ro hệ thống = Tổng rủi ro ($\hat{\sigma}_i^2$) – Rủi ro phi hệ thống (η_i^2).

  Từ *Thí dụ 3.4* ta có kết luận đối với cổ phiếu REE:

  - Tổng rủi ro: 0,0215%
  - Rủi ro phi hệ thống: 0,0078%
  - Rủi ro hệ thống: 0,013715%

- Hệ số xác định R^2 của hồi quy 3.65 cho ta biết tỷ lệ rủi ro hệ thống trong tổng rủi ro.

Qua thí dụ trên ta thấy rủi ro của cổ phiếu REE ngoài yếu tố thị trường còn có phần đáng kể là yếu tố riêng gây ra (chiếm khoảng 36,25%).

b. Phân tích rủi ro của danh mục

Cũng tương tự như khi phân tích rủi ro của tài sản, ta có thể tiến hành phân tích đối với danh mục.

Cho danh mục P: (w_1, w_2,..., w_N).

Tổng rủi ro, rủi ro hệ thống và phi hệ thống của danh mục

Ta có lợi suất danh mục:

$$r_P = \sum_{i=1}^{N} w_i r_i \quad . \qquad (3.72)$$

Thay r_i từ (3.67) vào (3.69), thực hiện nhóm các số hạng ta được:

$$r_P = \gamma_P + \beta_{PI} r_I + \varepsilon_P \tag{3.73}$$

với $\gamma_P = \sum_{i=1}^{N} w_i\gamma_i = (w'\gamma)$, $\beta_{PI} = \sum_{i=1}^{N} w_i\beta_{iI} = (w'\beta)$ và $\varepsilon_P = \sum_{i=1}^{N} w_i\varepsilon_i = (w'\varepsilon)$; γ, β, ε: các vectơ có các thành phần tương ứng γ_i, β_{iI}, ε_i.

Chú ý:

- Hệ số gamma, bêta của danh mục bằng bình quân gia quyền (theo tỷ trọng các tài sản) các hệ số gamma, bêta của các tài sản có trong danh mục.
- Ta có thể coi (3.73) như là mô hình SIM đối với danh mục P.

Tính tổng rủi ro của danh mục P:

$$\sigma_P^2 = \beta_{PI}^2\sigma_I^2 + \eta_P^2 \tag{3.74}$$

trong đó: $\beta_{PI}^2\sigma_I^2$ là rủi ro hệ thống, $\eta_P^2 = \sum_{i=1}^{N} w_i^2\eta_i^2$ là rủi ro phi hệ thống của danh mục P.

Công thức (3.74) phân rã tổng rủi ro của danh mục có thể viết dưới dạng ma trận sau:

$$\sigma_P^2 = (w'\left[\beta\beta'\right]w) * \sigma_I^2 \ + \ w'\left[\eta^2(\varepsilon)\right]w \tag{3.74'}$$

với β là vectơ các hệ số beta của tài sản: $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_N$ và $[\eta^2(\varepsilon)]$ là ma trận vuông cấp N đường chéo chính có dạng:

$$\underset{(NxN)}{\left[\eta^2(\varepsilon)\right]} = \begin{bmatrix} \eta_1^2 \ 0 \ldots\ldots\ldots\ 0 \\ 0 \ \ \eta_2^2 \ 0 \ldots\ldots\ 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 0 \ldots 0 \ldots\ldots\ldots\ \eta_N^2 \end{bmatrix}$$

Trong (3.74'), hạng tử thứ nhất là rủi ro hệ thống, hạng tử thứ hai là rủi ro phi hệ thống của P. Với công thức (3.74') ta có thể thực hiện tính toán dễ dàng trên bảng tính Excel.

Thí dụ 3.9 *(tiếp theo Thí dụ 3.3)*: Sử dụng công thức (3.74') ta sẽ phân tích rủi ro của danh mục P trong Thí dụ 3.3 (danh mục đầu tư vào 3 cổ phiếu AGF, BBB và CAN: (30%, 30%, 40%)).

Trước hết ta cần ước lượng hệ số bêta của AGF, BBC và CAN:

Mô hình SIM của LsAGF

Dependent Variable: LSAGF				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 2 1580				
Included observations: 1579 after adjusting endpoints				
Variable	**Coefficient**	**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
C	-1.79E-06	0.000431	-0.004145	0.9967
LS_VNINDEX	0.499060	0.029205	17.08787	0.0000
R-squared	0.156231	Mean dependent var		0.000289
Adjusted R-squared	0.155696	S.D. dependent var		0.018612
S.E. of regression	0.017102	Akaike info criterion		-5.297961
Sum squared resid	0.461246	Schwarz criterion		-5.291166
Log likelihood	4184.740	F-statistic		291.9952
Durbin-Watson stat	1.913040	Prob(F-statistic)		0.000000

Mô hình SIM của LSBBC

Dependent Variable: LSBBC				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 2 1580				
Included observations: 1579 after adjusting endpoints				
Variable	**Coefficient**	**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
C	5.01E-05	0.000522	0.096079	0.9235
LS_VNINDEX	0.518189	0.035387	14.64354	0.0000
R-squared	0.119699	Mean dependent var		0.000352
Adjusted R-squared	0.119141	S.D. dependent var		0.022079
S.E. of regression	0.020722	Akaike info criterion		-4.913995
Sum squared resid	0.677153	Schwarz criterion		-4.907200
Log likelihood	3881.599	F-statistic		214.4333
Durbin-Watson stat	1.739762	Prob(F-statistic)		0.000000

Mô hình SIM của LSCAN

Dependent Variable: LSCAN				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 2 1580				
Included observations: 1579 after adjusting endpoints				
Variable	**Coefficient**	**Std. Error**	**t-Statistic**	**Prob.**
C	-0.000419	0.000472	-0.888309	0.3745
LS_VNINDEX	0.656081	0.031985	20.51187	0.0000
R-squared	0.210607	Mean dependent var		-3.70E-05
Adjusted R-squared	0.210106	S.D. dependent var		0.021074
S.E. of regression	0.018730	Akaike info criterion		-5.116115
Sum squared resid	0.553232	Schwarz criterion		-5.109320
Log likelihood	4041.173	F-statistic		420.7368
Durbin-Watson stat	1.882516	Prob(F-statistic)		0.000000

Có thể kiểm chứng sự phù hợp của các mô hình và tăng độ chính xác của các ước lượng bằng việc ước lượng theo mô hình GARCH(1,1).

Theo kết quả ước lượng ta có:

Tham số	**AGF**	**BBC**	**CAN**
Bêta	0.49906	0.518189	0.656081
Êta	0.000292478	0.000429401	0.000350813

Tính theo (3.74’) ta được kết quả:

Rủi ro hệ thống	0.0069%
Rủi ro phi hệ thống	0.0121%
Tổng rủi ro	0.0191%

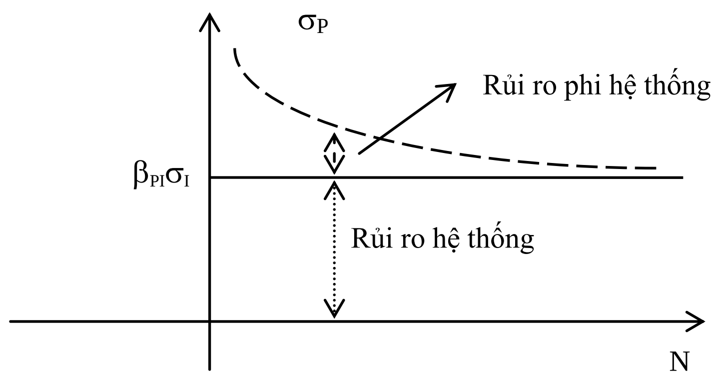
Có thể thấy danh mục P không được đa dạng hoá tốt (rủi ro phi hệ thống còn chiếm tỷ trọng lớn) lý do là P không phải là danh mục hiệu quả.

Đa dạng hóa danh mục

Rủi ro hệ thống của danh mục P phụ thuộc vào thị trường (phụ thuộc vào σ_I^2) và nhà đầu tư không thể can thiệp để giảm thiểu rủi ro này. Tuy nhiên, nhà đầu tư có thể giảm thiểu rủi ro phi hệ thống của danh mục thông qua việc tăng số lượng tài sản trong danh mục (Đa dạng hóa danh mục). Thật vậy, do rủi ro phi hệ thống của danh mục là $\eta_P^2 = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 \eta_i^2$ nên nếu chọn $w_i = \dfrac{1}{N}$ $(i = 1 \div N)$, ta được:

$$\eta_P^2 = \sum_{i=1}^{N} \left(\tfrac{1}{N}\right)^2 \eta_i^2 \;\to\; 0 \text{ khi } N \;\to\; +\infty.$$

Ta có hình 3.15 minh họa.



Hình 3.15

Chú ý:

- Rủi ro hệ thống còn gọi là "rủi ro không đa dạng hóa được"; rủi ro phi hệ thống còn gọi là "rủi ro đa dạng hóa được".
- Danh mục P gọi là "Đa dạng hóa tốt" (Đa dạng hóa hoàn hảo) nếu chỉ có rủi ro hệ thống. Trong thực tế khó có thể lập danh mục đa dạng hóa tốt theo nghĩa trên vì vậy nếu danh mục có rủi ro phi hệ thống khá nhỏ cũng được xem là danh mục đa dạng hóa tốt (theo nghĩa xấp xỉ).
- Vì nhà đầu tư có thể đa dạng hóa để giảm rủi ro phi hệ thống của danh mục nên khi định giá danh mục, thị trường chỉ tính đến rủi ro hệ thống.

3.3.3.2. Ứng dụng SIM ước lượng ma trận hiệp phương sai lợi suất các tài sản

Ta đã biết tầm quan trọng của ma trận hiệp phương sai lợi suất tài sản (ma trận V) trong quá trình xác định danh mục hiệu quả để đầu tư. Do V có N^2 phần tử, nếu N nhỏ thì số lượng phần tử cần ước lượng không quá lớn và cũng không gây khó khăn gì khi ước lượng. Tuy nhiên nếu N khá lớn thì sẽ nảy sinh các vấn đề liên quan tới quá trình ước lượng: bộ số liệu cần đủ lớn, các vấn đề liên quan đến kỹ thuật ước lượng, sai số ước lượng…Chẳng hạn nếu N = 20 ta cần ước lượng $N^2 = 400$ phần tử; tuy nhiên, nếu N = 100 thì số phần tử sẽ là 10000! Bởi vậy trong phân tích và ước lượng ma trận V cần có các phương pháp phù hợp. SIM sẽ cung cấp cho ta phương pháp ước lượng V đơn giản và dễ sử dụng.

Giả sử lợi suất tài sản tuân theo mô hình SIM:

$$r_i = \gamma_i + \beta_{iI} r_I + \varepsilon_i . \tag{3.75}$$

Xét hai tài sản bất kỳ j, k ta có: $r_j = \gamma_j + \beta_{jI} r_I + \varepsilon_j$ và $r_k = \gamma_k + \beta_{kI} r_I + \varepsilon_k$. Suy ra:

$$\sigma_{jk} = \mathrm{Cov}(r_j, r_k) = \mathrm{Cov}(\gamma_j + \beta_{jI} r_I + \varepsilon_j , \gamma_k + \beta_{kI} r_I + \varepsilon_k).$$

Theo tính chất của hiệp phương sai ta tính được:

$$\sigma_{jk} = \beta_{jI} \beta_{kI} \mathrm{Cov}(r_I, r_I) + \beta_{jI} \mathrm{Cov}(r_I, \varepsilon_j) + \beta_{kI} \mathrm{Cov}(r_I, \varepsilon_k) + \mathrm{Cov}(\varepsilon_j, \varepsilon_k).$$

Theo giả thiết của SIM ta có: $\mathrm{Cov}(r_I, \varepsilon_j) = \mathrm{Cov}(r_I, \varepsilon_k) = \mathrm{Cov}(\varepsilon_j, \varepsilon_k) = 0$. Suy ra:

$$\sigma_{jk} = \beta_{jI} \beta_{kI} \sigma_I^2 . \tag{3.76}$$

Với j = k ta có:

$$\sigma_k^2 = \beta_{kI}^2 \sigma_I^2 + \eta_k^2 . \tag{3.77}$$

Như vậy để ước lượng ma trận hiệp phương sai $V = \left[\sigma_{jk}\right]_{k=1\div N}^{j=1\div N}$ ta có thể sử dụng các công thức (3.76) và (3.77) và ta chỉ cần ước lượng N hệ số bêta β_{iI}, N phương sai η_k^2 và σ_I^2. Tổng cộng chỉ có (2N +1) phần tử cần ước lượng!

Trong phần ước lượng SIM ta đã chỉ ra cách ước lượng các hệ số β_{iI} và η_i^2. Để ước lượng σ_I^2 ta có thể ước lượng trực tiếp từ dãy số liệu về lợi suất thị trường hoặc gián tiếp sau khi ước lượng được rủi ro hệ thống của tài sản.

Nhóm các công thức (3.76) – (3.77) có thể viết dưới dạng ma trận:

$$V = \sigma_I^2 \left[\beta\beta'\right] + \left[\eta^2(\varepsilon)\right] . \tag{3.76'}$$

Với công thức (3.76’) ta có thể thực hiện tính toán dễ dàng trên bảng tính Excel.

Thí dụ 3.10 *(tiếp theo Thí dụ 3.9)*: Ta sẽ sử dụng mô hình SIM để ước lượng ma trận hiệp phương sai của AGF, BBC và CAN. Theo kết quả đã phân tích ta có:

Tham số	AGF	BBC	CAN	Vn_Index
Bêta	0.49906	0.518189	0.656081	1

Phương sai	0.000292478	0.000429401	0.000350813	0.000217297

Thực hiện phép tính ma trận theo (3.76') ta ước lượng được ma trận V:

0.000347	0.000057	0.000069
0.000057	0.000490	0.000073
0.000069	0.000073	0.000440

Ma trận dưới đây là ma trận hiệp phương sai ước lượng trực tiếp từ mẫu:

0.000346	0.000169	0.000154
0.000169	0.000487	0.000165
0.000154	0.000165	0.000444

So sánh hai kết quả ta thấy: Đối với các phương sai sự khác biệt giữa hai ước lượng là không đáng kể. Tuy nhiên có sự sai khác đáng kể đối với các hiệp phương sai.

3.3.3.3. Ứng dụng SIM và thuật toán Elton – Gruber – Padberg (thuật toán EGP) xác định danh mục tiếp tuyến

Phần trên ta đã thấy danh mục tiếp tuyến của nhóm tài sản rủi ro là danh mục hiệu quả và khi xác định được danh mục tiếp tuyến ta sẽ xác định được biên hiệu quả tức là xác định được CML. Ngoài ra T còn có thể được sử dụng để đánh giá việc thực thi danh mục. Nếu số lượng tài sản không lớn ta có thể trực tiếp tính toán xác định danh mục T. Tuy nhiên khi số lượng tài sản khá lớn và đặc biệt khi lợi suất của nhiều tài sản trong nhóm không độc lập với nhau thì số tài sản cấu thành danh mục T có thể không phải là tất cả. Trong trường hợp này nếu ta xác định được một số lượng tối thiểu tài sản đủ để cấu thành danh mục tiếp tuyến thì sẽ giảm nhẹ việc tính toán. Năm 1976, ba tác giả Edwin Elton, Martin Gruber và Manfred Padberg trong bài báo "Simple criteria for optimal portfolio selection" (Journal of Finance 31) đã sử dụng SIM để xây dựng tiêu chuẩn lựa chọn tài sản trong danh mục tiếp tuyến. Tiêu chuẩn này gọi là "Thuật toán Elton – Gruber – Padberg" (gọi tắt: thuật toán EGP) xác định danh mục tối ưu (danh mục tiếp tuyến).

a. Giả thiết và tính toán ban đầu

- *Giả thiết*

- Giả thiết rằng lợi suất của tài sản tuân theo mô hình SIM. Ta có thể sử dụng kinh tế lượng để kiểm chứng giả thiết này. Như vậy với lợi suất tài sản i ta có:

- $r_i = \gamma_i + \beta_{iI} r_I + \varepsilon_i$

- Lãi suất phi rủi ro: r_f.

-

Tính toán các tham số

Xét một nhóm gồm N tài sản, thu thập dãy số liệu về lợi suất của các tài sản và chỉ số thị trường. Sử dụng bộ số liệu để ước lượng N hàm hồi quy (tương tự như đã thực hiện đối với cổ phiếu REE):

$$R_{it} = \gamma_I + \beta_{iI} r_{It} + \varepsilon_{it}.$$

Ta thu được các ước lượng của: β_{iI}, σ_I^2, η_i^2 và $\overline{r}_i$.

b. Thuật toán EGP

Bước 1: Tính tỷ số *ERB$_i$* của tài sản i (Excess Return to Beta).

$$ERB_i = \frac{\overline{r}_i - r_f}{\beta_{iI}} \quad . \tag{3.78}$$

Sau đó sắp xếp các chỉ số ERB_i theo thứ tự giảm dần tương ứng với từng tài sản.

Bước 2: Tính các hệ số C_i theo công thức sau:

$$C_i = \sigma_I^2 \left[\frac{\sum_{j=1}^{i} \left(\frac{\overline{r}_j - r_f}{\eta_j^2} \right) * \beta_{jI}}{1 + \sigma_I^2 \left(\sum_{j=1}^{i} \frac{\beta_{jI}^2}{\eta_j^2} \right)} \right] \qquad \text{với } i = \overline{1, N} \tag{3.79}$$

Bước 3: Xác định hệ số ngưỡng C^* (Cut-off).

So sánh ERB_i với C_i để tìm số thứ tự k: $C^* = C_k$ với k sao cho: $ERB_i \geq C_i$ với $i \leq k$ và $ERB_i < C_i$ với $i > k$.

Khi đó danh mục tối ưu (danh mục tiếp tuyến) sẽ bao gồm các tài sản xếp từ 1 đến k. Các tài sản từ thứ tự k+1 trở đi sẽ không có mặt trong danh mục.

Bước 4: Tính tỷ trọng các tài sản trong danh mục tiếp tuyến.

Tính z_i:

$$z_i = \frac{\beta_{iI}}{\eta_i^2} \left[\frac{\overline{r}_i - r_f}{\beta_{iI}} - C^* \right] \quad . \tag{3.80}$$

Tính các tỷ trọng:

$$\mathrm{w}_i = \frac{z_i}{\sum_{i=1}^{N} z_i} \ . \tag{3.81}$$

Chú ý:

- Thuật toán trên áp dụng cho trường hợp cấm bán khống tài sản.
- Trường hợp cho phép bán khống, nếu hệ số bêta của các tài sản không âm thì cũng có thể sử dụng thuật toán.

Để thuận tiện trong thực hành tính toán ta sẽ lập bảng sau (có thể lập trên Excel) (để đơn giản trong ký hiệu ta bỏ chỉ số I trong hệ số bêta)

Tài sản	$\overline{r_i}$	β_i	η_i^2	ERB_i	C_i
1	$\overline{r_1}$	β_1	η_1^2	ERB_1	C_1
2	$\overline{r_2}$	β_2	η_2^2	ERB_2	C_2
...	….	….	….	….	….
k	$\overline{r_k}$	β_k	η_k^2	ERB_k	C_k
...					
N					

từ đó sẽ tính được các w_i.

Thí dụ 3.11: Giả sử ta xét 10 tài sản có lợi suất tuân theo SIM với các số liệu cho trong bảng dưới đây:

Bảng số liệu

Tài sản	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\overline{r_i}$ (%)	15	17	12	17	11	11	11	7	7	5,6
β_i	1	1,5	1	2	1	1,5	2	0,8	1	0,6
η_i^2 (%)	50	40	20	10	40	30	40	16	20	6

Cho r_f = 5% và σ_I^2 = 10%, hãy xác định danh mục tiếp tuyến lập từ nhóm tài sản trên.

Giải: Theo thuật toán EGP ta lập bảng tính:

Tài sản	$\overline{r_i}$ (%)	β_i	η_i^2 (%)	ERB_i	C_i
1	15	1	50	10	1,67
2	17	1,5	40	8	3,69
3	12	1	20	7	4,42
4	17	2	10	6	5,43
5	11	1	40	6	**5,45***
6	11	1,5	30	4	5,3
7	11	2	40	3	5,02
8	7	0,8	16	2,5	4,91
9	7	1	20	2	4,75
10	5,6	0,6	6	1	4,52

Từ kết quả trên ta thấy giá trị ngưỡng: $C_5 = 5,45$ do đó danh mục tiếp tuyến sẽ chỉ gồm 5 tài sản đầu. Tính tỷ trọng các tài sản theo (3.80), (3.81) ta được:

w_1: 23,5%, w_2: 24,6%, w_3: 20%, w_4: 28,4%, w_5: 3,5%.

3.4. QUẢN LÝ DANH MỤC ĐẦU TƯ

Phương pháp MV trình bày trong mục 3.2. sẽ giúp nhà đầu tư chọn danh mục hiệu quả, đó là khâu đầu tiên trong quá trình quản lý danh mục. Tùy thuộc vào lợi ích (hàm lợi ích theo lợi suất) và mục tiêu nhà đầu tư sẽ chọn và thực thi danh mục. Để có thể hiểu rõ toàn bộ quá trình quản lý danh mục ta sẽ đề cập tới các nội dung liên quan trong các phần sau.

3.4.1. Nội dung và chiến lược quản lý danh mục đầu tư

3.4.1.1. Khái niệm quản lý danh mục

Quản lý danh mục đầu tư là quá trình:

- Xác định mục tiêu đầu tư;

- Xây dựng danh mục các loại chứng khoán, tài sản đầu tư đáp ứng tốt nhất mục tiêu của chủ đầu tư;
- Thực hiện theo dõi, điều chỉnh danh mục theo diễn biến thị trường (Market Timing) nhằm tái tối ưu hoá danh mục;
- Định kỳ đánh giá việc thực hiện danh mục.

Việc thực hiện quản lý danh mục đầu tư có thể do một tổ chức hoặc cá nhân và được gọi chung là "*nhà quản lý danh mục*" (Portfolio Manager) tiến hành.

Với các phương án đầu tư lớn, chủ đầu tư thường chọn các công ty chuyên nghiệp, có uy tín để thuê thực hiện quản lý danh mục. Công ty được hưởng phí quản lý danh mục đầu tư và có quyền tự quyết định việc lập danh mục đầu tư cho khách hàng trong khuôn khổ hợp đồng thoả thuận với khách hàng. Rủi ro, lợi nhuận cũng như thua lỗ của danh mục đầu tư hoàn toàn do khách hàng được hưởng hoặc phải gánh chịu trong phạm vi đã thoả thuận với công ty quản lý danh mục đầu tư.

Tóm lại, nghiệp vụ quản lý danh mục đầu tư chứng khoán là quá trình quản lý tài sản của một định chế tài chính hoặc của một cá nhân đầu tư bao gồm từ việc định giá, phân tích chứng khoán, lựa chọn phân bổ vốn đầu tư, theo dõi và đánh giá kết quả đầu tư.

3.4.1.2. Nội dung (chức năng) quản lý danh mục

Chức năng, nhiệm vụ của nhà quản lý danh mục là thực hiện các công việc liên quan đến tư vấn đầu tư cho khách hàng. Ta có thể tóm tắt theo các bước sau:

Bước 1: Xác định mục tiêu đầu tư

Có hai loại nhà đầu tư trên thị trường và tương ứng là hai mục tiêu đầu tư:

- Nhà đầu tư thô (Gross): họ quan tâm đến lợi suất đầu tư nên sẽ lựa chọn danh mục để đạt được lợi suất kì vọng cao nhất với mức rủi ro chấp nhận được (nhà đầu tư tối đa hóa lợi ích).
- Nhà đầu tư ròng (Net): họ quan tâm đến việc đáp ứng kịp thời các khoản chi trả trong tương lai nên cần có sự ăn khớp giữa các khoản nợ và có trong bảng cân đối tài chính (nhằm tránh tình trạng vỡ nợ). Nguyên tắc của nhà đầu tư ròng đó là "an toàn là trên hết", mục tiêu nhà đầu tư ròng là phòng hộ.

Người quản lý phải xác định mục tiêu đầu tư của khách hàng và phải xem xét khách hàng thuộc dạng nhà đầu tư nào: phòng hộ rủi ro, đầu cơ hay cơ lợi. Trên cơ sở thỏa thuận với khách hàng, nhà quản lý có thể cụ thể hóa mục tiêu đầu tư thành một số tiêu chí. Các tiêu chí liên quan chủ yếu tới việc quản lý lợi nhuận kỳ vọng và rủi ro dự kiến.

Bước 2: Lập và phân tích danh mục đầu tư

- *Tìm hiểu thị trường*

Việc tìm hiểu thị trường giúp cho nhà quản lý có được cái nhìn toàn cục về thực trạng của thị trường chứng khoán - nơi họ đặt kỳ vọng khai thác lợi nhuận để đáp ứng yêu cầu của khách hàng. Khi tìm hiểu thị trường, nhà quản lý đầu tư nên tập trung vào các thông tin sau:

Quá trình phát triển của thị trường (ổn định hay không?);

Các biến cố lịch sử của thị trường và lý giải các biến cố đó;

Các nhân tố (vĩ mô và vi mô) có thể gây ảnh hưởng tới thị trường;

Và cuối cùng, hiện trạng của thị trường.

Với các thông tin trên, nhà quản lý có thể chủ động nhận biết các đặc điểm về qui luật vận động của thị trường cũng như xác định được xuất phát điểm của mình trong chu trình vận động đó.

- *Xác định chứng khoán mục tiêu*

Thông qua việc tìm hiểu thị trường và phân tích sơ bộ dựa trên những thông tin đại chúng và/hoặc thông tin riêng, nhà quản lý danh mục tiến hành sơ bộ lọc ra các mã chứng khoán có khả năng đầu tư dựa trên những hiểu biết, phán đoán và mục tiêu của khách hàng.

- *Lựa chọn danh mục đầu tư*

Với nhóm chứng khoán tiềm năng đã được lựa chọn ở trên, nhà quản lý có thể tập trung thu thập và phân tích thông tin chi tiết hơn và sử dụng các mô hình phù hợp để lựa chọn danh mục tối ưu cho khách hàng. Trong quá trình lọc chứng khoán thành phần, nhà quản lý cũng nên chú trọng phân tán rủi ro bằng cách đa dạng hóa danh mục. Ví dụ, nhà đầu tư có thể kết hợp chứng khoán theo sự đối trọng về mức độ rủi ro (các chứng khoán có tần suất dao động lớn kết hợp với các chứng khoán có tần suất dao động nhỏ), đối trọng giữa những ngành có đặc điểm sản xuất kinh doanh độc lập với nhau…Việc đa dạng hóa danh mục giúp cho nhà đầu tư tránh được rủi ro hệ thống khi trong danh mục xuất hiện quá nhiều (hoặc toàn bộ) chứng khoán có cùng một tập tính vận động.

Sau khi chọn danh mục tối ưu cho khách hàng, nhà quản lý cần chọn chiến lược quản lý danh mục phù hợp (sẽ được trình bày dưới đây).

Bước 3: Điều chỉnh danh mục

Khi các điều kiện trên thị trường thay đổi hoặc khi mục tiêu nhà đầu tư thay đổi thì cần phải điều chỉnh danh mục cho phù hợp với điều kiện mới. Việc điều chỉnh danh mục thực hiện trên cơ sở các tiêu chí đầu tư đã đề ra. Trong quá trình theo dõi diễn biến thị trường, thông tin thường xuyên được cập nhật và phân tích để đảm bảo phát hiện kịp thời được những biến động bất thường của thị trường và của chứng khoán thành phần trong danh mục. Trong trường hợp các tiêu chí đầu tư đạt mức hoặc bị vi phạm, nhà quản lý cần tìm hiểu xác định nguyên nhân của biến động và thông báo kịp thời cho khách hàng nhằm tiến hành chỉnh sửa tiêu chí đầu tư, thanh lý danh mục hoặc cut loss (cắt lỗ). Tuy nhiên, việc chỉnh sửa tiêu chí đầu tư chỉ nên thực hiện khi có những bằng chứng xác thực về xu thế thị trường. Đặc biệt, với những biến động lớn và bất thường, nhà quản lý nên theo dõi sát sao diễn biến thị trường thay vì chỉnh sửa những tiêu chí đã đặt ra.

Bước 4: Đánh giá việc thực thi danh mục

Theo thỏa thuận trong hợp đồng với khách hàng, kết quả thực thi danh mục sẽ được đánh giá định kỳ hoặc đột xuất. Để đánh giá, sẽ so sánh việc thực hiện danh mục đầu tư tối ưu đã lập với một danh mục đối chứng theo các chỉ tiêu (trình bày ở phần sau). Nếu các chỉ tiêu đạt mức lớn hơn chỉ tiêu của danh mục đối chứng thì việc lập và thực hiện danh mục đó là tốt. Để đảm bảo tính khách quan thì quá trình đánh giá sẽ do một tổ chức hoặc cá nhân khác với nhà quản lý danh mục thực hiện.

3.4.1.3. Chiến lược quản lý danh mục

a. Chiến lược quản lý thụ động

Chiến lược quản lý thụ động: là chiến lược mua bán theo một chuẩn mực nào đó. Mục đích của chiến lược này không phải để tạo ra danh mục vượt trội so với chỉ số chuẩn trên thị trường mà tạo ra một danh mục có số lượng và chủng loại gần giống với chỉ số chuẩn (chỉ số mục tiêu) để nhằm đạt được mức sinh lời dự kiến tương đương với mức sinh lời chuẩn.

Khi các nhà đầu tư nhận định, đánh giá về lợi suất và rủi ro của tài sản đều cho rằng các tài sản đã được định giá đúng và khi đó thay đổi danh mục sẽ không đem lại lợi ích gì vì vậy họ thực hiện chiến lược quản lý danh mục đầu tư thụ động còn gọi là chiến lược "*mua và nắm giữ*" (Buy and Hold).

b. Chiến lược quản lý chủ động

Chiến lược quản lý chủ động: là chiến lược mua bán nhằm thu được mức lợi suất dự kiến đầu tư cao hơn mức lợi suất của danh mục thụ động chuẩn hoặc thu được mức lợi nhuận trên mức trung bình ứng với một mức rủi ro nhất định.

Nếu nhà quản lý cho rằng các tài sản bị định giá sai hoặc là qua phân tích dự báo lợi suất – rủi ro của các tài sản khác số đông thì khi đó có thể điều chỉnh danh mục để kiếm lời. Nhà đầu tư có thể sử dụng các phương pháp đã có để lập danh mục đầu tư tối ưu đối với các tài sản cơ sở đã chọn.

c. Chiến lược quản lý bán chủ động

Chiến lược quản lý thụ động đơn thuần chỉ có tác dụng đa dạng hoá danh mục, không có tác dụng phòng tránh rủi ro hệ thống. Để danh mục đạt được các mục tiêu đề ra và phòng tránh được cả rủi ro hệ thống, các nhà quản lý danh mục một mặt thiết lập danh mục theo phương pháp thụ động, một mặt quản lý danh mục theo phương pháp chủ động. Chiến lược này gọi là quản lý bán chủ động.

3.4.1.4. Vai trò của quản lý danh mục

Nếu thị trường là hiệu quả thì tại sao trong thực tế các nhà đầu tư phải tốn công sức lựa chọn tài sản cho danh mục đầu tư? Tại sao họ không thiết kế một danh mục theo đúng các chỉ số trên thị trường (quản lý thụ động). Thực tế cho thấy sự cần thiết của quản lý danh mục đầu tư bởi một số lý do:

- Cho dù giá cả của chứng khoán được định giá đúng với giá trị thực thì chứng khoán vẫn có rủi ro riêng (dù không được tính đến khi thị trường định giá). Những rủi ro này chỉ có thể loại bỏ thông qua việc đa dạng hóa danh mục. Quản lý sẽ phát huy tác dụng để tạo ra một danh mục đúng với mức rủi ro hệ thống mà nhà đầu tư mong muốn.
- Quản lý danh mục đầu tư còn liên quan đến tâm lý, thái độ của nhà đầu tư đối với rủi ro.
- Việc lựa chọn các chứng khoán phải tính đến ảnh hưởng của thuế. Những nhà đầu tư phải chịu mức thuế cao thường không muốn có trong danh mục của mình những chứng khoán giống các nhà đầu tư chịu thuế suất thấp.
- Các nhà đầu tư ở các lứa tuổi, trình độ, đặc điểm cá nhân... khác nhau sẽ có nhu cầu riêng trong chính sách lựa chọn danh mục đầu tư có liên quan đến mức rủi ro phải gánh chịu.

Như vậy, quản lý danh mục đầu tư vẫn có vai trò quan trọng trong thị trường hiệu quả. Nhiệm vụ của nhà quản lý là xây dựng danh mục đầu tư phù hợp với các yêu cầu khá đa dạng của nhà đầu tư.

Sau khi đã đề cập tới những nội dung khái quát của quá trình quản lý danh mục (gồm 4 bước) trong phần tiếp theo ta sẽ chi tiết hóa các nội dung này thành quy trình nhằm cung cấp kỹ năng vận dụng trong thực tế.

3.4.2. Quy trình quản lý danh mục

3.4.2.1. Phân tích thái độ đối với rủi ro của nhà đầu tư

Nhà quản lý, trước khi lập danh mục cho khách hàng, bên cạnh thông tin về một số đặc điểm của khách hàng (mục tiêu đầu tư, chu kỳ đầu tư, sở thích, nhu cầu thanh khoản...) cần có thông tin về mức độ chấp nhận rủi ro của họ. Nắm được các thông tin trên nhà quản lý mới có thể lập danh mục tối ưu đáp ứng lợi ích cho khách hàng đồng thời làm căn cứ điều chỉnh danh mục. Mặt khác lợi ích của khách hàng cũng tác động đến việc đánh giá thực hiện danh mục. Để thu thập thông tin khách hàng, các công ty tư vấn đầu tư thường đưa ra các bảng hỏi liên quan tới các thông tin cần thiết. Thông tin về mức độ ngại rủi ro (hoặc mức độ chấp nhận rủi ro) là đặc biệt quan trọng vì như ta đã biết trong mục 2.4, thái độ đối với rủi ro của nhà đầu tư chi phối quyết định đầu tư của họ. Ta sẽ đề cập đến phương pháp ước lượng hệ số chấp nhận rủi ro R_T của khách hàng (nhà đầu tư).

Với giả thiết:

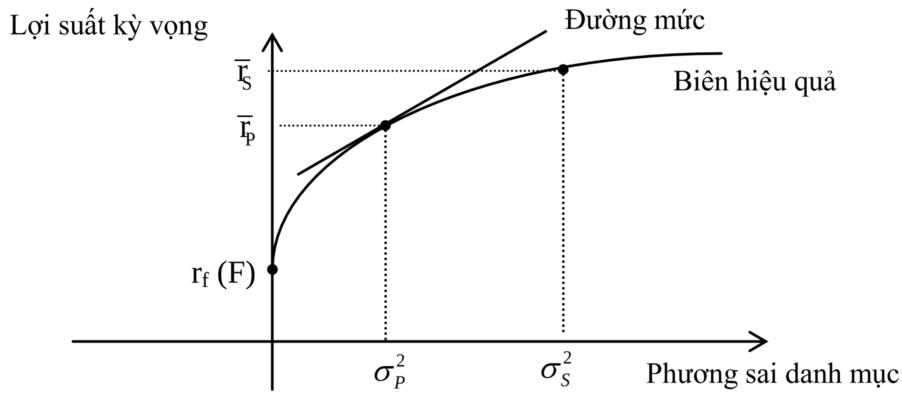
- Lợi suất các tài sản phân bố chuẩn;
- Nhà đầu tư e ngại rủi ro với hệ số chấp nhận rủi ro R_T là hằng số.

Khi đó theo như trong mục 2.4.2.2, ta có phương trình đường mức lợi ích kỳ vọng của nhà đầu tư khi chọn danh mục P sẽ có dạng:

$$\overline{r}_P = \overline{u} + \frac{1}{R_T}\sigma_P^2 \tag{3.82}$$

và độ dốc đường mức là $1/R_T$.

Mặt khác ta đã biết khi chọn danh mục để đầu tư, nhà đầu tư sẽ chọn danh mục hiệu quả P và tại P độ dốc đường mức lợi ích kỳ vọng sẽ bằng độ dốc biên hiệu quả. Biểu diễn đường mức và biên hiệu quả trên mặt phẳng tọa độ $(\overline{r}_P, \sigma_P^2)$ ta có minh họa trên hình 3.16. Để ý rằng phương trình biên hiệu quả là $\sigma_P^2 = \dfrac{(\overline{r_P} - r_f)^2}{H}$.



Hình 3.16

Vì P là hiệu quả nên P sẽ là tổ hợp lồi của F và S với các tỷ trọng: w_S và $(1- w_S)$, suy ra:

$$\overline{r_P} = w_S\overline{r_S} + (1-w_S)r_f \quad ; \tag{3.83}$$

$$\sigma_P^2 = w_S^2\sigma_S^2 \quad . \tag{3.84}$$

Từ hai biểu thức trên, thực hiện biến đổi ta được:

$$(\overline{r_P} - r_f)^2 = \frac{(\overline{r_S} - r_f)^2}{\sigma_S^2}\sigma_P^2 \quad . \tag{3.85}$$

Suy ra độ dốc của biên hiệu quả tại P:

$$\frac{d\overline{r_P}}{d\sigma_P^2} = \frac{(\overline{r_S} - r_f)^2}{2(\overline{r_P} - r_f)\sigma_S^2} \quad . \tag{3.86}$$

Do độ dốc đường mức bằng độ dốc biên hiệu quả tại P nên:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{(\overline{r_S} - r_f)^2}{2(\overline{r_P} - r_f)\sigma_S^2} \quad . \tag{3.87}$$

Mặt khác từ (3.83) ta có $\overline{r_P} - r_f = w_S(\overline{r_S} - r_f)$, kết hợp với (3.87) suy ra:

$$R_T = \frac{2w_S\sigma_S^2}{\overline{r_S} - r_f} \quad . \tag{3.88}$$

Như vậy nếu biết danh mục hiệu quả S trong cấu thành danh mục P nhà đầu tư lựa chọn ta có thể sử dụng công thức (3.88) để ước lượng hệ số chấp nhận rủi ro của nhà đầu tư.

Để thực hiện tính R_T trong thực tế, nhà quản lý tiến hành như sau: tính toán các đặc trưng của một số tổ hợp lồi P của F và S sau đó đưa cho nhà đầu tư chọn. Từ kết quả chọn sẽ xác định được w_S và tính R_T theo (3.88).

Thí dụ 3.12: Giả sử ta có danh mục hiệu quả S có σ_S: 15%, $\overline{r_S}$ = 12%, r_f = 7,5% và khi đề xuất tổ hợp: (50%S, 50%F) nhà đầu tư chấp nhận. Khi đó ta có σ_S^2 = 225% và w_S = 0,5, thay vào (3.88) ta được R_T = 50.

Như vậy để tăng 1% lợi suất kỳ vọng thì nhà đầu tư sẵn sàng chấp nhận 50 đơn vị rủi ro, hoặc ngược lại, muốn nhà đầu tư chấp nhận thêm 50 đơn vị rủi ro thì phải bù thêm 1% lợi suất.

Vấn đề đặt ra là bằng cách nào nhà quản lý xác định được danh mục hiệu quả S? Có thể dùng danh mục tiếp tuyến T đóng vai trò S và ta có thể tìm T khá dễ dàng nhờ thuật toán EGP.

3.4.2.2. Lập danh mục tối ưu

a. Danh mục tối ưu đối với nhà đầu tư tối đa hoá lợi ích kỳ vọng

- *Trường hợp quản lý thụ động*
  - *Biết hệ số chấp nhận rủi ro của nhà đầu tư.*

Ta có hàm lợi ích kỳ vọng của nhà đầu tư là:

$$U(\overline{r_P}, \sigma_P^2) = \overline{r_P} - \frac{1}{R_T}\sigma_P^2$$

Lập và giải bài toán sau:

$$\text{Xác định danh mục P sao cho } \left(\overline{r_P} - \frac{1}{R_T}\sigma_P^2\right) \to \text{Max}$$

với các điều kiện:

$$\begin{cases} \overline{r_P} = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w_i}.\overline{r_i} \\ \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w_i} = 1 \\ \sigma_P^2 = \mathrm{W'.V.W} \end{cases}$$

Chú ý:

- Trong thực tế, có rất nhiều tài sản có thể đầu tư, do đó người ta sẽ phân tài sản theo từng nhóm, tuỳ thị trường cụ thể mà có cách phân nhóm tài sản khác nhau. Ví dụ phân loại theo thu nhập có: nhóm tài sản chỉ bao gồm các cổ phiếu, nhóm chỉ bao gồm các trái phiếu và có nhóm chỉ bao gồm các công cụ trên thị trường tiền tệ. Trong nhóm cổ phiếu lại có thể phân loại theo lĩnh vực hoạt động của công ty như cổ phiếu công nghệ cao, cổ phiếu dịch vụ giải trí... Nhóm trái phiếu lại có thể phân loại theo đặc điểm như: trái phiếu của Chính phủ, của chính quyền địa phương và doanh nghiệp.
- \- Các tài sản được gộp chung vào nhóm phải thoả mãn: lợi suất của chúng phải tương quan dương khá cao. Sau đó sử dụng mô hình kinh tế lượng để lựa chọn tài sản đại diện cho nhóm. Khi đó ta sẽ có K tài sản mà K << N và bài toán được đơn giản hoá đi rất nhiều.

Thí dụ 3.13: Giả sử ta phân loại tài sản lựa chọn theo cổ phiếu (S) và trái phiếu (B) với các đặc trưng: $\overline{r_S}, \sigma_S^2; \overline{r_B}, \sigma_B^2; \sigma_{SB}$ .Với tỷ trọng đầu tư vào cổ phiếu: w_S và trái phiếu: w_B. Ta có bài toán:

$$\left(\overline{r_P} - \frac{1}{R_T}\sigma_P^2\right) \rightarrow \text{Max}$$

$$\begin{aligned} &\overline{r_P} = w_S\overline{r_S} + w_B\overline{r_B} \\ &\sigma_P^2 = w_S^2\sigma_S^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_S w_S\sigma_{SB} \\ &w_S + w_B = 1 \end{aligned}$$

Thay $w_B = 1 - w_S$ vào $\overline{r_P}, \sigma_P^2$ và hàm mục tiêu, sau đó giải bài toán 1 biến w_S ta được:

$$w_s = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{SB}}{(\sigma_S^2 - 2\sigma_{SB} + \sigma_B^2)} + \frac{(\overline{r}_S - \overline{r}_B)}{2(\sigma_S^2 - 2\sigma_{SB} + \sigma_B^2)}R_T \quad .$$

➢ *Không biết hệ số chấp nhận rủi ro của nhà đầu tư.*

Nhà đầu tư sẽ đặt ra mức lợi suất yêu cầu $\overline{r_P}$, khi này nhà quản lý có thể xác định danh mục hiệu quả P cho nhà đầu tư trên biên hiệu quả nhờ việc giải hệ thức:

$$\overline{r}_P = w_T\overline{r}_T + (1 - w_T)r_f$$

với w_T là tỷ trọng danh mục tiếp tuyến T trong danh mục P.

Trường hợp quản lý chủ động

Với chiến lược quản lý chủ động thông tin về biến động giá của tài sản hết sức quan trọng vì nắm bắt được thông tin này nhà quản lý có thể sử dụng các phương pháp ước lượng theo cách thức của mình. Trên cơ sở phân tích các ước lượng của các đặc trưng tài sản họ chủ động chọn nhóm tài sản để đầu tư và thường xuyên theo dõi hoạt động của thị trường để kịp thời điều chỉnh nhận định của họ về thị trường.

Nếu nhà quản lý nhận thấy thị trường có xu hướng "bull" (đi lên) khác với số đông thì họ sẽ điều chỉnh danh mục (điều chỉnh hệ số β của danh mục) theo nguyên tắc tăng hệ số β của danh mục bằng cách bán các hệ số tài sản có hệ số β thấp và mua các tài sản có hệ số β cao. Khi thị trường có xu hướng đi xuống (bear) họ sẽ điều chỉnh hệ số β theo cách ngược lại.

b. Danh mục tối ưu đối với nhà đầu tư có mục tiêu phòng hộ

Đối với khách hàng muốn đầu tư để đáp ứng nghĩa vụ tài chính (đáp ứng nghĩa vụ trả nợ) trong tương lai thì mục tiêu của họ là lợi suất đầu tư không thấp hơn lãi suất của khoản nợ; mục tiêu "an toàn trên hết". Ta sẽ xét tình huống này.

Cho r_L: lãi suất khoản nợ, ta cần lập danh mục P có $r_P \geq r_L$ trong đó r_P là biến ngẫu nhiên.

Xét tình huống ngược lại: $r_P < r_L$, khả năng (xác suất) xảy ra trường hợp này ký hiệu là $\Pr(r_P < r_L)$.

Ta có bài toán:

$$\text{Tìm danh mục P để } \Pr(r_P < r_L) \rightarrow \text{Min}.$$

Với giả thiết lợi suất các tài sản phân phối chuẩn, khi đó:

$$r_P \sim N(\overline{r_P}, \sigma_P^2).$$

Ta biến đổi xác suất:

$$\Pr(r_P < r_L) = \Pr\left[\frac{(r_P - \overline{r_P})}{\sigma_P} < \frac{(r_L - \overline{r_P})}{\sigma_P}\right].$$

Đặt

$$x(P) = \frac{(r_L - \overline{r_P})}{\sigma_P} \quad \text{và} \quad U = \frac{(r_P - \overline{r_P})}{\sigma_P}$$

khi đó $\Pr(r_P < r_L) = \Pr(U < x(P)) = F(x(P))$ với F là hàm phân bố của U. Do F là hàm tăng nên:

$$F(x(P)) \to \text{Min khi và chỉ khi } x(P) \to \text{Min}.$$

Tóm lại ta có:

$$\Pr(r_P - r_L) \to \text{Min} \leftrightarrow \frac{(r_L - \overline{r}_P)}{\sigma_P} \to \text{Min} \leftrightarrow \frac{(\overline{r}_P - r_L)}{\sigma_P} \to \text{Max}.$$

Khi đó bài toán cần giải là:

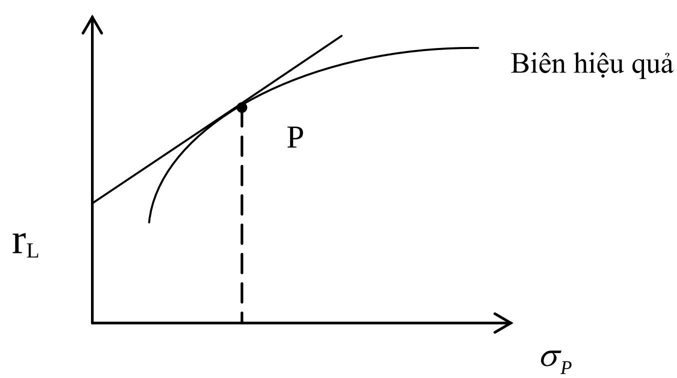
$$\frac{\overline{r_P} - r_L}{\sigma_P} \to \text{Max}.$$

với điều kiện:

$$\begin{cases} \overline{r_P} = \sum_{i=1}^{N} w_i.\overline{r_i} \\ \sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \end{cases};$$

Đặt $\text{Max}\left[\frac{\overline{r_P} - r_L}{\sigma_P}\right] \equiv k$ suy ra $\overline{r_P} = r_L + k\sigma_P$ là phương trình đường tiếp tuyến của biên hiệu quả tại P. Ta có hình 3.17 minh họa.

Để ý rằng ta có thể dễ dàng xác định danh mục P bằng cách sử dụng thuật toán EGP với $r_f = r_L$.



Hình 3.17

3.4.2.3. Điều chỉnh danh mục

Trong quá trình duy trì danh mục đầu tư, khi các điều kiện hoạt động thị trường thay đổi ta cần phải điều chỉnh danh mục để tái tối ưu hoá danh mục. Điều chỉnh danh mục bằng cách thay đổi cơ cấu danh mục (cả tỷ trọng lẫn thành phần).

Khi điều chỉnh danh mục sẽ kèm theo chi phí giao dịch nên cần phải đưa thêm khoản chi phí giao dịch vào hàm lợi ích kỳ vọng của nhà đầu tư. Khi này hàm lợi ích ròng của nhà đầu tư sẽ có dạng:

$$U(\overline{r_P};\sigma_P^2) = \overline{r_P} - \frac{1}{R_T}\sigma_P^2 - C_p\,;$$

với C_P: chi phí giao dịch điều chỉnh danh mục P. Ta tính lợi ích ròng cận biên theo tài sản i:

$$\frac{\partial U}{\partial \mathrm{w_i}} = \overline{r_i} - \frac{2}{R_T}\sum_{j=1}^{\mathrm{N}} \mathrm{w_j}\sigma_{ij} - \frac{\partial C_p}{\partial \mathrm{w_i}}.$$

Ta có "Quy tắc điều chỉnh": Hoán chuyển tài sản theo danh mục, bán các tài sản có lợi ích ròng cận biên thấp và mua các tài sản có lợi ích ròng cận biên cao, cho đến khi đối với mọi cặp tài sản (i, j) ta có

$$\frac{\partial U}{\partial \mathrm{w_i}} = \frac{\partial U}{\partial \mathrm{w_j}}.$$

3.4.2.4. Đánh giá việc thực hiện danh mục

a. Danh mục đối chứng (danh mục tham chiếu)

Để đánh giá việc thực thi danh mục P cần chọn một hoặc một số danh mục khác làm chuẩn so sánh. Danh mục chuẩn này gọi là "*Danh mục đối chứng*" (Benchmark Portfolio). Tuỳ thuộc vào công ty tư vấn, nhà đầu tư có thể thỏa thuận đưa ra các danh mục tham chiếu khác nhau. Sau khi xác định danh mục đối chứng sẽ tính một số chỉ tiêu sau của danh mục P và danh mục đối chứng để so sánh. Trong thực hành danh mục đối chứng có thể là:

- Danh mục tổng hợp phản ánh tính chất chung của thị trường nên có thể sử dụng chỉ số thị trường làm danh mục này;
- Nếu dùng danh mục T thì việc tính toán danh mục này thường phức tạp nên thường sử dụng danh mục xấp xỉ danh mục T.

b. Một số hệ số (chỉ số) so sánh

Sử dụng SIM (hoặc CAPM sẽ trình bày ở chương IV) tính lợi suất trung bình, hệ số dao động (σ), hệ số beta (β) của danh mục P và danh mục đối chứng sau đó tính các chỉ số dưới đây.

- *Chỉ số Sharpe*

Ký hiệu $\overline{r_P}$, σ_P tương ứng là lợi suất trung bình, độ lệch chuẩn của lợi suất của danh mục P, r_f là lãi suất phi rủi ro, khi đó tỷ số:

$$S_P = \frac{\overline{r_P} - r_f}{\sigma_P} \tag{3.89}$$

gọi là "*chỉ số Sharpe*" của danh mục P. Tương tự ta có thể tính chỉ số Sharpe của danh mục đối chứng B là S_B.

Nếu $S_P > S_B$ thì danh mục P thực thi tốt.

Trong thực tế, $\overline{r_P}$, r_f thường được tính theo trung bình hình học (trung bình nhân) của 20 quý cuối (5 năm) và σ_P được tính theo trung bình cộng của các σ_P của 20 quý cuối.

- *Chỉ số Treynor*

Gọi β_P: hệ số bêta của danh mục P, khi đó tỷ số:

$$T_P = \frac{\overline{r_P} - r_f}{\beta_P} \tag{3.90}$$

gọi là "*chỉ số Treynor*" của danh mục P. Tương tự ta tính chỉ số Treynor của danh mục đối chứng B là T_B. Nếu $T_P > T_B$ thì danh mục P thực thi tốt.

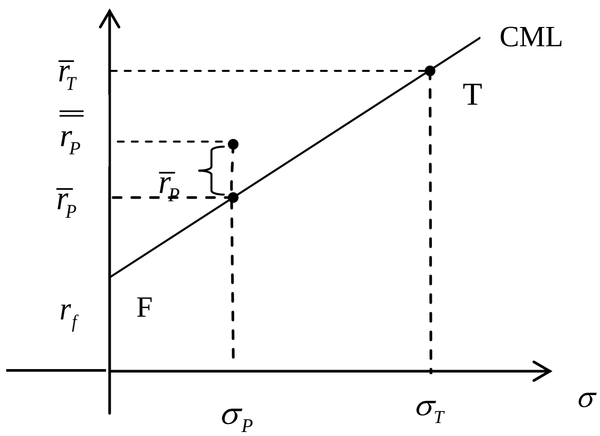
Đối với hai chỉ số trên, tử số là phần bù rủi ro, mẫu số là rủi ro của danh mục nên việc so sánh chỉ số với danh mục đối chứng là hợp logic.

- *Hệ số α - Jensen của danh mục*

Xuất phát từ phương trình đường thị trường vốn (CML):

$$\overline{r_P} = r_f + \left(\frac{\overline{r_P} - r_f}{\sigma_T}\right)\sigma_P$$

Tính $\overline{r_P}$ (lợi suất danh mục P được tính toán theo lý thuyết) và xác định $\overline{\overline{r_P}}$: lợi suất thực tế của danh mục. Đặt $\alpha_P = \overline{\overline{r_P}} - \overline{r_P}$, khi đó αP gọi là "*Hệ số α - Jensen*" của danh mục P. Nếu $\alpha_P > 0$ thì danh mục P thực thi tốt. Ta có hình 3.18 minh họa.



Hình 3.18

3.5. QUẢN TRỊ RỦI RO CỦA DANH MỤC – PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH GIÁ TRỊ RỦI RO (VaR)

3.5.1. Rủi ro tài chính và quản trị rủi ro

3.5.1.1. Rủi ro tài chính

a. Khái niệm

Rủi ro tài chính (Financial Risk) được quan niệm là hậu quả của sự thay đổi, biến động không lường trước được của giá trị tài sản hoặc giá trị các khoản nợ đối với các tổ chức tài chính và nhà đầu tư trong quá trình hoạt động của thị trường tài chính.

b. Phân loại rủi ro tài chính

Tùy thuộc vào nguyên nhân, nguồn gốc gây ra rủi ro - được gọi là *"nhân tố rủi ro"*(Risk Factor)- ta có thể phân loại các hình thức, loại hình rủi ro tài chính sau:

- Rủi ro thị trường: rủi ro phát sinh do sự biến động về giá cả trên các thị trường tài chính.
- Rủi ro thanh khoản: do tính thanh khoản các tài sản không được thực hiện.
- Rủi ro tín dụng: do đối tác trong hoạt động tín dụng không có khả năng thanh toán.
- Rủi ro hoạt động: do con người hoặc do kỹ thuật gây ra các sự cố.
- Rủi ro pháp lý: do các giao dịch không đúng pháp luật.

Khi đề cập đến rủi ro tài chính người ta thường quan tâm đến rủi ro thị trường, rủi ro thanh khoản và rủi ro tín dụng. Trong khuôn khổ giáo trình ta sẽ xét rủi ro thị trường.

3.5.1.2. Tổn thất tài chính

a. Khái niệm

Khi xảy ra rủi ro tài chính, hậu quả rất khó lường và nếu các tổ chức tài chính, các chính phủ không có đối sách hữu hiệu thì chúng sẽ gây ảnh hưởng tiêu cực đến hoạt động của toàn bộ nền kinh tế. Những thiệt hại đối với nhà đầu tư do rủi ro tài chính gọi là *tổn thất tài chính* (Financial Loss). Nếu các tổn thất này xảy ra đối với nhiều nhà đầu tư thì có thể dẫn đến sự khủng hoảng, đổ vỡ (Financial Crash, Crisis) của các định chế và tồi tệ hơn là của chính thị trường tài chính.

b. Một số trường hợp thí dụ về tổn thất tài chính

Trên bình diện khu vực và thế giới đã từng xảy ra nhiều vụ tổn thất lớn, thậm chí dẫn đến khủng hoảng tài chính. Ta có thể điểm qua một số vụ việc dưới đây.

- *Ngày 19/10/1987 - Ngày thứ hai đen tối*

Trước ngày này các thị trường tài chính lớn trên thế giới đều ở trạng thái "bull". Thị trường London tăng liên tục trong vòng 12 năm, chỉ tính riêng từ đầu năm đến tháng 9/1987 chỉ số FTSE tăng 75% và lượng giao dịch cổ phiếu trung bình hàng ngày là 800 triệu Bảng.

Tại thị trường NewYork các chỉ số đều tăng khoảng 30% so với đầu năm. Tình hình cũng tương tự đối với các thị trường khác như Tokyo, Frankfurt, Hongkong. Tính trung bình chỉ số thị trường toàn cầu (World Index) tăng 40% so với đầu năm.

Tuy nhiên như một cơn lốc, không hề có dấu hiệu báo trước, bất ngờ xuất hiện, từ ngày 19/10/1987 tại thị trường London chỉ số FTSE đột ngột giảm 30% chỉ sau 3 ngày! Thị trường NewYork các chỉ số giảm liên tục và cho tới cuối tháng 10 đã xuống thấp hơn mức đầu năm. Chỉ trong ngày 19/10 chỉ số Hansen tại thị trường Hongkong giảm 10% khiến nhà chức trách buộc phải đóng cửa thị trường. Ngày 26/10 thị trường mở cửa trở lại và chỉ số Hansen tiếp tục giảm 33%! Riêng thị trường Tokyo tuy có bị ảnh hưởng nhưng mức độ không trầm trọng. Khó có thể đưa ra những con số cụ thể (dù là ước tính) về các tổn thất tài chính đối với các nhà đầu tư sau sự kiện "ngày thứ hai đen tối". Tuy nhiên với mức độ ảnh hưởng toàn cầu, sự kiện này tạo ra một cuộc khủng hoảng tài chính và là một trong những nguyên nhân chính gây ra tình trạng suy thoái kinh tế toàn cầu đầu những năm 90 của thế kỷ 20. Cho đến nay, nhiều tổ chức, cá nhân vẫn cố gắng lý giải, tìm hiểu các nguyên nhân của cuộc khủng hoảng. Nhiều bài học được rút ra trong đó có bài học về quản lý rủi ro tài chính, đặc biệt là đối với các định chế tài chính.

- *Vụ phá sản của ngân hàng Baring (Anh)*

Ngày 26/2/1995 ngân hàng Baring, một trong những ngân hàng lâu đời nhất của Anh tuyên bố phá sản do sự sụp đổ chi nhánh Singapo thiệt hại xấp xỉ 13 tỷ USD.

- *Khủng hoảng tài chính Châu Á 1996 – 1999*

Từ cuối năm 1996, khủng hoảng tài chính tiền tệ bắt đầu từ Thái Lan, Malaysia, sau đó lan sang Nga, Ba Lan, rồi sang các nước Đông Âu, Nam Mỹ. Cuộc khủng hoảng này đã gây tổn thất đáng kể về tài chính đối với các nước. Sau đó phải mất khá lâu và phải cần tới sự trợ giúp của WB, IMF các nước ngày mới phục hồi được.

- *Sự đổ vỡ của công ty "Quản lý quỹ đầu tư vốn dài hạn" (Long Term Capital Management) năm 1998*

Quỹ do một số tài phiệt phố Wall kết hợp với một số chuyên gia tài chính lỗi lạc (đã từng đoạt giải Nobel kinh tế) điều hành. Năm 1998 quỹ mất khả năng thanh toán món nợ khổng lồ 100 tỷ USD buộc FED phải hỗ trợ 3,5 tỷ USD tuy nhiên sự kiện này vẫn gây thiệt hại hàng tỷ USD đối với các cổ đông và nhà đầu tư của quỹ.

- *Khủng hoảng tài chính và suy giảm kinh tế toàn cầu năm 2008*

  - *Diễn biến tình hình*

Sự phát triển quá mức của thị trường cho vay thế chấp nhà đất (Mortgages) ở Mỹ trong những năm kinh tế phát triển đã vỡ tan như bong bóng khi thị trường bất động sản ở Mỹ đi xuống, kéo theo sự sụp đổ của hàng loạt ngân hàng hàng đầu nước Mỹ. Năm 2001 dư nợ các khoản vay dành cho thị trường nhà đất tại Mỹ là 160 tỉ USD, năm 2004 là 540 tỉ và chỉ 3 năm sau, năm 2007, nó đã lên đến 1.300 tỉ. Các khoản dư nợ khổng lồ đó đã cho thấy sự bùng nổ đầy bấp bênh của thị trường bất động sản Mỹ. Bong bóng bất động sản ngày càng phình to hơn, kéo theo hàng loạt các thương vụ cho vay dưới chuẩn, bất chấp quy tắc. Dấu hiệu đầu tiên của việc bong bóng bất động sản nổ vỡ là sự kiện tháng 8/2007 tập đoàn tài chính chuyên cho vay thế chấp địa ốc của Mỹ - Country Financial bị phá sản do nợ xấu (ngân hàng này sau đó được Bank of America mua lại với giá 4 tỷ USD vào tháng 1/2008). Tuy nhiên, dấu hiệu cảnh báo này dường như chưa đủ mạnh để khiến các nhà đầu tư và quản lý phải lưu ý. Nhiều ngân hàng tiếp tục không quan tâm tới khả năng chi trả của khách hàng.

Cho đến cuối quý III năm 2008, theo ước tính, có đến một nửa giá trị thị trường nhà đất tại Mỹ là tiền đi vay, trong đó có tới 1/3 là nợ xấu. Thị trường bất động sản bắt đầu đóng băng. Để cải thiện tình hình, các ngân hàng đã mua lại những hợp đồng thế chấp, biến đó thành tài sản để phát hành trái phiếu ra thị trường. Giải pháp này lúc đó đã được xem như một cứu cánh, thậm chí nhiều công ty bảo hiểm như AIG còn sẵn sàng ký tên bảo lãnh. Tuy nhiên, trái với mong muốn ban đầu là giảm rủi ro cho những khoản vay đầu tư vào bất động sản, phương án trên đã tạo ra sự sụp đổ dây chuyền, rủi ro bị đẩy lên cao hơn. Ngày 7/9/2008, sau những báo động về tình trạng cạn kiệt vốn của hai công ty Freddie Mac và Fannie Mae, Chính phủ Mỹ phải chi tới 200 tỉ USD để tiếp quản, tránh cho hai "đại gia" (hai công ty này sở hữu và bảo lãnh trên 5000 tỉ đô la bất động sản, tương đương gần 50% giá trị thị trường bất động sản Mỹ) chuyên cho vay cầm cố khỏi nguy cơ phá sản. Cuộc khủng hoảng bất động sản nhanh chóng làm suy yếu hệ thống tài chính - ngân hàng Mỹ và lan rộng ra toàn thế giới. Sự sụt giá trên thị trường bất động sản và các khoản đầu tư tài chính – bất động sản nhanh chóng làm hao hụt nguồn vốn và hạ thấp chỉ số tín dụng của các tập đoàn tài chính – ngân hàng. Chỉ tính đến tháng 7 năm 2008, các tập đoàn này đã báo mất trên 435 tỉ đô la. Hơn thế nữa, không còn một ai dám chắc về giá trị đích thực của các khoản đầu tư tài chính – bất động sản được ước tính là hàng ngàn tỉ đô la vẫn nằm trên sổ sách của các tập đoàn tài chính – ngân hàng.

Một tuần sau (ngày 15/9), tiếp đến Lehman Brothers, ngân hàng đầu tư lớn thứ 4 nước Mỹ phải tuyên bố phá sản sau gần 160 năm tồn tại. Sự kiện ngân hàng đầu tư Lehman Brothers mất hàng chục tỉ đô la giá trị cổ phiếu chỉ trong vài ngày không chỉ chấn động và làm đảo lộn thị trường tài chính Wall Street, mà nhanh chóng tạo nên cơn địa chấn toàn cầu, đẩy cuộc khủng hoảng lên tới đỉnh điểm mới. Nhiều công ty lớn, vốn từng là đối tác hoặc nhà đầu tư của Lehman Brothers, là những đối tượng đầu tiên chịu ảnh hưởng trực tiếp. Ngay sau khi Lehman Brothers tuyên bố phá sản, ba quỹ đầu tư vào thị trường tiền tệ - một loại hình quỹ đầu tư vốn được coi là an toàn gần như gửi tiết kiệm, tuyên bố không còn đủ vốn pháp định. Trong lịch sử 37 năm tồn tại của loại hình quỹ đầu tư này, chỉ duy nhất một quỹ từng rơi vào tình trạng tương tự vào năm 1994. Khả năng phá sản dây chuyền khiến các nhà đầu tư bán tháo cổ phiếu của American International Group (AIG), tập đoàn bảo hiểm lớn nhất thế giới, vì lo ngại AIG sẽ không cáng đáng nổi trách nhiệm của những khoản bảo hiểm phá sản. Chỉ trong vòng vài ngày, cổ phiếu của AIG đã mất tới 90% giá trị. Ngày 16/9, Chính phủ Mỹ cấp tốc bơm tới 85 tỉ USD vào AIG nhằm trấn an và tránh cho thị trường tài chính có một kết cục tồi tệ. Tuy vậy, cơn ác mộng vẫn chưa chấm dứt, 10 ngày tiếp theo, gã khổng lồ Washington Mutual đã ghi danh mình vào lịch sử với vụ phá sản ngân hàng có tổng giá trị tài sản thiệt hại lên tới 307 tỷ đôla. Ngoài ra, do khủng hoảng tài chính, ngân hàng đầu tư số một nước Mỹ, Merill Lynch cũng bị thâu tóm bởi Bank of America.

Nghiêm trọng hơn, nỗi lo sợ về khả năng vỡ nợ hàng loạt đã khiến các ngân hàng và công ty tài chính xiết chặt hầu bao, đẩy lãi suất ngân hàng và lãi suất liên ngân hàng tăng vọt từng giờ. Các nguồn cung về tài chính bỗng trở nên cạn kiệt, dẫn đến nguy cơ sụp đổ hoàn toàn của hệ thống tài chính và một cuộc khủng hoảng kinh tế toàn diện.

Cuối tháng 9, gần 30 ngàn doanh nghiệp Mỹ phá sản. Nhật Bản, EU rồi Nga công nhận suy thoái kinh tế. Tại Iceland, thị trường bất động sản tê liệt, các ngân hàng phá sản hàng loạt. Tại Hàn Quốc, đồng won mất giá tới hơn 40%. Tại Hungary, Ukraine tình trạng cũng tương tự…Các ngân hàng Trung ương của Mỹ, Nhật, EU, Anh đồng loạt cắt giảm lãi suất nhằm khơi thông dòng vốn. Nhiều quốc gia hối hả bơm tiền để đảm bảo tính thanh khoản cho hoạt động tài chính. Đầu tháng 10, Cục dự trữ Liên bang Mỹ quyết định tung khoản tiền khổng lồ 700 tỷ USD mua lại nợ xấu của các ngân hàng. Cũng trong tháng này, các quốc gia Châu Âu tiếp sức nhiều ngân hàng bằng gói giải pháp hỗ trợ kinh tế lên tới 2.300 tỷ USD…

Năm 2008, thị trường chứng khoán lao dốc từ đỉnh cao bởi những tác động tiêu cực liên tiếp từ các hoạt động kinh tế. Thị trường tiền tệ, các ngân hàng và doanh nghiệp đều gặp khó khăn, nhu cầu tiêu dùng sụt giảm cùng với sự đóng băng của thị trường bất động sản… những khó khăn chung này đẩy thị trường chứng khoán thế giới và Việt Nam sụt giảm xuống mức thấp nhất trong 5 năm trở lại đây. Tại Mỹ, chỉ số Dow Jones hạ từ mức đỉnh cao nhất 14.164,53 điểm ngày 9/10/2007 xuống dưới 8.000 điểm vào ngày 20/11. Tại Việt Nam, VN-Index tuột dốc từ mức trên 1.100 điểm hồi tháng 10/2007 xuống còn dưới 300 điểm vào đầu tháng 12/2008.

➢ *Nguyên nhân trực tiếp*

Sẽ phải cần tới các nghiên cứu phân tích sâu sắc và toàn diện của nhiều chuyên gia nhằm tìm hiểu căn nguyên sâu xa của khủng hoảng. Tuy nhiên có thể thấy rõ một nguyên nhân trực tiếp dẫn đến khủng hoảng là những yêu cầu của pháp luật về *sự minh bạch hóa* và *năng lực kiểm tra, giám sát của các cơ quan nhà nước* đã không bắt kịp với những biến đổi sâu rộng của thị trường trong hơn hai mươi năm qua.

Kể từ thập niên 1980, thị trường tài chính Mỹ và thế giới đã nhanh chóng phát triển các công cụ chứng khoán phái sinh và mở rộng hoạt động chứng khoán hóa các khoản nợ và đầu tư. Chứng khoán phái sinh và chứng khoán hóa, mặc dù giúp tăng nguồn tài chính và phân tán rủi ro, đã dẫn đến việc giá cả của trái phiếu và cổ phiếu ngày càng xa rời giá trị đích thực của tài sản bảo đảm.

Không một cơ quan nhà nước, đơn vị kiểm toán hay phân tích tín dụng và tài chính có đủ thông tin và khả năng nhìn xuyên qua lớp các thao tác chứng khoán để có thể đánh giá chính xác giá trị và độ rủi ro của các khoản đầu tư và tài sản nằm trên sổ sách của các công ty tài chính và ngân hàng. Thêm vào đó nhiều thao tác này lại được che đậy qua hoạt động đầu cơ của các quỹ đầu tư (hedge funds), một loại hình quỹ đầu tư nắm giữ tới gần 3000 tỉ đô la giá trị tài sản nhưng không hề phải cáo bạch tài sản với công chúng và gần như không chịu sự giám sát của bất kì một cơ quan nhà nước nào.

Ngoài ra, những nới lỏng của pháp luật bắt đầu từ thập niên 1980, chẳng hạn như, việc hủy bỏ đạo luật Glass-Steagal ở Mỹ vốn tách biệt ngân hàng thương mại chuyên thực hiện những hoạt động cho vay an toàn với ngân hàng đầu tư chuyên thực hiện những nghiệp vụ đầu tư rủi ro cao, đã góp phần khuyến khích những hoạt động đầu cơ và tạo điều kiện cho xung đột lợi ích phát triển. Chính môi trường thiếu minh bạch và thiếu giám sát đã thổi bùng lên bong bóng đầu cơ bất động sản.

3.5.1.3. Quản trị rủi ro (Risk Management)

Khi xảy ra tổn thất do rủi ro tài chính, thiệt hại là rất lớn và có tính lan truyền như hiệu ứng đomino. Bởi vậy các định chế tài chính và cơ quan quản lý cần phải phòng ngừa tổn thất thông qua quá trình:

- *Nhận diện rủi ro* (Risk Assessing): phát hiện, nhận biết các loại rủi ro phải đối mặt, nguồn gốc, nhân tố nảy sinh rủi ro và mối liên hệ giữa các loại rủi ro.
- *Đo lường, đánh giá, cảnh báo sớm (Risk Measurment, Early Warning)* về nguy cơ các loại rủi ro.
- *Xử lý, phòng hộ rủi ro để:*
    - hóa giải rủi ro (Cancel Risk);
    - giảm thiểu rủi ro;
    - hoán chuyển rủi ro;
    - ước lượng tổn thất để lập quỹ dự phòng rủi ro.

Quá trình thực hiện các công việc trên gọi là "*Quản trị rủi ro*".

Phương pháp (Mô hình) "*Giá trị rủi ro*" - Phương pháp VaR - (*Value at Risk*) là một trong những phương pháp *quản trị rủi ro thị trường* của tài sản, danh mục.

3.5.2. Phương pháp (mô hình) VaR trong quản trị rủi ro

Sau sự kiện "Ngày thứ hai đen tối", năm 1988 tổ chức " Ngân hàng thanh toán quốc tế" – BIS (Bank for International Settlement) công bố "hiệp định Basel 1" (Basle Accord I), năm 1996 có bổ sung gọi là "hiệp định Basel 2" trong đó quy định: các tổ chức tài chính ngân hàng và phi ngân hàng phải lập quỹ dự phòng (phòng hộ rủi ro tín dụng) với quy mô tối thiểu bằng 8% vốn an toàn (vốn điều chỉnh rủi ro). Tỷ lệ 8% gọi là tỷ số Cook (Cook Ratio). Tỷ lệ 8% có thể là cao hoặc thấp đối với các ngân hàng cũng như các tài sản khác nhau (Tài sản Có và Nợ, cấu trúc tài sản…). Để thiết lập quỹ dự phòng chính xác các ngân hàng và nhà đầu tư phải ước tính được tổn thất của tài sản hoặc danh mục đang nắm giữ do rủi ro thị trường. Do đó VaR được khuyến nghị sử dụng. Tổ chức tài chính đầu tiên sử dụng phương pháp VaR là Ngân hàng JPMorgan (Mỹ, 1994).

3.5.2.1. Khái niệm và mô hình VaR

a. Khái niệm VaR

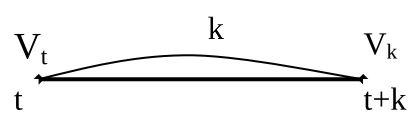
VaR của danh mục hoặc tài sản thể hiện mức độ *tổn thất* có thể xảy ra trong một khoảng thời gian nhất định với mức độ tin cậy nhất định.

Xác định VaR sẽ giúp cho các nhà hoạch định chính sách quản lý tốt hơn hoạt động thị trường, còn các nhà đầu tư, tổ chức tài chính ước tính được nguy cơ tổn thất tài chính của họ.

b. Mô hình VaR lý thuyết

- *Dẫn xuất mô hình*

Cho V_t, V_k là giá trị danh mục P (hoặc lượng tài sản) tại thời điểm hiện tại t và tương lai (t + k); k gọi là độ dài chu kỳ



Ký hiệu $\Delta V(k) = V_k - V_t$, như vậy $\Delta V(k)$ đo lường sự thay đổi giá trị của danh mục P. $\Delta V(k)$ gọi là *hàm lỗ - lãi* (Profit&Loss – P&L(k)) k chu kỳ của danh mục.

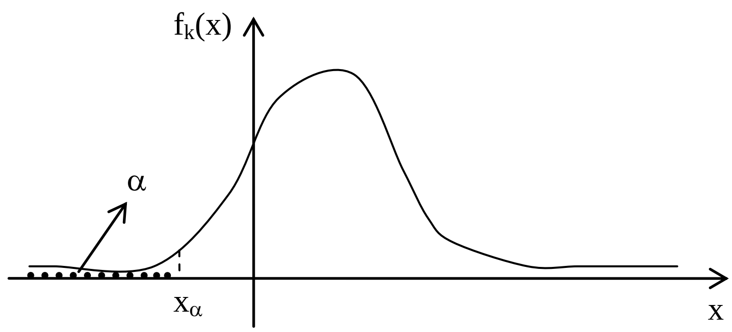
Nhà đầu tư ở vị thế "trường" đối với P sau chu kỳ k nếu $\Delta V(k) < 0$ (P&L(k) < 0) sẽ bị tổn thất.

Nhà đầu tư ở vị thế "đoản" đối với P sau chu kỳ k nếu $\Delta V(k) > 0$ ($P\&L(k) > 0$) sẽ bị tổn thất.

V_k là biến ngẫu nhiên nên P&L(k) cũng là biến ngẫu nhiên. Gọi $F_k(x)$ là hàm phân bố xác suất của P&L(k) và cho $0 < \alpha < 1$. Khi đó ta có $\Pr(P\&L(k) \le x_\alpha) = \alpha$ và giá trị x_α gọi là "*phân vị mức α*" của hàm phân bố F_k. Với α khá nhỏ thì $x_\alpha < 0$ do đó $P\&L(k) < 0$ tức là nhà đầu tư trường vị sẽ bị tổn thất. Xét $\Pr(P\&L(k) \ge x_\alpha)$, ta có

$$\Pr(P\&L(k) \ge x_\alpha) = 1 - \Pr(P\&L(k) \le x_\alpha) = 1 - \alpha;$$

do đó, với α khá nhỏ thì $P\&L(k) > 0$ tức là nhà đầu tư đoản vị sẽ bị tổn thất.



Hình 3.19

Mô hình VaR

VaR của một danh mục (hoặc của một lượng tài sản) với chu kỳ k (đơn vị thời gian) và độ tin cậy $(1 - \alpha)100\%$ là phân vị mức α của hàm $F_k(x)$. Ta sẽ ký hiệu đại lượng này là VaR(k, α) và dấu âm của VaR biểu thị tổn thất (thua lỗ).

Như vậy ta có

$$\Pr(P\&L(k) \le \mathrm{VaR}(k, \alpha)) = \alpha.$$

Từ đây suy ra ý nghĩa của VaR(k, α): nhà đầu tư nắm giữ danh mục P sau chu kỳ k, với độ tin cậy $(1 - \alpha)100\%$, khả năng tổn thất một khoản sẽ bằng $|\mathrm{VaR}(k, \alpha)|$ trong điều kiện thị trường hoạt động bình thường.

Thí dụ 3.13: Ngân hàng JP Morgan trong báo cáo tài chính năm 1994 có công bố: VaR (1 ngày, 5%) là 15 triệu USD. Như vậy với xác suất 5%, trong một ngày toàn hệ thống của JP Morgan có khả năng thua lỗ là 15 triệu USD.

Chú ý:

- Ta có thể áp dụng cách tính VaR trong trường hợp "đoản vị" bằng cách sử dụng hàm phân bố xác suất của – P&L(k).
- Độ chính xác của ước lượng VaR phụ thuộc vào các yếu tố:
  - giá trị hiện tại của danh mục;
  - mức độ tin cậy định trước (α);
  - chu kỳ tính (k);
  - số liệu và phương pháp sử dụng để tính.
- Trong thực tế, theo tiêu chuẩn quốc tế:
  - Nếu chu kỳ tính k = 1 ngày thì α = 1% hoặc 5%.
  - Nếu chu kỳ tính k = 10 ngày thì α = 1%.
- Ta có lợi suất danh mục trong chu kỳ k:

$$r_t = \frac{P\&L(k)}{V_t} \text{ suy ra } P\&L(k) = r_t V_t .$$

Do V_t đã biết nên để tính VaR của danh mục ta cần tính VaR của lợi suất r_t.

3.5.2.2. Mô hình VaR trong thực hành

Trong thực tế các mô hình VaR đều được tính theo chu kỳ ngày (1, 10 ngày).

a. Mô hình VaR tham số

Mô hình VaR sử dụng phổ biến đối với lợi suất thường giả định lợi suất danh mục (hoặc tài sản) có phân phối chuẩn do đó chỉ cần sử dụng hai tham số: kỳ vọng (μ) và độ lệch chuẩn (σ) (hoặc sử dụng các ước lượng của chúng) đã có thể tính được VaR. Vì lý do trên mô hình trong trường hợp này gọi là "mô hình VaR tham số".

Mô hình VaR đối với lợi suất và tài sản

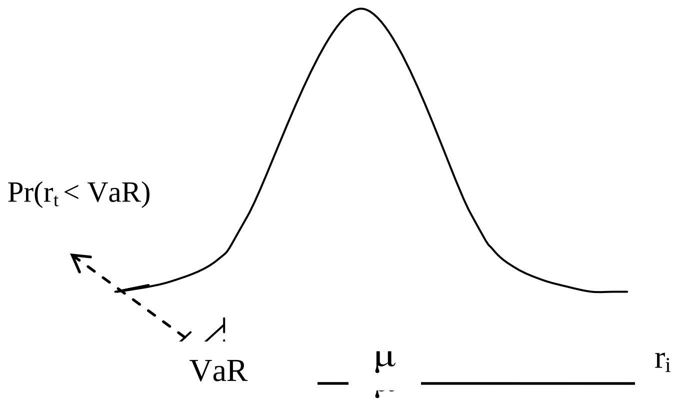
Giả thiết: Chuỗi lợi suất (theo ngày) của tài sản: r_t là chuỗi dừng và có phân bố chuẩn.

Như vậy $r_t \sim N(\mu, \sigma^2)$ suy ra $\frac{r_t - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$. Ta có công thức tính VaR:

$$\text{VaR}(1 \text{ ngày}, (1-\alpha)100\%) = \mu + N^{-1}(\alpha)\sigma \qquad (3.91)$$

Chú ý: với α: 1%, 2,5%, 5% ta có: $N^{-1}(0{,}01) = -2{,}33$; $N^{-1}(0{,}025) = -1{,}96$; $N^{-1}(0{,}05) = -1{,}65$.

Ta có hình 3.20 minh họa.



Hình 3.20

Thí dụ 3.14: Nhà đầu tư nắm giữ một khối lượng cổ phiếu A có giá trị hiện tại V_t = 100 triệu đồng, lợi suất (1 ngày) có phân bố chuẩn $r_t \sim N(\mu,\sigma^2)$ với σ = 3%. Với mức ý nghĩa α = 5% hãy tính VaR của lượng cổ phiếu A và giải thích ý nghĩa.

Giải: Lợi suất trong 1 ngày thường khá nhỏ nên ta sẽ giả định μ = 0. Ta có theo (3.91) VaR của lợi suất: VaR (1 ngày, 5%) = -1,64*0,03 = -0,0492. Suy ra VaR của danh mục:

VaR(1 ngày,V_t, 5%) = $VaR_{\text{Lợi suất}}$(1 ngày, 5%)*V_t = (- 0,0492)*100 = - 4,92 (triệu đồng).

Vậy sau một ngày với xác suất 5%, khả năng nhà đầu tư có thể lỗ là 4,9 triệu.

Mô hình VaR đối với danh mục

Cho danh mục P: (w_1, w_2, ..., w_N) với lợi suất các tài sản trong danh mục $r_i \sim N(\mu,\sigma_i^2)$ với i = 1÷N. Ta đã biết: $r_P = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w}_i . r_i$; $\overline{r_P} = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w}_i . \overline{r_i}$; $\sigma_P^2 = \mathrm{W'.V.W}$ vì vậy lợi suất của danh mục $r_P \sim N(\overline{r_P},\sigma_P^2)$. Từ đây tương tự như cách tính đối với tài sản ta tính được VaR của danh mục.

Chú ý

Nếu xét danh mục P dưới dạng giá trị (Cash Portfolio): P: x = (x_1, x_2,…,x_N) với x_i: khoản tiền đầu tư vào tài sản i, khi đó P&L(k) sẽ là:

$$P\&L(k)=\sum_{i=1}^{N} r_i x_i$$

Với giả thiết lợi suất các tài sản trong danh mục $r_i \sim N(\mu,\sigma_i^2)$; i = 1 ÷ N, suy ra:

$$P\&L(k) \sim N(\mu_{P\&L},\sigma^2_{P\&L})$$

trong đó $\mu_{P\&L}=\sum_{i=1}^{N} x_i\bar{r}_i;\ \sigma^2_{P\&L}=x'Vx$.

Ta có công thức tính VaR:

$$\text{VaR (1 ngày, } (1-\alpha)100\%) = \mu_{P\&L} + N^{-1}(\alpha)\sigma_{P\&L} = \mu_{P\&L} + N^{-1}(\alpha)^*\, (x'Vx)^{1/2} \quad (3.92)$$

Với chu kỳ 1 ngày, đại lượng $\mu_{P\&L}$ khá nhỏ nên trong thực tế có thể bỏ qua. Khi này công thức tính VaR sẽ là:

$$\text{VaR (1 ngày, } (1-\alpha)100\%) = N^{-1}(\alpha)^*\, (x'Vx)^{1/2} \quad (3.93)$$

Vì có liên quan tới ma trận hiệp phương sai V nên công thức (mô hình) (3.93) còn gọi là *Mô hình Covariance VaR*. Đối với danh mục ngoài các tham số μ, σ còn phải ước lượng ma trận hiệp phương sai V. Các phương pháp ước lượng khác nhau tạo ra mô hình VaR khác nhau về tên gọi.

Các mô hình VaR ở trên gọi là mô hình VaR đơn giản (Simple VaR) do giả thiết lợi suất có phân phối chuẩn. Trong thực tế có thể có các tài sản mà lợi suất r không có phân phối chuẩn, có thể là phân phối có "đuôi dầy" chẳng hạn *phân phối T- Student chuẩn hoá* với s bậc tự do (ký hiệu là $T^{*(s)}$). Nhiều bằng chứng thực nghiệm cho thấy số bậc tự do s chỉ trong khoảng từ 3 đến 6. Nếu $t_\alpha^{(s)}$ là phân vị mức α của phân phối T- Student (thông thường) với s bậc tự do (có thể tra từ bảng số hoặc phần mềm thống kê), tức là:

$$\Pr(T^{(s)} < t_\alpha^{(s)}) = \alpha$$

khi đó:

$$\Pr(T^{(s)} < t_\alpha^{(s)}) = \Pr\left(\frac{T^{(s)}}{\sqrt{s/(s-2)}} < \frac{t_\alpha^{(s)}}{\sqrt{s/(s-2)}}\right) = \Pr\left(T^{*(s)} < \frac{t_\alpha^{(s)}}{\sqrt{s/(s-2)}}\right) = \alpha$$

với $T^{*(s)} = \dfrac{T^{(s)}}{\sqrt{s/(s-2)}}$ là phân phối T- Student chuẩn hoá với s bậc tự do. Như vậy ta có thể tính được phân vị mức α của phân phối T- Student chuẩn hoá với s bậc tự do:

$$t_\alpha^{*(s)} = \frac{t_\alpha^{(s)}}{\sqrt{s/(s-2)}}$$

Ta có công thức tính VaR:

$$\text{VaR (1 ngày, } (1-\alpha)100\% \text{)} = \mu + t_{\alpha}^{*(s)}\,\sigma \qquad (3.91')$$

b. Mô hình kinh tế lượng ước lượng VaR - Mô hình ARMA(m, n) và GARCH(p,q)

Trong thực tế để ước lượng các tham số μ_t, σ_t trong công thức VaR ta phải sử dụng các chuỗi thời gian của lợi suất $\{r_t\}$. Theo thời gian, có thể chuỗi lợi suất r_t không dừng, đặc biệt là phương sai không thuần nhất. Khi đó ta phải xét lợi suất r_t với điều kiện biết các thông tin tới thời điểm $(t-1)$, nói cách khác ta phải xét chuỗi $\{r_t\}$ có điều kiện: $(r_t/\mathcal{F}_{t-1})$, $\mathcal{F}_{t-1}$: tập thông tin liên quan tới r_t có được tới thời điểm $(t-1)$. Thông thường $\mathcal{F}_{t-1}$ bao gồm số liệu về r, thông tin về σ^2 trong quá khứ và thông tin về mối liên hệ giữa μ_t, σ^2_t với quá khứ. Kinh nghiệm thực tế cho thấy với việc lựa chọn các tham số p, q, m, n phù hợp, lớp mô hình kinh tế lượng ARMA(m, n) mô tả lợi suất r_t, mô hình GARCH(p, q) mô tả phương sai σ^2_t tỏ ra đáng tin cậy. Mô hình chuỗi $\{r_t\}$ có điều kiện: $(r_t/\mathcal{F}_{t-1})$ dạng ARMA(p, q) và GARCH(p, q) như sau:

$$r_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^{m}\phi_i r_{t-i} + u_t + \sum_{i=1}^{n}\theta_i u_{t-i} \qquad (3.94)$$

$$u_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{p}\alpha_j u_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^{q}\beta_j \sigma_{t-j}^2 \qquad (3.95)$$

với ε_t ~IIDN$(0,\sigma^2)$. Trong kinh tế lượng (3.94) gọi là “*phương trình kỳ vọng*”, (3.95) là “*phương trình phương sai*”.

Sau khi ước lượng các phương trình (3.94) và (3.95) (có thể sử dụng phần mềm Eview) ta dự báo 1-bước (1- Step) (dự báo 1 ngày nếu số liệu sử dụng để ước lượng theo ngày) các giá trị $\hat{r}$, $\hat{\sigma}^2$ và suy ra $\hat{\sigma}$. Ta có công thức ước lượng VaR:

Nếu ε_t ~IIDN(0,1), tức là $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ ta có:

$$\text{VaR (1 ngày, (1- } \alpha)100\% \text{)} = \hat{r} + N^{-1}(\alpha) * \hat{\sigma}\,. \qquad (3.96)$$

Nếu ε_t ~IIDT*(0,1), tức là ε_t có phân phối T- Student chuẩn hoá với s bậc tự do ta có:

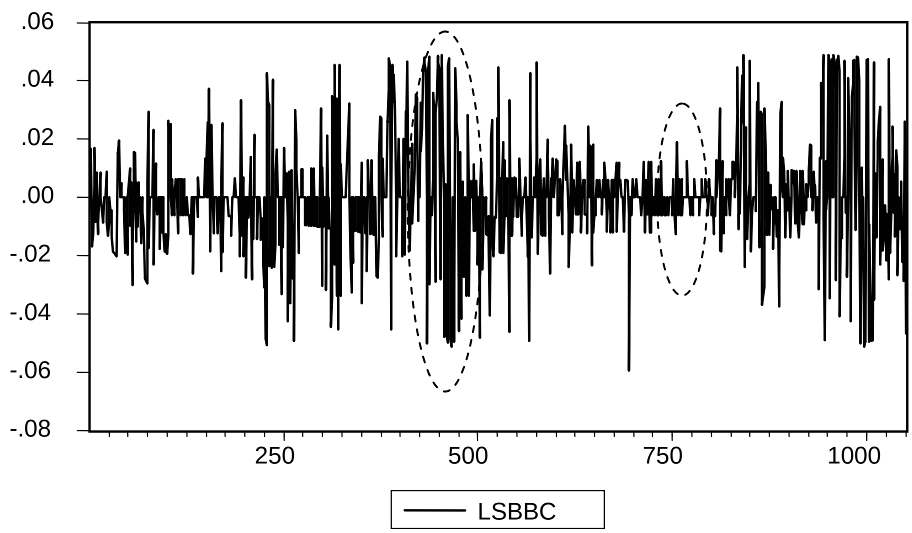
$$\text{VaR(1 ngày, (1- } \alpha)100\% \text{)} = \hat{r} + t_{\alpha}^{*(s)} * \hat{\sigma}\,. \qquad (3.97)$$

Chú ý nếu muốn ước lượng VaR k ngày thì chỉ cần thay các ước lượng $\hat{r}$, $\hat{\sigma}$ trong (3.96), (3.97) bằng các dự báo k - bước.

Trong thực tế thường áp dụng mô hình GARCH(1, 1), GARCH(1, 2), GARCH(2, 1) cho phương trình phương sai (3.95). Ngoài ra có thể sử dụng một số dạng khác của GARCH: I_GA RCH, M_GA RCH, E_GARCH, T_GA RCH.

Nội dung chi tiết về định dạng và ước lượng mô hình GARCH độc giả có thể tìm hiểu trong môn học "chuỗi thời gian trong tài chính".

Thí dụ 3.15: Sử dụng số liệu giá đóng cửa sau mỗi phiên của cổ phiếu BBC trên sàn HOSE từ ngày 2/5/2002 đến 31/7/2006 (Nguồn: Website: VnDirect.com) gồm 1057 quan sát, tính lợi suất (LSBBC) và vẽ đồ thị ta có hình 3.21 minh hoạ dưới đây.



Hình 3.21

Trực quan có thể thấy độ dao động (phương sai) của cổ phiếu BBC trong giai đoạn trên thay đổi theo thời gian vì vậy sử dụng mô hình GARCH là phù hợp. Ta sẽ ước lượng mô hình GARCH(1, 1) đối với LSBBC. Trước tiên ta cần định dạng phương trình kỳ vọng (3.94). Kiểm định tính dừng của chuỗi LSBBC:

ADF Test Statistic	-11.84720	1% Critical Value*	-2.5677
		5% Critical Value	-1.9397
		10% Critical Value	-1.6158

Augmented Dickey-Fuller Test Equation

Dependent Variable: D(LSBBC)

Method: Least Squares

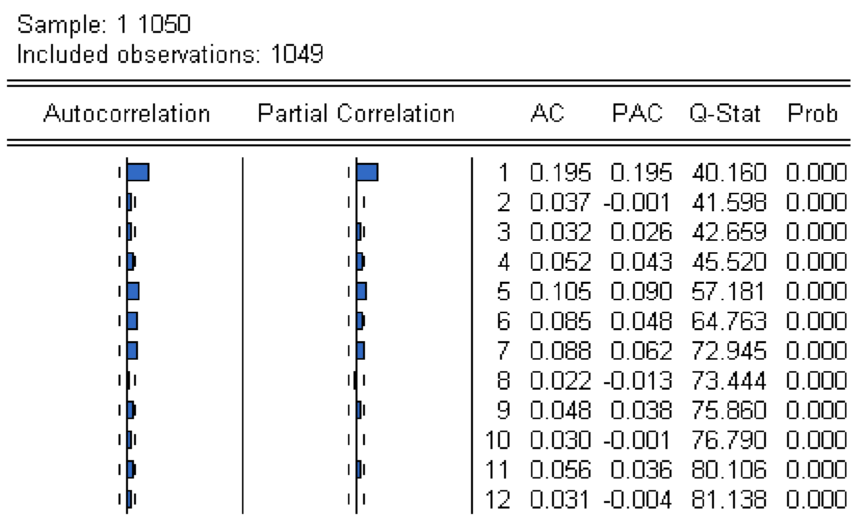
Sample(adjusted): 7 1050

Included observations: 1044 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LSBBC(-1)	-0.679369	0.057344	-11.84720	0.0000
D(LSBBC(-1))	-0.128238	0.052949	-2.421908	0.0156
D(LSBBC(-2))	-0.136396	0.047007	-2.901626	0.0038
D(LSBBC(-3))	-0.116288	0.039737	-2.926459	0.0035
D(LSBBC(-4))	-0.091686	0.031077	-2.950269	0.0032
R-squared	0.406646	Mean dependent var		-4.89E-05
Adjusted R-squared	0.404361	S.D. dependent var		0.023782
S.E. of regression	0.018355	Akaike info criterion		-5.153091
Sum squared resid	0.350031	Schwarz criterion		-5.129381
Log likelihood	2694.914	Durbin-Watson stat		2.001010

Từ kết quả trên có thể thấy chuỗi LSBBC là chuỗi dừng.

Ta có lược đồ tự tương quan của chuỗi LSBBC trên hình 3.22:



Sample: 1 1050
Included observations: 1049

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.195	0.195	40.160	0.000
		2	0.037	-0.001	41.598	0.000
		3	0.032	0.026	42.659	0.000
		4	0.052	0.043	45.520	0.000
		5	0.105	0.090	57.181	0.000
		6	0.085	0.048	64.763	0.000
		7	0.088	0.062	72.945	0.000
		8	0.022	-0.013	73.444	0.000
		9	0.048	0.038	75.860	0.000
		10	0.030	-0.001	76.790	0.000
		11	0.056	0.036	80.106	0.000
		12	0.031	-0.004	81.138	0.000

Hình 3.22

Từ lược đồ tự tương quan ta có thể thấy cả AFC và PAFC sau trễ 1 kỳ đều bằng 0 do đó phương trình kỳ vọng (3.94) đối với LSBBC được định dạng là AR(1):

$$LSBBC_t = \phi_0 + \phi_1 LSBBC_{t-1} + u_t \qquad (3.98)$$

Phương trình phương sai (3.95) đối với LSBBC định dạng là:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \tag{3.99}$$

Thực hiện ước lượng các phương trình (3.98), (3.99) trên Eviews ta được:

Dependent Variable: LSBBC Method: ML - ARCH (Marquardt) Sample(adjusted): 3 1050 Included observations: 1048 after adjusting endpoints Convergence achieved after 18 iterations				
	Coefficient	**Std. Error**	**z-Statistic**	**Prob.**
AR(1)	0.143198	0.035611	4.021148	0.0001
	Variance Equation			
C	1.59E-05	1.93E-06	8.242223	0.0000
ARCH(1)	0.276724	0.034694	7.976073	0.0000
GARCH(1)	0.699912	0.023200	30.16900	0.0000
R-squared	0.035417	Mean dependent var		0.000307
Adjusted R-squared	0.032645	S.D. dependent var		0.018760
S.E. of regression	0.018451	Akaike info criterion		-5.505925
Sum squared resid	0.355437	Schwarz criterion		-5.487014
Log likelihood	2889.105	Durbin-Watson stat		1.883467

Từ kết quả ước lượng ta được các phương trình:

$$LSBBC_t = 0{,}143198 * LSBBC_{t-1} + u_t \tag{3.98'}$$

$$\sigma_t^2 = 0{,}0000159 + 0{,}276724 u_{t-1}^2 + 0{,}699912 \sigma_{t-1}^2 \tag{3.99'}$$

Từ chuỗi ước lượng u_t và $\hat{\sigma}_t^2$ (trong Eviews cho phép ta có thể ghi các chuỗi giá trị ước lượng này) ta có $\hat{u}_{1050}$ = -0,050523 và $\hat{\sigma}_{1050}^2$ = 0,000533.

Thay $LSBBC_{1050}$ = -0,046792, $\hat{u}_{1050}$ = -0,050523 và $\hat{\sigma}_{1050}^2$ = 0,000533 vào (3.98'), (3.99') ta ước lượng được $LSBBC_{1051}$ và $\hat{\sigma}_{1051}^2$:

$LSBBC_{1051} = 0{,}143198*(-0{,}046792) = -0{,}0067$

$\hat{\sigma}_{1051}^2 = 0{,}0000159 + 0{,}276724*(-0{,}050523)^2 + 0{,}69912*0{,}000533 = 0{,}001095.$

Suy ra $\hat{\sigma}_{1051}$ = 0,033089.

Ngày 20/7/2006 giá cổ phiếu BBC là 35.000đ. Giả sử nhà đầu tư nắm giữ 10.000 cổ phiếu tương đương danh mục trị giá 350.000.000đ.

✓ Nếu LSBBC có phân phối chuẩn thì:

VaR(1 ngày, 95%) là:

$$350.000.000đ*(LSBBC_{1051} - 1,64*\hat{\sigma}_{1051}) = 350.000.000đ*(-0,0067 - 1,64*0,033089)$$

$$= -21.338.086đ.$$

✓ Nếu LSBBC có phân phối T chuẩn hoá 5 bậc tự do (tra bảng T ta có $t^{(5)}_{0,05}$= -2,015) thì:

VaR(1 ngày, 95%) là:

$$350.000.000đ*(LSBBC_{1051} - \frac{2,015}{\sqrt{5/3}}*\hat{\sigma}_{1051}) = 350.000.000đ*(-0,0067 - 1.5608*0,033089)$$

$$= -20.420.859đ.$$

Tương tự ta có thể tính VaR(1 ngày, 99%):

✓ Nếu LSBBC có phân phối chuẩn thì VaR (1 ngày, 99%) là: -29.329.080đ.

✓ Nếu LSBBC có phân phối T chuẩn hoá 5 bậc tự do (tra bảng T ta có $t^{(5)}_{0,01}$= -3,365) thì VaR (1 ngày, 99%) là: -32.531.474đ.

So sánh các giá trị trên ta thấy rõ đặc tính "đuôi dầy" của phân bố lợi suất đã làm tăng VaR khi ta tăng độ tin cậy.

Nếu bỏ qua hạng tử LSBBC (do quá nhỏ) thì VaR(1 ngày, 95%):

$$350.000.000đ*(-1,64*\hat{\sigma}_{1051}) = 350.000.000đ*(-1,64*0,033089) = -18.993.086đ.$$

Ngày 21/7/2006 giá BBC là 33.400đ, nhà đầu tư bị lỗ (P&L thực tế): 10.000 cổ phiếu*(35.000đ – 33.400đ) = 16.000.000đ. Như vậy P&L thực tế thấp hơn so với các ước lượng VaR.

c. Mô hình VaR - RiskMetrics™

Năm 1995, ngân hàng JP Morgan đã đưa ra phương pháp (mô hình) RiskMetrics™ để ước lượng VaR. Giả thiết cơ bản của phương pháp RiskMetrics™ là:

1. Chuỗi lợi suất r_t với điều kiện biết các thông tin tới thời điểm (t−1) có phân phối chuẩn:

$$(r_t/\mathcal{F}_{t-1}) \sim N(\mu_t, \sigma^2_t)$$

2. μ_t tuân theo mô hình ARMA(1,1).

3. σ^2_t tuân theo mô hình GARCH (1,1).

Tức là nếu đặt $u_t = r_t - \mu_t$ khi đó:

$$u_t = \sigma_t * \varepsilon_t \text{ với } \varepsilon_t \sim NID\ (0,1)$$

$$\sigma^2_t = \alpha + \beta\sigma^2_{t-1} + (1-\beta)\ u^2_{t-1}$$

Như vậy chuỗi r_t tuân theo mô hình IGARCH (1, 1). Trong thực tế tính toán, RiskMetrics^{TM} cho $\mu_t \approx 0$.

Chú ý:

- Từ phương trình phương sai (3.95) suy ra phương sai không điều kiện của nhiễu u_t:

$$\sigma^2(u_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{j=1}^{Max(p,q)} (\alpha_j + \beta_j)}$$

- Đối với mô hình VaR đơn giản và RiskMetrics^{TM} khi ước lượng được VaR (1 ngày, α) có thể suy ra VaR(k ngày, α) theo công thức dưới đây gọi là "*Quy tắc căn bậc hai theo thời gian*" (Square Root of Time Rule):

$$\text{VaR(k ngày, } \alpha) = \sqrt{k}\ \text{VaR(1 ngày,} \alpha). \qquad (3.100)$$

3.5.2.3. Mô hình VaR phi tham số

Trong trường hợp không biết phân bố xác suất của chuỗi lợi suất r_t, sử dụng số liệu quan sát của r_t và các phương pháp ước lượng trong kinh tế lượng hoặc bằng mô phỏng để:

- Ước lượng phân bố xác suất;
- Ước lượng phân vị.

Các mô hình ước lượng VaR theo cách này gọi chung là "*Mô hình VaR phi tham số*".

3.5.2.4. Hậu kiểm (Backtesting) mô hình VaR

Theo hiệp định Basle 2, năm 1996 BIS khuyến cáo các tổ chức tài chính có thể xây dựng các mô hình VaR riêng của mình để ước lượng P&L dùng trong quản lý rủi ro nhưng phải thường xuyên *hậu kiểm* tính chuẩn xác của mô hình. BIS quy định sử dụng số liệu thực tế của ít nhất 250 ngày gần nhất để thực hiện hậu kiểm đối với mô hình VaR với mức ý nghĩa (xác suất) α = 1%.

a. Cơ sở lý thuyết của hậu kiểm mô hình VaR

Sau khi xây dựng mô hình và công thức tính VaR(1ngày, α%) cho P&L của tài sản hoặc danh mục - ký hiệu: VaR(P&L), nếu VaR(P&L) chuẩn xác thì trung bình trong n ngày sẽ có khoảng [nα] ngày P&L thực tế vượt quá VaR(P&L) ([nα]: phần nguyên của nα).

Nếu coi số ngày mà P&L vượt VaR(P&L) trong n ngày là biến ngẫu nhiên X thì X ~ B(n,α). Khi đó ta có kỳ vọng của X: $\overline{X} = n\alpha$ và phương sai Var(X) = nα (1− α). Với n tương đối lớn (n > 30) ta có khoảng tin cậy với độ tin cậy (1−α)% cho kỳ vọng của X:

$$\left(n\alpha - z_{\alpha/2}\sqrt{n\alpha(1-\alpha)},\ n\alpha + z_{\alpha/2}\sqrt{n\alpha(1-\alpha)}\right) \qquad (3.101)$$

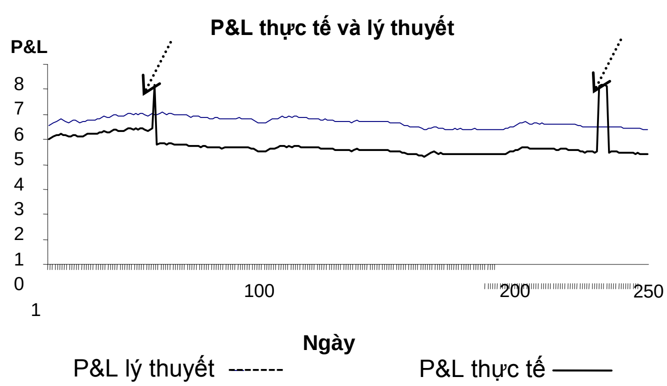
với $z_{\alpha/2}$: giá trị tới hạn mức α/2 của phân phối chuẩn hoá N(0,1).

b. Thực hiện hậu kiểm

Bước 1: Sử dụng công thức VaR(P&L) tính P&L từng ngày của tài sản (P&L lý thuyết theo VaR). Chú ý khi tính VaR(P&L) của từng ngày ta phải sử dụng giá trị thực tế của tài sản trong ngày trước đó.

Bước 2: Tính P&L thực tế của từng ngày.

Bước 3: So sánh P&L lý thuyết và thực tế của từng ngày để tìm số ngày có P&L thực tế (P&L âm: ngày lỗ) vượt quá P&L lý thuyết. Ta có hình 3.23 minh hoạ. Nếu số này không vượt quá cận trên trong (3.101) thì mô hình có thể coi là chuẩn xác với độ tin cậy (1− α)%.



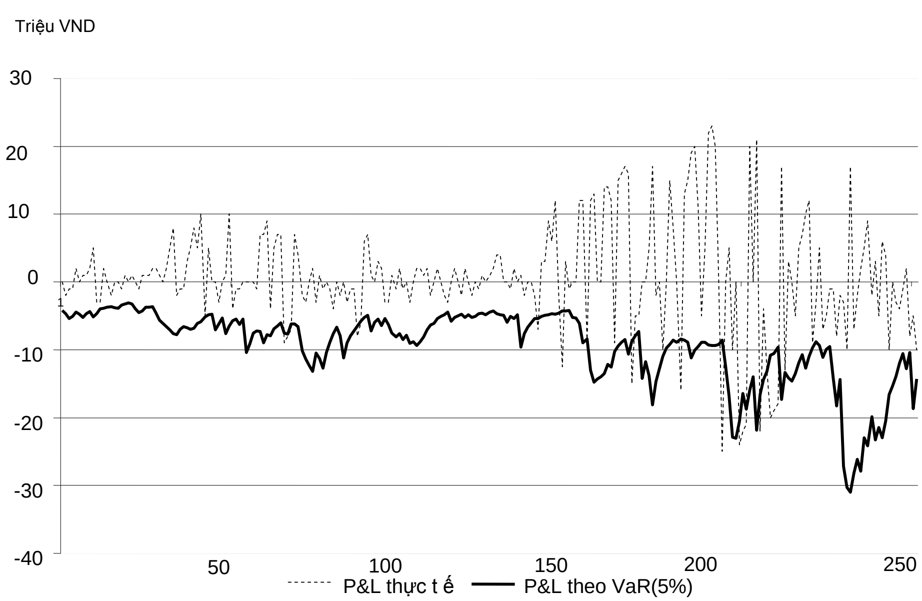
Hình 3.23

Theo quy định của BIS: n = 250, α = 1%, số ngày P&L thực tế lớn hơn P&L lý thuyết không quá 5 thì mô hình được xem là chuẩn xác. Nếu α = 5% thì con số trên là 19.

Thí dụ 3.15 *(tiếp theo Thí dụ 3.14)*: Hậu kiểm cho mô hình VaR(1 ngày, 5%) của cổ phiếu BBC với mẫu từ ngày 22/7/2005 đến 24/7/2006 gồm 250 phiên ứng với các quan sát có thứ tự 803 đến 1052 ta được kết quả:

Ngày	P&L thực tế	VaR(5%)
7/22/2005	0	-2820059
7/25/2005	-2000000	-3370514
7/26/2005	-1000000	-3906340
7/27/2005	-1000000	-3685949
7/28/2005	2000000	-3074461
……..	……..	………
7/20/2006	9000000	-11195663
7/21/2006	-16000000	-9410970
7/24/2006	-16000000	-8520873

Ta có hình 3.24 minh hoạ.



Hình 3.24. Đồ thị P&L thực tế và ước lượng theo VaR của cổ phiếu BBC.

Ta có trong số 250 phiên trên có 22 phiên P&L thực tế cao hơn P&L theo VaR. Với số ngày giới hạn là 19, ta cũng có thể xem ước lượng VaR theo mô hình trên là chấp nhận được.

TÓM TẮT NỘI DUNG

Trong chương này chúng ta đã tìm hiểu các khái niệm và nguyên lý cơ bản của thị trường tài chính. Đây là các kiến thức nền tảng giúp người học tiếp cận những kiến thức xuyên xuốt cả giáo trình.

TỪ KHÓA

Tiếng Việt	**Tiếng Anh**
Thị trường tài chính	Financial market
Tài sản cơ sở	Underling asset
Tài sản phái sinh	Derivative
Quyền chọn	Option
Hợp đồng tương lai	Future
Danh mục đầu tư	Portfolio
Cơ lợi	Arbitrage

CÂU HỎI

3.1. Những điểm thuận lợi của phương pháp mô hình so với các phương pháp khác trong nghiên cứu là gì?

3.2. Hãy kể ra một số hiện tượng trong cuộc sống hàng ngày mà ta có thể xem như biểu hiện của một số quy luật cơ bản trong hoạt động kinh tế - xã hội.

BÀI TẬP

3.1.Cho bảng phân phối xác suất lợi suất r_A, r_B của 2 tài sản A, B sau:

Xác suất của r_A	**Lợi suất r_A (%)**	**Xác suất của r_B**	**Lợi suất r_B (%)**
0,1	-10	0.2	2
0,4	5	0,5	3
0,3	10	0,2	4
0,2	12	0,1	30

a) Nếu phải đầu tư 100% vốn hoặc vào tài sản A hoặc vào tài sản B thì ta nên chọn loại nào?

b) Tài sản nào sẽ trội ngẫu nhiên cấp 2?

3.2. Cho ma trận hiệp phương sai của lợi suất của 3 loại tài sản:

$$\begin{bmatrix} 24 & -10 & 25 \\ -10 & 75 & 32 \\ 25 & 32 & 12 \end{bmatrix}$$

a) Tính phương sai của các danh mục đầu tư gồm 3 tài sản trên với tỷ trọng như nhau. Tính hiệp phương sai của các tài sản với danh mục.

b) Tính phương sai của các danh mục đầu tư gồm 3 tài sản trên với tỷ trọng: (10%, 80%, 10%) và (125%, -10%, -15%). Tính hiệp phương sai của các tài sản với danh mục.

c) Hãy điều chỉnh tự cân đối các danh mục trên để giảm rủi ro.

3.3.Giả sử danh mục đầu tư chỉ gồm 2 tài sản với lợi suất r_1 và r_2. Cho $E(r_1) = 0,03$, $E(r_2) = 0,08$, $Var(r_1) = 0,02$, $Var(r_2) = 0,05$, $Cov(r_1, r_2) = - 0,01$.

a) Với lợi suất kỳ vọng của danh mục cho trước, tỷ trọng của tài sản 1 trong danh mục là bao nhiêu để danh mục có mức rủi ro thấp nhất.

b) Nếu tỷ trọng của tài sản 1 trong danh mục là 50% thì lợi suất kỳ vọng và rủi ro của danh mục là bao nhiêu?

3.4. Cho $\overline{R}$ = (6%, 7%) và ma trận hiệp phương sai của lợi suất của 2 loại tài sản:

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$$

a) Hãy xác định danh mục MVP và các đặc trưng.

b) Hãy xác định 1 danh mục biên duyên và 1 danh mục hiệu quả.

3.5. Xét 2 cổ phiếu A, B với các số liệu:

Cổ phiếu	Lợi suất kỳ vọng/năm	Độ dao động/năm
A	20%	20%
B	15%	25%

và hệ số tương quan của A, B là -0,4.

a) Cho danh mục P: (60%, 40%), tính lợi suất kỳ vọng và dộ dao động của P. Nếu giá trị ban đầu của P là 100 triệu đồng, hãy tính VaR(1 ngày, 5%), VaR(10 ngày, 5%) của P và cho biết ý nghĩa (giả thiết rằng lợi suất phân phối chuẩn)

b) Xác định danh mục MVP và các đặc trưng.

c) Cho r_f = 4%, hãy xác định danh mục tiếp tuyến và CML.

d) Hãy xác định danh mục tối ưu cho khách hàng nếu lợi suất yêu cầu là 10%, 20%. Nếu giá trị tài sản ban đầu của khách hàng là 10.000.000đ, hãy tính VaR(1 ngày, 5%), VaR(10 ngày, 5%) của các danh mục này và cho biết ý nghĩa (giả thiết rằng lợi suất phân phối chuẩn). Hãy xác định tỷ trọng đầu tư vào A, B trong các danh mục tối ưu. Nếu lợi suất của tài sản phi rủi ro r_f : 5%, hãy viết phương trình CML.

3.6. Cho $\overline{R}$ = (5%, 6%, 7%) và ma trận hiệp phương sai V của lợi suất 3 loại tài sản:

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

a) Hãy xác định danh mục MVP và các đặc trưng.

b) Hãy xác định 1 danh mục biên duyên và 1 danh mục hiệu quả.

3.7. Cho ma trận hiệp phương sai V và V^{-1} của lợi suất 3 loại tài sản:

$$1)\ V = \begin{bmatrix} 0.030 & 0.002 & -0.001 \\ 0.002 & 0.060 & -0.005 \\ -0.001 & -0.005 & 0.050 \end{bmatrix} \quad V^{-1} = \begin{bmatrix} 33.4232 & -1.0673 & 0.5617 \\ -1.0673 & 16.8408 & 1.6627 \\ 0.5617 & 1.6627 & 20.1775 \end{bmatrix}$$

$$2)\ V = \begin{bmatrix} 0.030 & 0.002 & -0.003 \\ 0.002 & 0.060 & -0.005 \\ -0.003 & -0.005 & 0.050 \end{bmatrix} \quad V^{-1} = \begin{bmatrix} 33.5893 & -0.9597 & 1.9194 \\ -0.9597 & 16.8341 & 1.6258 \\ 1.9194 & 1.6258 & 20.277 \end{bmatrix}$$

Cho lợi suất kỳ vọng các tài sản: (10%, 8%, 12%). Cho các danh mục X = (1/3, 1/6, 1/2) và Y = (1/3, 1/3, 1/3)

a) Hãy tính lợi suất kỳ vọng và rủi ro của các danh mục trên.

b) Hãy tính hiệp phương sai của lợi suất các danh mục trên.

c) Hãy xác định biên hiệu quả.

3.8. Xét N tài sản rủi ro.

a) Giả thiết các tài sản có lợi suất phân bố độc lập, có cùng kỳ vọng và phương sai.

- Hãy xác định tỷ trọng các tài sản trong danh mục tối ưu.
- Cho P là danh mục bất kỳ, chứng minh rằng $\text{Cov}\left(r_P,\ r_{MVP}\right) = \sigma_{MVP}^2$.

b) Nếu N = 2, lợi suất các tài sản có cùng kỳ vọng, cùng phương sai và hệ số tương quan là ρ. Chứng minh rằng: MVP là danh mục: (50%, 50%) và không phụ thuộc vào ρ.

3.9. Xét mô hình SIM. Cho P là danh mục bất kỳ, ρ là hệ số tương quan của P và chỉ số I, S_P, S_I: chỉ số Sharpe của P, I, α_P : chỉ số Jensen của P. Chứng minh rằng: $S_P = (\alpha_P/\sigma_P) + \rho S_I$.

3.10. Sử dụng mô hình SIM với 100 quan sát và phương pháp OLS để ước lượng ta được các kết quả hồi quy sau:

$\overline{r_1} = 0{,}082 + 2{,}1r_I$ và RSS = 243;

$\overline{r_2} = 0{,}073 + 0{,}9r_I$ và RSS = 95; $\overline{r_3} = 0{,}065 + 1{,}7r_I$ và RSS = 156

$\text{Var}(r_I) \approx 1{,}7$

a) Hãy ước lượng ma trận hiệp phương sai của 3 tài sản.

b) Hãy tính rủi ro hệ thống, rủi ro riêng của các tài sản.

c) Cho danh mục P: (40%, -10%, 70%), hãy tính rủi ro hệ thống, rủi ro riêng của P.

3.11. Cho các số liệu về 2 tài sản rủi ro như ở bài 4 và lợi suất của tài sản phi rủi ro r_f : 5%.

a) Danh mục hiệu quả S có lợi suất kỳ vọng 10% sẽ có tổng rủi ro là bao nhiêu?

b) Hãy tính hệ số chấp nhận rủi ro của khách hàng nếu khách hàng chọn: 50% danh mục S và 50% tài sản phi rủi ro.

c) Hãy lập danh mục tối ưu cho khách hàng từ 2 tài sản rủi ro trên.

BÀI TẬP THỰC HÀNH

3.1. Sử dụng VN-Index, HNX-Index như các chỉ số thị trường trong mô hình SIM để ước lượng hệ số bêta của các cổ phiếu trên thị trường chứng khoán Việt Nam và cho nhận xét.

3.2. Phân nhóm các cổ phiếu trên thị trường chứng khoán Việt Nam: theo ngành, theo quy mô vốn hoá, theo độ lớn của hệ số bêta tính theo VN-Index, theo HNX-Index.

3.3.Trong mỗi nhóm cổ phiếu trên chọn từ 3 đến 5 loại cổ phiếu. Xác định biên hiệu quả ứng với các nhóm cổ phiếu này. Lập một số danh mục tối ưu (danh mục hiệu quả) với lợi suất yêu cầu cho trước.

3.4.Ước lượng mô hình SIM của các cổ phiếu thuộc nhóm xem xét và phân tích rủi ro của các cổ phiếu và danh mục. Sử dụng mô hình SIM của các cổ phiếu ước lượng ma trận hiệp phương sai.

3.5.Sử dụng kết quả của phần 2 và thuật toán EGP để xác định danh mục tiếp tuyến. Sử dụng lãi suất giao ngay cùng kỳ hạn là lãi suất phi rủi ro, hãy ước lượng CML của thị trường chứng khoán Việt Nam đối với từng nhóm cổ phiếu. Phân tích rủi ro của một số cổ phiếu trong mỗi nhóm. Hãy đánh giá việc thực thi danh mục tiếp tuyến với danh mục đối chứng là chỉ số VN – Index.

3.6.Ước lượng VaR(1 ngày, 1%), VaR(1 ngày, 5%) theo các mô hình VaR thực hành cho danh mục gồm 10.000 ngàn cổ phiếu đối với các cổ phiếu xét trong 3 và thực hiện hậu kiểm.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Carol Alexander (2001): *Market Models: A Guide to Financial Data Analysis* – John Wiley&Sons.
2. David Blake (2000): *Financial Markets Analysis* – John Wiley&Sons (Second Edition).
3. Avinash K. Dixit – Robert S. Pindyck (1994): *Investment under Uncertainty* – Princeton Univesity Press.
4. Frank J. Fabozzi (2000): *Fixed Income Analysis* – Frank J. Fabozzi Associates New Hope.
5. Eugene E. Famma (1965): *The Behavior of Stock Market Price* – Journal of Business – January.
6. Harry Markowitz (1959): *Portfolio Selection* – Yale Univessity Press.
7. Robert C. Merton (1990): *Continuous Finance* – Basil Blackwell.
8. Frank K. Reilly – Keith C. Brown (1997): *Investment Analysis and Portfolio Management* – The Dryden Press (5th Edition).
9. W. F. Sharpe – G. Alexander – J. Bailey (1995): *Investments* – Prentice – Hall.
10. Jame Tobin (1958): *Liquidity Preference as a Behavior toward Risk* – Review of Economic Studies.

CHƯƠNG 4
MÔ HÌNH ĐỊNH GIÁ TÀI SẢN VỐN (CAPM)

Mục đích

- Giới thiệu mô hình định giá tài sản vốn (Capital Asset Pricing Model - CAPM) – một mô hình kinh điển trong lý thuyết định gía tài sản tài chính.

Nội dung chính

- Trình bày những nội dung liên quan tới CAPM cả trên phương diện lý thuyết lẫn thực hành định giá tài sản.
- Giới thiệu phương pháp ước lượng và kiểm chứng CAPM.
- Đề cập việc mở rộng CAPM.

Yêu cầu

- Hiểu rõ và nắm vững mô hình CAPM.
- Bước đầu áp dụng CAPM đối với thị trường chứng khoán Việt Nam.

4.1 MÔ HÌNH ĐỊNH GIÁ TÀI SẢN VỐN

4.1.1. Đôi nét về lịch sử và vai trò của CAPM

4.1.1.1. Lịch sử ra đời CAPM

Năm 1964 trong bài báo "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk" (Journal of Finance – September 1964), William Sharpe lần đầu tiên đã giới thiệu mô hình định giá tài sản tài chính mà tác giả gọi là "Mô hình định giá tài sản vốn". Mô hình được xây dựng trên cơ sở áp dụng phương pháp "Phân tích trung bình – phương sai" của H.Markowitz kết hợp với điều kiện cân bằng thị trường tài chính. Bởi vậy có thể xem CAPM thuộc nhóm "mô hình cân bằng thị trường", một nhóm mô hình định giá khá quen thuộc, sử dụng rất phổ biến trong phân tích quá trình hình thành và diễn biến của giá cả nhiều hàng hóa khác.

Các nghiên cứu bổ sung, mở rộng của J. Mossin (1966), J. Lintner (1965, 1969) và F.Black (1972) đã tạo cho CAPM rất hoàn chỉnh về lý thuyết và được xem là mô hình "kinh điển" trong định giá tài sản.

4.1.1.2. Vai trò của CAPM

Mặc dù còn những tranh luận về khả năng áp dụng trong thực tế của CAPM tuy nhiên các nhà kinh tế đều thừa nhận sự xuất hiện của CAPM tạo bước ngoặt lớn trong nghiên cứu, phân tích thị trường tài chính bởi một số lý do sau:

- CAPM là mô hình phân tích và định giá tài sản tài chính xuất hiện đầu tiên với cơ sở lý thuyết khá hoàn chỉnh.
- CAPM mang tính logic cao, dễ sử dụng và kiểm chứng. Đặc biệt là không cần phải sử dụng quá nhiều kiến thức toán phức tạp vẫn có thể dẫn xuất mô hình.
- CAPM là mô hình cơ sở, dựa vào CAPM có thể xây dựng, phát triển các mô hình định giá và phân tích khác trong nhiều lĩnh vực quan trọng của thị trường tài chính cả ở tầm vi mô và vĩ mô (sử dụng CAPM để ước lượng chi phí vốn, phân tích cấu trúc vốn công ty, ngành, quốc gia).

Với đóng góp của mình trong đề xuất, phổ biến CAPM và một số lĩnh vực khác, năm 1990 W. Sharpe đã được nhận giải Nobel kinh tế (cùng với H.Markowitz và M.Miller).

4.1.2. Mô hình CAPM

4.1.2.1. Các giả thiết của mô hình

Giả sử ta xét hoạt động của thị trường tài chính với tất cả các tài sản (trong đó có tài sản phi rủi ro). Cho N là tổng số các tài sản rủi ro và ký hiệu các đặc trưng của tài sản (như trong chương 3):

- ✓ r_i : lợi suất của tài sản i;
- ✓ $\overline{r_i}$: lợi suất kỳ vọng của tài sản i;
- ✓ r_f: lãi suất phi rủi ro.

a. Giả thiết đối với các nhà đầu tư

- Các nhà đầu tư tham gia hoạt động trên thị trường là nhà đầu tư e ngại rủi ro;
- Mục tiêu của nhà đầu tư là tối đa hoá lợi ích kỳ vọng;
- Các nhà đầu tư đều là tác nhân cạnh tranh hoàn hảo trên thị trường (giá cả trên thị trường là yếu tố ngoại sinh đối với nhà đầu tư);
- Các nhà đầu tư đều đồng nhất trong việc đánh giá các thông tin, các chỉ số phản ánh hoạt động của thị trường. Từ đó, đồng nhất trong việc đánh giá lợi suất kỳ vọng cũng như độ dao động của lợi suất các tài sản tài chính trên thị trường. Nói cách khác đối với các nhà đầu tư đều có chung thông tin về các đặc trưng của tài sản (có chung r_i, $\overline{r_i}$, r_f và ma trận V).

b. Các giả thiết về thị trường và các tài sản trên thị trường

Giả thiết về thị trường

Thị trường là cạnh tranh hoàn hảo, cụ thể như sau:

- Mọi thông tin xuất hiện trên thị trường đều được cung cấp miễn phí cho tất cả các nhà đầu tư;
- Thị trường không có các hạn chế về khối lượng tài sản giao dịch, về điều kiện bán khống;

- Không có chi phí giao dịch tài sản cũng như không có thuế.

Đối với thị trường tài chính Việt Nam: Biểu hiện đầu về tính cạnh tranh hoàn hảo của thị trường có thể đáp ứng được nhưng hai biểu hiện sau dường như là không phù hợp lắm, vì ở thị trường nước ta vẫn còn hạn chế về khối lượng tài sản giao dịch, không cho phép bán khống và vẫn có chi phí giao dịch, thuế.

Giả thiết về tài sản

- Trên thị trường có tài sản rủi ro và tài sản phi rủi ro.
- Các tài sản có khối lượng cố định, có thể chia nhỏ khối lượng này tuỳ ý và mọi tài sản đều có thể giao dịch trên thị trường.
- Đối với các tài sản rủi ro, lợi suất của tài sản có phân bố chuẩn.

4.1.2.2. Dẫn xuất kết quả phân tích MV đối với toàn bộ thị trường

a. Sử dụng ký hiệu

Với N là tổng số tài sản rủi ro trên thị trường, tương tự như trong mục 3.2.2.2, ta sẽ ký hiệu:

- Vectơ " phần bù rủi ro" của các tài sản rủi ro:

$$\overline{r} - [r_f] = (\overline{r}_1 - r_f, \overline{r}_2 - r_f, ..., \overline{r}_N - r_f) \;. \tag{4.1}$$

- Danh mục tiếp tuyến T: $(w_1^T, w_2^T, ..., w_N^T)$
- Danh mục hiệu quả P: $(w_1^P, w_2^P, ..., w_N^P)$

b. Một số kết quả

Theo kết quả phân tích MV (theo (3.57), (3.61) và (3.63)) ta có:

- Nếu P là danh mục hiệu quả thì:

$$\overline{r_p} = r_f + \left(\frac{\overline{r_T} - r_f}{\sigma_T}\right)\sigma_p \;\;. \tag{4.2}$$

- Nếu i là tài sản, Q là danh mục thì:

$$\overline{r}_i = r_f + \beta_{iT}(\overline{r}_T - r_f) \tag{4.3}$$

$$\overline{r_Q} = r_f + \beta_{QT}(\overline{r}_T - r_f) \tag{4.4}$$

với

$$\beta_{iT} = \frac{Cov(r_i, r_T)}{\sigma_T^2} \text{ và } \beta_{QT} = \frac{Cov(r_Q, r_T)}{\sigma_T^2}.$$

4.1.2.3. Danh mục thị trường và tính hiệu quả

a. Danh mục thị trường (Market Portfolio)

Gọi V_i là tổng giá trị thị trường của tài sản i (V_i = thị giá của một đơn vị tài sản × tổng khối lượng tài sản), ta có $\sum_{i=1}^{N} V_i$ là tổng giá trị thị trường của toàn bộ tài sản rủi ro.

Ta định nghĩa vectơ M với các thành phần như sau:

$$w_i^M = \frac{V_i}{\sum_{i=1}^{N} V_i}, \ i = 1 \div N \quad (4.5)$$

Rõ ràng $w_i^M \geq 0, i = 1 \div N, \ \sum_{i=1}^{N} w_i^M = 1$ nên có thể coi M là một danh mục (danh mục chỉ gồm toàn các tài sản rủi ro với tỷ trọng của mỗi tài sản bằng tỷ trọng giá trị thị trường của tài sản này). Danh mục này gọi là "*danh mục thị trường*".

b. Cân bằng thị trường và tính hiệu quả của danh mục thị trường

Với điều kiện cân bằng thị trường tài chính (cân bằng cung – cầu tài sản) ta sẽ chứng minh M là danh mục hiệu quả.

Giả sử trên thị trường có K nhà đầu tư tham gia, nhà đầu tư thứ k có hàm lợi ích theo lợi suất tài sản là U_k. Tuỳ thuộc vào mức độ e ngại rủi ro của mỗi người, nhà đầu tư k sẽ lựa chọn danh mục P_k là danh mục đầu tư tương ứng với họ (P_k nằm trên biên hiệu quả). Danh mục này là điểm tiếp xúc giữa biên hiệu quả và đường mức lợi ích. Do P_k nằm trên biên hiệu quả nên P_k sẽ là tổ hợp lồi của danh mục F và T. Nhà đầu tư k sẽ đầu tư với tỷ trọng w^k vào danh mục T và $(1 – w^k)$ vào danh mục F.

Mặt khác, ta có danh mục tiếp tuyến T: $(w_1^T, w_2^T, ..., w_N^T)$ và theo (3.59) tỷ trọng đầu tư vào tài sản rủi ro i của nhà đầu tư k sẽ là $w^k w_i^T$ với i = 1÷N và k = 1÷K .

Kí hiệu V^k là tổng giá trị thị trường của tất cả các tài sản rủi ro, và V_i^k là tổng giá trị thị trường của tài sản rủi ro i mà nhà đầu tư k nắm giữ. Khi đó ta có:

$$V_i^k = w^k w_i^T V^k \text{ với i = 1÷N và k = 1÷K.} \quad (4.6)$$

Mặt khác, $\sum_{k=1}^{K} V_i^k$ là tổng giá trị của tài sản i do tất cả các nhà đầu tư nắm giữ và đây chính là "mức cầu" về tài sản rủi ro i trên thị trường. Theo (4.6) ta có:

$$\sum_{k=1}^{K} V_i^k = \sum_{k=1}^{K} w^k w_i^T V^k \quad \text{với } i = 1 \div N. \tag{4.7}$$

Mức cung tài sản i trên thị trường chính là V_i: tổng giá trị thị trường của tài sản i. Với điều kiện cân bằng của thị trường: Cung = Cầu ta có:

$$V_i = \sum_{k=1}^{K} w^k w_i^T V^k \quad \text{với } i = 1 \div N. \tag{4.8}$$

Mặt khác, từ (4.5) ta có:

$$w_i^M = \frac{V_i}{\sum_{i=1}^{N} V_i} = \frac{\sum_{k=1}^{K} w_k w_i^T V^k}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{K} w_k w_i^T V^k} \quad \text{với } i = 1 \div N.$$

Suy ra:

$$w_i^M = \frac{w_i^T \sum_{k=1}^{K} w_k V^k}{\sum_{i=1}^{N} w_i^T \sum_{k=1}^{K} w_k V^k} = \frac{w_i^T}{\sum_{i=1}^{N} w_i^T} = w_i^T \quad \text{với } i = 1 \div N.$$

Vậy danh mục M trùng với danh mục T. Do danh mục tiếp tuyến T là danh mục hiệu quả nên danh mục thị trường M cũng là danh mục hiệu quả.

4.1.2.4. Mô hình CAPM

Về hình thức, giống như kết quả phân tích của phương pháp Trung bình – Phương sai, sự khác biệt là ở chỗ ta xét tất cả các tài sản rủi ro chứ không phải chỉ xét một nhóm, đồng thời thay vai trò của danh mục T bằng một danh mục đặc biệt là danh mục thị trường M. CAPM cũng có hai đường biểu diễn là đường thị trường vốn và đường thị trường chứng khoán. Bởi vậy CAPM sẽ được mô tả bởi hai đường trên.

a. Đường thị trường vốn (CML)

- *Đường CML*

Vì ta xét toàn bộ tài sản rủi ro nên khi đề cập tới CML không cần phải nói tới CML tương ứng với nhóm tài sản nào. Ta có theo (4.2) CML có phương trình:

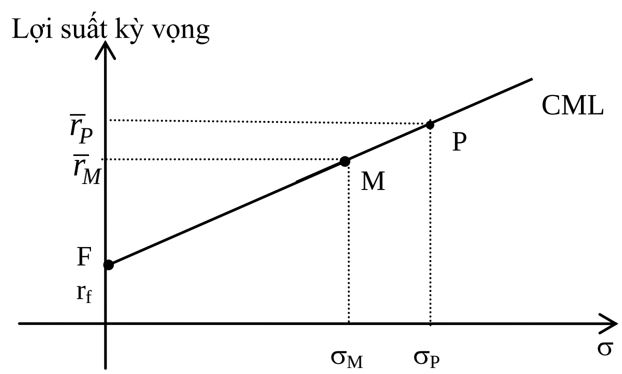
$$\overline{r}_P = r_f + \left(\frac{\overline{r}_M - r_f}{\sigma_M}\right)\sigma_P \qquad (4.9)$$

với P là danh mục hiệu quả. Ta có thể minh họa trên hình 4.1.

Phân tích đường CML

Ta có $\overline{r}_P - r_f$: "phần bù rủi ro" của danh mục P, $\overline{r}_M - r_f$: "phần bù rủi ro" của danh mục thị trường M. Vì M bao gồm tất cả tài sản rủi ro có trên thị trường nên $\overline{r}_M - r_f$ thường gọi là "phần bù rủi ro" thị trường và σ_M gọi là rủi ro thị trường. Hơn nữa các đại lượng này được xác định trong điều kiện cân bằng thị trường nên sẽ được các nhà đầu tư chấp nhận. Với ý nghĩa này có thể xem đại lượng $\left(\frac{\overline{r}_M - r_f}{\sigma_M}\right)$ là "giá 1 đơn vị rủi ro" của thị trường. Theo (4.9) ta thấy:

"Giá thị trường của rủi ro danh mục P"($\overline{r}_P - r_f$) = "giá 1 đơn vị rủi ro" × rủi ro của danh mục (σ_P).



Hình 4.1. Đường CML.

Từ phương trình đường thị trường vốn, lấy đạo hàm hai vế ta được

$$\frac{d\overline{r}_P}{d\sigma_P} = \frac{\overline{r}_M - r_f}{\sigma_M}$$

trong đó:

- vế trái: $\frac{d\overline{r}_P}{d\sigma_P}$ là tỷ lệ đánh đổi giữa rủi ro và lợi suất kỳ vọng theo đánh giá của nhà đầu tư.

- vế phải: $\dfrac{\overline{r}_M - r_f}{\sigma_M}$ là tỷ lệ đánh đổi trên nhưng do thị trường đánh giá, và tỷ lệ hợp lý được mọi nhà đầu tư chấp nhận chính là tỷ lệ này.

Như vậy theo CAPM, *giá thị trường (giá cân bằng hoặc giá hợp lý) của một danh mục hoặc của một tài sản được xác định sao cho lợi suất kỳ vọng của danh mục hoặc của tài sản thoả mãn phương trình (4.9)*.

b. Đường thị trường chứng khoán (SML)

- *Đường SML*

Theo (4.3) ta có:

$$\overline{r}_i = r_f + \beta_{iM}(\overline{r}_M - r_f)$$

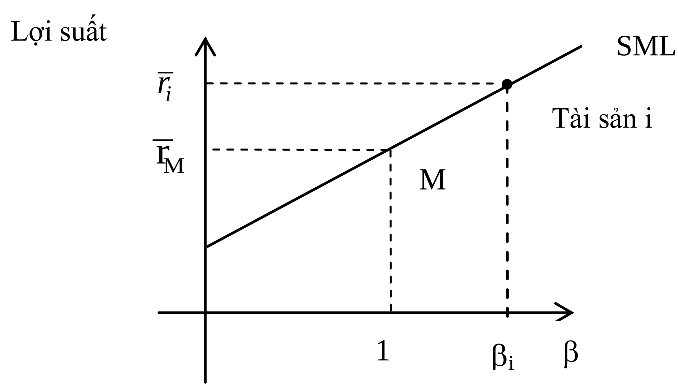
với:

$$\beta_{iM} = \frac{Cov(r_i, r_M)}{\sigma_M^2} \quad . \tag{4.10}$$

Vì M đại diện cho toàn bộ thị trường nên khi viết hệ số bêta người ta thường bỏ qua chỉ số M. Như vậy ta có phương trình SML:

$$\overline{r}_i = r_f + \beta_i(\overline{r}_M - r_f) \tag{4.11}$$

Tài sản i hoặc danh mục Q (bất kỳ) đều có giá trên thị trường và theo CAPM, giá của chúng được xác định sao cho lợi suất thỏa mãn phương trình (4.11).



Hình 4.2. Đường SML.

- *Phân tích đường SML*

Lưu ý rằng, mỗi tài sản hoặc mỗi danh mục đều có hệ số β riêng tính theo công thức (4.10). Tương tự như khi ta phân tích đường CML, ta có $\overline{r_i} - r_f$: "*phần bù rủi ro*" của tài sản i, $\overline{r}_M - r_f$: "*phần bù rủi ro*" thị trường do đó theo SML:

Phần bù rủi ro của tài sản = Hệ số β của tài sản × phần bù rủi ro thị trường

Theo mô hình CAPM độ rủi ro của tài sản (hoặc của danh mục) được đo bởi một hệ số β của tài sản hoặc danh mục đó. *Bởi vậy tài sản nào có hệ số β lớn hơn sẽ được định giá cao hơn.*

Khi có danh mục Q (gồm S tài sản rủi ro): (w_1, w_2,…, w_s) ta có thể dễ dàng tính được hệ số β của Q:

$$\beta_Q = \sum_{i=1}^{S} \beta_i \mathrm{w}_i \ . \tag{4.12}$$

Độc giả có thể dễ dàng tự chứng minh công thức trên.

Ta có phương trình SML đối với danh mục Q bất kỳ:

$$\overline{r}_Q = r_f + \beta_Q(\overline{r}_M - r_f) \ . \tag{4.13}$$

c. Dạng ngẫu nhiên của mô hình CAPM

Các phương trình (4.11), (4.13) còn được gọi là dạng tất định của CAPM. Ta có thể viết CAPM dạng ngẫu nhiên như sau:

$$r_i = r_f + \beta_i(r_M - r_f) + \varepsilon_i \tag{4.14}$$

trong đó: E(ε_i) = 0 và $Cov(r_M, \varepsilon_i) = 0$.

Ta có phương trình tương tự với danh mục:

$$r_Q = r_f + \beta_Q(r_M - r_f) + \varepsilon_Q \ . \tag{4.15}$$

Ta có thể viết (4.14) dưới dạng "Phần bù rủi ro dạng ngẫu nhiên của tài sản":

$$r_i - r_f = \beta_i(r_M - r_f) + \varepsilon_i \tag{4.16}$$

với "Phần bù rủi ro dạng ngẫu nhiên của thị trường": $r_M - r_f$.

d. Mối liên hệ giữa CML và SML

Ta có thể viết lại phương trình của CML và SML dưới dạng "phần bù rủi ro":

CML:

$$\overline{r}_P - r_f = \left(\frac{\overline{r}_M - r_f}{\sigma_M}\right)\sigma_P.$$

với P là danh mục hiệu quả.

SML:

$$\overline{r}_Q - r_f = \beta_Q(\overline{r}_M - r_f).$$

với Q là danh mục bất kỳ.

Vế trái của hai phương trình đều là phần bù rủi ro của danh mục. Vế phải của phương trình thể hiện "cách tính" phần bù rủi ro này theo "giá rủi ro" của thị trường và độ rủi ro của danh mục. Để ý rằng khi thị trường xác định phần bù rủi ro thì chỉ tính cho phần rủi ro hệ thống. Theo cách tính của CML, rủi ro của danh mục được đo bởi độ dao động σ. Đối với danh mục phi hiệu quả, σ hàm chứa cả rủi ro hệ thống lẫn rủi ro phi hệ thống bởi vậy CML chỉ tính phần bù rủi ro cho các danh mục hiệu quả. Trong khi đó, theo cách tính của SML, rủi ro của danh mục được đo bởi hệ số β và trong hệ số này chỉ bao hàm rủi ro hệ thống.

Thật vậy, ta có thể viết phương trình SML (4.11) dưới dạng tương đương:

$$\overline{r}_i = r_f + \frac{(\overline{r}_M - r_f)}{\sigma_M}\sigma_{\mathrm{i}}\rho_{\mathrm{iM}} \tag{4.17}$$

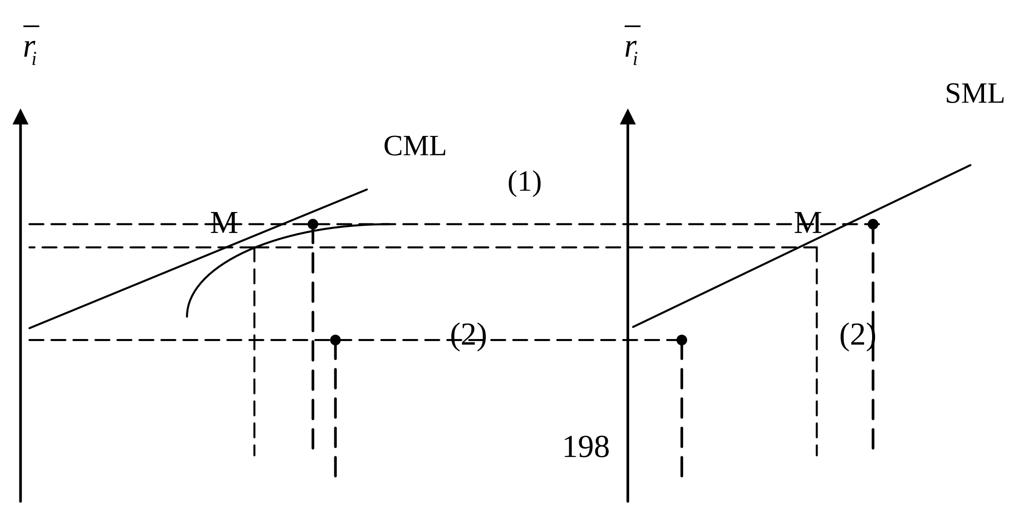
với ρ_{iM} là hệ số tương quan giữa r_i và r_M. Đối với danh mục P (bất kỳ) ta có:

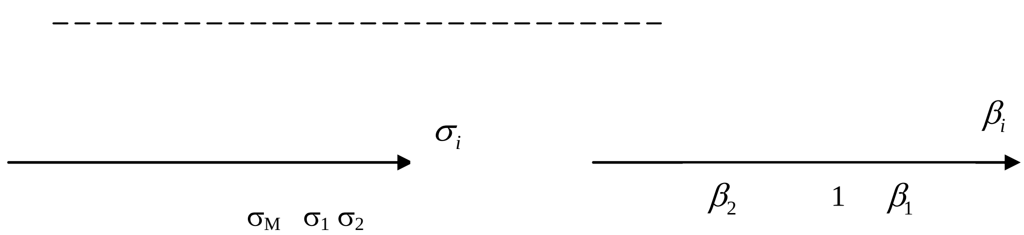
$$\overline{r}_P = r_f + \frac{(\overline{r}_M - r_f)}{\sigma_M}\sigma_{\mathrm{P}}\rho_{\mathrm{PM}} \tag{4.18}$$

Đối với danh mục hiệu quả P ta có $\rho_{PM} = 1$ (độc giả tự chứng minh) nên (4.18) trở thành:

$$\overline{r}_P = r_f + \frac{(\overline{r}_M - r_f)}{\sigma_M}\sigma_{\mathrm{P}} \tag{4.19}$$

và đó chính là phương trình đường CML. Từ phân tích trên ta thấy SML tính phần bù rủi ro hệ thống cho tất cả các tài sản và danh mục. Ta có thể minh họa trên hình 4.3.





Hình 4.3. Liên hệ giữa CML và SML.

- Nếu danh mục của chúng ta là một điểm nào đó trên CML, theo CAPM ta chỉ việc chiếu lên SML sẽ được β tương ứng.

Thí dụ 4.1: Danh mục (1) trên hình 4.3 nằm trên biên hiệu quả (nằm trên CML) với lợi suất kỳ vọng $\overline{r}_1$ và độ dao động σ_1. Ta xác định được (1) tương ứng ở trên SML với $\beta_1 = \dfrac{\overline{r}_1 - r_f}{\overline{r}_M - r_f}$.

Trong thực tế có những danh mục không nằm trên biên hiệu quả, khi đó ta cũng chiếu sang đường SML sẽ được β tương ứng.

Thí dụ 4.2: Tài sản (2) (trên hình 4.3 là danh mục phi hiệu quả với lợi suất kỳ vọng $\overline{r}_2$ và độ dao động σ_2. Ta xác định được (2) tương ứng ở trên SML với $\beta_2 = \dfrac{\overline{r}_2 - r_f}{\overline{r}_M - r_f}$.

Tóm lại với mô hình CAPM, hệ số β của tài sản (hoặc danh mục) sẽ cung cấp đủ thông tin để:

- Xác định vị trí tương đối của tài sản trên đường SML;
- Xác định mức độ rủi ro của tài sản;
- Xác định phần bù rủi ro của tài sản;
- Những thông tin rất cần thiết để định giá cân bằng (giá hợp lý) tài sản rủi ro.

4.2. ỨNG DỤNG CAPM

4.2.1. Ước lượng ma trận hiệp phương sai, phân tích rủi ro của tài sản, danh mục và tính VaR

4.2.1.1. Ước lượng ma trận hiệp phương sai

Về hình thức, đặc biệt là đối với dạng ngẫu nhiên của CAPM (dạng ngẫu nhiên của đường SML), CAPM giống như SIM, chỉ việc thay vai trò của chỉ số I trong SIM bằng danh mục thị trường M. Bởi vậy ta có thể sử dụng CAPM để ước lượng ma trận hiệp phương sai của lợi suất nhóm tài sản. Xét một nhóm gồm N tài sản. Theo CAPM, đối với lợi suất của tài sản i ta có:

$$r_i = r_f + \beta_i (r_M - r_f) + \varepsilon_i \qquad \text{i=1} \div \text{N.}$$

Tính Cov(r_i, r_j) và biến đổi tương tự như ta đã thực hiện đối với các biểu thức (3.75) – (3.77) trong chương 3 ta được kết quả:

$$V = \sigma_M^2 [\beta\beta'] + V_\varepsilon \tag{4.20}$$

với β là vectơ các hệ số bêta của tài sản: β_1, β_2,..., β_N và V_ε là ma trận vuông cấp N đường chéo chính có dạng:

$$\underset{(NxN)}{V_\varepsilon} = \begin{bmatrix} VaR(\varepsilon_1)\ 0\text{..........}\ \ 0 \\ 0\ \ VaR(\varepsilon_2)\ 0\text{........}\ 0 \\ \text{.........................} \\ 0\ \text{..............}\ VaR(\varepsilon_N) \end{bmatrix}$$

4.2.1.2. Phân tích rủi ro của tài sản, danh mục

Xét tài sản i, theo CAPM ta có:

$$r_i = r_f + \beta_i (r_M - r_f) + \varepsilon_i$$

hay:

$$r_i = (1 - \beta_i) r_f + \beta_i r_M + \varepsilon_i.$$

Đặt $(1- \beta_{iT})r_f = \gamma_i$ suy ra:

$$r_i = \gamma_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i \ . \tag{4.20}$$

Như vậy ta có:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2 \tag{4.21}$$

trong đó:

- ✓ σ_i^2 : tổng rủi ro của tài sản;
- ✓ $\beta_i^2 \sigma_M^2$: rủi ro thị trường (rủi ro hệ thống);
- ✓ $\sigma_{\varepsilon_i}^2$: rủi ro riêng (rủi ro phi hệ thống).

Chú ý:

- Ta cũng làm tương tự đối với danh mục P, chỉ cần thay i = P. Đồng thời ta có thể sử dụng dạng ma trận trong công thức tính tổng rủi ro của danh mục tương tự như công thức (3.74’) trong chương III. Ta có công thức phân rã tổng rủi ro của danh mục viết dưới dạng ma trận:

$$\sigma_P^2 = (w'[\beta\beta']w) * \sigma_M^2 \ + \ w'V_\varepsilon w \quad (4.22)$$

  Hạng tử thứ nhất là rủi ro hệ thống, hạng tử thứ hai là rủi ro phi hệ thống của P. Với công thức (4.22) ta có thể thực hiện tính toán dễ dàng trên bảng tính Excel.

- Đối với danh mục có rủi ro riêng, chúng ta có thể tối thiểu hoá rủi ro riêng bằng cách đa dạng hoá danh mục đầu tư. Do đó, theo mô hình CAPM khi định giá tài sản của danh mục để tính phần bù rủi ro thì chỉ cần tính cho phần rủi ro hệ thống (do phần rủi ro phi hệ thống có thể giảm thiểu được).

Thí dụ 4.3: Giả sử có 2 tài sản:

- ✓ Tài sản 1: có tổng rủi ro $\sigma_1^2 = 20\% = 19\% + 1\%$
- ✓ Tài sản 2: có tổng rủi ro $\sigma_2^2 = 20\% = 10\% + 10\%$.

Ta sẽ định giá cho tài sản 1 giá cao vì chỉ định giá phần rủi ro hệ thống.

4.2.1.3. Tính VaR của tài sản, danh mục theo CAPM

a. Tính VaR của tài sản

Theo công thức tính VaR của tài sản i trong chương III (công thức (3.91) ta có:

$$\text{VaR}(1 \text{ ngày}, (1-\alpha)100\%) = \mu_i + N^{-1}(\alpha)\sigma_i.$$

Trong thực tế áp dụng thường cho $\mu_i = 0$ do đó:

$$\text{VaR}(1 \text{ ngày}, (1-\alpha)100\%) = N^{-1}(\alpha)\sigma_i.$$

Như vậy nếu nhà đầu tư nắm giữ tài sản i trị giá: x, theo (4.21) ta có:

$$\text{VaR}(1 \text{ ngày, P\&L}, (1-\alpha)100\%) = x*N^{-1}(\alpha)*\left(\beta_i^2\sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2\right)^{1/2} \quad . \quad (4.23)$$

Giá trị trên gọi là VaR tổng hợp (Total VaR) của tài sản. Hạng tử $x*N^{-1}(\alpha)*\beta_i\sigma_M$ gọi là VaR do rủi ro thị trường, $x*N^{-1}(\alpha)*\sigma_{\varepsilon_i}$ gọi là VaR riêng của tài sản. Chú ý rằng VaR tổng hợp không phải là tổng của các VaR ở trên.

b. Tính VaR của danh mục

Giả sử danh mục P gồm N tài sản i (i=1÷N). Với giả thiết Cov(ε_i, ε_j) = 0, i ≠ j, giả thiết phù hợp với thực tế khi sử dụng CAPM khi đó theo (4.20) ma trận hiệp phương sai V của các tài sản sẽ có dạng:

$$V = \sigma_M^2 * \left[\beta\beta'\right] + V_\varepsilon.$$

Từ đây suy ra:

$$\sigma_P^2 = \sigma_M^2 * \left(w'\left[\beta\beta'\right]w\right) \; + \; w'V_\varepsilon w \; . \qquad (4.24)$$

Cho X: (x_1, x_2,..., x_N) là các khoản tiền đầu tư vào N tài sản trong danh mục P khi đó:

$$\text{VaR(1 ngày, P\&L, } (1-\alpha)100\% \text{)} = N^{-1}(\alpha) * \left[\sigma_M^2 X'(\beta\beta')X + X'V_\varepsilon X\right]^{1/2} . \qquad (4.25)$$

Tương tự như khi xét VaR của tài sản, giá trị trên gọi là VaR tổng hợp (Total VaR) của danh mục. Hạng tử $N^{-1}(\alpha) * \left[\sigma_M^2 X'(\beta\beta')X\right]^{1/2}$ gọi là VaR do rủi ro thị trường, $N^{-1}(\alpha) * \left[X'V_\varepsilon X\right]^{1/2}$ gọi là VaR riêng của danh mục.

Chú ý: Độc giả có thể chọn một số cổ phiếu để thực hành: ước lượng CAPM, ma trận hiệp phương sai và VaR tương tự như đối với mô hình SIM trong các Thí dụ 3.3, 3.9 của chương 3.

4.2.2. Tính hệ số α của tài sản và danh mục

4.2.2.1. Hệ số α của tài sản

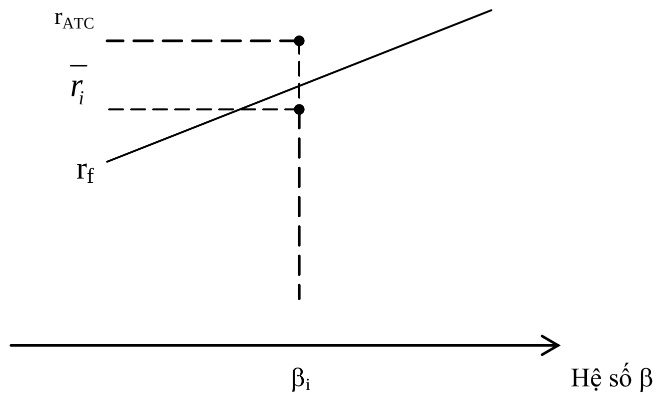
Xét tài sản i, theo CAPM ta có:

$$\overline{r_i} = r_f + \beta_i(\overline{r_M} - r_f).$$

Gọi r_{ACT} là lợi suất thực hiện, tức là lợi suất thực tế (Actual Return) của tài sản sau một chu kỳ đầu tư và $\overline{r_i}$ là lợi suất yêu cầu (mức lợi suất nhà đầu tư đề ra khi đầu tư vào tài sản i). Ký hiệu α_i là chênh lệch giữa lợi suất thực tế so với lợi suất yêu cầu. Ta có:

$$\alpha_i = r_{ACT} - \overline{r_i} = r_{ACT} - r_f - \beta_i(\overline{r_M} - r_f).$$

Ta có thể minh họa trên hình 4.4.



Hình 4.4. Minh họa chênh lệch giữa lợi suất thực tế so với lợi suất yêu cầu.

Nhận xét: Thông qua việc tính hệ số α của tài sản ta có thể biết tài sản có được thị trường định giá đúng hay không (định giá theo CAPM).

- Hệ số $\alpha_i = 0$ nếu tài sản được định giá đúng theo CAPM
- Nếu $\alpha_i > 0$ (như minh họa trên hình 4.4) tương ứng với trường hợp tài sản định giá thấp (Underpriced) hơn so với CAPM. Ta nên mua vì lợi suất thực hiện lớn hơn lợi suất yêu cầu.
- Nếu $\alpha_i < 0$ tương ứng với trường hợp tài sản định giá cao (Overpriced) hơn so với CAPM. Ta nên bán loại tài sản này.

Thật vậy, ký hiệu S_{t-1}, S_t là giá của tài sản tại thời điểm đầu, cuối chu kỳ đầu tư (mức giá được tính theo CAPM) và S_{t-1}^{TT} là giá thực tế của tài sản tại thời điểm đầu. Khi đó ta có:

$$\overline{r_i} = \frac{E_{t-1}(S_t) - S_{t-1}}{S_{t-1}}$$

$$r_{ACT} = \frac{E_{t-1}(S_t) - S_{t-1}^{TT}}{S_{t-1}^{TT}}$$

với $E_{t-1}(S_t)$ là kỳ vọng tại (t−1) về giá tài sản tại t. Suy ra

$$\alpha_i = r_{ACT} - \overline{r_i} = \frac{[S_{t-1} - S_{t-1}^{TT}]E_{t-1}(S_t)}{S_{t-1}S_{t-1}^{TT}}$$

do đó

$$\alpha_i \geq 0(<) \leftrightarrow S_{t-1} \geq (<) S_{t-1}^{TT}.$$

4.2.2.2. Hệ số α của danh mục

Xét danh mục P: (w_1, w_2, … , w_N), tương tự như đối với tài sản ta có thể tính chênh lệch giữa lợi suất thực tế so với lợi suất yêu cầu của danh mục P. Ta có:

$$\alpha_P = r_{ACT(P)} - \overline{r_P} = r_{ACT(P)} - r_f - \beta_P(\overline{r_M} - r_f).$$

Độc giả có thể dễ dàng chứng minh công thức:

$$\alpha_P = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w}_i \alpha_i \; . \qquad (4.26)$$

Nhận xét: Ta cũng có nhận xét tương tự như đối với tài sản khi xét quan hệ giữa giá của danh mục và dấu của hệ số α_P.

Cũng giống như khi ta tính hệ số β của danh mục, hệ số α của danh mục bằng bình quân gia quyền hệ số α của các tài sản có trong danh mục.

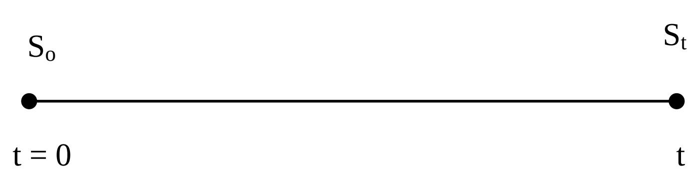
4.2.2.3. Chú ý

Ngoài hệ số α, ta có thể tính hệ số Sharpe và hệ số Treynor của danh mục theo các công thức tương tự như khi xét mô hình SIM.

4.2.3. Định giá tài sản

Do mô hình CAPM định lượng được rủi ro của tài sản nên có thể sử dụng mô hình để định giá hợp lý (giá cân bằng) của tài sản. Cũng giống như lợi suất, giá tài sản cũng gồm thành phần phi rủi ro và "phần bù rủi ro" của giá. Dựa vào phần bù rủi ro trong lợi suất tính theo CAPM ta có thể tính "phần bù rủi ro" của giá do đó tính được giá tài sản. Ta sẽ thực hiện phân tích để thiết lập công thức định giá tài sản theo CAPM.

Cho t = 0, t và S_0, S_t là thời điểm và giá tài sản tại hiện tại, tương lai. Ta cần xác định giá S_0.



Ta có lợi suất của tài sản trong chu kỳ [0, t]:

$$r = \frac{S_t - S_0}{S_0}.$$

Lợi suất kỳ vọng của tài sản:

$$\overline{r} = \frac{E_0(S_t) - S_0}{S_0}$$

với E_0 là toán tử kỳ vọng tính tại $t = 0$. Suy ra:

$$E_0(S_t) = (1+\overline{r})\, S_0. \qquad (4.27)$$

Theo mô hình CAPM, ta có:

$$\overline{r} = r_f + \beta(\overline{r_M} - r_f). \qquad (4.28)$$

Thay (4.28) vào (4.27) và biến đổi ta được:

$$S_0 = \frac{E_0(S_t)}{1 + r_f + \beta(\overline{r}_M - r_f)}\ . \qquad (4.29)$$

Các công thức (4.27) và (4.29) cho cách định giá tài sản tùy tình huống thực tế.

Nếu ta biết giá hiện tại S_0 có thể sử dụng ước lượng của $\overline{r}$ để ước lượng giá kỳ vọng trong tương lai ($E_0(S_t)$) theo 4.27).

Nếu từ các kết quả phân tích khác ta dự báo giá tài sản trong tương lai là $E_0(S_t)$ thì giá hợp lý hiện tại của tài sản được tính theo (4.29). Chú ý rằng nếu không có rủi ro thì $S_t = E_0(S_t)$ và không có phần bù rủi ro cho tài sản nên (4.29) trở thành:

$$S_0 = \frac{S_t}{(1 + r_f)}.$$

Tức là giá hiện tại bằng giá tương lai chiết khấu theo lãi suất phi rủi ro. Với cách lý giải này công thức định giá (4.29) có thể giải thích như sau: giá hiện tại của tài sản rủi ro bằng kỳ vọng giá tương lai chiết khấu theo lãi suất có bù rủi ro (Risk Adjusted Discount Rate).

Ta có thể thiết lập công thức định giá tương đương khác. Thay (4.28) vào (4.27) và biến đổi ta được:

$$E_0(S_t) = (1 + r_f)S_0 + \beta(\overline{r}_M - r_f)S_0\ . \qquad (4.30)$$

Như vậy giá (kỳ vọng) của tài sản trong tương lai bằng mức giá tương lai phi rủi ro (hạng tử thứ nhất của vế phải (4.30)) cộng với mức bù rủi ro (hạng tử thứ hai).

Từ (4.30) suy ra:

$$S_0 = \frac{E_0(S_t) - \beta(\overline{r}_M - r_f)S_0}{(1+r_f)}. \qquad (4.31)$$

So sánh công thức định giá (4.29) và (4.31) ta thấy có sự khác biệt trong cách tính (tất nhiên kết quả phải như nhau!). Theo (4.29) giá hiện tại của tài sản rủi ro bằng kỳ vọng giá tương lai chiết khấu theo lãi suất có bù rủi ro, còn theo (4.30) giá hiện tại của tài sản rủi ro bằng kỳ vọng giá tương lai khấu trừ phần bù rủi ro sau đó chiết khấu theo lãi suất phi rủi ro.

Thí dụ 4.4: Giá hiện thời của cổ phiếu A là 100.000đ/cổ phiếu; hệ số β_A = 1,2; phần bù rủi ro thị trường là 1,1%/tháng, lãi suất phi rủi ro là 0,7%/tháng.

- Hãy ước tính giá cổ phiếu A sau một tháng.
- Nếu dự kiến sau một tháng giá của A là 120.000đ/cổ phiếu. Với mức giá hiện thời ta nên mua hay bán cổ phiếu?

Giải: a) Theo CAPM ta có lợi suất kỳ vọng/ tháng của cổ phiếu A:

$$\overline{r}_A = 0,7\% + 1,2*1,1\% = 1,39\%.$$

Từ (4.27) ta có

$$E_0(S_{1tháng}) = (1+\overline{r}_A)S_0 = (1+0,0139)*100.000đ = 101.390đ.$$

b) Nếu dự tính $E_0(S_{1tháng})$ = 120.000đ khi đó theo (4.29) ta có:

$$S_0 = \frac{120.000}{(1+\overline{r}_A)} = \frac{120.000}{(1+0,0139)} \approx 118.355.$$

Ta nên mua cổ phiếu vì giá thị trường hiện thời là 100.000đ/cổ phiếu < giá tính theo CAPM.

Chú ý: Ta có thể sử dụng công thức định giá tài sản để định giá danh mục với các thông số thay đổi cho phù hợp.

4.3. ƯỚC LƯỢNG VÀ KIỂM ĐỊNH CAPM

4.3.1. Ước lượng các tham số của CAPM

Xét mô hình CAPM:

$$\overline{r_i} = r_f + \beta_i(\overline{r_M} - r_f).$$

Ước lượng các tham số của CAPM tương đương với việc ước lượng đường SML. Để thuận tiện cho việc sử dụng số liệu quá khứ trong ước lượng ta xét CAPM dạng ngẫu nhiên:

$$r_{it} = r_f + \beta_i (r_{Mt} - r_f) + \varepsilon_{it}. \qquad (4.32)$$

4.3.1.1. Xác định danh mục thị trường

Từ định nghĩa danh mục thị trường ta có:

$$\mathrm{w}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{M}} = \frac{V_i}{\sum V_i} \; . \qquad (4.33)$$

Như vậy để xác định danh mục thị trường theo định nghĩa ta phải sử dụng số liệu về giá trị của tất cả tài sản rủi ro giao dịch trên thị trường. Theo cách tính này, tỷ trọng $\mathrm{w}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{M}}$ có thể tính theo chu kỳ t: ngày, tuần, tháng…và ta sẽ ký hiệu: $\mathrm{w}_{\mathrm{it}}^{\mathrm{M}}$. Sau đó tính 2 đặc trưng của danh mục M:

$$r_{Mt} = \sum_i \mathrm{w}_{\mathrm{it}}^{\mathrm{M}} r_{it}; \;\; \sigma_M^2 = \mathrm{w}^{\mathrm{M}}{}' V \mathrm{w}^{\mathrm{M}}.$$

với r_{it} là lợi suất chu kỳ t của tài sản i, V: ma trận hiệp phương sai của các tài sản.

Việc xác định danh mục thị trường bằng định nghĩa chỉ được thực hiện khi số lượng tài sản là không quá lớn. Trong thực tế, nhất là ở những thị trường tài chính phát triển, số lượng tài sản rất lớn, việc xác định danh mục thị trường cùng các đặc trưng theo cách trên không đơn giản, khá công phu và rắc rối.

Để giải quyết vấn đề người ta thường chọn *danh mục đại diện cho danh mục thị trường* (Market Proxy) và thường dùng chỉ số thị trường.

Thí dụ 4.5: Ở Mỹ, sử dụng SP 500 sẽ tính được r_{SP500}, ở Việt Nam có thể sử dụng VN-Index.

4.3.1.2. Ước lượng (xác định) lãi suất phi rủi ro

Cách 1: Nhiều thị trường tài chính trên thế giới dùng lãi suất của trái phiếu chính phủ, hoặc lãi suất của ngân hàng TW làm lãi suất phi rủi ro.

Thí dụ 4.6: Ở Mỹ, lấy lãi suất tín phiếu kho bạc Nhà nước ngắn hạn làm lãi suất phi rủi ro. Ở Anh: dùng lãi suất liên ngân hàng (LIBOR: London Interbank Offered Rates).

Cách 2: Ước lượng r_f từ phương trình đường thị trường vốn CML. Ta có:

$$\bar{r}_i = r_f + \left(\frac{\overline{r_M} - r_f}{\sigma_M} \right) \sigma_i .$$

Viết dưới dạng ngẫu nhiên:

$$r_i = r_f + \delta \sigma_i + \varepsilon_i .$$

Ta có tương ứng với mô hình hồi quy đơn:

$$r_i = \gamma + \delta \sigma_i + \varepsilon_i .$$

Dùng phương pháp OLS (hoặc một số phương pháp phù hợp khác) ước lượng hồi quy trên đối với mọi tài sản i ta thu được ước lượng của hệ số chặn γ: $\hat{\gamma}$. Ta có thể sử dụng $\hat{\gamma}$ làm ước lượng của r_f.

4.3.1.3. Ước lượng hệ số β của tài sản

a. Phương pháp ước lượng

Từ (4.32) ta có thể viết:

$$r_{it} = \varphi + \beta_i r_{Mt} + \varepsilon_{it} \tag{4.34}$$

với $\varphi = (1 - \beta_i) r_f$.

Phương trình (4.34) là mô hình hồi quy đơn. Ta có thể chọn phương pháp thích hợp để ước lượng β_i tương tự như khi ước lượng mô hình SIM.

Thí dụ 4.7: Sử dụng số liệu theo ngày giao dịch của cổ phiếu LAF và VN-Index để ước lượng hệ số β_{LAF} của cổ phiếu LAF (sử dụng phần mềm Eviews). Ta được kết quả:

Dependent Variable: LSLAF

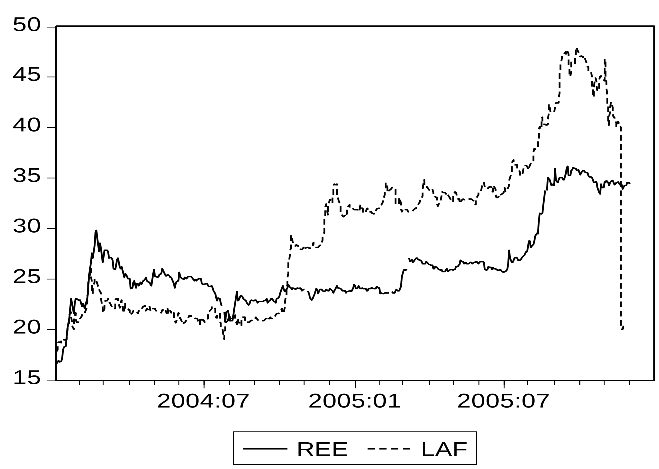
Method: Least Squares

Included observations: 494 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.000405	0.001615	-0.251007	0.8019
LS_VNINDEX	0.550083	0.147355	3.733052	0.0002

R-squared	0.027544	Mean dependent var	0.000266
Adjusted R-squared	0.025568	S.D. dependent var	0.036136
S.E. of regression	0.035671	Akaike info criterion	-3.824931
Sum squared resid	0.626022	Schwarz criterion	-3.807917
Log likelihood	946.7580	F-statistic	13.93568
Durbin-Watson stat	1.958804	Prob(F-statistic)	0.000211

Thực hiện các kiểm định về khuyết tật của mô hình cho kết quả mô hình không có khuyết tật và được định dạng đúng (có thể bỏ hệ số cắt khỏi mô hình nhưng các ước lượng thay đổi không đáng kể). Vậy ta có hệ số β_{LAF}: 0,550083 nhỏ hơn so với cổ phiếu REE: β_{REE} = 1,101501 (theo thí dụ 3.4). Từ kết quả trên ta thấy trong giai đoạn 2004 – 2005 cổ phiếu REE có rủi ro cao hơn LAF tuy nhiên mức giá trung bình trong giai đoạn trên của LAF: 29.580đ còn của REE: 26.255đ. Như vậy theo CAPM cổ phiếu LAF được thị trường định giá cao trong khi đó REE bị định giá thấp. Ta có đồ thị trên hình 4.5 mô tả diễn biến giá cổ phiếu REE và LAF trong giai đoạn 2004 -2005. Tuy vậy, thị trường thường xuyên điều chỉnh, tính đến nay đã có lần REE và LAF ở mức giá khá phù hợp CAPM.



Hình 4.5. Diễn biến giá các cổ phiếu REE và LAF giai đoạn 2004-2005.

Chú ý: Khi đã biết lãi suất phi rủi ro r_f, thay vì ước lượng phương trình (4.34) ta có thể ước lượng phương trình "phần bù rủi ro":

$$r_{it} - r_f = \beta_i (r_{Mt} - r_f) + \varepsilon_{it}.$$

b. Độ chính xác của ước lượng

Xét về kỹ thuật, độ chính xác của ước lượng hệ số β phụ thuộc vào:

- Chọn danh mục thị trường, đối với các thị trường tài chính trong đó có nhiều chỉ số đại diện việc chọn chỉ số nào để có ước lượng tin cậy phụ thuộc vào kinh nghiệm thực tế: chọn chỉ số riêng cho từng nhóm, loại hình tài sản,…

- Số lượng và chu kỳ quan sát: theo kinh nghiệm thực tế các công ty: Merrill Lynch, Bloomberg, Value Line, BARRA… thường sử dụng số liệu theo tuần hoặc tháng của 5 năm gần nhất để ước lượng. Họ cho rằng với khoảng thời gian 5 năm là đủ ổn định. Nếu khoảng thời gian kéo dài hơn, các công ty niêm yết có thể có những thay đổi lớn dẫn tới sự thay đổi đáng kể của hệ số β. Để tăng mức độ chính xác của ước lượng công ty Bloomberg đưa ra cách tính hệ số β có hiệu chỉnh theo công thức sau:

$$\beta_{Adjust} = 0{,}66\ \beta_{\text{ước lượng}} + 0{,}34.$$

Đối với Việt Nam, do thị trường chứng khoán hoạt động trong thời gian chưa dài nên theo tác giả, ta có thể sử dụng số liệu theo ngày để ước lượng.

Nếu sử dụng công thức điều chỉnh của Bloomberg đối với hệ số β của REE và LAF ta có:

$\beta_{REE(Adj)}$: 1,0669

$\beta_{LAF(Adj)}$: 0,7031

Việc sử dụng số liệu tuần hoặc tháng đòi hỏi cơ sở dữ liệu tương ứng cùng các phương pháp phân tích, tổng hợp dữ liệu phù hợp.

Nếu chuỗi nhiễu $\{\varepsilon_{it}\}$ trong hồi quy (4.30) có phương sai thay đổi theo thời gian t thì để tăng độ chính xác của ước lượng ta cần sử dụng mô hình GARCH và các biến thể để ước lượng.

4.3.2. Kiểm định CAPM

4.3.2.1. Xây dựng mô hình kiểm định

a. Mô hình kiểm định

Kiểm định CAPM (Test of the CAPM) là kiểm định sự phù hợp của đường SML (lý thuyết) đối với số liệu thực tế:

$$\bar{r}_i = r_f + \beta_i(\bar{r}_M - r_f)\ . \qquad (4.35)$$

Tuy nhiên (4.35) là dạng "có trước" (ex ante – mối liên hệ có trước khi xảy ra việc kiểm định), không quan sát được nên để thực hiện kiểm định sự phù hợp của SML người ta chuyển SML thành dạng "có sau" (ex post) ứng với các số liệu có thể quan sát được. Ta thực hiện việc chuyển dạng như sau:

Xét mô hình CAPM dạng ngẫu nhiên:

$$r_i - r_f = \beta_i(r_M - r_f) + \varepsilon_i \ . \tag{4.36}$$

Đặt: $r_i - r_f = ER_i$ và $r_M - r_f = ER_M$ là "lợi suất vượt trội" (Excess Return) của tài sản i và thị trường.

Khi đó (4.36) có thể viết dưới dạng:

$$ER_i = ER_M \beta_i + \varepsilon_i \ . \tag{4.37}$$

Nhằm tránh rắc rối khi lựa chọn danh mục M, ta biến đổi (4.37) thành dạng mô hình kinh tế lượng (dạng "có sau") để có thể ước lượng nhờ sử dụng số liệu quan sát được:

$$ER_i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_i + \varepsilon_i \ . \tag{4.38}$$

b. Tiêu chuẩn phù hợp của CAPM

So sánh (4.36), (4.37) với (4.38) ta thấy nếu CAPM phù hợp với thực tế (CAPM: đúng) thì sau khi ước lượng hồi quy (4.38) theo hệ số β_i của tất cả các tài sản và thực hiện kiểm định đối với các hệ số hồi quy γ_0 và γ_1 sẽ phải có các kết luận sau:

- ✓ Hệ số cắt $\gamma_0 = 0$ vì nếu $\gamma_0 \neq 0$ chứng tỏ rằng ngoài hệ số β (rủi ro thị trường) còn có các yếu tố khác tác động tới lợi suất tài sản
- ✓ Hồi quy (4.38) là phù hợp (chỉ có hệ số β là biến giải thích duy nhất)
- ✓ Hệ số góc $\gamma_1 = ER_M$ (theo nghĩa thống kê)
- ✓ $\gamma_1 > 0$ (theo nghĩa thống kê) vì $\gamma_1 = ER_M$ và do danh mục M có rủi ro nên đòi hỏi $\overline{r}_M > r_f$.

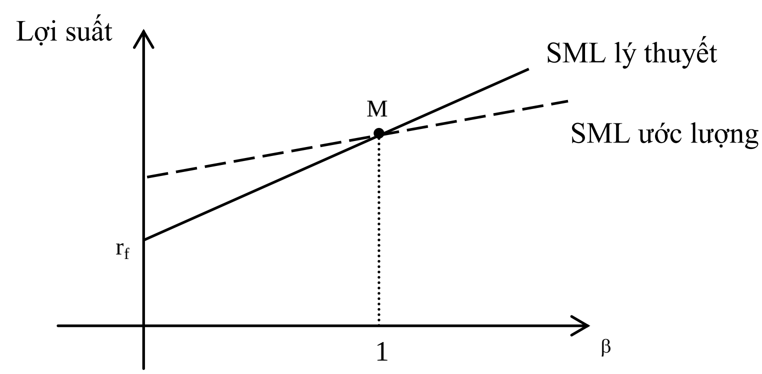
Các điều kiện trên chính là tiêu chuẩn phù hợp của CAPM.

4.3.2.2. Một số kết quả kiểm định

Sau khi xuất hiện, CAPM được rất nhiều nhà phân tích tài chính quan tâm. Để kiểm định sự phù hợp của mô hình các tác giả: Friend – Blume (1970), Black – Jensen – Scholes (1972), Fama – Macbeth (1973)…sử dụng số liệu theo tháng của các cổ phiếu giao dịch trên thị trường NYSE với danh mục thị trường được sử dụng là chỉ số SP 500 (có tác giả sử dụng danh mục được tính theo tỷ trọng giá trị của tất cả các cổ phiếu trên thị trường) để ước lượng (4.38) và rút ra một số nhận xét sau:

- ✓ Đối với các cổ phiếu có hệ số β thấp (β <1): lợi suất ước lượng theo CAPM nhỏ hơn lợi suất thực tế và ngược lại, cổ phiếu có β cao (β>1): lợi suất ước lượng theo CAPM lớn hơn lợi suất thực tế; tức là SML ước lượng ít dốc hơn so với SML lý thuyết.
- ✓ Lợi suất của danh mục thị trường không giải thích đầy đủ sự biến động của lợi suất các cổ phiếu ($\gamma_0 > 0$).
- ✓ $\gamma_1 < ER_M$.
- ✓ Có một số yếu tố khác cũng ảnh hưởng đến lợi suất của cổ phiếu, chẳng hạn như: Quy mô vốn hoá của doanh nghiệp, lợi suất 6 tháng trước của cổ phiếu, tỷ số B/M, lĩnh vực hoạt động của doanh nghiệp phát hành…(hồi quy (4.34) thiếu biến).

Ta có thể minh họa kết quả ước lượng đường SML trên hình 4.6.



Hình 4.6. Minh họa ước lượng đường SML.

Nói chung kết quả kiểm định không ủng hộ CAPM. Tất nhiên mức độ chính xác của các ước lượng còn phụ thuộc vào nhiều vấn đề thuộc kinh tế lượng nảy sinh trong quá trình ước lượng. Tuy nhiên có một thực tế được nhiều tác giả nghiên cứu thừa nhận: lợi suất tài sản phụ thuộc tuyến tính vào lợi suất thị trường (phụ thuộc tuyến tính vào hệ số β của tài sản).

4.3.2.3. Đánh giá về kiểm định CAPM của Roll

Trước các kết quả kiểm định đối với CAPM, năm 1977 R. Roll trong bài báo "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests" (Journal of Financial Economics – March 1977) có đưa ra nhận định về việc kiểm định CAPM như sau:

Rất khó có thể kiểm định được mô hình CAPM vì vấn đề mấu chốt ở chỗ danh mục M không quan sát được. Vì vậy, các ước lượng của các tác giả phải sử dụng một danh mục nào đó đại diện cho M.

Roll lập luận rằng quan hệ tuyến tính giữa phần bù rủi ro và hệ số β luôn tồn tại vì theo (3.61) chương III ta luôn có:

$$\overline{r_Q} = r_f + \beta_{QP}(\overline{r_P} - r_f) \quad (4.39)$$

với

$$\beta_{QP} = \frac{Cov(r_P, r_Q)}{\sigma_P^2}$$

và P là danh mục hiệu quả.

Khi kiểm định CAPM dùng danh mục P nào đó thay thế M:

- nếu P hiệu quả thì quan hệ (4.39) là đúng trong khi CAPM có thể không đúng (sai lầm loại 2 của kiểm định giả thuyết thống kê).
- nếu P phi hiệu quả, sẽ không có quan hệ (4.39) dẫn tới việc bác bỏ sự phù hợp (tính đúng đắn của CAPM) trong khi CAPM có thể phù hợp (sai lầm loại 1 của kiểm định giả thuyết thống kê).

Tóm lại, việc kiểm định mô hình CAPM có đúng hay không chính là việc kiểm định danh mục thị trường có phải danh mục hiệu quả hay không. Một việc không hề dễ dàng vì khó có thể quan sát danh mục thị trường theo đúng nghĩa.

4.3.3. Quy trình ước lượng và kiểm định CAPM

Để thuận tiện cho việc ứng dụng CAPM ta sẽ hệ thống các bước cần tiến hành khi ước lượng các tham số và kiểm định CAPM thành quy trình sau:

Bước 1: Lựa chọn danh mục M

Để chọn M ta có thể sử dụng:

- Chỉ số đại diện cho thị trường thay cho danh mục M;
- Cách tính trực tiếp danh mục M (theo định nghĩa);
- Chọn một danh mục hiệu quả.

Bước 2: Dùng mô hình hồi quy có dạng như mô hình SIM để ước lượng hệ số β của các tài sản, tức là cần ước lượng (bằng phương pháp thích hợp) phương trình hồi quy sau:

$$r_{it} = \gamma_i + \beta_i r_{Mt} + \varepsilon_{it}$$

ta sẽ thu được β_i.

Bước 3: Coi chuỗi β_i vừa ước lượng được ở bước 2 là biến độc lập để ước lượng hồi quy:

$$ER_i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_i + \varepsilon_i$$

Bước 4: Sử dụng tiêu chuẩn phù hợp (mục II.1.2) để xác nhận tính đúng đắn của CAPM.

Chú ý: Quá trình lựa chọn M và ước lượng các tham số đòi hỏi phải biết vận dụng tổng hợp kỹ thuật phân tích dữ liệu: phân tích thống kê, phân tích chuỗi thời gian, ước lượng mô hình kinh tế lượng,…

4.4. MỞ RỘNG CAPM

Khi dẫn xuất CAPM, ta đề cập tới khá nhiều giả thiết. Có giả thiết khá hiển nhiên, phù hợp với thực tế. Tuy nhiên có một số chưa hẳn được thỏa mãn. Trong phần này, chúng ta sẽ điểm qua một số giả thiết như vậy và sẽ cải tiến CAPM cho phù hợp.

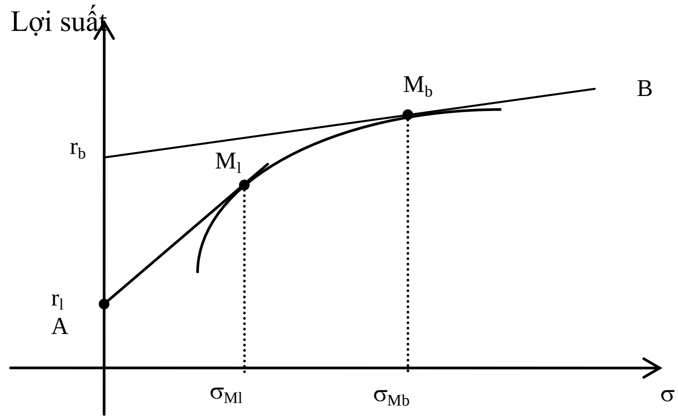
4.4.1. Trường hợp thị trường cấm bán khống tài sản

Như đã nhận xét trong mục 3.2.2.1, trong thị trường cấm bán khống, biên hiệu quả bị thu hẹp, có vị trí thấp hơn và ít "cong" hơn. Khi này mô hình CAPM không còn đúng nữa. Tuy nhiên, ta vẫn có thể sử dụng CAPM dưới dạng mô hình SIM. Vì vậy vẫn có thể ước lượng các tham số để thiết lập mối quan hệ tuyến tính giữa phần bù rủi ro của tài sản với phần bù rủi ro của thị trường và ước lượng đường thị trường chứng khoán SML.

4.4.2. Trường hợp lãi suất vay và cho vay khác nhau

Một trong những giả thiết của CAPM là lãi suất đi vay và cho vay trên thị trường là như nhau. Thực tế bao giờ cũng có sự chênh lệch giữa hai loại lãi suất này. Kí hiệu lãi suất cho vay: r_b (mức lãi suất các tổ chức ngân hàng, tài chính cho vay) và lãi suất đi vay: r_l và ta có $r_b > r_l$.

Với giả thiết lãi suất đi vay và lãi suất cho vay là trùng nhau thì ta chỉ có một mức giá trị lãi suất phi rủi ro r_f để xác định mô hình CAPM. Trong trường hợp có hai lãi suất, ta sẽ có hai mức lãi suất phi rủi ro r_b và r_l và đường CML (biên hiệu quả) không còn là đường thẳng. Đường CML trong trường hợp này là đoạn AM_lM_bB như minh họa trên hình 4.7.



Hình 4.7. Đường CML trong trường hợp lãi suất vay và cho vay khác nhau.

Danh mục thị trường M là không duy nhất, mọi danh mục thuộc đoạn M_lM_b trên CML đều có thể đóng vai trò danh mục thị trường. Tương ứng với tình huống này SML cũng gồm hai đường:

$$\bar{r}_i = r_b + \beta_i(\bar{r}_{Mb} - r_b) \quad \text{với } \bar{r}_i > \bar{r}_{Mb}$$

$$\bar{r}_i = r_l + \beta_i(\bar{r}_{Ml} - r_l) \quad \text{với } \bar{r}_i < \bar{r}_{Ml}$$

Trong thực tế, do sự khác biệt giữa r_b và r_l là khá nhỏ nên có thể coi chúng là một.

4.4.3. Trường hợp không có tài sản phi rủi ro

Theo giả thiết của mô hình CAPM, trên thị trường có cả tài sản rủi ro và tài sản phi rủi ro. Nhưng nếu thị trường không có tài sản phi rủi ro thì mô hình sẽ như thế nào? Lưu ý rằng đây chỉ là sự mở rộng về mặt lý thuyết, thực tế thì thị trường nào cũng có tài sản được coi là tài sản phi rủi ro (ít nhất là trong chu kỳ xem xét).

Theo mục 3.2.2.1. về các tính chất của danh mục biên duyên, ta có: nếu P là danh mục biên duyên thì luôn tồn tại một danh mục biên duyên khác, không tương quan với P, kí hiệu là ZC(P). Từ kết quả này, năm 1973 F. Black lập luận và dẫn xuất ra mô hình CAPM trong trường hợp không có tài sản phi rủi ro như sau:

Với M là danh mục thị trường, ta sẽ có ZC(M) là danh mục không tương quan với M. Khi đó:

$$\bar{r}_i = (1-\beta_i)\bar{r}_{ZC(M)} + \beta_i \bar{r}_M$$

trong đó

$$\beta_i = \frac{\operatorname{cov}(r_M, r_i)}{\sigma_M^2}$$

ta có thể viết dưới dạng:

$$\bar{r}_i = \bar{r}_{ZC(M)} + \beta_i(\bar{r}_M - \bar{r}_{ZC(M)}).$$

Về mặt hình thức, mô hình này giống như mô hình CAPM, chỉ thay $r_f = \bar{r}_{ZC(M)}$.

4.4.4. Trường hợp lợi suất của tài sản không có phân bố chuẩn

Một giả thiết khác nữa của CAPM là lợi suất của tài sản có phân bố chuẩn. Trên thực tế, có một số tài sản mà lợi suất không có phân bố chuẩn. Vậy trong những trường hợp như thế, ta sẽ xử lý ra sao?

4.4.4.1. Ý nghĩa của việc lợi suất tài sản có phân bố chuẩn

Ta biết rằng phân bố chuẩn chỉ phụ thuộc vào hai tham số: kỳ vọng μ và phương sai σ^2. Nhiều phân bố khác ngoài hai tham số trên còn phụ thuộc vào các tham số khác: hệ số nhọn, hệ số bất đối xứng, bậc tự do,… Do đó ngoài ý nghĩa đã được đề cập trong phương pháp phân tích MV khi chọn danh mục, giả thiết lợi suất tài sản có phân phối chuẩn còn bao hàm ý nghĩa sau:

- ✓ Hệ số bất đối xứng (Skewness):

$$S(r) = E\left[\frac{(r-\mu)^3}{\sigma^3}\right]$$

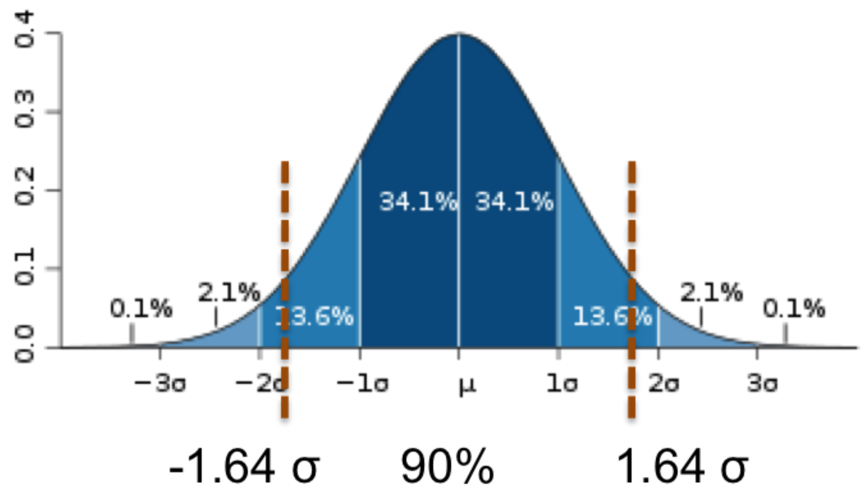
sẽ bằng 0.

- ✓ Hệ số nhọn (Kurtosis)

$$K(r) = E\left[\frac{(r-\mu)^4}{\sigma^4}\right]$$

sẽ bằng 3.

Ta có hình 4.8 minh họa.

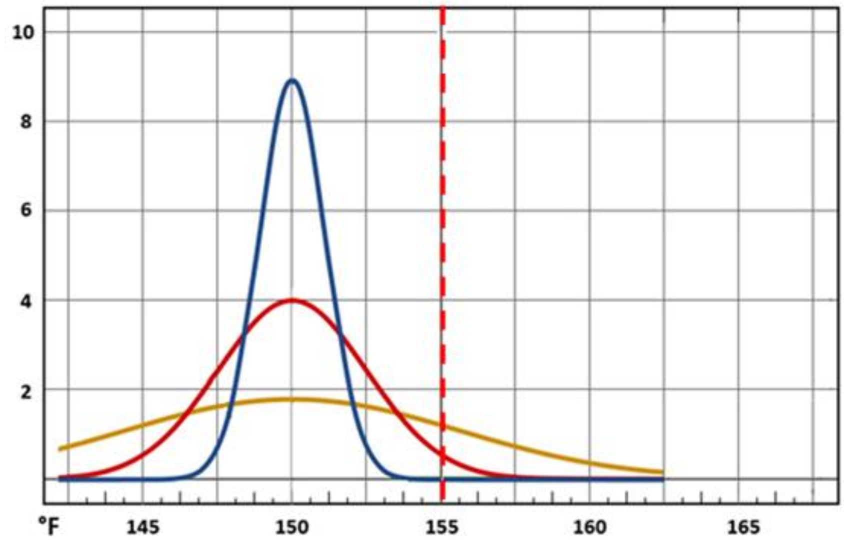


Hình 4.8. Minh họa các mức xác suất với phân phối chuẩn.

Đối với biến ngẫu nhiên phân bố chuẩn thì xác suất xảy ra sự kiện $\{|r-\mu| > 3\sigma\}$ là rất nhỏ, coi như bằng 0 (quy tắc 3-sigma). Về mặt trực quan, phần 2 "đuôi" của đồ thị hàm mật độ rất gần với trục hoành khi sang phải hoặc trái. Đặc điểm này gọi là "đuôi gầy" (Thin Tail). Điều đó có nghĩa là: khả năng sau một chu kỳ giá tài sản tăng (hoặc giảm) với biên độ lớn là rất thấp.

Do tính chất đối xứng của đồ thị hàm mật độ nên tần suất tăng và giảm giá của tài sản là như nhau.

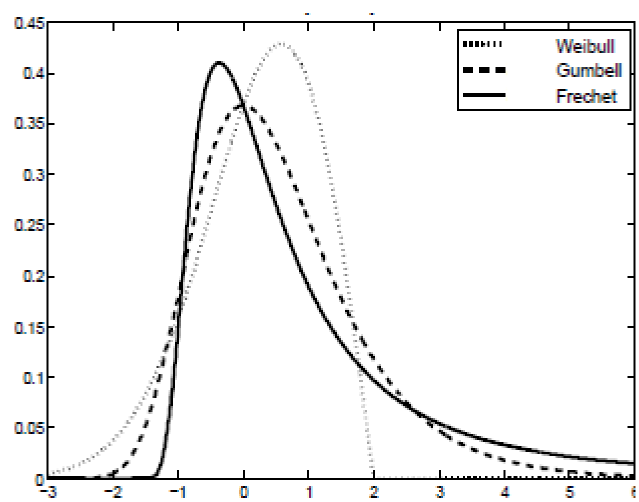
Trong thực tế, khi phân tích số liệu và dùng một số kiểm định người ta thấy rằng lợi suất của nhiều tài sản không có phân bố chuẩn do đó đồ thị hàm mật độ không đối xứng và có "đuôi béo" (Fat Tail). Điều đó có nghĩa là: khả năng sau một chu kỳ giá tài sản tăng (hoặc giảm) với biên độ lớn là có với xác suất đáng kể không thể bỏ qua. Hình 4.9 sau đây minh họa các phân phối đuôi gầy và đuôi béo.



Hình 4.9. Minh họa đuôi phân phối.

Nếu đồ thị lệch trái (S(r) < 0) thì tần suất giảm giá của tài sản khá cao, ngược lại nếu lệch phải (S(r) > 0) thì tần suất tăng giá của tài sản khá cao.

Ta có hình 4.9 minh họa các phân phối lệch trái, phải thường gặp.



Hình 4.10. Một số phân phối lệch trái, phải.

Độc giả có thể kiểm chứng đối với chuỗi lợi suất của các cổ phiếu trên thị trường chứng khoán Việt Nam.

4.4.4.2. Mô hình CAPM

Trong trường hợp phân bố của lợi suất không phải phân bố chuẩn thì về mặt lý thuyết, E. Fama (1965) đã chứng minh được kết quả sau:

Nếu lợi suất của tài sản không có phân bố chuẩn nhưng hoặc là có phân bố loga chuẩn, hoặc là thuộc lớp phân bố "ổn định" (Stable) thì mô hình CAPM vẫn đúng.

4.4.5. Trường hợp có tài sản không được giao dịch trên thị trường

Như giả thiết ở phần trước, mọi tài sản đều được giao dịch mua bán trên thị trường. Nếu vì lý do nào đó có những tài sản không được giao dịch trên thị trường (có thể do chi phí giao dịch quá lớn hoặc có những tài sản bị luật pháp cấm giao dịch) thì D. Mayers (1972) đề xuất cải tiến mô hình CAPM như sau:

$$\bar{r}_i = r_f + \lambda\left[V_M\sigma_{iM} + \sigma_{iH}\right]$$

trong đó:

- ✓ M: danh mục thị trường của các tài sản giao dịch trên thị trường.
- ✓ H: danh mục các tài sản không được giao dịch trên thị trường.
- ✓ r_H: lợi suất của tài sản không được giao dịch trên thị trường.
- ✓ V_M: tổng giá trị thị trường của các tài sản giao dịch.

và:

- ✓ $\lambda = \dfrac{\bar{r}_M - r_f}{V_M.\sigma_M^2 + \sigma_{MH}}$
- ✓ $\sigma_{iM} = \mathrm{cov}(r_i, r_M) \quad \sigma_{iH} = \mathrm{cov}(r_i, r_H) \quad \sigma_{MH} = \mathrm{cov}(r_M, r_H)$.

Trên thực tế, ước lượng mô hình này là rất khó.

4.4.6. Trường hợp không có sự đồng nhất trong đánh giá về hoạt động của thị trường giữa các nhà đầu tư

Theo phân tích, tính toán của riêng mình, nhà đầu tư có thể có nhận định khác nhau về thị trường, nói cách khác, mỗi nhà đầu tư có ma trận hiệp phương sai, vectơ lợi suất trung bình riêng.

Đối với trường hợp này, về mặt lý thuyết, J. Lintner (1969), đã giải quyết vấn đề như sau: Mô hình CAPM vẫn đúng trong đó có thay đổi là khi xác định ma trận V, vectơ $\bar{r}$ ta phải tính theo trọng số của nhóm các nhà đầu tư có cùng ma trận hiệp phương sai.

4.4.7. Trường hợp có thu nhập (cổ tức) trong chu kỳ

Tác giả J. Brennan (1970) có nghiên cứu trường hợp này và đưa ra mô hình CAPM cải tiến có dạng như sau:

$$r_i = \gamma_1 r_f + \gamma_2 \beta_i + \gamma_3 DY_i$$

trong đó: β_i là hệ số β được xác định theo mô hình CAPM ban đầu và DY_i là tỷ lệ cổ tức của tài sản.

4.4.8. Trường hợp nhiều chu kỳ

Mô hình CAPM chúng ta đã đề cập chỉ xét trong một chu kỳ. Đối với trường hợp nhiều chu kỳ, R. Merton (1973) phát triển mô hình bằng cách: thay các biến trong mô hình CAPM một chu kỳ bằng các quá trình ngẫu nhiên.

TÓM TẮT NỘI DUNG

Trong chương này chúng ta đã tìm hiểu một mô hình định giá tài sản kinh điển là mô hình CAPM. Mặc dù với các giả thiết khá chặt, mô hình này khó áp dụng trong thực tiễn, nhưng đây vẫn là mô hình nền tảng để xây dựng các lý thuyết định giá tài sản hiện đại.

TỪ KHÓA

Tiếng Việt	**Tiếng Anh**
Thị trường tài chính	Financial market
Tài sản cơ sở	Underling asset
Tài sản phái sinh	Derivative
Quyền chọn	Option
Hợp đồng tương lai	Future
Danh mục đầu tư	Portfolio
Cơ lợi	Arbitrage

CÂU HỎI

4.1. Những điểm thuận lợi của phương pháp mô hình so với các phương pháp khác trong nghiên cứu là gì?

4.2. Hãy kể ra một số hiện tượng trong cuộc sống hàng ngày mà ta có thể xem như biểu hiện của một số quy luật cơ bản trong hoạt động kinh tế - xã hội.

BÀI TẬP

4.1. Hãy phân biệt các đường sau: Đường đặc trưng của tài sản, CML, SML.

4.2. Cho bảng số liệu:

Khả năng	**Xác suất**	**Lợi suất thị trường**	**Lợi suất cổ phiếu A**
1	0,1	- 0,15	- 0,3
2	0,3	0,05	0
3	0,4	0,15	0,2
4	0,2	0,2	0,5

Hãy xác định:

a) Lợi suất kỳ vọng, phương sai của danh mục thị trường, của cổ phiếu A.

b) Phương trình của đường thị trường chứng khoán và tình trạng giá cổ phiếu A.

4.3. Cho $E(r_M) = 0,12$, $\sigma(r_M) = 0,2$ và $r_f = 0,06$, hãy vẽ CML.

4.4. Giả sử danh mục thị trường chỉ gồm 2 tài sản với các số liệu:

Tài sản	**Lợi suất kỳ vọng**	**Độ dao động**	**Tỷ trọng trong M**
1	10%	20%	0,4
2	15%	28%	0,6

Cho $\sigma_{12} = 0,3$, $r_f = 0,05$. Hãy xác định CML.

4.5. Giả sử danh mục thi trường chỉ gồm 4 tài sản với các số liệu:

Tài sản	σ_{iM}	**Tỷ trọng trong M**
1	242	0,2

2	360	0,3
3	155	0,2
4	210	0,3

Hãy tính độ dao động của danh mục thị trường.

4.6. Cho bảng các số liệu:

Tài sản	**Lợi suất kỳ vọng**	**Độ dao động**	σ_{iM}
1	15,5%	20%	0,9
2	9,2%	9%	0,8
M	12%	12%	

Hãy tính hệ số bêta của các tài sản và viết phương trình SML.

4.7. Cho $E(r_M) = 0,16$, $\sigma_M = 0,2$ và $r_f = 0,08$.

a) Ta có nên đầu tư vào tài sản A với $E(r_A) = 0,12$, $\sigma_{MA} = 0,01$?

b) Giả sử ở chu kỳ sau lợi suất thực tế của tài sản A là 5%. Ta có thể giải thích hiện tượng này như thế nào?

c) Nếu cổ phiếu D có $E(r_D) = 25\%$, $\sigma^2_D = 52\%$ thì rủi ro hệ thống, phi hệ thống của cổ phiếu là bao nhiêu?

4.8. Cho $E(r_M) = 10\%$, $r_f = 6\%$, hệ số bêta của tài sản 1 và 2 là 0,85 và 1,2. Xác định SML và lợi suất kỳ vọng của các tài sản.

4.9. Hệ số bêta của danh mục hiệu quả P là bao nhiêu nếu $E(r_M) = 15\%$, $\sigma_M = 20\%$, $r_f = 5\%$ và $E(r_P) = 20\%$; hãy xác định σ_P và σ_{PM}.

4.10. Nếu 1 năm sau giá cổ phiếu công ty A là 100.000đ thì hiện nay ta có thể trả bao nhiêu để mua cổ phiếu nếu $E(r_M) = 18\%$, $r_f = 8\%$ và hệ số bêta của cổ phiếu là 2.

4.11. Hãy điền các giá trị còn thiếu trong bảng sau:

Tài sản	**Lợi suất kỳ vọng (%)**	**Độ dao động (%)**	**Hệ số bêta**	**Rủi ro riêng (%)**
1	?	?	0,8	81
2	19	?	1,5	36
3	15	12	?	0
4	7	8	0	?

5	16,6	15	?	?

4.12. Cho bảng các số liệu sau về danh mục P:

Tài sản	Lợi suất kỳ vọng	Tỷ trọng	Hệ số bêta
1	15%	20%	0,8
2	16,2%	50%	1,1
3	18,9%	30%	1,3

a) Tính lợi suất kỳ vọng, hệ số bêta của P.

b) Nếu r_f = 9%, $E(r_M)$ = 16%, hãy tính hệ số anpha của các tài sản, của P.

c) Nếu dự đoán trong năm tới r_f = 10%, $E(r_M)$ = 18%, tính lợi suất kỳ vọng của tài sản, danh mục.

4.13. Cho bảng các số liệu sau về danh mục P:

Tài sản	Tỷ trọng	Hệ số bêta	Rủi ro riêng
1	40%	0,8	12%
2	60%	1,1	10%

Nếu $E(r_M)$ = 11% thì tổng rủi ro của P là bao nhiêu?

4.14. Cho hệ số bêta của 4 tài sản là: 0; 0,5; 1; 1,5; r_f = 9%, $E(r_M)$ = 17%. Tính phần bù rủi ro của các tài sản.

4.15. Giả sử cổ phiếu A, B được định giá đúng theo CAPM và $E(r_A)$ = 10%; $E(r_B)$ = 20%; β_A = 0,2, β_B = 1,2.

a) Xác định SML.

b) Nếu cổ phiếu C có β_C = 1,5,hãy tính phần bù rủi ro của C.

c) Ta nên mua hay bán cổ phiếu D nếu $E(r_D)$ = 12%, β_D = 0,5?

4.16. Cho r_f = 5%, danh mục Q có $E(r_Q)$ = 13% và β_Q = 1.

a) Hãy tính "giá" của rủi ro thị trường.

b) Nếu tài sản A có β_A = 0, hãy tính $E(r_A)$.

c) Cổ phiếu X có giá hiện thời là 100. Trong năm tới X có cổ tức bằng 5 và có thể được bán với giá 108. Nếu β_X = 0,5, cổ phiếu có được định giá đúng?

4.17. Cho ma trận hiệp phương sai của 2 tài sản A, B và danh mục thị trường M:

	r_A	r_B	r_M
r_A	0,16	0,02	0,064
r_B		0,09	0,032
r_M			0,04

Cho r_f = 4%, $E(r_M)$ = 12% và danh mục P gồm 75% tài sản A, 25% tài sản B.

a) Tính tổng rủi ro của P.

b) Tính hệ số bêta, lợi suất kỳ vọng của các tài sản, của P.

c) Hãy tính các hệ số xác định R^2 khi hồi quy r_A, r_B, r_P theo r_M.

d) Ta có thể lập danh mục Q gồm danh mục thị trường và tài sản phi rủi ro để Q, P có các đặc trưng như nhau?

BÀI TẬP THỰC HÀNH

4.1. Sử dụng chuỗi giá trị thị trường của tất cả các cổ phiếu để ước lượng danh mục thị trường.

4.2. Chọn một số cổ phiếu trên thị trường để ước lượng mô hình CAPM theo 2 cách:

- sử dụng danh mục thị trường ước lượng ở 1.
- sử dụng VN-Index đại diện cho danh mục thị trường.

Chú ý: khi ước lượng CAPM bằng mô hình hồi quy có thể phải sử dụng nhiều phương pháp khác nhau dùng trong kinh tế lượng và phân tích chuỗi thời gian.

Hãy nhận xét kết quả ước lượng.

4.3. Từ kết quả trên hãy chọn CAPM thích hợp để ước lượng SML cho thị trường cổ phiếu Việt Nam và cho nhận xét về giá cổ phiếu.

4.4. Sử dụng CAPM ước lượng ma trận hiệp phương sai, VaR của cổ phiếu và danh mục.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Carol Alexander (2001): *Market Models: A Guide to Financial Data Analysis* – John Wiley&Sons.
2. David Blake (2000): *Financial Markets Analysis* – John Wiley&Sons (Second Edition).
3. John Y. Campbell – Andrew W. Lo – A. Craig MacKinlay (1997): *The Econometrics of Financial Markets* – Princeton Univesity Press.
4. Thomas E. Copeland – J. Fred Weston (1992): *Financial Theory and Corporate Policy* – Addison – Wesley Company (3^{rth} Edition).
5. Avinash K. Dixit – Robert S. Pindyck (1994): *Investment under Uncertainty* – Princeton Univesity Press.
6. Frank J. Fabozzi (2000): *Fixed Income Analysis* – Frank J. Fabozzi Associates New Hope.
7. Eugene E. Famma (1965): *The Behavior of Stock Market Price* – Journal of Business – January.
8. Mark Grinblatt – Sheridan Titman (1998): *Financial Markets and Corporate Strategy* – Irwin/McGraw – Hill.
9. Robert C. Merton (1990): *Continuous Finance* – Basil Blackwell.
10. Frank K. Reilly – Keith C. Brown (1997): *Investment Analysis and Portfolio Management* – The Dryden Press (5^{th} Edition).
11. W. F. Sharpe – G. Alexander – J. Bailey (1995): *Investments* – Prentice – Hall.

CHƯƠNG 5
MÔ HÌNH ĐA NHÂN TỐ VÀ LÝ THUYẾT ĐỊNH GIÁ CƠ LỢI

Nội dung chính

- Trình bày mô hình đa nhân tố đối với lợi suất tài sản
- Giới thiệu ứng dụng mô hình đa nhân tố trong phân tích danh mục
- Giới thiệu Lý thuyết định giá cơ lợi

Yêu cầu

- Hiểu rõ và nắm vững mô hình đa nhân tố và các ứng dụng phân tích danh mục
- Nắm vững mối liên hệ giữa mô hình đa nhân tố và CAPM
- Bước đầu áp dụng mô hình đối với thị trường chứng khoán Việt nam

5.1. MÔ HÌNH ĐA NHÂN TỐ

5.1.1. Đôi nét lịch sử

Sau khi mô hình CAPM ra đời , có rất nhiều tác giả đã sử dụng mô hình để định giá tài sản trên nhiều thị trường. Phần cốt lõi của mô hình CAPM là thiết lập mối quan hệ giữa lợi suất kỳ vọng của tài sản với lợi suất kỳ vọng của thị trường . Nói cách khác, chỉ có một yếu tố duy nhất chi phối lợi suất của tài sản là yếu tố thị trường . Một số kết quả phân tích thực nghiệm mô hình này cho thấy rằng nếu chỉ dùng yếu tố thị trường thì chưa đủ để giải thích phần bù rủi ro của các cổ phiếu. Như vậy, trong thực tế có những trường hợp phù hợp nhưng cũng có những trường hợp không phù hợp.

Năm 1976 Stephen Ross trong bài báo “The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing” (Journal of Econmic Theory – December 1976) đã nhận xét rằng: về mặt lý thuyết (theo logic) có thể mở rộng CAPM đối với nhiều yếu tố; về mặt thực tế, bên cạnh yếu tố thị trường còn có những nhân tố khác cũng có thể tác động đến lợi suất (quy mô doanh nghiệp, điều kiện kinh tế - xã hội,…). Từ suy nghĩ đó Ross đưa ra một mô hình khái quát hơn về quan hệ giữa lợi suất và nhiều nhân tố. Vì vậy mô hình của ông còn được gọi là “*Mô hình đa nhân tố*” (Multi Factor Model) – MFM.

Điểm nổi bật của mô hình đa nhân tố là đề cập đến nhiều nhân tố và các nhân tố không nhất thiết phải được xác định trước. Với giả thiết ít hơn CAPM nhưng mô hình MFM lại tổng quát hơn. Đặc biệt, các giả thiết, tính phù hợp với thực tế của MFM đều có thể kiểm định được thông qua các phương pháp thống kê đa biến. Từ MFM kết hợp với

"Nguyên lý không cơ lợi" S.Ross đã xây dựng "*Lý thuyết định giá cơ lợi*" (Arbitrage Pricing Theory - APT).

5.1.2. Mô hình đa nhân tố

5.1.2.1. Phân loại các nhân tố

Từ phân tích, quan sát trong thực tế ta thấy rằng lợi suất của tài sản phụ thuộc vào nhiều yếu tố (nhân tố). Ta có thể phân thành hai nhóm nhân tố chính sau:

- **Các nhân tố vĩ mô**

Nhóm các nhân tố liên quan đến toàn bộ nền kinh tế, gọi là nhóm các nhân tố vĩ mô gồm các nhân tố sau:

- ✓ Các nhân tố liên quan tới tăng trưởng kinh tế, hoạt động của các thị trường;
- ✓ Các nhân tố liên quan đến lạm phát, lãi suất;
- ✓ Các nhân tố liên quan đến chính sách kinh tế như: chính sách tiền tệ, chính sách tài khoá, chính sách tỷ giá hối đoái,…
- ✓ Các nhân tố về chính trị - xã hội.

- **Các nhân tố vi mô**

Nhóm các nhân tố liên quan đến tài sản hoặc một nhóm tài sản gọi là các nhân tố vi mô bao gồm:

- ✓ Nhân tố ngành nghề, lĩnh vực;
- ✓ Loại hình tài sản (cổ phiếu, trái phiếu hay quyền chọn…);
- ✓ Các đặc trưng của doanh nghiệp, tổ chức phát hành tài sản.

Từ việc phân loại các nhân tố ta thấy có những nhân tố tác động chung đối với nhiều tài sản trong khi đó có những loại chỉ ảnh hưởng tới tài sản cụ thể. Loại nhân tố thứ nhất gọi là "*nhân tố chung*" (Common Factors) và loại thứ hai gọi là "*nhân tố riêng*" (Specific Factors).

5.1.2.2. Mô hình đa nhân tố

a. Các giả thiết

1. Lợi suất của tài sản tuân theo mô hình đa nhân tố, tức là lợi suất của tài sản phụ thuộc một số nhân tố chung cho tất cả các tài sản và một số nhân tố riêng có của

tài sản đó. Giả sử có K nhân tố chung, ký hiệu: F_1, F_2, …, F_k và nhân tố riêng cho mỗi tài sản ký hiệu là ε_i $i=\overline{1,N}$ (N: số lượng tài sản).

2. Giả thiết về nhân tố chung và nhân tố riêng:

(i) $E(F_k) = 0$ $(\forall k=\overline{1,K})$ (ii) $E(\varepsilon_i) = 0$ $(\forall i=\overline{1,N})$

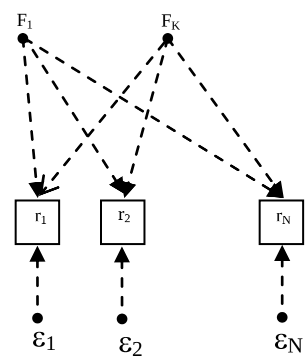
(iii) $Cov(F_s,F_r)=0$ $s\neq r$ (iv) $Cov(\varepsilon_i,\varepsilon_j)=0$ $i\neq j$

(v) $Cov(F_k,\varepsilon_i)=0$ $\forall k=\overline{1,K};$ $\forall i=\overline{1,N}$.

Chú ý:

- Nếu $E(F_k)\neq 0$ ta đặt $f_k=F_k-E(F_k)$ khi đó $E(f_k)=0$
- Nhóm (iii) – (v) gọi là giả thiết về các *nhân tố trực giao*.

Ta có hình 5.1 minh họa sơ đồ liên hệ giữa lợi suất tài sản và các nhân tố.



Hình 5.1 Sơ đồ liên hệ giữa lợi suất tài sản và các nhân tố.

b. Mô hình K nhân tố

Mô hình K nhân tố đối với lợi suất tài sản

➢ *Mô hình*

Mô hình K nhân tố đối với lợi suất của tài sản i sẽ có dạng:

$$r_i=\alpha_i+\sum_{k=1}^{K}\beta_{ik}F_k+\varepsilon_i \tag{5.1}$$

với các giả thiết (i) – (v).

Phương trình (5.1) gọi là phương trình K nhân tố đối với lợi suất của tài sản i. Hệ số β_{ik} gọi là hệ số nhân tố (Factor Loadings) k của lợi suất tài sản i.

Với N tài sản ta có thể biểu diễn hệ (5.1) dưới dạng ma trận.

Ta ký hiệu ma trận hệ số nhân tố:

$$\underset{(NxK)}{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_{11}\beta_{12}.......\beta_{1K} \\ \beta_{21}\beta_{22}.......\beta_{2K} \\ .... \\ \beta_{i1}\beta_{i2}........\beta_{iK} \\ .... \\ \beta_{N1}\beta_{N2}......\beta_{NK} \end{bmatrix} \qquad (5.2)$$

Véctơ lợi suất các tài sản:

$$r = (r_1, r_2, ..., r_N) \qquad (5.3)$$

Vectơ α:

$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_N) \qquad (5.4)$$

Vì $E(\sum_{k=1}^{K}\beta_{ik}F_k) = 0$ và $E(\varepsilon_i) = 0$ nên lợi suất kỳ vọng của tài sản i:

$$E(r_i) = \alpha_i \quad (i = \overline{1, N}) \qquad (5.5)$$

do đó vectơ α gọi là vectơ lợi suất kỳ vọng của các tài sản.

Vectơ các nhân tố riêng của các tài sản:

$$\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_N) \qquad (5.6)$$

Vectơ các nhân tố chung:

$$F = (F_1, F_2, ..., F_K) \qquad (5.7)$$

Khi đó, ta có thể biểu diễn mô hình K nhân tố dưới dạng ma trận như sau:

$$\mathbf{r} = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}\mathbf{F} + \boldsymbol{\varepsilon}. \qquad (5.8)$$

- *Ý nghĩa các hệ số nhân tố*

Về hình thức, phương trình nhân tố (5.1) đối với lợi suất tài sản tương tự như mô hình hồi quy bội vì vậy vai trò, ý nghĩa của các hệ số nhân tố β_{ik} có thể giải thích tương tự như ý nghĩa của các hệ số hồi quy riêng. Hệ số β_{ik} phản ánh mối *quan hệ giữa lợi suất tài sản i với nhân tố k*. Dấu của β_{ik} xác định *xu hướng* và $|\beta_{ik}|$ đo lường *mức độ* của mối quan hệ. Như vậy các hệ số nhân tố đo lường tác động của nhân tố tới lợi suất tài sản.

Mô hình K nhân tố đối với lợi suất danh mục

Tương tự như đối với tài sản, ta có mô hình K nhân tố xác định đối với danh mục như sau:

Xét danh mục P: (w_1, w_2, …, w_N). Lợi suất của danh mục kí hiệu là r_P, khi đó:

$$r_P = \sum_{i-1}^{N} \mathrm{w}_i r_i \tag{5.9}$$

Thay r_i từ phương trình (5.1), suy ra phương trình nhân tố đối với danh mục P có dạng như sau:

$$r_P = \alpha_P + \sum_{k=1}^{K} \beta_{Pk} F_k + \varepsilon_P \tag{5.10}$$

trong đó: $\alpha_P = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w}_i \alpha_i$; $\beta_{Pk} = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w}_i \beta_{ik}$; $\varepsilon_P = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w}_i \varepsilon_i$.

Cũng tương tự như đối với tài sản ta có thể biểu diễn phương trình nhân tố của danh mục dưới dạng ma trận (độc giả có thể tự chứng minh):

$$r_P = \alpha_P + \mathrm{w}'\beta \mathrm{F} + \mathrm{w}'\varepsilon \tag{5.11}$$

với ε: vectơ (cột) các nhân tố riêng (ε_i) của tài sản.

Về mặt hình thức, mô hình K nhân tố đối với danh mục P cũng giống như mô hình đối với tài sản do đó ta cũng có thể giải thích ý nghĩa các hệ số nhân tố giống như đã thực hiện đối với lợi suất tài sản.

Thí dụ 5.1: Giả sử chúng ta có 3 tài sản với phương trình nhân tố tương ứng như sau:

TS 1: $r_1 = 0{,}03 + F_1 - 4F_2 + \varepsilon_1$

TS 2: $r_2 = 0{,}05 + 3F_1 - 2F_2 + \varepsilon_2$

TS 3: $r_3 = 0{,}1 + 1.5F_1 + \varepsilon_3$

Cho hai danh mục: P: (1/3; 1/3; 1/3) và Q: (-0,5; 1,5; 0).

Hãy viết phương trình nhân tố của 2 danh mục này.

Giải: Ta có:

$$\beta = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 2 \\ 1{,}5 & 0 \end{bmatrix}$$

α =(0,03; 0,05; 0,1). Suy ra:

$\alpha_P = 0{,}06$; $\alpha_Q = 0{,}06$ và $\varepsilon_P = 1/3(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)$; $\varepsilon_Q = (-0{,}5\varepsilon_1 + 1{,}5\varepsilon_2)$.

Thực hiện phép nhân ma trận w'βF (hoặc tương đương β'wF) ta được:

$$r_P = 0,06 + 1,833F_1 – 0,667F_2 + 1/3(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3);$$

$$r_Q = 0,06 + 4F_1 + 5F_2 - 0,5\varepsilon_1 + 1,5\varepsilon_2.$$

5.1.2.3. Phương pháp ước lượng mô hình đa nhân tố

Về hình thức có thể xem mô hình K nhân tố đối với lợi suất tài sản như là mô hình hồi quy bội trong đó các nhân tố chung $F_1, F_2,\ldots,F_K$ đóng vai trò K biến độc lập. Vấn đề đặt ra là ta có thể "định dạng" được các nhân tố này hay không? Trong phần tiếp theo ta sẽ đề cập tới một số phương pháp "định dạng" nhân tố.

a. Phương pháp sử dụng mô hình hồi quy

Sử dụng các biến kinh tế vĩ mô

Nếu các nhân tố chung tác động tới lợi suất tài sản thuộc nhóm nhân tố vĩ mô, ta có thể chọn một số biến kinh tế vĩ mô đại diện cho các nhân tố chung $F_1, F_2,\ldots,F_K$. Tất nhiên việc lựa chọn này tuỳ thuộc vào sự quan sát, nhận định và phân tích của chúng ta. Ta có thể thực hiện như sau:

Từ chuỗi số liệu theo thời gian của lợi suất của tài sản i $\{r_{it}\}$ ta lập mô hình hồi quy bội:

$$r_{it} = \alpha_t + \sum_{s=1}^{S} \beta_{is} F_{st} + \varepsilon_{it} \quad (5.12)$$

với các biến độc lập F_s có thể chọn tương đối rộng rãi trong số các biến kinh tế vĩ mô.

Sau đó, chúng ta ước lượng mô hình hồi quy tương ứng và sử dụng các kỹ thuật phân tích dữ liệu trong kinh tế lượng để định dạng đúng mô hình và xác định được các nhân tố $F_1, F_2,\ldots,F_K$ cùng phương trình nhân tố.

Sử dụng các biến kinh tế vi mô

Ta có thể sử dụng các đặc trưng của tài sản như các biến vi mô để thiết lập và xử lý mô hình hồi quy tương tự như đối với các biến vĩ mô. Các biến số thể hiện đặc trưng của tài sản bao gồm:

- ✓ Quy mô vốn hoá của doanh nghiệp hay tổ chức phát hành (Firm Size);
- ✓ Một số chỉ tiêu tài chính như: lợi suất trong 3, 6 hoặc 12 tháng qua (nhân tố này gọi là "*xung lượng*" (Momentum) của công ty), các hệ số: P/E, ROE, Market – to – Book Ratio (M/B), Pay – out Ratio,…
- ✓ Kì hạn của tài sản;

✓ Loại hình doanh nghiệp,...

Chú ý:

- Ta có thể kết hợp cả các biến vi mô và vĩ mô khi lập và chọn mô hình hồi quy dạng (5.12);
- Nói chung, việc xác định các biến nào đại diện cho các nhân tố chung đòi hỏi người thực hiện phải có những thông tin nhất định (thông tin tiên nghiệm) về các nhân tố.

b. Phương pháp phân tích nhân tố

Sử dụng phương pháp "Phân tích nhân tố - Phân tích thành phần chính" (Pricinple Component Analysis – PCA) trong "Phân tích thống kê đa biến" ta có thể ước lượng phương trình nhân tố đối với lợi suất tài sản. Phương pháp này thuần tuý là phương pháp phân tích thống kê không đòi hỏi phải xác định trước các nhân tố. Ta có thể sử dụng phần mềm SPSS hoặc WinStata để thực hiện quá trình tính toán và ước lượng. Nếu sử dụng SPSS, các bước thao tác bao gồm:

Bước 1: Nhập dữ liệu $\{r_{it}\}$ của chuỗi lợi suất các tài sản.

Bước 2: Từ thanh thực đơn chọn: Analyze / Data Reduction /Factor Analysis /

Trong các bảng lựa chọn tiếp theo ta chọn:

- Nhập tên các chuỗi lợi suất tham gia phân tích thành phần chính.
- Phương pháp: PCA – Varimax, số lượng thành phần chính (số lượng nhân tố: K) dự kiến.

Nhiều công trình nghiên cứu trên thế giới chỉ ra K=3 là tối đa (một số cho kết quả K = 4). Kết quả từ phần mềm cho ra nhiều chỉ tiêu trong đó chỉ tiêu quan trọng là tổng tỷ lệ giải thích. Trong thực tế, tỷ lệ giải thích vượt quá 60% là chấp nhận được.

- Ghi các nhân tố như các biến.

Bước 3: Từ bộ dữ liệu $\{r_{it}\}$, $\{F_{kt}\}$ ($k = \overline{1,K}$) (do phần mềm SPSS cung cấp) ta sẽ ước lượng mô hình hồi quy bội:

$$r_i = \alpha_i + \beta_{i1}F_1 + \beta_{i2}F_2 + ... + \beta_{iK}F_K + \varepsilon_i \qquad (5.13)$$

và nhận được các ước lượng của hệ số nhân tố: β_{ik}

Chú ý:

- Để xác định số lượng các biến lợi suất và số nhân tố ta có thể kết hợp các phương pháp phân tích thống kê nhằm lọc biến và sơ bộ định dạng nhân tố.

- Hạn chế của phương pháp: không định danh được các nhân tố, muốn định danh các nhân tố phải thực hiện phân tích nhân tố trong từng nhóm để tìm các nhân tố chung và định danh chúng.

Thí dụ 5.2: Sử dụng bộ số liệu lịch sử của 7 cổ phiếu: AGF, LAF, REE, SAM, SGH, SAV và GIL trên thị trường chứng khoán Việt nam từ ngày 2/5/2002 đến 9/9/2008 gồm 1580 quan sát (Nguồn: vndirect.com.vn); tính chuỗi lợi suất của chúng và thực hiện phân tích PCA (với 3 thành phần chính) bằng SPSS ta được kết quả:

Factor Analysis

Communalities

	Raw		Rescaled	
	Initial	Extraction	Initial	Extraction
LSAGF	.000	9.26E-005	1.000	.366
LSLAF	.001	.001	1.000	.992
LSREE	.000	.000	1.000	.540
LSSAM	.001	.000	1.000	.750
LSSGH	.000	.000	1.000	.265
LSSAV	.000	.000	1.000	.503
LSGIL	.001	.000	1.000	.861

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Total Variance Explained

Component		Initial Eigenvalues(a)		Extraction Sums of Squared Loadings	
		Total	% of Variance	Cumulative %	Total
Raw	1	35.130	.001	35.130	35.130
	2	53.741	.001	18.612	53.741
	3	68.225	.000	14.484	68.225
	4	79.841			
	5	89.435			
	6	95.157			
	7	100.000			
Rescaled	1	35.130	2.310	32.996	32.996
	2	53.741	.992	14.169	47.165
	3	68.225	.977	13.951	61.116
	4	79.841			
	5	89.435			
	6	95.157			
	7	100.000			

Nhóm 7 cổ phiếu: AGF, LAF, REE, SAM, SGH, SAV và GIL có chung 3 nhân tố - ký hiệu F1, F2, F3.

Ước lượng hồi quy (5.13) theo 3 nhân tố F1, F2, F3 đối với lợi suất cổ phiếu AGF và BBC và CAN ta được:

+ Phương sai các nhân tố:

VarF1 = 0.958827, VarF2 = 0.963786, VarF3 = 1.015119.

+ Phương trình nhân tố của cổ phiếu AGF:

LSAGF = 0.0008889003371 + 0.002284306992*F1 + 0.001449890107*F2 với phương sai của nhiễu (ước lượng): 0.000178.

+ Phương trình nhân tố của cổ phiếu BBC:

LSBBC = 0.003251056435*F1 + 0.001893185028*F2 + 0.001139050077*F3

với phương sai của nhiễu (ước lượng): 0.000346.

+ Phương trình nhân tố của cổ phiếu CAN:

LSCAN = 0.00220693696*F1 + 0.001674846916*F2

với phương sai của nhiễu (ước lượng): 0.000306.

Ta có các ma trận liên quan (lấy giá trị xấp xỉ):

Ma trận hệ số nhân tố đối với 3 cổ phiếu:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} F1 & F2 & F3 \end{array} \\ \beta = & \begin{bmatrix} 0.00228 & 0.00145 & 0 \\ 0.00325 & 0.00189 & 0.00114 \\ 0.00221 & 0.00167 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Ma trận phương sai các nhân tố:

$$V_F = \begin{bmatrix} 0.9589 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9638 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0151 \end{bmatrix}$$

Ma trận phương sai các nhiễu:

$$V_\varepsilon = \begin{bmatrix} 0.000178 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000346 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000306 \end{bmatrix}$$

5.1.3. Một số ứng dụng của mô hình đa nhân tố

Ứng dụng chính của mô hình đa nhân tố là để xây dựng lý thuyết định giá cơ lợi, nội dung này sẽ được trình bày ở phần sau. Trong phần này, ta sẽ trình bày một số ứng dụng khác của mô hình.

5.1.3.1. Ước lượng ma trận hiệp phương sai của lợi suất tài sản

Ta đã biết ma trận hiệp phương sai là:

$$V = \left[\operatorname{cov}(r_i, r_j)\right]_{i=\overline{1,N}}^{j=\overline{1,N}}$$

hoặc sử dụng ký hiệu:

$$V = \left[\sigma_{\mathrm{ij}}\right]_{i=\overline{1,N}}^{j=\overline{1,N}}$$

Mặt khác, vai trò thực tiễn của ma trận V là rất quan trọng. Nếu sử dụng cách tính trực tiếp, tức là ước lượng từng phần tử của ma trận này thì ta phải tính tổng cộng N^2 phần tử. Rõ ràng làm như vậy rất phức tạp, tốn nhiều thời gian và công sức (nhất là đối với những thị trường phát triển, số lượng tài sản rất lớn). Tuy nhiên nếu lợi suất của các tài sản tuân theo mô hình đa nhân tố thì khối lượng tính toán giảm đi rất nhiều.

Xét mô hình đa nhân tố sau:

$$r_i = \alpha_i + \sum_{k=1}^{K} \beta_{ik} F_k + \varepsilon_i$$

Suy ra:

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^{K} \beta_{ik}\beta_{jk} Var(F_k) \quad i \neq j \tag{5.14}$$

$$\sigma_i^2 = \sum_{k=1}^{K} \beta_{ik}^2 Var(F_k) + Var(\varepsilon_i) \tag{5.15}$$

Để thuận tiện sử dụng các phần mềm trong tính toán ta có thể biểu diễn các biểu thức trên dưới dạng ma trận sau.

Xét nhóm N tài sản có lợi suất r_i ($i = \overline{1, N}$) tuân theo mô hình K nhân tố. Theo (5.8) ta có:

$$\mathbf{r} = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta}\mathbf{F} + \boldsymbol{\varepsilon}.$$

Ta sẽ định nghĩa các ma trận sau:

$$V_F = \begin{bmatrix} Var(F_1) \ \ 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ 0 \\ 0 \quad Var(F_2) \ 0 \ldots\ldots\ldots \ 0 \\ 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots Var(F_k) \ldots . 0 \\ \\ \\ 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ 0 \ Var(F_K) \end{bmatrix}$$

$$V_\varepsilon = \begin{bmatrix} Var(\varepsilon_1)\ \ 0..............\ 0 \\ 0 \quad\ Var(\varepsilon_2)\ 0........\ 0 \\ 0..............Var(\varepsilon_i)....0 \\ \\ \\ 0..........................0\ Var(\varepsilon_N) \end{bmatrix}$$

Tức là V_F: ma trận vuông cấp *K*, đường chéo chính với các phần tử là phương sai các nhân tố chung; V_ε: ma trận vuông cấp *N*, đường chéo chính với các phần tử là phương sai các nhân tố riêng của lợi suất các tài sản. Khi đó theo (5.14), (5.15) ta có:

$$V = \beta V_F \beta' + V_\varepsilon \qquad (5.15')$$

Như vậy để ước lượng các phần tử của ma trận *V*, ta cần ước lượng các ma trận: ma trận hệ số nhân tố β gồm *N* hàng, *K* cột, số lượng phần tử cần ước lượng là $N\times K$, ma trận đường chéo V_F và V_ε gồm tổng cộng $K+N$ phần tử. Trong thực tế số lượng nhân tố không nhiều nên sử dụng mô hình đa nhân tố để ước lượng ma trận hiệp phương sai là việc đáng làm.

Thí dụ 5.3: Xét 3 tài sản với các phương trình nhân tố cho trong **Thí dụ 5.1:**

TS 1: $r_1 = 0{,}03 + F_1 - 4F_2 + \varepsilon_1$

TS 2: $r_2 = 0{,}05 + 3F_1 - 2F_2 + \varepsilon_2$

TS 3: $r_3 = 0{,}1 + 1.5F_1 + \varepsilon_3$

và cho: $Var(F_1) = Var(F_2) = 0.0001$, $Var(\varepsilon_1) = Var(\varepsilon_2) = 0.0001$, $Var(\varepsilon_3) = 0$.

Hãy tính ma trận hiệp phương sai của 3 tài sản.

Giải: Ta có:

$$\beta = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 2 \\ 1{,}5 & 0 \end{bmatrix}$$

Var(F): 0.0001; 0.0001

Suy ra:

$\sigma_{12} = 1*3*Var(F_1) + (-4)*2*Var(F_2) = -0.0005$

$\sigma_{13} = 1*1{,}5*Var(F_1) + (-4)*0*Var(F_2) = 0.00015$

$\sigma_{23} = 3*1{,}5*Var(F_1) + 2*0*Var(F_2) = 0.00045$

$$\sigma_1^2 = 1^2 * (0.0001) + (-4)^2 * (0.0001) + 0.0001 = 0.0018$$

$$\sigma_2^2 = 3^2 * (0.0001) + 2^2 * (0.0001) + 0.0001 = 0.0014$$

$$\sigma_3^2 = 1{,}5^2 * (0.0001) + 0^2 * (0.0001) + 0 = 0.00025$$

Vậy ma trận hiệp phương sai của 3 tài sản:

$$V = \begin{bmatrix} 0.0018 & -0.0005 & 0.00015 \\ -0.0005 & 0.0014 & 0.00045 \\ 0.00015 & 0.00045 & 0.00025 \end{bmatrix}$$

5.1.3.2. Phân tích rủi ro và tính VaR của tài sản, danh mục

Nếu lợi suất của tài sản tuân theo mô hình đa nhân tố ta có thể tính và phân rã phương sai của tài sản, danh mục để phân tích rủi ro và tính VaR.

a. Phân tích rủi ro của tài sản, danh mục

Theo (5.15) ta có:

$$\sigma_i^2 = \sum_{k=1}^{K} \beta_{ik}^2 Var(F_k) + Var(\varepsilon_i) \quad i = 1 \div N \qquad (5.16)$$

Tương tự như khi xét mô hình SIM hoặc CAPM, đại lượng σ_i^2 gọi là tổng rủi ro của tài sản *i*. Và tổng rủi ro được phân thành hai phần:

- $\sum_{k=1}^{K} \beta_{ik}^2 \mathrm{Var}(\mathrm{F_k})$: rủi ro nhân tố của tài sản;
- $\mathrm{Var}(\varepsilon_\mathrm{i})$: rủi ro phi nhân tố (rủi ro riêng – idiosyncratic, firm specific risk) của tài sản.

Ta có thể thực hiện phân tích đối với danh mục: giả sử ta xét danh mục P: ($w_1, w_2, \ldots, w_N$). Khi đó ta có:

$$\sigma_P^2 = \sum_{k=1}^{K} \beta_{Pk}^2 \mathrm{Var}(\mathrm{F_k}) + \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w_i^2} \mathrm{Var}(\varepsilon_\mathrm{i}) \qquad (5.17)$$

trong đó:

- tổng rủi ro của danh mục:

$$\sigma_P^2 \qquad (5.18)$$

- rủi ro nhân tố của danh mục:

$$\sum_{k=1}^{K}\beta_{Pk}^2\mathrm{Var}(\mathrm{F_k}) \qquad (5.19)$$

- rủi ro phi nhân tố của danh mục:

$$\sum_{i=1}^{N}\mathrm{w_i^2}\mathrm{Var}(\varepsilon_\mathrm{i}) \ . \qquad (5.20)$$

Để ý rằng các tài sản, danh mục khác nhau nhưng nếu có cùng hệ số nhân tố thì rủi ro nhân tố sẽ như nhau.

Chú ý:

- Để thuận tiện sử dụng các phần mềm trong tính toán ta có thể biểu diễn nhóm công thức trên dưới dạng ma trận:

$$\sigma_i^2 = \beta^{(i)}{}'V_F\beta^{(i)} + e^{(i)}{}'V_\varepsilon e^{(i)} \qquad (5.16')$$

  với $\beta^{(i)}$: vectơ dòng i của ma trận β (vectơ hệ số nhân tố của tài sản i), $e^{(i)}$: vectơ đơn vị thứ i trong R^N. Như vậy $\beta^{(i)}{}'V_F\beta^{(i)}$: rủi ro nhân tố, $e^{(i)}{}'V_\varepsilon e^{(i)}$: rủi ro phi nhân tố của tài sản.

$$\sigma_P^2 = \mathrm{w}'(\beta V_F\beta')\mathrm{w} + \mathrm{w}'V_\varepsilon\mathrm{w} \qquad (5.18')$$

  trong đó $\mathrm{w}'(\beta V_F\beta')\mathrm{w}$: rủi ro nhân tố, $\mathrm{w}'V_\varepsilon\mathrm{w}$: rủi ro phi nhân tố của danh mục.

- Nếu trong mô hình đa nhân tố ta có nhóm các nhân tố chung: $F = (F_1, F_2, ..., F_N)$ và nhân tố riêng $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_N)$ không trực giao trong nội bộ nhóm nhưng trực giao khác nhóm thì trong các công thức (5.16'), (5.18') tính phương sai của tài sản, danh mục các ma trận V_F, V_ε sẽ là ma trận hiệp phương sai của nhóm F và nhóm ε.

Thí dụ 5.4: Xét phương trình nhân tố đối với ba tài sản 1, 2, 3 trong **Thí dụ 5.3.** Hãy phân tích rủi ro của các tài sản và danh mục P: (0,1 ; 0,6 ; 0,3).

Giải: Theo kết quả của **Thí dụ 5.3**, ta có:

- tổng rủi ro của 3 tài sản: $\sigma_1^2 = 0.0018$; $\sigma_2^2 = 0.0014$; $\sigma_3^2 = 0.00025$
- rủi ro nhân tố: $1^2 * (0.0001) + (-4)^2 * (0.0001) = 0.0017$

$$3^2 * (0.0001) + 2^2 * (0.0001) = 0.0013$$

$$1{,}5^2 * (0.0001) + 0^2 * (0.0001) = 0.00025$$

- rủi ro phi nhân tố: tài sản 1, 2: Var(ε_1) = Var(ε_2) = 0.0001; tài sản sản 3 không có rủi ro phi nhân tố.

Ta tính hệ số nhân tố của danh mục P:

$$\beta_P = \beta' \mathrm{w} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1{,}5 \\ -4 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0{,}1 \\ 0{,}6 \\ 0{,}3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{,}35 \\ 0{,}8 \end{bmatrix}$$

Suy ra:

- rủi ro nhân tố: $2{,}35^2 * (0{,}0001) + (0{,}8)^2 * (0{,}0001) = 0{,}000616$
- rủi ro phi nhân tố: $0{,}1^2 * (0{,}0001) + (0{,}6)^2 * (0{,}0001) + 0^2 * 0 = 0{,}000037$
- và tổng rủi ro: 0,000616 + 0,000037 = 0,000653.

b. Tính và phân tích VaR của tài sản, danh mục

Do rủi ro của tài sản, danh mục cấu thành từ rủi ro nhân tố và rủi ro riêng nên ta có thể tính VaR và phân tích các bộ phận cấu thành tương ứng.

Nếu ký hiệu x_i là giá trị tài sản i và X = (x_1, x_2,….,x_N) vectơ giá trị từng tài sản có trong danh mục nhà đầu tư nắm giữ, theo công thức tính VaR trong chương 3 (VaR tham số) ta có:

- VaR đối với tài sản i:

$$\text{VaR(1 ngày, (1- α)100\%)} = x_i * \{ N^{-1}(\alpha) * \left[\beta^{(i)}{}' V_F \beta^{(i)} + e^{(i)}{}' V_\varepsilon e^{(i)} \right]^{1/2} \} \quad (5.21)$$

- VaR đối với danh mục:

$$\text{VaR(1 ngày, (1- α)100\%)} = N^{-1}(\alpha) * \left[X'(\beta V_F \beta')X + X' V_\varepsilon X \right]^{1/2} \quad (5.22)$$

Các giá trị trong (5.21), (5.22) gọi là *VaR tổng hợp* (Total VaR) của tài sản, danh mục. Các hạng tử:

$$x_i * N^{-1}(\alpha) * \left[\beta^{(i)}{}' V_F \beta^{(i)} \right]^{1/2}; \quad N^{-1}(\alpha) * \left[X'(\beta V_F \beta')X \right]^{1/2}$$

gọi là *VaR do nhân tố* (Risk Factor VaR) của tài sản, danh mục. Các đại lượng:

$$x_i * N^{-1}(\alpha) * \left[e^{(i)}{}' V_F e^{(i)} \right]^{1/2}; \quad N^{-1}(\alpha) * \left[X' V_\varepsilon X \right]^{1/2}$$

gọi là *VaR riêng* (Specific VaR) của tài sản, danh mục.

Chú ý: Nếu nhóm nhân tố chung, nhân tố riêng không trực giao trong nội bộ nhóm nhưng trực giao khác nhóm thì trong các công thức (5.20), (5.21) các ma trận V_F, V_ε sẽ là ma trận hiệp phương sai của nhóm F và nhóm ε.

Thí dụ 5.2 (tiếp): Ta sẽ ước lượng ma trận hiệp phương sai của các cổ phiếu AGF, BBC và CAN theo công thức (5.15'): $V = \beta V_F \beta' + V_\varepsilon$. Dựa vào các ma trận đã tính trong Thí dụ 5.2, thực hiện nhân ma trận (thực hiện trên bảng tính Excel) ta được:

0.000185	0.000010	0.000007
0.000010	0.000361	0.000010
0.000007	0.000010	0.000313

Giả sử ta có danh mục đầu tư vào cổ phiếu AGF,BBC và CAN: (500.000, 1.000.000, 300.000) (đơn vị: triệu VNĐ). Hãy ước lượng VaR(1 ngày, 5%) của danh mục trên. Thực hiện tính VaR theo công thức (5.22) ta được:

VaR(1 ngày, 5%) ~ -34,913 .

Như vậy theo mô hình 3 nhân tố sau 1 ngày, danh mục trị giá 1,8 tỷ có thể bị thua lỗ 34,913 triệu với xác suất 5%.

5.1.3.3. Lập danh mục phỏng theo

a. Ý nghĩa của danh mục phỏng theo

- **Khái niệm danh mục phỏng theo**

Trong chương 1 ta đã đề cập tới thuật ngữ "*danh mục phỏng theo*" (Tracking, Replicating, Hedging Portfolio). Trong mục này ta sẽ trình bày chi tiết hơn về danh mục này. Ta biết rằng khi nhà đầu tư chọn danh mục Q để đầu tư, các thông tin cần biết là rủi ro và lợi suất của danh mục. Nếu có thể lập danh mục P có cùng rủi ro và lợi suất như Q thì P gọi là *danh mục phỏng theo hoàn hảo* của danh mục Q.

- **Ý nghĩa danh mục phỏng theo**

Nếu có thể lập danh mục P phỏng theo và có cấu trúc đơn giản hơn Q thì nhà đầu tư sẽ dễ phân tích và điều chỉnh do đó có thể:

- Phòng hộ: nếu nhà đầu tư phải thực hiện danh mục Q thì có thể sử dụng P để thay thế (đáp ứng);
- Đánh giá việc thực thi danh mục: chọn danh mục P là danh mục đối chứng trong đánh giá việc thực thi danh mục Q;
- Phát hiện và tận dụng cơ lợi: do có cùng rủi ro nên nếu lợi suất của Q và P khác nhau sẽ xuất hiện cơ lợi. Nếu $\overline{r}_P > \overline{r}_Q$ thì chiến lược đầu tư: bán khống Q, mua P sẽ giúp nhà đầu tư tận dụng cơ lợi. Nếu trái lại thì nhà đầu tư chỉ cần đảo vị thế đối với P và Q.

b. Lập danh mục phỏng theo

Ta biết rằng với mô hình đa nhân tố, rủi ro nhân tố của tài sản hoặc danh mục chỉ phụ thuộc vào các hệ số nhân tố vì vậy để lập danh mục phỏng theo rủi ro nhân tố của danh mục hoặc tài sản khác ta chỉ cần phỏng theo các hệ số nhân tố.

Phương pháp lập danh mục phỏng theo

Cho danh mục (hoặc tài sản) Q với các hệ số nhân tố $\beta_{Qk}(k=\overline{1,K})$. Danh mục P có cùng hệ số nhân tố với Q gọi là "*danh mục phỏng theo (đáp ứng)*" hệ số nhân tố của Q. Để tìm danh mục phỏng theo ta lập và giải hệ phương trình tuyến tính:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w_i}\beta_{ik} = \beta_{Qk} \\ \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w_i} = 1 \end{cases} \tag{5.23}$$

Chú ý:

- Hệ (5.23) có thể viết dưới dạng:

$$\beta'\mathrm{w}=\beta_{\mathrm{Q}}$$
$$\sum_{\mathrm{i=1}}^{N} \mathrm{w_i} = 1$$

- Nếu mô hình đa nhân tố gồm *K* nhân tố thì khi lập hệ phương trình (5.23) ta chỉ cần chọn (*K*+1) tài sản và không nhất thiết phải gồm từ 1 đến (*K*+1) mà có thể lấy bất kỳ (*K*+1) tài sản.

- Hệ phương trình tuyến tính (5.23) có (K+1) ẩn và (K+1) phương trình sẽ có nghiệm duy nhất. Giải hệ phương trình này chúng ta sẽ được danh mục đáp ứng.

Thí dụ 5.5: Xét mô hình hai nhân tố đối với ba tài sản 1, 2, 3 trong **Thí dụ 5.2**, cho Q là danh mục có hệ số nhân tố: $\beta_{Q1} = 2$, $\beta_{Q2} = 1$. Lập danh mục P phỏng theo danh mục Q.

Giải: Theo (5.23) ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned} &w_1 + 3w_2 + 1{,}5w_3 = 2 \\ &-4w_1 + 2w_2 = 1 \\ &w_1 + w_2 + w_3 = 1 \end{aligned}$$

Giải hệ trên ta được: w_1= - 0,1; w_2 = 0,3; w_3 = 0,8. Vậy danh mục phỏng theo P: (-0,1; 0,3; 0,8). Dễ ràng kiểm tra ta thấy $\beta_{P1} = 2$, $\beta_{P2} = 1$.

Chú ý

- Trong thực tế danh mục ban đầu (Q) thường được chọn là danh mục thị trường, danh mục chỉ số,… nói chung là danh mục tham chiếu.
- Ta có thể đưa ra các hệ số β cho trước một cách không hạn chế, tức là hoàn toàn có thể đưa ra một vectơ hệ số nhân tố β (vectơ nhân tố "mục tiêu" (target)) và có thể lập danh mục đạt mục tiêu.
- Hệ số nhân tố phản ánh mối quan hệ giữa lợi suất với nhân tố nên có thể xây dựng hệ số β và danh mục đáp ứng yêu cầu của các nhà đầu tư.
- Với mô hình K nhân tố, để thiết lập danh mục phỏng theo ta chỉ cần (K+1) tài sản tài sản (hoặc danh mục). Điều này có ý nghĩa quan trọng trong thực tế vì có thể giảm thiểu công việc tính toán phức tạp. Do số lượng nhân tố không nhiều, ta chỉ cần thiết lập, tính toán với một số ít tài sản. Đây là điểm khác biệt đáng kể so với với mô hình CAPM (để thiết lập mô hình CAPM phải tính toán với danh mục thị trường gồm N tài sản). Và nếu các tài sản được lựa chọn không có rủi ro riêng thì danh mục phỏng theo cũng chỉ có rủi ro nhân tố.
- Một ứng dụng khác của danh mục phỏng theo là xác định danh mục phỏng theo các nhân tố, tức là xác định danh mục sao cho hệ số β đối với một nhân tố bằng 1, còn với các nhân tố khác đều bằng 0. Vấn đề này sẽ được thảo luận trong phần tiếp theo.

5.1.4. Danh mục nhân tố

5.1.4.1. Khái niệm danh mục nhân tố

a. Khái niệm

Danh mục nhân tố (Factor Portfolio) là danh mục P có hệ số nhân tố thứ *j* bằng 1 và hệ số khác bằng 0, tức là:

$$\begin{cases} \beta_{Pj} = 1 \\ \beta_{Pk} = 0 \quad \forall k \neq j \end{cases} \tag{5.24}$$

Như vậy với mô hình *K* nhân tố ta sẽ có *K* danh mục nhân tố và được ký hiệu: P(1), P(2), …, P(*K*) với P(*j*) gọi là danh mục nhân tố *j* ($j = \overline{1, K}$).

b. Phương trình của danh mục nhân tố

Xét danh mục nhân tố *j*: P(*j*), nếu danh mục P(*j*) được lập từ *N* tài sản thì theo (5.10) và (5.24) ta có:

$$r_{P(j)} = \alpha_{P(j)} + F_j + \varepsilon_{P(j)} \tag{5.25}$$

trong đó: $\alpha_{P(j)} = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w}_i \alpha_i$; $\beta_{P(j)j} = 1 = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w}_i \beta_{ij}$; $\varepsilon_P = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{w}_i \varepsilon_i$.

Từ (5.25) có thể coi danh mục nhân tố P(*j*) chính là danh mục phỏng theo nhân tố F_j và rủi ro nhân tố của danh mục P(*j*) sẽ bằng rủi ro nhân tố *j*.

5.1.4.2. Lập danh mục nhân tố

Với số lượng tài sản trên thị trường là rất lớn so với số nhân tố, theo nguyên lý đa dạng hoá, ta có thể lập các danh mục đa dạng hoá tốt, tức là những danh mục chỉ có rủi ro nhân tố và không có rủi ro riêng. Để lập danh mục nhân tố, ta sẽ làm như sau:

Bước 1: Chọn (*K*+1) tài sản chỉ có rủi ro nhân tố và tài sản *i* có phương trình nhân tố:

$$r_i = \alpha_i + \sum_{k=1}^{K} \beta_{ik} F_k \quad i = \overline{1, K+1}$$

Bước 2: Áp dụng phương pháp xây dựng danh mục phỏng theo, để lập danh mục nhân tố *j*: P(*j*) ta lập và giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{K+1} w_i^j \beta_{ik} = e_{jk} \quad (k = \overline{1,K}) \\ \sum_{i=1}^{K+1} w_i^j = 1 \end{cases} \tag{5.26}$$

trong đó:

$$e_{jk} = \begin{cases} 1 & k = j \\ 0 & k \neq j \end{cases}$$

Hệ phương trình tuyến tính (5.26) có (K+1) ẩn và (K+1) phương trình sẽ có nghiệm duy nhất. Giải hệ phương trình này ta sẽ xác định được các tỷ trọng w_i^j trong danh mục nhân tố P(j). Nhóm phương trình đầu trong hệ (5.26) có thể viết dưới dạng ma trận:

$$\beta' \mathrm{w}^j = e^j$$

với e^j là vectơ đơn vị thứ j (vectơ K–chiều).

Thí dụ 5.6: Giả sử ta có 3 tài sản với các phương trình nhân tố:

$$r_1 = 0{,}08 + 2F_1 + 3F_2$$
$$r_2 = 0{,}1 + 3F_1 + 2F_2$$
$$r_3 = 0{,}1 + 3F_1 + 5F_2$$

Hãy lập các danh mục nhân tố P(1), P(2).

Giải: Ta có:

$$\beta = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

Theo (5.26) ta có:

- Hệ phương trình xác định P(1):

$$2w_1 + 3w_2 + 3w_3 = 1$$
$$3w_1 + 2w_2 + 5w_3 = 0$$
$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

Giải hệ ta được: $w_1 = 2$, $w_2 = 1/3$, $w_3 = -4/3$. Vậy P(1): (2, 1/3, -4/3).

- Hệ phương trình xác định P(2):

$$2w_1 + 3w_2 + 3w_3 = 0$$
$$3w_1 + 2w_2 + 5w_3 = 1$$

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

Giải hệ ta được: $w_1 = 3$, $w_2 = -2/3$, $w_3 = -4/3$. Vậy P(2): (3, -2/3, -4/3).

Dễ dàng suy ra phương trình nhân tố của các danh mục nhân tố:

$$P(1): \quad r_{P(1)} = 0,06 + F_1$$
$$P(2): \quad r_{P(2)} = 0,04 + F_2$$

5.1.4.3. Các đặc trưng của danh mục nhân tố

a. Lợi suất của danh mục nhân tố

Xét danh mục nhân tố *j* P(*j*): $(w_1^j, w_2^j, ..., w_{K+1}^j)$, lợi suất của danh mục P(*j*) được ký hiệu là: δ_j ($j = \overline{1, K}$). Theo cách xây dựng danh mục nhân tố, ta có:

$$\delta_j = \alpha_{P(j)} + F_j \tag{5.27}$$

Dễ dàng có thể chứng minh kết quả sau:

$$\text{Cov}(\delta_j, \delta_k) = 0 \text{ với } j \neq k, \tag{5.28}$$

tức là lợi suất các danh mục nhân tố khác nhau không tương quan với nhau.

Lợi suất kỳ vọng của danh mục nhân tố *j*, ký hiệu: $\overline{\delta_j}$, khi đó ta có:

$$\overline{\delta_j} = \sum_{i=1}^{K+1} w_i^j \alpha_i \ . \tag{5.29}$$

Như vậy lợi suất kỳ vọng của danh mục nhân tố P(*j*) sẽ bằng bình quân gia quyền lợi suất kỳ vọng các tài sản có trong danh mục.

b. Rủi ro của danh mục nhân tố

Từ (5.27) suy ra:

$$Var(\delta_j) = Var(F_j) \quad (j = \overline{1, K}) \tag{5.30}$$

Như vậy tổng rủi ro của danh mục nhân tố bằng chính rủi ro của nhân tố. Do đó, nếu danh mục nhân tố được lập từ các tài sản không có rủi ro riêng thì danh mục đó cũng không có rủi ro riêng mà chỉ có rủi ro của chính nhân tố đó. Điều này cũng đúng nếu chúng ta xem xét với danh mục, tức là nếu danh mục nhân tố được thiết lập từ các danh mục không có rủi ro riêng thì danh mục nhân tố đó cũng chỉ có rủi ro nhân tố, không có rủi ro riêng.

Như vậy, rõ ràng với danh mục nhân tố, rủi ro có thể giảm thiểu. Tuy nhiên, các danh mục nhân tố vẫn tồn tại rủi ro chung (rủi ro nhân tố) nên chúng sẽ có phần bù rủi ro tương ứng.

c. Phần bù rủi ro của danh mục nhân tố

Cho r_f là lãi suất phi rủi ro, khi đó đại lượng:

$$\overline{\delta_j} - r_f = \lambda_j \qquad (j = \overline{1, K}) \tag{5.31}$$

gọi là phần bù rủi ro nhân tố *j* (chính xác là phần bù rủi ro của danh mục nhân tố *j* (P(*j*)), tuy nhiên nhưng do P(*j*) phỏng theo nhân tố F_j nên $\overline{\delta_j}$ được gọi là phần bù rủi ro nhân tố *j*).

Thí dụ 5.7: Với các dữ liệu cho trong **Thí dụ 5.6** và cho r_f= 5%. Hãy tính phần bù rủi ro của hai danh mục nhân tố P(1) và P(2).

Giải: Theo kết quả từ Thí dụ 5.6 ta có: P(1): (2, 1/3, -4/3) và P(2): (3, -2/3, -4/3). Từ (5.31) suy ra:

$$\overline{\delta}_1 = 0,06, \ \overline{\delta}_2 = 0,04$$

Theo (5.31), phần bù rủi ro của các danh mục nhân tố (phần bù rủi ro nhân tố):

$$\lambda_1 = \overline{\delta}_1 - r_f = 0,06 - 0,05 = 0,01$$

$$\lambda_2 = \overline{\delta}_2 - r_f = 0,04 - 0,05 = -0,01 .$$

Chú ý: Khác với phần bù rủi ro tính theo CAPM, phần bù rủi ro nhân tố *j* (λ_j) trong thực tế có thể dương, âm hoặc bằng 0 tuỳ thuộc vào vai trò, ý nghĩa của nhân tố F_j và quan điểm của nhà đầu tư đối với nhân tố F_j (thích hoặc không thích). Bởi lẽ trong thực tế có thể có những nhân tố tác động "tiêu cực" tới lợi suất tài sản. Đối với những loại nhân tố này nhà đầu tư không những không đòi hỏi phần bù mà còn sẵn sàng giảm bớt lợi suất để tránh tác động tiêu cực.

Chẳng hạn, trong ví dụ trên ta có thể coi:

- F_1: liên quan đến sự tăng trưởng GDP, nhân tố này tác động tích cực đến lợi suất của các cổ phiếu. Vì vậy, nhà đầu tư đòi hỏi phải có phần bù rủi ro dương.
- F_2: tỷ lệ lạm phát, đây là nhân tố tác động tiêu cực đến lợi suất của cổ phiếu và các nhà đầu tư đều không ưa thích. Đối với nhân tố này, họ sẵn sàng bớt đi một

phần trong lợi suất để hạn chế bớt tác động của nhân tố này nên phần bù rủi ro tương ứng của nhân tố này âm.

5.1.4.4. Ứng dụng của danh mục nhân tố - Lập danh mục phỏng theo

Sử dụng các danh mục nhân tố và tài sản phi rủi ro ta có thể lập danh mục phỏng theo (phỏng theo rủi ro nhân tố) một danh mục hoặc tài sản bất kỳ.

a. Lập danh mục phỏng theo danh mục

- **Danh mục phỏng theo danh mục**

Khi thực hiện quản lý danh mục đầu tư hoặc quản lý một dự án, để thuận tiện cho việc phân tích và tính toán, ta có thể sử dụng các danh mục nhân tố để phỏng theo danh mục này.

Giả sử chúng ta có một danh mục Q bất kỳ với các hệ số nhân tố tương ứng:

$$(\beta_{Q1}, \beta_{Q2}, ..., \beta_{QK})$$

Gọi S là danh mục phỏng theo Q, S sẽ bao gồm các danh mục nhân tố P(*j*) ($j = \overline{1, K}$) và tài sản phi rủi ro. Tỷ trọng của S được xác định như sau:

+ tỷ trọng danh mục nhân tố P(j) trong S:

$$\mathrm{w}_{\mathrm{j}}^{\mathrm{S}} = \beta_{Qj} \quad (j = \overline{1, K}). \tag{5.32}$$

Nói cách khác danh mục phỏng theo có tỷ trọng β_{Qj} đối với danh mục nhân tố P(j).

+ tỷ trọng tài sản phi rủi ro trong S:

$$\mathrm{w}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{S}} = 1 - \sum_{j=1}^{K} \beta_{Qj} \ . \tag{5.33}$$

- **Phân tích lợi suất, rủi ro của danh mục phỏng theo**

- *Lợi suất của danh mục phỏng theo*

Ta có lợi suất của danh mục phỏng theo:

$$r_S = \sum_{j=1}^{K} \beta_{Qj} r_{P(j)} + (1 - \sum_{j=1}^{K} \beta_{Qj}) r_f \tag{5.34}$$

Suy ra lợi suất kỳ vọng của danh mục S: $\bar{r}_S = \sum_{j=1}^{K} \beta_{Qj} \bar{r}_{P(j)} + (1 - \sum_{j=1}^{K} \beta_{Qj}) r_f$ hay:

$$\overline{r}_S = \sum_{j=1}^{K} \beta_{Qj} \overline{\delta_j} + (1 - \sum_{j=1}^{K} \beta_{Qj}) r_f \qquad (5.35)$$

Mặt khác ta có: $\overline{\delta_j} = \lambda_j + r_f$ ($\forall j = \overline{1, K}$), thay vào biểu thức (5.35) ta được:

$$\overline{r}_S = \sum_{j=1}^{K} \beta_{Qj} (\lambda_j + r_f) + (1 - \sum_{j=1}^{K} \beta_{Qj}) r_f = \sum_{j=1}^{K} \beta_{Qj} \lambda_j + r_f$$

Ta có thể viết lại như sau:

$$\overline{r}_S = r_f + \beta_{Q1}\lambda_1 + \beta_{Q2}\lambda_2 + \ldots + \beta_{QK}\lambda_K \ . \qquad (5.36)$$

Công thức (5.36) đóng vai trò quan trọng trong APT bởi lẽ nó cho ta biết cách tính phần bù rủi ro của danh mục phỏng theo (S) một danh mục bất kỳ (Q).

➢ *Rủi ro của danh mục phỏng theo*

Theo (5.34) và (5.30) ta có:

$$Var(r_S) = \sum_{j=1}^{K} \beta_{Qj}^2 Var(F_j) \ . \qquad (5.37)$$

Như vậy *danh mục phỏng theo chỉ có rủi ro nhân tố và rủi ro này bằng rủi ro nhân tố của danh mục cần phỏng theo.*

Chú ý

- Nếu $\overline{r}_S > \overline{r}_Q$ sẽ xuất hiện cơ lợi và nhà đầu tư có thể tận dụng bằng cách bán danh mục Q để mua danh mục phỏng theo (S).
- Nếu biết được tỷ trọng của tài sản *i* có trong danh mục nhân tố *j* (w_i^j), ta có thể tính được tỷ trọng của các tài sản này trong danh mục phỏng theo (S):

$$\mathrm{w}_i^S = \sum_{j=1}^{K} \beta_{Qj} \mathrm{w}_i^j \qquad (5.38)$$

b. Lập danh mục phỏng theo tài sản

Ta có thể thực hiện việc lập và phân tích danh mục phỏng theo tài sản tương tự như đối với danh mục (độc giả có thể xem như bài tập) và sẽ được kết quả dưới đây:

- Xét tài sản *i* có phương trình nhân tố:

$$r_i = \alpha_i + \sum_{k=1}^{K} \beta_{ik} F_k + \varepsilon_i$$

- Gọi S là danh mục phỏng theo tài sản *i*, khi đó:

  + tỷ trọng danh mục nhân tố P(j) trong S:

$$w_j^S = \beta_{ij} \quad (j = \overline{1,K}) \tag{5.32'}$$

  + tỷ trọng tài sản phi rủi ro trong S:

$$w_f^S = 1 - \sum_{j=1}^{K} \beta_{ij} \ . \tag{5.33'}$$

- Lợi suất kỳ vọng và rủi ro của danh mục phỏng theo:

$$\overline{r}_S = r_f + \beta_{i1}\lambda_1 + \beta_{i2}\lambda_2 + ... + \beta_{iK}\lambda_K \tag{5.36'}$$

$$Var(r_S) = \sum_{j=1}^{K} \beta_{ij}^2 Var(F_j) \ . \tag{5.37'}$$

Thí dụ 5.8: Với dữ liệu của Thí dụ 5.7, hãy lập danh mục phỏng theo tài sản A có phương trình nhân tố:

$$r_A = 0,08 + 2F_1 - 0,6F_2 + \varepsilon_A.$$

Giải: Theo kết quả Thí dụ 5.7 ta có cấu trúc của danh mục phỏng theo S:

S: 2P(1) - 0,6P(2) – 0,4F với F: tài sản phi rủi ro.

$$\overline{r}_S = r_f + \beta_{A1}\lambda_1 + \beta_{A2}\lambda_2 = 0,05 + 2*(0,01) + (-0,6)*(-0,01) = 0,076\,.$$

Do $\overline{r}_A = 0,08 > \overline{r}_S$ nên có cơ lợi. Nhà đầu tư có thể tận dụng cơ lợi bằng cách bán danh mục S để mua tài sản A.

5.2. LÝ THUYẾT ĐỊNH GIÁ CƠ LỢI (APT)

5.2.1. Lý thuyết định giá cơ lợi

5.2.1.1. Các giả thiết của APT

a. Giả thiết về tài sản

(1) Lợi suất của tài sản có phân bố chuẩn;

(2) Lợi suất tài sản tuân theo mô hình đa nhân tố.

b. Giả thiết về thị trường

(1) Trên thị trường có số lượng tài sản đủ lớn để có thể lập được các danh mục đa dạng hoá sao cho các danh mục này không có rủi ro riêng;

(2) Không có cơ lợi;

(3) Thị trường cạnh tranh hoàn hảo và cho phép bán khống tài sản;

(4) Trên thị trường có tài sản phi rủi ro.

c. Giả thiết về nhà đầu tư

(1) Các nhà đầu tư tham gia hoạt động trên thị trường là nhà đầu tư e ngại rủi ro;

(2) Mục tiêu của nhà đầu tư là tối đa hoá lợi ích kỳ vọng;

(3) Các nhà đầu tư đều đồng nhất trong việc đánh giá các thông tin, các chỉ số phản ánh hoạt động của thị trường. Từ đó, đồng nhất trong việc đánh giá lợi suất kỳ vọng cũng như độ dao động của lợi suất các tài sản tài chính trên thị trường. Nói cách khác đối với các nhà đầu tư đều có chung thông tin về các đặc trưng của tài sản (có chung r_i, $\overline{r_i}$, r_f và ma trận V).

5.2.1.2. Nội dung của APT

a. Phương trình định giá tài sản

- **Trường hợp tài sản không có rủi ro riêng**

Với giả thiết lợi suất tài sản tuân theo mô hình *K* nhân tố, S. Ross lập luận rằng với *i* là tài sản chỉ có rủi ro nhân tố và S là danh mục phỏng theo tài sản *i*, nếu lợi suất kỳ vọng của chúng khác nhau ($\overline{r}_S \neq \overline{r}_i$) sẽ xuất hiện cơ lợi. Khi đó các nhà đầu tư sẽ khai thác cơ lợi, làm cho giá cả biến động (tăng hoặc giảm). Trong điều kiện cạnh tranh hoàn hảo, cơ lợi sẽ nhanh chóng biến mất và ở trạng thái cân bằng thị trường sẽ không tồn tại cơ lợi. Do vậy nếu không có cơ lợi thì $\overline{r}_S = \overline{r}_i$, theo (5.35') suy ra:

$$\overline{r}_i = r_f + \beta_{i1}\lambda_1 + \beta_{i2}\lambda_2 + ... + \beta_{iK}\lambda_K \ . \qquad (5.39)$$

Phương trình (5.39) gọi là "*phương trình định giá cơ lợi*" (phương trình APT) đối với tài sản.

Nếu P là danh mục không có rủi ro riêng, khi đó ta có phương trình định giá đối với danh mục:

$$\overline{r}_P = r_f + \beta_{P1}\lambda_1 + \beta_{P2}\lambda_2 + ... + \beta_{PK}\lambda_K \ . \qquad (5.40)$$

Ta có thể viết lại phương trình dưới dạng "phần bù rủi ro":

$$\bar{r}_i - r_f = \beta_{i1}\lambda_1 + \beta_{i2}\lambda_2 + ... + \beta_{iK}\lambda_K \quad (5.39')$$

$$\bar{r}_P - r_f = \beta_{P1}\lambda_1 + \beta_{P2}\lambda_2 + ... + \beta_{PK}\lambda_K\ . \quad (5.40')$$

Như vậy phần bù rủi ro của tài sản (hoặc danh mục) bằng tổng (có điều chỉnh theo hệ số nhân tố của tài sản) phần bù rủi ro nhân tố. Với cách giải thích này có thể coi các hệ số nhân tố β_{ik} đo lường rủi ro nhân tố *k* đối với tài sản *i*.

Mô tả hình học

Do các phần bù rủi ro nhân tố λ_k (k=1÷K) là hằng số nên có thể coi phương trình (5.39) là phương trình xác định siêu phẳng trong không gian $R^{(K+1)}$ và siêu phẳng này gọi là "siêu phẳng APT".

- ***Đường APT***

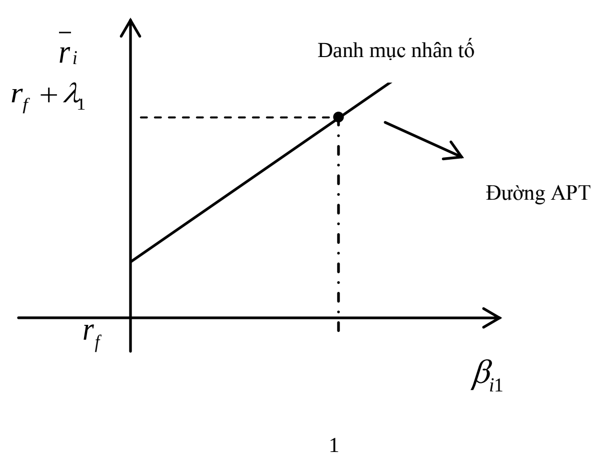
Xét trường hợp mô hình 1 nhân tố, khi đó phương trình nhân tố của tài sản có dạng:

$$r_i = \alpha_i + \beta_{i1}F_1$$

Do đó phương trình APT sẽ là:

$$\bar{r}_i = r_f + \beta_{i1}\lambda_1$$

Siêu phẳng APT sẽ là nửa đường thẳng ứng với phương trình trên. Ta có minh họa trên hình 5.2.



Hình 5.2 Minh họa đường APT.

Theo APT tài sản i được định giá sao cho lợi suất kỳ vọng phải nằm trên đường APT.

- ***Mặt APT***

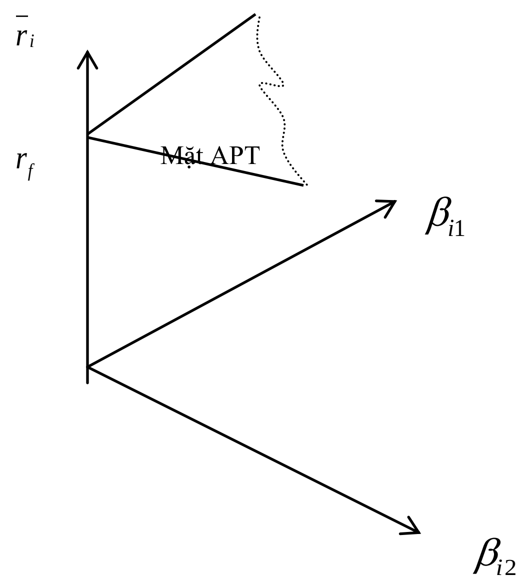
Xét trường hợp mô hình hai nhân tố, khi đó phương trình nhân tố của tài sản *i* sẽ có dạng:

$$r_i = \alpha_i + \beta_{i1}F_1 + \beta_{i2}F_2$$

và phương trình APT như sau:

$$\bar{r}_i = r_f + \beta_{i1}\lambda_1 + \beta_{i2}\lambda_2$$

Biểu diễn trình trên trong R^3 ta được mặt phẳng APT. Ta có minh họa trên hình 5.3.



Hình 5.3 Minh họa mặt APT.

Cũng tương tự như trường hợp đường APT, tài sản *i* được định giá sao cho lợi suất kỳ vọng phải nằm trên mặt APT.

Trường hợp tài sản có rủi ro riêng

Đối với các tài sản có rủi ro riêng, người ta đã chứng minh được rằng phương trình định giá cơ lợi sẽ trở thành dạng xấp xỉ, tức là:

$$\bar{r}_i \approx r_f + \beta_{i1}\lambda_1 + \beta_{i2}\lambda_2 + ... + \beta_{iK}\lambda_K \quad (5.41)$$

Kết luận

Từ những phân tích về phương trình APT ta có thể rút ra các kết luận:

- Phương trình APT đúng (dạng chính xác hoặc xấp xỉ) với hầu hết các tài sản
- Số tài sản có lợi suất không thỏa mãn phương trình APT là khá nhỏ, không đủ để lập danh mục đa dạng hóa tốt (danh mục chỉ có rủi ro nhân tố). Thật vậy nếu số lượng tài sản này đủ lớn để có thể lập danh mục P chỉ có rủi ro nhân tố thì theo (5.39) $\overline{r}_P$ phải thỏa mãn phương trình APT. Tuy nhiên do các tài sản có trong P không thỏa mãn phương trình APT nên $\overline{r}_P$ cũng không thỏa mãn và đó chính là mâu thuẫn.
- Với một số lượng nhỏ tài sản không thỏa mãn phương trình APT không thể kết luận có tồn tại cơ lợi, tuy nhiên nếu số lượng này là lớn thì sẽ tồn tại cơ lợi.

5.2.2. Ước lượng và kiểm định APT

5.2.2.1. Ước lượng APT

Các tham số của APT gồm các hệ số nhân tố β_{ik} của tài sản và phần bù rủi ro nhân tố λ_k. Ta sẽ đề cập tới phương pháp ước lượng các tham số này.

a. Ước lượng hệ số nhân tố - Mô hình Fama - French

Ngoài các phương pháp ước lượng mô hình đa nhân tố đã trình bày trong mục 5.1.2 của chương ta sẽ sử dụng mô hình Fama – French để ước lượng hệ số nhân tố.

Hai tác giả Eugene Fama và Kenneth French (1993) trên cơ sở kết quả nghiên cứu thực nghiệm CAPM và APT đối với thị trường NYSE và AMEX trong bài báo "Common Risk Factors in the Return on Stocks and Bonds" (Journal of Financial Economics – 1993) đã phân tích và đề xuất mô hình 3 nhân tố đối với lợi suất cổ phiếu và mô hình 2 nhân tố đối với trái phiếu.

Mô hình Fama – French đối với cổ phiếu

Đối với cổ phiếu, Fama – French đề xuất ba nhân tố sau: nhân tố thị trường: F_1(Market Factor), nhân tố quy mô vốn hoá: F_2 (Size Factor), nhân tố chỉ số giá trị ghi sổ/giá trị thị trường: F_3 (Book – to – Market Factor). Hai ông đã lượng hóa các nhân tố trên theo cách sau:

- Đối với F_1 : Nhân tố thị trường sẽ dùng biến: $r_{MarketIndex} - r_{Tínphiếukhobạc}$;
- Đối với F_2: Nhân tố quy mô vốn hoá dùng biến SML được tính như sau:

- ✓ Tính quy mô vốn hóa của mỗi cổ phiếu (Stock – Size): Giá cuối tháng 6 × số cổ phiếu lưu hành.
- ✓ Tính median của dãy trên.
- ✓ Những cổ phiếu có quy mô vốn hóa lớn (nhỏ) hơn median sẽ được xếp vào nhóm "Lớn" (Big Size) và "Nhỏ" (Small Size).
- ✓ Tính chỉ số của hai nhóm "Lớn", "Nhỏ" và lợi suất của các chỉ số này: r_{Big}, r_{Small}.
- ✓ Đặt biến SML = $r_{Small} - r_{Big}$.

▪ Đối với F3: Nhân tố Book – to – Market dùng biến HML được tính như sau:

- ✓ Sắp xếp toàn bộ các công ty có mặt trên thị trường theo thứ tự từ cao xuống thấp của chỉ số Book – to – Market. 1/3 số công ty ở tốp đầu gọi là nhóm "Cao" (High – Ratio), 1/3 số công ty ở cuối gọi là nhóm "Thấp"(Low – Ratio).
- ✓ Tính chỉ số thị trường của từng nhóm, sau đó tính lợi suất của các chỉ số này: r_{High}, r_{Low}.
- ✓ Đặt biến HML = $r_{High} - r_{Low}$.

➢ *Mô hình Fama – French đối với cổ phiếu*

Dưới dạng mô hình kinh tế lượng ta có:

$$r_{it} - r_{(Tínphiếukhobạc)t} = \alpha_i + \beta_{i1}(r_{(MarketIndex)t} - r_{(Tínphiếukhobạc)t}) + \beta_{i2}SML_t + \beta_{i3}HML_t + \varepsilon_i.$$

Sử dụng các phương pháp ước lượng trong kinh tế lượng để hồi quy mô hình trên ta sẽ có được ước lượng của các hệ số nhân tố.

Chú ý:

▪ Trong mô hình trên có thể thay biến $r_{MarketIndex} - r_{Tínphiếukhobạc}$ bằng $r_{MarketIndex} - \overline{r}_{MarketIndex}$.

▪ Các số liệu sử dụng để ước lượng lấy theo tháng

Mô hình Fama – French đối với trái phiếu

Đối với trái phiếu, Fama – French đề xuất hai nhân tố sau: nhân tố "kỳ hạn": F_1 (Term Structure Factor), nhân tố "vỡ nợ" (Default Factor) với các biến được tính như sau:

- ✓ TERM : Hiệu số giữa lãi suất trái phiếu dài hạn của chính phủ với lãi suất tín phiếu kho bạc.
- ✓ DEF: Hiệu số giữa lãi suất trái phiếu (b) của doanh nghiệp với lãi suất trái phiếu chính phủ.

Dưới dạng mô hình kinh tế lượng ta có:

$$r_{bt} - r_{(Tínphiếukhobạc)t} = \alpha_b + \beta_{b1}TERM_t + \beta_{b2}DEF_t + \varepsilon_b.$$

Các số liệu sử dụng để ước lượng lấy theo tháng.

b. Ước lượng phần bù rủi ro nhân tố

Ta có phương trình APT:

$$\overline{r_i} = r_f + \beta_{i1}\lambda_1 + \beta_{i2}\lambda_2 + ... + \beta_{iK}\lambda_K \qquad (5.42)$$

Với các ước lượng của hệ số β_{ik}, và $\overline{r_i}$ (i=1÷N) đối với các tài sản, để ước lượng phần bù rủ ro nhân tố λ_k (k =1÷K) ta lập và ước lượng hồi quy sau:

$$\overline{r_i} = \gamma + \lambda_1\beta_{i1} + \lambda_2\beta_{i2} + ... + \lambda_K\beta_{iK} + \nu_i \ . \qquad (5.43)$$

Để ý rằng λ_k (k =1÷K) trong (5.43) là các hệ số hồi quy, β_k (k =1÷K) là các biến độc lập, i=1÷N là các quan sát!

5.2.2.2. Kiểm định APT

Cũng giống như CAPM, sau khi ra đời APT được nhiều nhà kinh tế quan tâm sử dụng và kiểm chứng trong thực tế. Tuy nhiên việc kiểm định tính phù hợp với thực tế của APT không đơn giản bởi lẽ *giả thiết cơ bản của APT là lợi suất tài sản tuân theo mô hình đa nhân tố* và các nhân tố này không được định danh trước. Chính sự bất định trong số lượng và định danh nhân tố vừa là điểm thuận lợi vừa là thách thức trong việc đưa ra phương pháp chung để kiểm định APT. Thuận lợi ở chỗ: tạo điều kiện "mở" cho người sử dụng APT có thể lựa chọn và định danh nhân tố chung thông qua việc áp dụng các phương pháp phân tích hỗ trợ khác nhau đối với từng thị trường cho phù hợp. Thách thức ở chỗ: do điều kiện "mở" trong xác định nhân tố nên khó có tiêu chuẩn chung để phán quyết tính đúng đắn của APT với tư cách như một lý thuyết. Về nguyên lý, để kiểm định tính phù hợp của APT với thị trường tài chính cụ thể có thể tiến hành như sau:

a. Kiểm định mô hình đa nhân tố đối với lợi suất tài sản

Dùng kết quả khi sử dụng các phương pháp ước lượng mô hình đa nhân tố đã trình bày trong mục 5.1.2 để kiểm định tính phù hợp của mô hình đa nhân tố đối với thị trường xem xét. Về hình thức có thể coi mô hình đa nhân tố như mô hình hồi quy bội vì vậy có thể sử dụng các phương pháp của kinh tế lượng để kiểm định sự phù hợp của hàm hồi quy đối với lợi suất các tài sản.

b. Kiểm định sự phù hợp của phương trình APT

Sau khi ước lượng được hệ số nhân tố của các tài sản trên thị trường xem xét, sử dụng mô hình hồi quy (mô hình dạng "có sau") của phương trình APT dưới đây để kiểm định phương trình APT:

$$\overline{r}_i = \gamma + \lambda_1\beta_{i1} + \lambda_2\beta_{i2} + ... + \lambda_K\beta_{iK} + \nu_i \ .$$

Ước lượng hồi quy trên theo tất cả các tài sản (i=1÷N) và sử dụng kết quả ước lượng để thực hiện các kiểm định thống kê sau:

- Nếu tài sản có các hệ số nhân tố bằng 0 thì lợi suất kỳ vọng của tài sản đó phải bằng lãi suất phi rủi ro;
- Lợi suất kỳ vọng của các tài sản có liên hệ tuyến tính với các hệ số nhân tố;
- Chỉ có các hệ số nhân tố là biến giải thích trong phương trình APT.

c. Kiểm tra giả thiết "No Arbitrage"

Để kiểm tra giả thiết "No Arbitrage" có đúng đối với thị trường xem xét hay không ta có thể tiến hành như sau:

- Chọn K tài sản chỉ có rủi ro nhân tố;
- Lập K phương trình APT tương ứng với K tài sản đó:

$$\overline{r}_i = r_f + \sum_{k=1}^{K}\beta_{ik}\lambda_k \quad (i = \overline{1,K})$$

- Giải hệ phương trình trên (đối với λ_k) xác định được các phần bù rủi ro nhân tố.

Khi đó, có hai trường hợp có thể xảy ra:

- Nếu như hệ thống $\{\lambda_k\}_{k=1}^{K}$ khi thay vào phương trình APT của các tài sản còn lại mà nghiệm đúng, như vậy APT là đúng và sẽ không có cơ lợi.
- Tồn tại một số tài sản mà phương trình APT không thoả mãn:
  - ✓ Nếu số tài sản không lớn, không nhất thiết có cơ lợi;
  - ✓ Nếu số tài sản là khá lớn, khi đó sẽ xuất hiện cơ lợi.

Thí dụ 5.9: Cho 3 tài sản với phương trình nhân tố:

$$r_1 = 0,15 + 0,5F_1 + 2F_2$$

$$r_2 = 0,25 + F_1 + 1,5F_2$$

$$r_3 = 0,25 + 1,5F_1 + F_2$$

và r_f = 10%, $\overline{\delta_1}$ = 20%, $\overline{\delta_2}$ = 8%.

Hãy xem xét khả năng tồn tại cơ lợi.

Giải: Ta có phần bù rủi ro:

Nhân tố 1: $\lambda_1 = \overline{\delta_1} - r_f$ = 20% - 10% = 10%; Nhân tố 2: $\lambda_2 = \overline{\delta_2} - r_f$ = 8% - 10% = -2%

Theo APT, ta có lợi suất của tài sản 1 là:

$$\overline{r_1} = r_f + \lambda_1\beta_{11} + \lambda_2\beta_{12} = 0,1 + 0,1.0,5 + (-0,02).2 = 0,11 \sim 11\% .$$

Trong khi đó, lợi suất kỳ vọng thực tế trên thị trường của tài sản thứ 1 là 15%. Do tài sản 1 không có rủi ro riêng nên thị trường có cơ lợi. Có thể tận dụng cơ lợi bằng cách bán danh mục phỏng theo tài sản 1 để mua tài sản 1.

Thí dụ 5.10: Cho 3 tài sản với phương trình nhân tố:

$$r_1 = 0,06 \qquad + 0,02F_2$$

$$r_2 = 0,08 + 0,02F_1 + 0,01F_2$$

$$r_3 = 0,15 + 0,04F_1 + 0,04F_2$$

và r_f = 5%. Hãy xem xét khả năng tồn tại cơ lợi.

Giải: Lập phương trình APT đối với tài sản 1,2:

$$0,05 + 0*\lambda_1 + 0,02*\lambda_2 = 0,06$$

$$0,05 + 0,02*\lambda_1 + 0,01*\lambda_2 = 0,08$$

Giải hệ trên ta được λ_1 = 1,25 và λ_2 = 0,5.

Thay λ_1, λ_2 vào phương trình APT đối với tài sản 3: 0,05 + 0,04*1,25 + 0,04*0,5 = 0,12 ~ 12% Lập luận tương tự như trong thí dụ 5.9 để rút ra kết luận.

5.2.3. Mối liên hệ giữa CAPM và APT

5.2.3.1. Sự liên hệ về hình thức

Ta xét APT trong trường hợp 1 nhân tố, khi đó phương trình APT đối với tài sản *i*:

$$\bar{r}_i = r_f + \lambda_1 \beta_{i1} \tag{5.44}$$

với phần bù rủi ro $\lambda_1 = \bar{\delta}_1 - r_f$. Dễ dàng chứng minh rằng:

$$\beta_{i1} = \frac{Cov(r_i, \delta_1)}{Var(\delta_1)} \;. \tag{5.45}$$

Ta xét CAPM, phương trình cơ bản là:

$$\bar{r}_i = r_f + \beta_M (\bar{r}_M - r_f) \tag{5.46}$$

với

$$\beta_M = \frac{Cov(r_i, r_M)}{Var(r_M)}. \tag{5.47}$$

Như vậy nếu coi nhân tố thị trường là nhân tố chung duy nhất khi đó danh mục thị trường M sẽ là danh mục nhân tố và các hệ thức (5.44), (5.45) sẽ chính là (5.46), (5.47). Do đó ta có thể coi mô hình CAPM như một trường hợp riêng của APT.

5.2.3.2. Sự khác biệt giữa APT và CAPM

APT về cơ bản có hai giả thiết:

- Lợi suất của tài sản tuân theo mô hình đa nhân tố ;
- Số lượng tài sản đủ lớn để có thể tạo ra danh mục đa dạng hoá tốt (tức là danh mục không còn rủi ro riêng).

CAPM có nhiều giả thiết hơn APT trong đó có giả thiết về "tính hiệu quả của danh mục thị trường". Giả thiết rất khó kiểm chứng.

Ngoài ra, còn một lý do khác mà APT được coi là công cụ hữu hiệu hơn CAPM, đó là khi xem xét mô hình CAPM đòi hỏi ta phải xét với tất cả các tài sản trên thị trường, với APT ta chỉ cần xét số lượng tài sản bằng số nhân tố cộng với 1.

TÓM TẮT NỘI DUNG

Trong chương này chúng ta đã tìm hiểu các khái niệm và nguyên lý cơ bản của thị trường tài chính. Đây là các kiến thức nền tảng giúp người học tiếp cận những kiến thức xuyên xuốt cả giáo trình.

TỪ KHÓA

Tiếng Việt	**Tiếng Anh**
Thị trường tài chính	Financial market
Tài sản cơ sở	Underling asset
Tài sản phái sinh	Derivative
Quyền chọn	Option
Hợp đồng tương lai	Future
Danh mục đầu tư	Portfolio
Cơ lợi	Arbitrage

CÂU HỎI

5.1. Những điểm thuận lợi của phương pháp mô hình so với các phương pháp khác trong nghiên cứu là gì?

5.2. Hãy kể ra một số hiện tượng trong cuộc sống hàng ngày mà ta có thể xem như biểu hiện của một số quy luật cơ bản trong hoạt động kinh tế - xã hội.

BÀI TẬP

5.1. Xét mô hình K nhân tố. Hãy chứng minh: $\beta_{ik} = \dfrac{\operatorname{cov}(r_i, F_k)}{\operatorname{var}(F_k)}$, với $i = 1 \div N$, $k = 1 \div K$.

5.2. Cho mô hình 1 nhân tố: $r_i = \alpha_i + \beta_{i1} F_1 + \varepsilon_1$, với i= 1÷$N$.

a. Nếu các tài sản không có rủi ro riêng, cho lãi suất phi rủi ro: r_f. Sử dụng lập luận "No Arbitrage", hãy chứng minh APT.

b. Cho $\beta_{11} = 0{,}2$; $\beta_{21} = 3{,}5$; $Var(r_1) = 49$; $Var(r_2) = 100$; $\sigma_{F(1)} = 15\%$ và các danh mục:

P: (40%, 60%); Q: (36%, 54%) và 10% vào tài sản phi rủi ro.

Tính rủi ro nhân tố, rủi ro riêng của các danh mục trên.

c. Nếu các tài sản 1,2 không có rủi ro riêng và r_f = 8%, α = (0,165; 0,33) hãy lập danh mục nhân tố 1 và xác định phần bù rủi ro nhân tố 1.
d. Nếu các tài sản 1,2 không có rủi ro riêng và r_f = 8%, với các hệ số nhân tố cho ở b, hãy sử dụng APT để tính lợi suất kỳ vọng của tài sản 1, 2 và của các danh mục P, Q.

5.3.Cho các phương trình nhân tố đối với 2 tài sản:

$r_1 = 0{,}05 + 0{,}8F_1 + \varepsilon_1$; $r_2 = 0{,}07 + 1{,}2F_1 + \varepsilon_2$ và $\sigma_{F(1)} = 18\%$, $\sigma_{\varepsilon(1)} = 25\%$, $\sigma_{\varepsilon(2)} = 15\%$.

a. Tính rủi ro nhân tố, rủi ro riêng của các tài sản trên.
b. Nếu các tài sản không có rủi ro riêng, r_f=5%, hãy xác định danh mục nhân tố 1 và phần bù rủi ro. Sử dụng APT và các số liệu ở a. để xét xem có cơ lợi khi kinh doanh tài sản 1, 2?

5.4.Cho các phương trình nhân tố đối với 2 tài sản:

$$r_1 = 0{,}2 + F_1 + 0{,}5F_2;\ r_2 = 0{,}3 + 2F_1 + 1{,}5F_2.$$

a. Xác định ma trận hệ số nhân tố của 2 tài sản. Lập danh mục P từ hai tài sản trên sao cho lợi suất của P chỉ phụ thuộc nhân tố 1.
b. Hãy lập danh mục nhân tố 1 theo 2 cách: từ tài sản 1, 2 và từ danh mục P và tài sản phi rủi ro biết r_f : 10%. Tính phần bù rủi ro nhân tố 1,2.

5.5.Xét mô hình 2 nhân tố, cho r_f : 5% và phần bù rủi ro danh mục nhân tố: λ_1: 8%; λ_2: -2%.

a. Tính lợi suất các danh mục nhân tố.
b. Danh mục Q có phương trình nhân tố $r_1 = 0{,}1 + F_1 + F_2$, khi này có cơ lợi? Hãy tận dụng cơ lợi.

5.6.Xét mô hình 2 nhân tố, cho ma trận hệ số nhân tố của 3 tài sản A,B,C như sau:

$$\beta = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0{,}5 \\ 1{,}5 & 0{,}2 \\ 1 & 0{,}6 \end{bmatrix}$$

cho r_f : 5% và phần bù rủi ro danh mục nhân tố: λ_1: 8%; λ_2: -2%

a. Viết phương trình nhân tố đối với các tài sản.
b. Tính lợi suất các tài sản.

5.7.Xét mô hình 2 nhân tố, cho ma trận hệ số nhân tố của 4 tài sản 1,2,3,4 như sau:

$$\beta = \begin{bmatrix} 0,2 & 2 \\ 3 & 0,2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

lợi suất trung bình của các tài sản: 13%, 27%, 16%, 20%, r_f : 10% và tài sản 1,2,3 không có rủi ro riêng.

a. Hãy lập các danh mục nhân tố và xác định phần bù rủi ro các nhân tố.
b. Với mô hình trên có cơ lợi?

5.8.Xét mô hình 2 nhân tố, cho ma trận hệ số nhân tố của 3 tài sản 1,2,3 như sau:

$$\beta = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

Cho: $Var(F_1)=Var(F_2)=0,01$; $Var(\varepsilon_1)= 0,01$, $Var(\varepsilon_2)= 0,04$, $Var(\varepsilon_3) = 0,02$ và:

$$\overline{r}_1 = 0,13; \overline{r}_2 = 0,15; \overline{r}_3 = 0,07.$$

a. Viết phương trình nhân tố và tính rủi ro của 3 tài sản.
b. Viết phương trình nhân tố và tính lợi suất kỳ vọng của các danh mục sau:

   P: 20 triệu đồng mua tài sản 1, 10 triệu mua tài sản 3, bán khống 20 triệu đồng tài sản 2.

   Q: 10 triệu mua tài sản 1, 20 triệu đồng mua tài sản 2, bán khống 7 triệu đồng tài sản 3.
c. Nếu các tài sản không có rủi ro riêng và r_f = 5%, hãy xác định các danh mục nhân tố 1, 2 và phần bù rủi ro.
d. Với điều kiện như ở c, hãy lập các danh mục phỏng theo P,Q và xét xem có cơ lợi?

5.9.Sử dụng số liệu và kết quả bài tập 4. hãy lập danh mục phỏng theo dự án Q có phương trình nhân tố: $r_Q= 0,12 + 1,2F_1 – 0,5F_2$ và xét xem có cơ lợi?

BÀI TẬP THỰC HÀNH

5.10. Sử dụng cơ sở dữ liệu có được từ các bài tập thực hành của chương 1, 3, 4 đối với các cổ phiếu trên thị trường chứng khoán Việt nam hãy:

a. Sử dụng menu “Phân tích nhân tố” trong phần mềm SPSS để xác định số lượng nhân tố và các hệ số nhân tố đối với mỗi cổ phiếu trong một nhóm. Hãy ước lượng ma trận hiệp phương sai, các ma trận phương sai nhân tố chung và riêng: V_F, V_ε của nhóm cổ phiếu. Hãy ước lượng, phân tích và hậu kiểm mô hình VaR đối với cổ phiếu và danh mục lập từ một nhóm cổ phiếu.

b. Hãy ước lượng phần bù rủi ro nhân tố và lợi suất các cổ phiếu theo APT. So sánh kết quả ước lượng với lợi suất thực tế và cho nhận xét.

c. Sử dụng kết quả a. để phân nhóm các cổ phiếu, lặp lại a. đối với với mỗi nhóm cổ phiếu. So sánh kết quả a. và b. và cho nhận xét, định danh các nhân tố.

5.11. Sử dụng cơ sở dữ liệu có được từ các bài tập thực hành của chương 1, 3, 4 đối với các cổ phiếu trên thị trường chứng khoán Việt nam hãy:

a. Ước lượng mô hình nhân tố Fama – French với nhân tố thị trường đại diện bởi Vn_Index (hoặc HNX – index) và lãi suất phi rủi ro là lãi suất tiền gửi ngân hàng cùng kỳ hạn.

b. Mởi rộng mô hình ở phần a. bằng cách thêm vào mô hình nhân tố ngành.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

11. Carol Alexander (2001): *Market Models: A Guide to Financial Data Analysis* – John Wiley&Sons.
12. Simon Benninga (2000): *Financial Modeling* – The MIT Press (Second Edition).
13. David Blake (2000): *Financial Markets Analysis* – John Wiley&Sons (Second Edition).
14. John Y. Campbell – Andrew W. Lo – A. Craig MacKinlay (1997): *The Econometrics of Financial Markets* – Princeton Univesity Press.
15. Thomas E. Copeland – J. Fred Weston (1992): *Financial Theory and Corporate Policy* – Addison – Wesley Company (3^{rth} Edition).
16. Avinash K. Dixit – Robert S. Pindyck (1994): *Investment under Uncertainty* – Princeton Univesity Press.
17. Frank J. Fabozzi (2000): *Fixed Income Analysis* – Frank J. Fabozzi Associates New Hope.
18. Eugene E. Famma (1965): *The Behavior of Stock Market Price* – Journal of Business – January.
19. Mark Grinblatt – Sheridan Titman (1998): *Financial Markets and Corporate Strategy* – Irwin/McGraw – Hill.

20. Jonh C. Hull (1997): *Options, Futures and Other Derivatives* – Prentice Hall Inc. (3rth Edition).
21. Harry Markowitz (1959): *Portfolio Selection* – Yale Univessity Press.
22. Robert C. Merton (1990): *Continuous Finance* – Basil Blackwell.
23. Frank K. Reilly – Keith C. Brown (1997): *Investment Analysis and Portfolio Management* – The Dryden Press (5th Edition).
24. W. F. Sharpe – G. Alexander – J. Bailey (1995): *Investments* – Prentice – Hall.
25. Jame Tobin (1958): *Liquidity Preference as a Behavior toward Risk* – Review of Economic Studies.
26. Paul Wilmott (1998): *Derivatives – The Theory and Practice of Financial Engineering* – John Wiley&Sons.