

# Mô hình phân tích, định giá tài sản tài chính

## **Dạng 1**

Xét danh mục gồm 3 tài sản, trong đó 2 tài sản rủi ro có lợi suất kỳ vọng và độ lệch chuẩn như trong bảng sau và có hệ số tương quan 0.1, tài sản thứ 3 là phi rủi ro với lợi suất 5%.

	Lợi suất trung bình	Độ lệch chuẩn
Stock fund (S)	20%	30%
Bond fund (B)	12%	15%

$$P: \begin{cases} S: E(r_S) = 20\% = 0.2 & \sigma_S = 30\% = 0.3 \\ B: E(r_B) = 12\% = 0.12 & \sigma_B = 15\% = 0.15 \end{cases} \quad \rho = 0.1$$
$$F: r_f = 5\% = 0.05$$

1. Giả sử nhà đầu tư nắm giữ danh mục hai tài sản rủi ro. Tìm danh mục có phương sai nhỏ nhất.

Danh mục có phương sai nhỏ nhất: (VII)

$$w_S^{min} = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_S \cdot \sigma_B \cdot \rho(r_B, r_S)}{\sigma_B^2 + \sigma_S^2 - 2 \cdot \sigma_S \cdot \sigma_B \cdot \rho(r_B, r_S)} = 0.174$$
$$w_B^{min} = 1 - w_S^{min} = 0.826$$

Danh mục có phương sai nhỏ nhất có tỷ trọng đầu tư: (0.174; 0.826)

2. Giả sử nhà đầu tư nắm giữ danh mục hai tài sản rủi ro với tổng tiền là 100 triệu. Tính số tiền đầu tư vào tài sản S sao cho danh mục có ít rủi ro nhất.

Danh mục có rủi ro ít nhất là danh mục có phương sai nhỏ nhất.

Số tiền đầu tư vào tài sản S là

$$W_0 \cdot w_S^{min} = 100 \cdot 0.174 = 17.4(\text{triệu})$$

3. Giả sử nhà đầu tư nắm giữ danh mục gồm 40% vào tài sản S và 60% vào tài sản B. Tìm hệ số Sharp của danh mục.

Hệ số Sharp: (VI)

$$S_P = \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P}$$

$$E(r_P) = w_B \cdot E(r_B) + w_S \cdot E(r_S) = 0.4 \cdot 20 + 0.6 \cdot 12 = 15.2\%$$

$$\sigma_P^2 = (w_B \cdot \sigma_B)^2 + (w_S \cdot \sigma_S)^2 + 2w_B \cdot \sigma_B \cdot w_S \cdot \sigma_S \cdot \rho(r_D, r_S)$$
$$= (0.6 \cdot 0.15)^2 + (0.4 \cdot 0.3)^2 + 2 \cdot 0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.15 \cdot 0.3 \cdot 0.1 = 0.02466$$
$$\sigma_P = 0.157$$

$$\rightarrow S_P = \frac{0.152 - 0.05}{0.157} = 0.65$$

4. Giả sử nhà đầu tư nắm giữ danh mục gồm tài sản phi rủi ro và danh mục ở câu (3), và nhà đầu tư có hàm lợi ích kỳ vọng  $U(\sigma, \bar{r}) = \bar{r} - \sigma^2$ . Tìm tỷ trọng đầu tư vào từng tài sản để danh mục đầy đủ có hàm lợi ích kỳ vọng lớn nhất.

Hàm lợi ích kỳ vọng lớn nhất (VI)

$$U(\sigma, E(r)) = E(r) - \sigma^2 \rightarrow A = 2$$

Gọi y là tỷ trọng đầu tư vào danh mục P

$\rightarrow (1-y)$  là tỷ trọng đầu tư danh mục phi rủi ro F

Để hàm lợi ích kỳ vọng lớn nhất:

$$y^* = \frac{E(r_p) - r_f}{A \cdot \sigma_p^2} = 2.068$$

Danh mục đầy đủ C:

$$\begin{aligned} r_C &= 2.068r_P - 1.068r_f \\ \Leftrightarrow r_C &= 0.8272r_S + 1.2408r_B - 1.068r_f \end{aligned}$$

- 5.** Giả sử nhà đầu tư nắm giữ danh mục ở câu (3). Hãy xác định phần bù tương đương chắc chắn (CE), phần bù rủi ro (RP) của danh mục, biết hàm lợi ích theo lợi suất tài sản của nhà đầu tư là  $u = \ln(r)$ . (thiếu phân phối xác suất của  $r_P$ )

## **Dạng 2**

Ước lượng mô hình CAPM đối với cổ phiếu VCB (số liệu tính theo ngày) ta được kết quả sau:

Dependent Variable: LS\_VCB

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LS_VNINDEX	0.130986	0.009344	13.185094	0.0000
R-squared	0.423221	Mean dependent var		0.000354
Adjusted R-squared	0.422714	S.D. dependent var	$\sigma_{VCB}^2$	0.115582
S.E. of regression	0.011964	Sum squared resid		0.134454

Sử dụng kết quả trên, hãy trả lời các câu hỏi sau:

1. Viết mô hình CAPM. Tính lợi suất trung bình của cổ phiếu VCB biết lợi suất trung bình của VN-Index là 0.12%/ngày và lợi suất tài sản phi rủi ro  $r_f = 5.5\%/năm$ .

Mô hình CAPM:

$$E(r_{VCB}) = \frac{r_f}{365} + 0.13 * \left( E(r_{VNIndex}) - \frac{r_f}{365} \right)$$

Với  $E(r_{VNIndex}) = 0.12\%$  và  $r_f = \frac{5.5\%}{365} = 1.5 * 10^{-4} \rightarrow E(r_{VCB}) = 0.028\%$

2. Giả sử giá hiện thời của cổ phiếu VCB là 15000đ/cổ phiếu, hãy ước tính giá cổ phiếu này sau 1 ngày.

$$r_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} \rightarrow E(r_t) = \frac{E(S_t) - S_0}{S_0}$$

$$\rightarrow E(S_1) = S_0 (1 + E(r_i)) = 15000 * (1 + 0.028\%) = 15432.2đ$$

3. Phân tích rủi ro của cổ phiếu VCB

Tổng rủi ro ( $S.D. \text{ dependent var}^2$ ) =  $0.115582^2 = 0.01336$

Rủi ro phi hệ thống ( $S.E \text{ of regression}^2$ ) =  $0.011964^2 = 1.43 * 10^{-4}$

Rủi ro hệ thống = Tổng rủi ro - Rủi ro phi hệ thống = 0.01321

4. Giả sử lợi suất cổ phiếu VCB phân phối chuẩn. Hãy tính VaR(1 ngày, 95%) của lợi suất cổ phiếu đó.

$$r_{VCB} \sim N(E(r_{VCB}); V_{VCB})$$

$$\begin{aligned} VaR(1 \text{ ngày}, 95\%) &= \mu_{VCB} + \sigma_{VCB} \cdot N_{5\%}^{-1} = 0.028\% + 0.115582 * -1.65 \\ &= -0.19 \end{aligned}$$

### **Dạng 3**

Cho 3 tài sản A, B, C có ma trận các hệ số nhân tố:

$$\beta = \begin{pmatrix} a & b \\ 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

và lợi suất kỳ vọng của tài sản A là  $\alpha_A = 7\%$ ;

1. Viết phương trình nhân tố của tài sản A biết danh mục  $P = (0, 1; 0, 5; 0, 4)$  gồm 3 tài sản A, B, C có hệ số nhân tố (2,3; 2,1).

$$r_P = \alpha_P + 2.3F_1 + 2.1F_2 + \varepsilon_P$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0.1 * a + 0.5 * 2 + 0.4 * 3 = 2.3 \\ 0.1 * b + 0.5 * -1 + 0.4 * 4 = 2.1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 10 \end{cases}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow r_A = \alpha_A + a.F_1 + b.F_2 + \varepsilon_A$$

$$\rightarrow r_A = 0.07 + F_1 + 10F_2 + \varepsilon_A$$

2. Phân tích rủi ro danh mục P nếu biết  $Var(F) = (0, 003; 0, 004)$ ;  
 $Var(\varepsilon) = (0, 001; 0, 002; 0, 003)$ . (X)

$$r_P = 0.1r_A + 0.5r_B + 0.4r_C$$

$$\sigma_P^2 = \sum \beta_{P_k}^2 \cdot Var(F) + \sum w_i^2 \cdot Var(\varepsilon_i)$$
$$= [2.3^2 * 0.003 + 2.1^2 * 0.004] + [0.1^2 * 0.001 + 0.5^2 * 0.002 + 0.4^2 * 0.003]$$
$$= 0.03351 + 9.9 * 10^{-4} = 0.0345$$

3. Lập danh mục phòng theo danh mục Q có các hệ số nhân tố 1, 2.

$$\alpha_B = 0.1 ; \alpha_C = 0.05$$

$$\beta_{Q1} = 1; \beta_{Q2} = 2$$

$$r_Q = \alpha_P + 1F_1 + 2F_2 + \varepsilon_P$$
$$= w_1r_1 + w_2r_2 + w_3r_3$$

$$\begin{cases} w_1 + 2w_2 + 3w_3 = 1 \\ 10w_1 - 1w_2 + 4w_3 = 2 \\ w_1 + w_2 + w_3 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} w_1 = 0.5 \\ w_2 = 1 \\ w_3 = -0.5 \end{cases} \rightarrow Q = \left(\frac{1}{2}; 1; -\frac{1}{2}\right)$$

4. Lập danh mục nhân tố và phân bù rủi ro nhân tố tương ứng biết  $r_f = 0.03$

Danh mục nhân tố 1: P(1)

$$\begin{cases} w_1 + 2w_2 + 3w_3 = 1 \\ 10w_1 - 1w_2 + 4w_3 = 0 \\ w_1 + w_2 + w_3 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} w_1 = 3/8 \\ w_2 = 5/4 \\ w_3 = -5/8 \end{cases} \rightarrow P(1) = \left(\frac{3}{8}; \frac{5}{4}; -\frac{5}{8}\right)$$

Phân bù rủi ro nhân tố 1:  $\lambda_1 = E(r_{P(1)}) - r_f = \sum w_i^j \alpha_i - r_f = 0.12 - 0.03 = 0.09$

Danh mục nhân tố 2: P(2)

$$\begin{cases} w_1 + 2w_2 + 3w_3 = 0 \\ 10w_1 - 1w_2 + 4w_3 = 1 \\ w_1 + w_2 + w_3 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} w_1 = 3/4 \\ w_2 = 3/2 \\ w_3 = -5/4 \end{cases} \rightarrow P(2) = \left(\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$$

Phân bù rủi ro nhân tố 2:  $\lambda_2 = E(r_{P(2)}) - r_f = \sum w_i^j \alpha_i - r_f = 0.14 - 0.03 = 0.11$

## 5. Hãy xem xét khả năng tồn tại cơ lợi

$$E(r_A) = r_f + \lambda_1 \beta_{A1} + \lambda_2 \beta_{A2} = 0.03 + 0.09 * 1 + 0.11 * 10 = 1.22$$

So sánh với  $\alpha_A = 0.07$ , khác thì có cơ lợi.