

集合と位相

nukui

2016 年 9 月 28 日

第 I 部

集合と写像

1 集合とは

1.1

1. 成り立つ。 $\because Y$ に含まれる要素は全て X に含まれる。
2. 成り立つ。 $\because 3$ は W に含まれるが Z に含まれない。
3. 成り立つ。 $\because 4$ は V に含まれるが、 Y に含まれない。
4. 成り立たない。 $\because 4$ は V に含まれるが X には含まれない。
5. 成り立たない。 $\because 1$ は X に含まれるが W に含まれない。
6. 成り立たない。 $\because V$ の全ての要素は W に含まれる。
7. 成り立つ。 $\because V$ の全ての要素は Z に含まれる。
8. 成り立つ。 $\because 3$ は X に含まれるが Z に含まれない。
9. 成り立たない。 $\because Y$ に含まれる全ての要素は Z に含まれる。
10. 成り立たない。 $\because 3$ は W に含まれるが Y には含まれない。

1.2

1. D
2. B
3. C, E, F
4. B, D

1.3

1. 成り立たない。
2. 成り立つ。
3. 成り立つ。
4. 成り立つ。
5. 成り立たない。
6. 成り立つ。

1.4

集合 A が 1 個の元から成るとき、部分集合は A と \emptyset の 2 通り。よって $n = 1$ のとき、命題は成り立つ。
集合 A が n 個の元から成り、その部分集合は全部で 2^n 個から成るとする。今、集合 A に元 X を一つ加え、 $n+1$ 個の元から成る集合 B を考える。集合 B の部分集合は、

1. 集合 A の部分集合と一致。(2^n 個)
2. 集合 A の部分集合に元 X を加えたものに一致。(2^n 個)

のいずれかである。よって、集合 B の部分集合の個数は $2^n + 2^n = 2^{n+1}$ 個になる。以上より、すべての自然数 n で命題は成り立つ。