

3D računalna grafika - 1. Zadaca

Antonijo Marić

November 1, 2023

Zadatak 3. a)

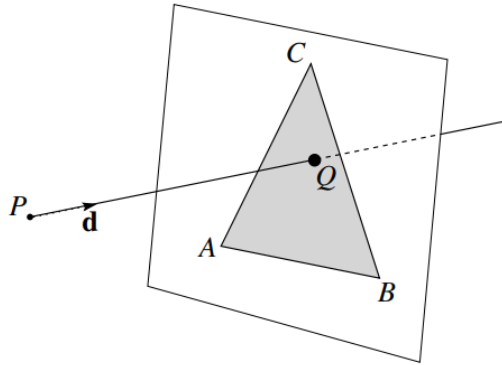


Figure 1: Prikaz zrake i trokuta

Zraka definirana s početnom točkom P i smjerom gdje siječe trokut, koji je definiran svojim vrhovima A , B i C , u sjecištu točke Q . Moramo pronaći koordinate točke Q te zatim provjeriti da li koordinate točke Q leže na ravni u kojoj se nalazi trokut.

Jednadžba ravnine može se zapisati kao:

$$ax + by + cz = d$$

Jednadžbu ravnine kraće zapisujemo kao:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{x} = d$$

,gdje je $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$ i $\mathbf{n} = [a, b, c]^T$.

Zraka koja je određena početnom točkom P i smjerom \mathbf{d} :

$$R(t) = P + t\mathbf{d}$$

Da bi smo pronašli sjecište zrake $R(t)$ s ravninom trokuta, zamjenimo $\mathbf{x} = R(t)$ u jednadžbu ravnine i rješimo za t :

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{R}(t) = d \Rightarrow \mathbf{n} \cdot (\mathbf{P} + t\mathbf{d}) = d \Rightarrow \mathbf{n} \cdot \mathbf{P} + t\mathbf{n} \cdot \mathbf{d} = d \Rightarrow t = \frac{d - \mathbf{n} \cdot \mathbf{P}}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{d}}$$

Ovdje su: - \mathbf{n} vektor normale ravnine, - \mathbf{d} smjer zrake, - \mathbf{P} početna točka zrake, i - t parametar koji predstavlja udaljenost duž zrake do sjecišta s ravninom.

Ako je $\mathbf{n} \cdot \mathbf{d} = 0$, tada je \mathbf{d} paralelan s ravninom i zraka se neće sjeći s ravninom (tj. sjecište je u beskonačnosti).

Zadatak 3. b)

Neka je dan eliptički cilindar čiji je radijus na osi x jednak r , a radijus na osi y jednak s centriran na xy ravnini visine h . Točka na cilindru $\mathbf{p} = (x, y, z)$ mora zadovoljavati sljedeću jednadžbu za cilindar:

$$\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{s^2} = 1, \text{ gdje } 0 \leq z \leq h$$

Sada, razmatramo zraku $\mathbf{e} + \lambda \mathbf{d}$ gdje su \mathbf{e} i \mathbf{d} vektori smjera zrake. Točke na toj zraci možemo promatrati kao $\mathbf{p}(\lambda) = \mathbf{e} + \lambda \mathbf{d}$.

Da bismo provjerili siječe li ta zraka zadani eliptički cilindar, moramo ispitati vrijednosti λ za koje točka $\mathbf{p}(\lambda)$ zadovoljava jednadžbu cilindra. Jednadžba cilindra ograničena je na $0 \leq z \leq h$.

Za provjeru, postavljamo sljedeći sustav jednadžbi:

$$\begin{aligned} \frac{p_x(\lambda)^2}{r^2} + \frac{p_y(\lambda)^2}{s^2} &= 1 \\ 0 &\leq p_z(\lambda) \leq h \end{aligned}$$

gdje su $p_x(\lambda)$, $p_y(\lambda)$ i $p_z(\lambda)$ komponente točke $\mathbf{p}(\lambda)$. Rješavanjem ovog sustava jednadžbi za λ , ako postoje rješenja unutar intervala $0 \leq \lambda \leq 1$, to znači da zraka $\mathbf{e} + \lambda \mathbf{d}$ siječe zadani eliptički cilindar. U suprotnom, dana zraka nema dodirnih točaka ni ti siječe dani eliptički cilindar.