

量子コンピュータのための効率的なZゲート

デビッド・C・マッケイ、* クリストファー・J・ウッド、サラ・シェルドン、ジェリー・M・チョウ、ジェイ・M・ガンベッタ

IBM T.J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York 10598, USA

(Received 20 January 2017; published 31 August 2017)

超伝導量子ビットの場合、マイクロ波パルスはブロッホ球の周りの回転を駆動する。この駆動の位相を利用して、ゼロデューレーションの任意の仮想Zゲートを生成することができ、2つの X_{m2} ゲートと組み合わせることで、任意のSU(2)ゲートを生成できる。ここでは、アルゴリズムの改善とパルスエラーの修正のために、これらの仮想Zゲートを最適に利用する方法を示す。ハダマードゲートとZゲートのクリフォードセットを用いてランダム化ベンチマークを行い、クリフォードあたりの誤差が、標準的な有限長のXゲートとYゲートからなるセットよりも減少することを示す。Zゲートは、断熱ゲートによる微分除去 (DRAG) のようなパルス整形技術の代替として、弱アンハーモニック量子ビットのユニタリ回転エラーを修正できる。リークを調査し、リークを最小化するDRAGパルス整形と回転エラーを修正するZゲートを組み合わせることで、低エラー $[1.95(3) \times 10^{-4}]$ と低リーク $[3.1(6) \times 10^{-6}]$ を特徴とする13.3ns X_{m2} ゲートを実現できることを示す。最終的にリーク量は量子ビットの有限温度によって制限されるが、この制限はデコヒーレンスによるパルス誤差よりも2桁小さい。

DOI: [10.1103/PhysRevA.96.022330](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.96.022330)

I. INTRODUCTION

量子ビットを用いたコンピュータは、ある種の重要な問題（例えば、因数分解など）において、古典的なコンピュータを凌駕すると予測されています。古典的なビットは0か1かの離散的な状態ですが、量子ビットは重ね合わせ状態 $= e^{i\phi}$ になることがあります（ここでandは古典的な0と1の量子版）。この1量子ビットの重ね合わせ状態は、幾何学的にブロッホ球と呼ばれる単位球の表面上の点として表現することができる。量子コンピュータの実現に不可欠なのは、量子ビットの状態を制御できること、すなわち、ブロッホ球上の2点間で量子ビットの状態を任意に変換できることである。これは、ブロッホ球上の異なる軸を中心とした量子ビットの回転に対応するユニタリ変換（ゲート）により実現されます。物理的には、XゲートとYゲート（X軸とY軸の周りの回転）は、状態間の結合を変調して、これらの状態間の周波数差 $\omega_{01} = (E - E) / \hbar$ で発生します。この変調駆動は一般式 $\cos(\omega_D t - \gamma)$ で、回転の駆動強度、 ω_D は駆動周波数（共振時は $\omega_D = \omega_{01}$ ）、 γ は駆動相である。ゲートの持続時間は、所望の回転角度と駆動強度で設定される。共振時、 $\gamma = 0$ のとき、量子ビット状態はX軸を中心に回転し、 $\gamma = \pi/2$ のとき、回転はY軸を中心になる。したがって、ブロッホ球の幾何学的なX軸とY軸は、駆動フィールド間の実 $\pi/2$ の位相差に対応します。残りの軸（Z軸）周りの回転、すなわちZゲートは、両者の状態間の相対位相の変化に対応する。Zゲートは、ある有限の時間の間、駆動フィールドに対して量子ビットの周波数を離調する（例えば、文献[1]を参照）か、XゲートとYゲートを合成することによって実装することができます。その結果、量子ビットの状態はX軸とY軸に対して回転する。このようなゲートは仮想Zゲートと呼ばれ、駆動軸に位相オフセットを加えることに相当します。

フィールドを追加します。これには、交差共鳴によるControlledNOT (CNOT) ゲートの実装に使用されるドライブなど、2量子ビットドライブに位相オフセットを追加することが含まれます[2]。多くの量子ビット実装では、この位相 γ は古典的な制御ハードウェアとソフトウェアによって定義されています。この方法で実装されたZゲートは本質的に完全であり、古典的なハードウェアはグローバルな周波数基準（原子時計など）を介して自己校正され、ゲートの持続時間はゼロです。仮想Zゲートは、NMR [3]、イオン [4]、超伝導量子ビット [5]などの量子実験に長く使用されています。これらのゲートを利用することで、単一量子ビットZゲートの数を最大化するように回路を最適化すれば、量子回路の全体的な忠実度を向上させることができます。さらに、Zゲートと X_{m2} ゲートを組み合わせることで、ブロッホ球の任意の回転を生成することができます。このため、単一の駆動強度を校正するだけでよいので、校正手順が大幅に簡略化されます。さらに、Zゲートは物理的な量子ビット実装で発生する特定のユニタリエラーを補償することができます。例えば、弱アンハーモニック超伝導トランスモン量子ビット[6]でX回転とY回転を駆動する場合、単位回転誤差（スタークシフト誤差）と人口リークが発生します。これらの誤差は、パルス整形とダイナミックな周波数調整を伴うDRAG (Full derivative removal by adiabatic gate) パルス [7] を実装することで修正することができます。しかし、DRAGのパルス整形コンポーネントのみが一般的に実装されており[1, 8, 9]、両方のエラーを同時に修正することはできません（本明細書ではこの定義でDRAGと呼びます）。ほとんどの実験では、DRAGはより支配的なユニタリエラーを修正するように最適化されています。この問題は、VZゲートがユニタリ位相誤差を補正できるため、VZゲートを追加することで解決し、その後、パルス整形を最適化することでリークを最小にすることができます。同様の誤差は、パラメトリックISWAP [10]、交差共鳴 [11]、断熱CZ [12]などの2量子ビットゲートを駆動する際によく見られるため、VZゲートとパルス整形は多量ビットシステムにも適用できます。本論文では、VZゲートを用いて回路誤差を最小化し、超伝導トランスモン量子ビットの場合、パルス誤差を最小化する方法を探ります。まず、VZゲートの理論を概観し、任意のSU(2)ゲートに対する一つの具体的な公式を示す。

*dcmckay@us.ibm.com

Efficient Z gates for quantum computing

David C. McKay,^{*} Christopher J. Wood, Sarah Sheldon, Jerry M. Chow, and Jay M. Gambetta
IBM T.J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York 10598, USA

(Received 20 January 2017; published 31 August 2017)

For superconducting qubits, microwave pulses drive rotations around the Bloch sphere. The phase of these drives can be used to generate zero-duration arbitrary virtual Z gates, which, combined with two $X_{\pi/2}$ gates, can generate any SU(2) gate. Here we show how to best utilize these virtual Z gates to both improve algorithms and correct pulse errors. We perform randomized benchmarking using a Clifford set of Hadamard and Z gates and show that the error per Clifford is reduced versus a set consisting of standard finite-duration X and Y gates. Z gates can correct unitary rotation errors for weakly anharmonic qubits as an alternative to pulse-shaping techniques such as derivative removal by adiabatic gate (DRAG). We investigate leakage and show that a combination of DRAG pulse shaping to minimize leakage and Z gates to correct rotation errors realizes a 13.3 ns $X_{\pi/2}$ gate characterized by low error [$1.95(3) \times 10^{-4}$] and low leakage [$3.1(6) \times 10^{-6}$]. Ultimately leakage is limited by the finite temperature of the qubit, but this limit is two orders of magnitude smaller than pulse errors due to decoherence.

DOI: [10.1103/PhysRevA.96.022330](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.96.022330)

I. INTRODUCTION

Computers based on quantum bits (qubits) are predicted to outperform classical computers for certain critical problems, e.g., factoring. Unlike a classical bit, which is discretely in the state 0 or 1, a qubit can be in a superposition state $|\Psi\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta/2)|1\rangle$ where $|0\rangle$ and $|1\rangle$ are the quantum versions of the classical 0 and 1 states. This single-qubit superposition state can be geometrically represented as a point on the surface of a unit sphere known as the Bloch sphere. Critical to implementing a quantum computer is the ability to control the state of the qubit, i.e., transform the qubit state arbitrarily between two points on the Bloch sphere. This is accomplished by unitary transformations (gates), which correspond to rotations of the state around different axes in the Bloch sphere representation. Physically, X and Y gates (rotations around the X and Y axes) are generated by modulating the coupling between the states $|0\rangle$ and $|1\rangle$ at the frequency difference between these states $\omega_{01} = (E_{|1\rangle} - E_{|0\rangle})/\hbar$. This modulation drive has the general form $\Omega(t)\cos(\omega_D t - \gamma)$ where $\Omega(t)$ is the drive strength of the rotation, ω_D is the drive frequency ($\omega_D = \omega_{01}$ on resonance), and γ is the drive phase. The duration of the gate is set by the desired rotation angle and the drive strength. On resonance, when $\gamma = 0$, the qubit state rotates around the X axis and when $\gamma = \frac{\pi}{2}$ the rotation is around the Y axis. Therefore, the geometric X and Y axes in the Bloch sphere correspond to a real $\frac{\pi}{2}$ phase difference between drive fields.

Rotations around the remaining axis (Z axis), i.e., Z gates, correspond to a change in the relative phase between the $|0\rangle$ and $|1\rangle$ states. A Z gate can be implemented by either detuning the frequency of the qubit with respect to the drive field for some finite amount of time (e.g., see Ref. [1]) or by composite X and Y gates. The result is that the qubit state rotates with respect to the X and Y axes. However, it is equivalent to rotate the axes with respect to the qubit state—such a gate is known as a virtual Z gate, which corresponds to adding a phase offset to the drive

field for all subsequent X and Y gates. This includes adding a phase offset to any two-qubit drives such as a drive used to implement a controlled-NOT (CNOT) gate via cross resonance [2]. In many qubit implementations this phase, γ , is defined by classical control hardware and software. A Z gate implemented in this way is essentially perfect; the classical hardware is self-calibrated via a global frequency reference (e.g., an atomic clock) and the gate has zero duration. Virtual-Z (VZ) gates have long been used in quantum experiments such as in NMR [3], ions [4], and superconducting qubits [5]. Utilizing these gates can improve the overall fidelity of a quantum circuit if the circuit is optimized to maximize the number of single-qubit Z gates. Additionally, any arbitrary rotation in the Bloch sphere can be generated by combining Z and $X_{\pi/2}$ gates. This greatly simplifies calibration procedures because only a single drive strength must be calibrated.

Furthermore, Z gates can compensate for certain unitary errors that occur in physical qubit implementations. For example, when driving X and Y rotations in weakly anharmonic superconducting transmon qubits [6] there are unitary rotation errors (Stark-shift errors) and population leakage. Both of these errors can be corrected by implementing a full derivative removal by adiabatic gate (DRAG) pulse [7], which involves pulse shaping and dynamic frequency tuning. However, only the pulse-shaping component of DRAG is typically implemented [1,8,9], which cannot simultaneously correct both errors (we herein refer to DRAG by this definition). In most experiments DRAG is optimized to correct the more dominant unitary errors. This problem is solved by adding VZ gates since VZ gates can correct unitary phase errors while pulse shaping is then optimized to minimize leakage. Similar errors are common when driving two-qubit gates, such as the parametric ISWAP [10], cross resonance [11], and adiabatic CZ [12], so VZ gates plus pulse shaping is also applicable in multiqubit systems.

In this paper we explore how the VZ gate can be used to minimize circuit error and, for superconducting transmon qubits, minimize pulse errors. First, we review the theory of the VZ gate and show one specific formula for an arbitrary SU(2) gate. Next, we compare randomized benchmarking [13] of a

^{*}dcmckay@us.ibm.com

次に、2つの異なる基底ゲートセットから生成されたクリフォードゲート (XとYの回転を用いたセットとXとZの回転を用いたセット) を用いた量子ビットのランダム化ベンチマーク [13] を比較します。XZ基底セットでは、各クリフォードゲートを表現するのに必要な有限化ゲート (つまり、XとYの回転) の数が減るため、クリフォードあたりの誤差が小さくなることを示しました。また、Sゲート ($Z_{\pi/2}$) のインターリーブベンチマークを行い、完全なゲートと一致するエラーレートを測定した。次に、VZゲートを用いて、弱アンハーモニック系でX回転とY回転を駆動する際に生じるスタークシフトエラーを補正できることを実証する。この手法 (Gaussian plus Z (GZ)) は、一般的に使用されているDRAGパルス [1, 7-9] に代わる簡単な方法である。ランダム化ベンチマーク (RB) により、DRAGとGZのパルス誤差が本質的に同等であることを示す。次に、これらのRBシーケンス中の状態への人口漏洩を測定する (同様の作業については文献 [14] を参照)。その結果、GZとDRAG (忠実度を最適化したもの) は同程度のリーク率であることが分かりました。DRAGとVZゲートの組み合わせ (DRAGZ) は、パッシブフィルタリングとVZゲートの組み合わせ (FILTZ) と同様に、忠実度を損わずにリーク率を改善します。25ns以上のパルスでは、どの方法もリーク率はほぼ同じで、加熱による制限があることがわかります。最後に、これらのゲートをマルチクビットシステムで使用する際の注意点について述べます。

II. THEORY

仮想Zゲート (VZゲート) の概念を明らかにするために、まず、多くの研究室で物理的に実現されている基本的な単一量子ビットゲート、すなわち、任意波形発生器 (AWG) をIQミキサーに通して整形した局部発振器 (LO) について説明します (図1の設定)。LOは、一定の信号 $\cos(\omega_{LO} t)$ を出力するシングルトーンのマイクロ波源である。AWGは、プログラム可能な一連の離散電圧点を特定のサンプルレートで出力します。例えば、この実験で使用したTektronix 5014のサンプルレートは、1.2GSa/s (点間0.833ns) です。これらのポイントは、出力が滑らかな波形となるように内部でフィルタリングされます。このフィルター (F) を含めたAWGの出力は次のようになります。

$$V(t) = \int_0^t d\tau F(t-\tau) \sum_{n=0}^{\infty} V_n \Pi(n - \tau/T), \quad (1)$$

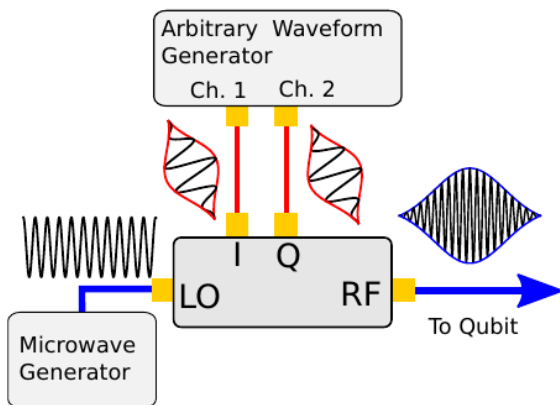


図1. 超伝導量子ビットを駆動するための整形マイクロ波パルスを生成するための典型的な実験セットアップの模式図である。

ここで、 $\{V_n\}$ はAWG電圧の集合、TはAWG周期、 $|x| \leq 1/2$ を条件として $\Pi(x)$ と定義されるパルス関数である。IQミキサーは、IチャンネルとQチャンネルを、以下のようにLOと掛け合わせる、

$$\begin{aligned} V_{RF}(t) = & V_I(t) \cos(\omega_{LO} t) \\ & + V_Q(t) [1 + \epsilon_Q] \sin(\omega_{LO} t + \epsilon_\phi) \\ & + \epsilon_{LO} \cos(\omega_{LO} t), \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、項はIQミキサーに共通する非理想的な誤差である。AWG電圧はパルスの整形に使われ、シングル・サイドバンド (SSB) 変調によってパルス周波数を共振にシフトする。所望のパルスエンベロープがあり、駆動周波数が $\omega_D = \omega_{LO} + \omega_{SSB}$ である場合、理想のAWGの出力 [式 (1) で説明した画素化とフィルタリングを無視] は次のようになる、

$$V_I(t) = \Omega(t) \cos(\omega_{SSB} t - \gamma), \quad (3)$$

$$V_Q(t) = -\Omega(t) \sin(\omega_{SSB} t - \gamma). \quad (4)$$

これらのAWG信号を理想的なミキサーの入力に印加すると、目的の駆動パルスが出力されます

$$V_{RF}(t) = \Omega(t) \cos(\omega_D t - \gamma). \quad (5)$$

非調和振動子 (トランスモン量子ビットの良い表現) を駆動する一連のn型マイクロ波パルスは、ハミルトニアン (実験室フレーム) で記述されます、

$$\begin{aligned} H/\hbar = & \sum_n \Omega_n(t) \cos(\omega_D t + \gamma_n) (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) + \omega_{01} \hat{n} \\ & + \frac{\alpha}{2} (\hat{n} - 1) \hat{n}, \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 \hat{a} (\hat{a}^\dagger) は振動子の消滅 (創造) 演算子、 $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ は数演算子、 α は非調和性である。この発振器のアンドレベルは、量子ビットレベルである。簡単のため、量子ビットのハミルトニアンだけを書き直すことにする、

$$H/\hbar = \sum_n \Omega_n(t) \cos(\omega_D t - \gamma_n) \hat{\sigma}_X - \frac{\omega_{01}}{2} \hat{\sigma}_Z, \quad (7)$$

ここで、 $\hat{\sigma}_X$ 、 $\hat{\sigma}_Z$ はパウリ演算子である。共振駆動 ($\omega_D = \omega_{01}$) の場合、量子ビット回転軸のハミルトニアンは次のようになります。

$$\tilde{H}/\hbar = \sum_n \frac{\Omega_n(t)}{2} [\cos(\gamma_n) \hat{\sigma}_X + \sin(\gamma_n) \hat{\sigma}_Y]. \quad (8)$$

一定振幅のパルス Ω_n を持続時間Tとすると、パルスnによるユニタリー変換 (ゲート) は次のようになります、

$$U_n = e^{-i \frac{\Omega_n T}{2} [\cos(\gamma_n) \hat{\sigma}_X + \sin(\gamma_n) \hat{\sigma}_Y]}, \quad (9)$$

であり、 $\gamma_n = 0(\pi/2)$ のパルスは、ブロッホ球のX (Y) 軸を中心に角度 $\Omega_n T$ の回転であることがわかります。したがって、AWGはパルスの回転と回転軸の両方を制御することになる。 γ は回転軸を制御するので、直感的には γ を調整することでVZゲートを行うことができる。より正式には、 $X_\theta = e^{-i\theta/2} X$ という2つの連続したXパルスを考え、パルス間で位相 γ を ϕ だけオフセットすることによって、この仕組みを示すことができる。

qubit using Clifford gates generated from two different sets of basis gates—one set using X and Y rotations and the other set using X and Z rotations. We show that the error per Clifford is lower for the XZ basis set, since the number of finite-duration gates (i.e., X and Y rotations) required to represent each Clifford gate is reduced. We also perform interleaved benchmarking of the S gate ($Z_{\pi/2}$) and measure an error rate that is consistent with a perfect gate. Next, we demonstrate that VZ gates can be used to compensate Stark-shift errors that arise when driving most X and Y rotations in weakly anharmonic systems. This technique, Gaussian plus Z (GZ), is a straightforward alternative to the commonly used DRAG pulse [1,7–9]. We show via randomized benchmarking (RB) that the pulse error for DRAG and GZ is essentially equivalent. Next, we measure population leakage to the $|2\rangle$ state during these RB sequences (see Ref. [14] for similar work). We show that GZ and DRAG (optimized for fidelity) have similar leakage rates. Combining DRAG and VZ gates (DRAGZ) improves leakage without a loss of fidelity as does passive filtering plus VZ gates (FILTZ). For pulses longer than 25 ns we find that the leakage rates for all methods are similar and limited by heating. Finally, we discuss some considerations when using these gates in a multiqubit system.

II. THEORY

To elucidate the concept of the virtual Z gate (VZ gate), we first review basic single-qubit gates as they are physically realized in many labs, i.e., with a local oscillator (LO) shaped by an arbitrary waveform generator (AWG) through an IQ mixer (setup shown in Fig. 1). The LO is a single-tone microwave source that outputs a constant signal $\cos(\omega_{LO}t)$. The AWG outputs a programmable series of discrete voltage points at a specific sample rate, e.g., for the Tektronix 5014 used in these experiments that sample rate is 1.2GSa/s (0.833 ns between points). These points are internally filtered so that the output is a smooth waveform. Including this filter (F), the AWG output is

$$V(t) = \int_0^t d\tau F(t - \tau) \sum_{n=0}^{\infty} V_n \Pi(n - \tau/T), \quad (1)$$

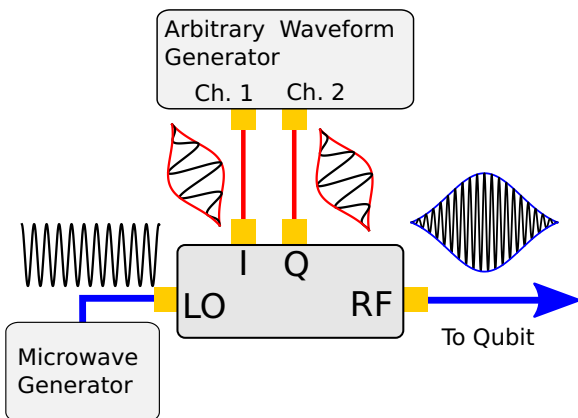


FIG. 1. Schematic of the typical experimental setup for generating shaped microwave pulses for driving superconducting qubits.

where $\{V_n\}$ is the set of AWG voltages, T is the AWG period and $\Pi(x)$ is a pulse function defined as $\Pi(x) = \{1, 0\}$ conditioned on $|x| \leq 1/2$. The IQ mixer multiplies the I and Q channels with the LO such that,

$$\begin{aligned} V_{RF}(t) &= V_I(t) \cos(\omega_{LO}t) \\ &\quad + V_Q(t)[1 + \epsilon_Q] \sin(\omega_{LO}t + \epsilon_\phi) \\ &\quad + \epsilon_{LO} \cos(\omega_{LO}t), \end{aligned} \quad (2)$$

where the ϵ terms are nonideal errors common to IQ mixers.

The AWG voltages are used to shape the pulse and shift the pulse frequency to resonance via single sideband (SSB) modulation. If the desired pulse envelope is $\Omega(t)$ and the drive frequency is $\omega_D = \omega_{LO} + \omega_{SSB}$ then the output of an ideal AWG [ignoring the pixelation and filtering described by Eq. (1)] is,

$$V_I(t) = \Omega(t) \cos(\omega_{SSB}t - \gamma), \quad (3)$$

$$V_Q(t) = -\Omega(t) \sin(\omega_{SSB}t - \gamma). \quad (4)$$

These AWG signals, when applied to the inputs of an ideal mixer, output the desired drive pulse

$$V_{RF}(t) = \Omega(t) \cos(\omega_D t - \gamma). \quad (5)$$

A series of n -shaped microwave pulses driving an anharmonic oscillator (a good description of a transmon qubit) is described by the Hamiltonian (in the laboratory frame),

$$\begin{aligned} H/\hbar &= \sum_n \Omega_n(t) \cos(\omega_D t + \gamma_n) (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) + \omega_{01} \hat{n} \\ &\quad + \frac{\alpha}{2} (\hat{n} - 1) \hat{n}, \end{aligned} \quad (6)$$

where $\hat{a}(\hat{a}^\dagger)$ is the annihilation (creation) operator of the oscillator, $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ is the number operator and α is the anharmonicity. The $|0\rangle$ and $|1\rangle$ levels of this oscillator are the qubit levels. Leakage to higher levels and unitary errors due to mixing with these levels will be discussed in Secs. IV and V. For simplicity we rewrite just the qubit Hamiltonian,

$$H/\hbar = \sum_n \Omega_n(t) \cos(\omega_D t - \gamma_n) \hat{\sigma}_X - \frac{\omega_{01}}{2} \hat{\sigma}_Z, \quad (7)$$

where $\hat{\sigma}_X, \hat{\sigma}_Z$ are the Pauli operators. For a resonant drive ($\omega_D = \omega_{01}$), the Hamiltonian in the qubit rotating frame is

$$\tilde{H}/\hbar = \sum_n \frac{\Omega_n(t)}{2} [\cos(\gamma_n) \hat{\sigma}_X + \sin(\gamma_n) \hat{\sigma}_Y]. \quad (8)$$

Assuming a constant amplitude pulse Ω_n for duration T , the unitary transformation (the gate) due to pulse n is,

$$U_n = e^{-i \frac{\Omega_n T}{2} [\cos(\gamma_n) \hat{\sigma}_X + \sin(\gamma_n) \hat{\sigma}_Y]}, \quad (9)$$

and so a $\gamma_n = 0(\frac{\pi}{2})$ pulse is a rotation of angle $\Omega_n T$ around the X (Y) axis of the Bloch sphere. Therefore, the AWG controls both the pulse rotation and the rotation axes. Since γ controls the rotation axes, intuitively we can perform a VZ gate by adjusting γ . More formally, we can show how this works by consider two consecutive X pulses, $X_\theta = e^{-i \frac{\theta}{2} \hat{\sigma}_X}$, with the phase γ offset by ϕ between the pulses. The total

unitary is,

$$e^{-i\frac{\theta}{2}[\cos(\phi)\hat{\sigma}_X + \sin(\phi)\hat{\sigma}_Y]} X_\theta, \quad (10)$$

which can be expanded to,

$$e^{i\frac{\phi}{2}\hat{\sigma}_Z} e^{-i\frac{\theta}{2}\hat{\sigma}_X} e^{-i\frac{\phi}{2}\hat{\sigma}_Z} X_\theta, \quad (11)$$

which equals

$$Z_{-\phi} X_\theta Z_\phi X_\theta. \quad (12)$$

したがって、ソフトウェアで位相オフセットを追加し、後続のX, Yゲートの回転軸を再定義するだけで、任意のZゲートを効率よく実装することができる。最後にZ- ϕ ゲートを追加しているのは、量子ビットのフレームにいたるため、位相オフセット ϕ を後続のすべてのゲートに引き継ぐ必要があるためである。例えば、位相オフセットが適用された Y_θ ゲートを用いて元のシーケンスに従うと、ゲートシーケンスは次のようになります。

$$e^{-i\frac{\theta}{2}(\cos[\frac{\pi}{2}+\phi]\hat{\sigma}_X + \sin[\frac{\pi}{2}+\phi]\hat{\sigma}_Y)} Z_{-\phi} X_\theta Z_\phi X_\theta, \quad (13)$$

$$= Z_{-\phi} Y_\theta Z_\phi Z_{-\phi} X_\theta Z_\phi X_\theta, \quad (14)$$

$$= Z_{-\phi} Y_\theta X_\theta Z_\phi X_\theta. \quad (15)$$

Zゲートが簡単に作れることを踏まえ、Zゲートと2つの $X_{\pi/2}$ ゲートを組み合わせることで、任意のSU(2)ゲートが構築できることを示します。一般に、任意のSU(2)ゲートは、次のような形で書くことができる、

$$U(\theta, \phi, \lambda) = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & -ie^{i\lambda} \sin(\theta/2) \\ -ie^{i\phi} \sin(\theta/2) & e^{i(\lambda+\phi)} \cos(\theta/2) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

というように、(グローバルな位相まで)都合よく表現される、

$$U(\theta, \phi, \lambda) = Z_\phi X_\theta Z_\lambda. \quad (17)$$

By using the identity,

$$X_\theta = Z_{-\pi/2} X_{\pi/2} Z_{\pi-\theta} X_{\pi/2} Z_{-\pi/2}, \quad (18)$$

we show that any SU(2) gate is

$$U(\theta, \phi, \lambda) = Z_{\phi-\pi/2} X_{\pi/2} Z_{\pi-\theta} X_{\pi/2} Z_{\lambda-\pi/2}. \quad (19)$$

この表記法で、いくつかの一般的なゲートを表Iに表します。任意のSU(2)ゲートを効率的に作成することができる。

表I. Zゲートで表現される一般的なSU(2)ゲート。

Gate	θ	ϕ	λ
I	0	0	0
X_π	π	0	0
Y_π	π	$\pi/2$	$-\pi/2$
Z_π	0	$\pi/2$	$\pi/2$
$X_{\pi/2}$	$\pi/2$	0	0
$Y_{\pi/2}$	$\pi/2$	$\pi/2$	$-\pi/2$
S	0	$\pi/4$	$\pi/4$
H	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$
$X_{\pi/4}$	$\pi/4$	0	0
T	0	$\pi/8$	$\pi/8$

普遍的な量子アルゴリズムを実行するためには、Zゲートの使用が不可欠です。

III. Zゲートのランダムベンチマーキング

VZゲートがどのようにアルゴリズムを改善するかを示すために、周波数 $\omega/2\pi = 5.0353\text{GHz}$ 、非調和性 $\alpha/2\pi = -235.5\text{MHz}$ 、典型的なコヒーレンス $T_1 = 54(1)\mu\text{s}$ 、 $T_\phi = 135(4)\mu\text{s}$ の固定周波数超伝導トランスマン量子ビットでランダムベンチマーク [13] (RB) を実施します。この量子ビットは、文献[10]で詳述されている2量子ビットデバイスの一部です。この量子ビットは、文献[10]に詳述されている2量子ビットデバイスの一部ですが、ここでの作業では、独立した1つの量子ビットとみなします(もう一方の量子ビット周波数は5.924GHzです)。RB回路は、 m 個のランダムなクリフォードゲートと最後の反転ゲートで構成され、回路全体が恒等演算子を実装しています。これらのクリフォードゲートは単一量子ビットゲートプリミティブから構成され、最低でも独立した2軸に沿った $\pi/2$ パルスとなる。ここでは、XY π セットとHZセットという2つの基底パルスセットを比較する。XY π 集合は有限時間2ゲート $\{X_{\pi/2}, X_{-\pi/2}, Y_{\pi/2}, Y_{-\pi/2}\}$ からなり、HZ集合は有限時間1ゲートとVZゲート $\{H, I = \mathbb{1}\}$ を組み合わせたものである。 $H = Z_0, S = Z_{\pi/2}, Z = Z_{-\pi/2}, Z_\pi$ ここで $H = Z_{\pi/2}, X = Z_{\pi/2}$ $\pi/2$ はハダムドゲートである。クリフォードを構成するためには、平均してXY π 集合2から2.25ゲート、HZ集合から2.4583ゲートが必要である。しかし、HZ集合では、1つのCliffordにつき、そのうちの1つだけが有限時間のハダムドゲートである。VZゲートは完璧に近いと予想されるので、HZセットの方がクリフォードあたりの誤差が少ないはず。この実験では、これらの有限時間ゲートのそれぞれを、DRAGパルス-主回転軸に沿ったガウス包絡線を持つパルスと、直交する回転軸に沿った微分ガウス包絡線を持つパルスとして実装します。ガウシアンパルスは次のように定義される、

$$\Omega_G(t) = \begin{cases} \Omega_0 \frac{e^{-t^2/2\sigma^2} - e^{-T^2/2\sigma^2}}{1 - e^{-T^2/2\sigma^2}}, & |t| \leq T \\ 0, & \text{else} \end{cases}, \quad (20)$$

ここで T はパルス長であり、 $T = 4\sigma$ とした。この実験では、 $T = 13.33\text{ ns}$ 、 $\sigma = 3.33\text{ ns}$ で、パルス間に6.7 nsのバッファを設けている($\omega_{SSB}/2\pi = -120\text{ MHz}$)。このとき、全DRAGパルスは

$$\Omega(t) = \begin{cases} \Omega_G(t), & \gamma = 0 \\ \beta \dot{\Omega}_G(t), & \gamma = \frac{\pi}{2} \end{cases}, \quad (21)$$

ここで、DRAGパラメータ β は、高いトランスマンレベルのオフレゾナンス駆動によるスタークシフト誤差をキャンセルして、パルスの忠実度を最適化するように校正される。理論的には、忠実度を最適化する β の値は $1/2\alpha$ [9]であるが、DRAGパルスは他のソースからの位相誤差も補償するため、実際には実験的に最適化された β の値は異なっている。DRAGパルスは、このような高いレベルのポピュレーションリーケージを最小化することもできるが、リークを最小化する β の値は、一般的にパルスが忠実度を最大化する値とはならないのである。この点については、第V章で詳しく説明し、文献[14]でも取り上げている。[14]図2にRBデータのサンプルを示す。XY π セットでは、20個の種を5回ずつ実行した平均で、クリフォードあたりの誤差(EPC)は $5.6(1) \times 10^{-4}$ 、セット内のゲートあたりの誤差(EPG)は $.48(5) \times 10^{-4}$ となりました。HZセットでは、10回の実行の平均で、EPCは $3.0(1) \times 10^{-4}$ 、EPGは $1.22(4) \times 10^{-4}$ であった。

unitary is,

$$e^{-i\frac{\theta}{2}[\cos(\phi)\hat{\sigma}_X + \sin(\phi)\hat{\sigma}_Y]} X_\theta, \quad (10)$$

which can be expanded to,

$$e^{i\frac{\phi}{2}\hat{\sigma}_Z} e^{-i\frac{\theta}{2}\hat{\sigma}_X} e^{-i\frac{\phi}{2}\hat{\sigma}_Z} X_\theta, \quad (11)$$

which equals

$$Z_{-\phi} X_\theta Z_\phi X_\theta. \quad (12)$$

Therefore, by simply adding a phase offset in software and redefining the rotation axes for subsequent X and Y gates, we can effectively implement an arbitrary Z gate. The additional $Z_{-\phi}$ gate at the end is due to the fact that we are in the qubit frame of reference and so the phase offset ϕ must be carried through for all subsequent gates. For example, if we follow our original sequence with a Y_θ gate with the phase offset applied the gate sequence is

$$e^{-i\frac{\theta}{2}(\cos[\frac{\pi}{2}+\phi]\hat{\sigma}_X + \sin[\frac{\pi}{2}+\phi]\hat{\sigma}_Y)} Z_{-\phi} X_\theta Z_\phi X_\theta, \quad (13)$$

$$= Z_{-\phi} Y_\theta Z_\phi Z_{-\phi} X_\theta Z_\phi X_\theta, \quad (14)$$

$$= Z_{-\phi} Y_\theta X_\theta Z_\phi X_\theta. \quad (15)$$

The inverse Z gate remains, but does not change the measurement outcomes, which are measured along Z .

Given that we can easily create Z gates, we now show that any arbitrary $SU(2)$ gate can be constructed by combining Z gates with two $X_{\pi/2}$ gates. In general, any $SU(2)$ gate can be written in the form,

$$U(\theta, \phi, \lambda) = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & -ie^{i\lambda} \sin(\theta/2) \\ -ie^{i\phi} \sin(\theta/2) & e^{i(\lambda+\phi)} \cos(\theta/2) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

which is conveniently represented (up to a global phase) as,

$$U(\theta, \phi, \lambda) = Z_\phi X_\theta Z_\lambda. \quad (17)$$

By using the identity,

$$X_\theta = Z_{-\pi/2} X_{\pi/2} Z_{\pi-\theta} X_{\pi/2} Z_{-\pi/2}, \quad (18)$$

we show that any $SU(2)$ gate is

$$U(\theta, \phi, \lambda) = Z_{\phi-\pi/2} X_{\pi/2} Z_{\pi-\theta} X_{\pi/2} Z_{\lambda-\pi/2}. \quad (19)$$

We express some common gates in this notation in Table I. The ability to efficiently create arbitrary $SU(2)$ gates us-

TABLE I. Common $SU(2)$ gates expressed with Z gates.

Gate	θ	ϕ	λ
\mathcal{I}	0	0	0
X_π	π	0	0
Y_π	π	$\pi/2$	$-\pi/2$
Z_π	0	$\pi/2$	$\pi/2$
$X_{\pi/2}$	$\pi/2$	0	0
$Y_{\pi/2}$	$\pi/2$	$\pi/2$	$-\pi/2$
S	0	$\pi/4$	$\pi/4$
H	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$
$X_{\pi/4}$	$\pi/4$	0	0
T	0	$\pi/8$	$\pi/8$

ing Z gates is essential for performing universal quantum algorithms.

III. RANDOMIZED BENCHMARKING OF THE Z GATE

To demonstrate how the VZ gate can improve algorithms we perform randomized benchmarking [13] (RB) using a fixed-frequency superconducting transmon qubit of frequency $\omega/2\pi = 5.0353$ GHz, anharmonicity $\alpha/2\pi = -235.5$ MHz, and typical coherences $T_1 = 54(1)\mu\text{s}$, $T_\phi = 135(4)\mu\text{s}$. This qubit is part of a two-qubit device detailed in Ref. [10]; for the work here we consider it as a single independent qubit (the other qubit frequency is 5.924 GHz). A RB circuit consists of m random Clifford gates with a final inverting gate so that the full circuit implements the identity operator. These Clifford gates are constructed from single-qubit gate primitives, which, at minimum, are $\frac{\pi}{2}$ pulses along two independent axes. Here we compare two sets of basis pulses—the $XY_{\frac{\pi}{2}}$ and HZ sets. The $XY_{\frac{\pi}{2}}$ set consists of the finite-duration gates $\{X_{\pi/2}, X_{-\pi/2}, Y_{\pi/2}, Y_{-\pi/2}\}$ whereas the HZ set consists of one finite duration gate combined with VZ gates $\{H, I = Z_0, S = Z_{\frac{\pi}{2}}, S^\dagger = Z_{-\frac{\pi}{2}}, Z_\pi\}$ where $H = Z_{\frac{\pi}{2}} \cdot X_{\frac{\pi}{2}} \cdot Z_{\frac{\pi}{2}}$ is the Hadamard gate. On average, 2.25 gates from the $XY_{\frac{\pi}{2}}$ set and 2.4583 gates from the HZ set are required to construct a Clifford. However, for the HZ set only one of those gates per Clifford is the finite-duration Hadamard gate. Since we expect the VZ gates to be near perfect, the HZ set should have lower error per Clifford. For this experiment each of these finite duration gates is implemented as a DRAG pulse—a pulse with a Gaussian envelope along the main rotation axis and a pulse with a derivative Gaussian envelope along the orthogonal rotation axis. The Gaussian pulse is defined as,

$$\Omega_G(t) = \begin{cases} \Omega_0 \frac{e^{-t^2/2\sigma^2} - e^{-T^2/2\sigma^2}}{1 - e^{-T^2/2\sigma^2}}, & |t| \leq T \\ 0, & \text{else} \end{cases}, \quad (20)$$

where T is the pulse length, which is set to $T = 4\sigma$. For these experiments $T = 13.33$ ns and $\sigma = 3.33$ ns with a 6.7 ns buffer between pulses ($\omega_{SSB}/2\pi = -120$ MHz). The total DRAG pulse is then

$$\Omega(t) = \begin{cases} \Omega_G(t), & \gamma = 0 \\ \beta \dot{\Omega}_G(t), & \gamma = \frac{\pi}{2} \end{cases}, \quad (21)$$

where the DRAG parameter β is calibrated to optimize pulse fidelity by canceling Stark-shift errors due to off-resonance driving of higher transmon levels. In theory, the value of β that optimizes fidelity is $1/2\alpha$ [9], however, in practice the experimentally optimized value of β is different since the DRAG pulse also compensates phase errors from other sources. DRAG pulses can also minimize population leakage to these higher levels, but the value of β for which the pulse minimizes leakage is not generically the value for which the pulse maximizes fidelity. This point will be discussed in more detail in Sec. V and is also addressed in Ref. [14].

Sample RB data is shown in Fig. 2. For the $XY_{\frac{\pi}{2}}$ set, averaging over five runs of 20 seeds each, we get an error per Clifford (EPC) of $5.6(1) \times 10^{-4}$ and an error per gate in the set (EPG) of $2.48(5) \times 10^{-4}$. For the HZ set, averaging over ten runs, the EPC is $3.0(1) \times 10^{-4}$ and the EPG is $1.22(4) \times 10^{-4}$.

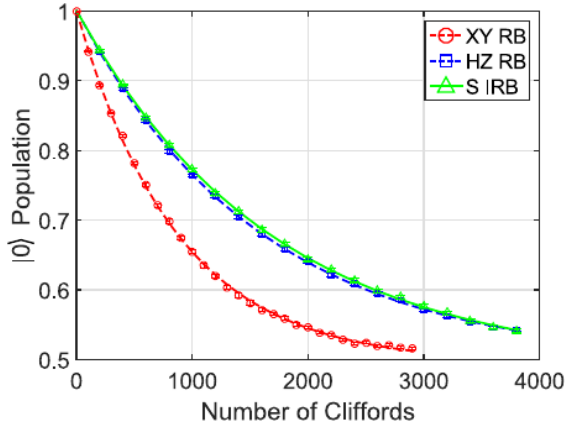


図2. 本文で取り上げた2つの基底セットのRBカーブ: XY π (赤丸) および HZ (青四角)。HZセット (緑三角) を用いた S 2ゲートのインターリーブ RB。各ポイントは、5つの別々の実験で実行された20個のランダムシードの平均であり、標準的なRB指数減衰曲線 $Ae^{-\lambda t} + B$ に適合させた。ここで λ はクリフォードゲートの数で、クリフォードあたりの平均エラーは $12(1-r)$ である。また、ゲートあたりの平均誤差は $12(1-r^{1/N_g})$ であり、 N_g はクリフォードの実装に必要な基底セットのゲート数である [13]。

HZゲートのEPCが低いことは図2のデータからも明らかであり、VZゲートが有限長のXゲートやYゲートよりも大幅に優れているという我々の予想を裏付けています。VZゲートの誤差を定量化するために、SゲートのインターリーブRB[15]を実施しました (図2にサンプルデータを示します)。5回平均すると、誤差は $-1.7(1.0) \times 10^{-5}$ で、系統誤差は $[0, 6 \times 10^{-4}]$ となる。これは、VZゲートの誤差がゼロであること、つまり完全なゲートであることと一致する。RBデータは、VZゲートを量子アルゴリズムに利用することの利点を示しています。つまり、同一性演算子を構成する m 個のランダムなクリフォード列を生成するのです。VZゲートを利用することで、アルゴリズムをより忠実に実装することができます。したがって、VZゲートは、Zゲートの数が最大になるように回路を最適化することで、多くのアルゴリズムでエラー率を下げるすることができます。

IV. VZゲートによるエラー修正

VZゲートは、量子回路に直接利用するだけでなく、物理的な1量子ビットや2量子ビットゲートで発生する特定のパルスエラーを、新たなエラーを発生させることなく補正することができます。例えば、VZゲートは、位相誤差、すなわち不要なZゲートを、逆Zゲートを適用することで修正することができます。また、VZゲートは、ほとんどのオフ共鳴回転 (ORR) エラーを修正することができます。X軸に沿ったORRによるユニタリーオペレータは、次のようになります。

$$U_1 = e^{-i t [\frac{\Omega_R}{2} \hat{\sigma}_X + \Delta \hat{\sigma}_Z]}, \quad (22)$$

$$U_1 = e^{-i \frac{\Omega_R t}{2} [\cos(\lambda) \hat{\sigma}_X + \sin(\lambda) \hat{\sigma}_Z]}, \quad (23)$$

ここで、 $\tan(\lambda) = \Delta / \Omega_R = \sqrt{2} + 2$ 。ゲート X_θ の実装が目的なら、式(23)に適用できるZ補正があるか、すなわち、次のような ξ と R はあるかということである。

$$X_\theta = Z_\xi U_1(\Omega_R t, \lambda) Z_\xi \quad (24)$$

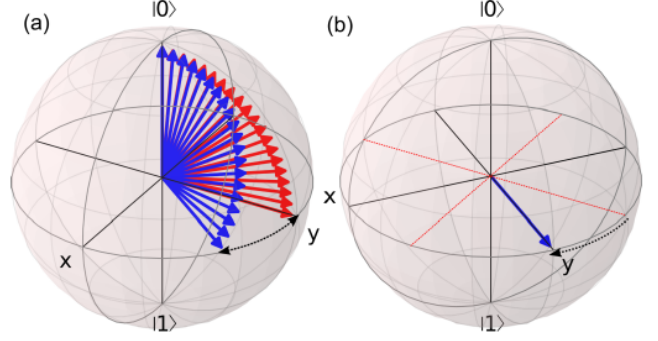


図3. (a) 共振状態 [赤 (薄い灰色)] と離調駆動 [青 (濃い灰色)] で開始したX軸周りの試行 $\frac{\pi}{2}$ 回転のブロッホ球表現です。回転角度を適切に補正すると、離調駆動はXY平面上で終了するが、有限のZ回転誤差を伴う。(b) VZゲートによる誤差の補正、すなわち軸回転。

式(24)を展開すると、以下の関係が得られます、

$$\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos(\lambda)}, \quad (25)$$

$$\tan(\xi) = \sin(\lambda) \tan\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right), \quad (26)$$

というときに、ORRのエラーに対して有効な補正があるのです。 $\frac{\xi}{\cos(\lambda)} \leq 1$. For example, if $\lambda = 0.1$, and the desired gate is X_π then $\xi \approx 0.1$ and $\Omega_R t = \pi/2 + 0.1^2$. Graphically, an $X_{\pi/2}$ のORRを図3のブロッホ球の上に誇張して示した。回転が軸から外れているため、最終的な状態はY軸に沿わない状態からスタートします。しかし、XY平面を横切るような回転角度が存在し、最終的にVZゲートで角度誤差を補正する。物理的には、回転が十分に共振から外れており、目的の最終状態によって定義される平面を通過できない場合には、解決策がない。例えば、離調した π パルスは、状態から開始した量子ビットが回転を完了しないため、補正することができません。ORRエラーを補正することは、弱不調和のトランスモン量子ビットにとって実用上重要なことです。to遷移を共振駆動する場合、駆動周波数はtoなどの高次遷移からわずかに離調されるだけなので、駆動中の状態の周波数をシフトさせる強いシュタルク効果が存在する。シュタルクシフトの強さは離調に反比例するため、短いゲートでは駆動周波数のフーリエ幅が広がるため、ORRエラーが増加する。これらの誤差を補正する標準的な方法は、第III章でRBデータに対して行ったように、式(21)のDRAGパルスシェーピングを利用することである。ここでは、式(24)で与えられるORRエラーを補正するために、VZゲートを持つガウスパルスを使用して同様の性能を示すことにする。図4では、DRAG, GZ, およびGaussianパルス2のXY π RBからのゲートあたりのエラー (EPG) をパルスのサイドバンド周波数に対してプロットしている。興味深いことに、ガウスパルスのEPGは、サイドバンド周波数の強い関数である。これはAWGの内部フィルタリングの結果であると理解できる。量子ビットの回転フレームでは、このフィルターがパルス形状に与える影響は、DRAGパルス形状に似ています。 β の値と符号は、図4. の関数である。(a) 3つの異なる2パルス実装のXY π セット (本文参照) に対するEPG:

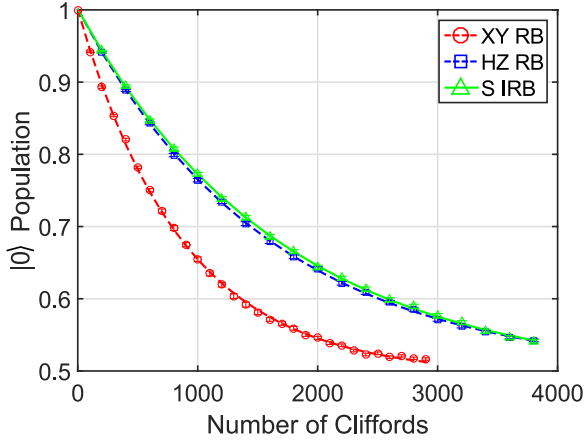


FIG. 2. RB curves for the two basis sets discussed in the main text: $XY_{\pi/2}$ (red circles) and HZ (blue squares). Interleaved RB for the S gate using the HZ set (green triangles). Each point is the average of 20 random seeds run in five separate experiments and fit to the standard RB exponential decay curve $Ar^m + B$ where m is the number of Clifford gates and the average error per Clifford is $\frac{1}{2}(1 - r)$. The average error per gate is $\frac{1}{2}(1 - r^{1/N_g})$ where N_g is the number of gates in the basis set required to implement a Clifford [13].

The lower EPC of the HZ set is evident from the data in Fig. 2, and confirms our expectation that the VZ gates are significantly better than finite-length X and Y gates. To quantify the error of the VZ gates we perform interleaved RB [15] of the S gate; sample data is shown in Fig. 2. Averaging over five runs we get an error of $-1.7(1.0) \times 10^{-5}$ with systematic errors bounds of $[0, 6 \times 10^{-4}]$. This is consistent with the VZ gate having zero error and, therefore, being a perfect gate.

The RB data demonstrate the advantage of utilizing the VZ gates in quantum algorithms. In essence, each of the curves is implementing the same RB algorithm, i.e., generate a sequence of m random Cliffords that constructs the identity operator. By utilizing VZ gates we are able to implement the algorithm with higher fidelity. Therefore, VZ gates can lower error rates in many algorithms by optimizing the circuit to maximize the number of Z gates.

IV. CORRECTING ERRORS WITH VZ GATES

Beyond their direct use in quantum circuits, VZ gates can correct for certain pulse errors that occur during physical one- and two-qubit gates without introducing new errors. For example, a VZ gate can correct a phase error, i.e., an unwanted Z gate, by applying the inverse Z gate. VZ gates can also correct most off-resonance-rotation (ORR) errors. The unitary operator due to an ORR along the X axis is,

$$U_1 = e^{-it[\frac{\Omega}{2}\hat{\sigma}_X + \Delta\hat{\sigma}_Z]}, \quad (22)$$

$$U_1 = e^{-i\frac{\Omega_R t}{2}[\cos(\lambda)\hat{\sigma}_X + \sin(\lambda)\hat{\sigma}_Z]}, \quad (23)$$

where $\tan(\lambda) = \frac{\Delta}{\Omega}$ and $\Omega_R = \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2}$. If the goal is to implement the gate X_θ , then the question is whether there is a Z correction that can be applied to Eq. (23), i.e., is there a ξ and Ω_R such that

$$X_\theta = Z_\xi U_1(\Omega_R t, \lambda) Z_\xi? \quad (24)$$

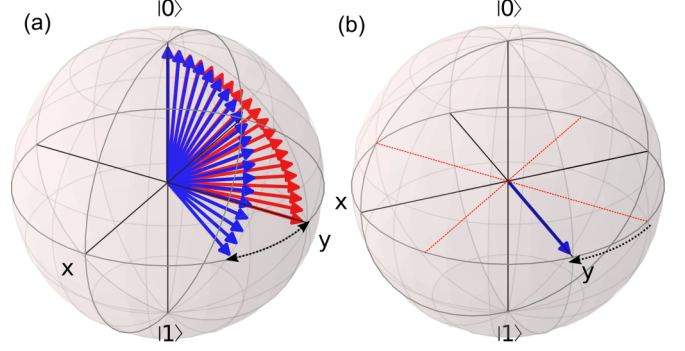


FIG. 3. (a) Bloch-sphere representation of an attempted $\frac{\pi}{2}$ rotation around the X axis starting in the state $|0\rangle$ on resonance [red (light gray)] and with a detuned drive [blue (dark gray)]. For a suitably compensated rotation angle the detuned drive ends up in the XY plane, but with a finite Z -rotation error. (b) Correcting the error using a VZ gate, i.e., axes rotation.

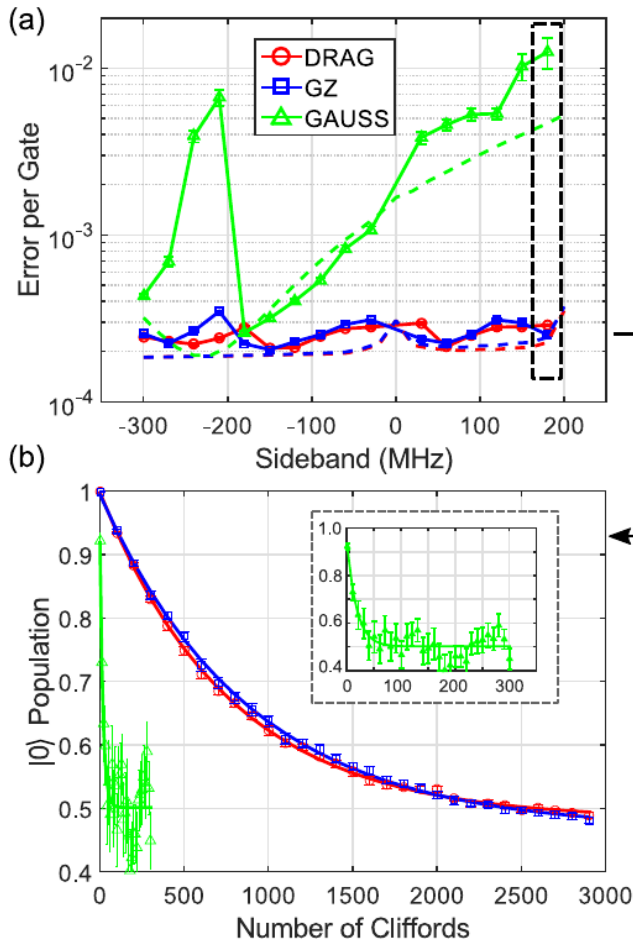
If we expand Eq. (24) then we get the following relations,

$$\sin\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos(\lambda)}, \quad (25)$$

$$\tan(\xi) = \sin(\lambda) \tan\left(\frac{\Omega_R t}{2}\right), \quad (26)$$

and so there is a valid correction for the ORR error when $\frac{\sin(\frac{\theta}{2})}{\cos(\lambda)} \leq 1$. For example, if $\lambda = 0.1$, and the desired gate is $X_{\pi/2}$ then $\xi \approx 0.1$ and $\Omega_R t = \pi/2 + 0.1^2$. Graphically, an exaggerated ORR for $X_{\pi/2}$ is illustrated on the Bloch sphere in Fig. 3. Starting from $|0\rangle$ the rotation is off axis and so the final state is not along the Y axis. However, a rotation angle exists so that the state still crosses the XY plane and then a final VZ gate corrects the angle error. Physically there is no solution when the rotation is sufficiently off resonance such that it cannot pass through the plane defined by the desired final state. For example, a detuned π pulse cannot be compensated since a qubit starting in state $|0\rangle$ does not complete the rotation to $|1\rangle$.

Correcting ORR errors is of practical importance for weakly anharmonic transmon qubits. When resonantly driving the $|0\rangle$ to $|1\rangle$ transition, the drive frequency is only slightly detuned from the higher-level transitions such as $|1\rangle$ to $|2\rangle$, and so there is a strong Stark effect, which shifts the frequency of the $|1\rangle$ state during the drive. The strength of the Stark shift is inversely proportional to the detuning, and thus ORR errors increase for short gates because of Fourier broadening of the drive frequency. The standard approach to correct these errors is to utilize DRAG pulse shaping, Eq. (21), as we did for the RB data in Sec. III. Here we show similar performance using Gaussian pulses with VZ gates used to correct ORR errors in the form given by Eq. (24); we refer to the combined pulse as Gaussian plus Z (GZ). In Fig. 4 we plot the error per gate (EPG) from $XY_{\pi/2}$ RB for DRAG, GZ, and Gaussian pulses versus the sideband frequency of the pulse. Interestingly, the EPG for the Gaussian pulse is a strong function of the sideband frequency. This can be understood to be the result of the internal filtering of the AWG. In the rotating frame of the qubit the effect of this filter on the pulse shape is similar to the DRAG pulse shape. The value and sign of β is a function of the



ガウシアン、DRAG、ガウシアン+VZゲート (GZ) の3種類の2パルス実装のXY π セットのEPGをサイドバンド周波数の関数として示したものである。破線は、本文に記載されたコヒーレンス数、 -65dBm のL0リーク、 300MHz の帯域幅を持つガウスフィルタとして近似された内部AWGフィルタを仮定した理論適合である[16]。(b) サイドバンド周波数が 180MHz の場合の異なるパルスのRB曲線の例。DRAGパルスとGZパルスはコヒーレンス制限されているが、ガウシアンパルスは完全にユニタリーエラーに支配されている。

このため、ある周波数では、パルス形状がORRエラーを悪化させる。Zゲート補正を適用すると、校正された位相がパッシブDRAGシェーピングを補正することができます。このデータから、パルスの忠実度を最適化する場合、GZパルスはDRAGに代わる有効な手段であると結論付けました。GZパルスはパルスの正確な形状に敏感ではないので、次に述べるように、リークなどの異なるエラーに対処するためにパルス整形を利用することができます。

V. LEAKAGE

ユニタリーORRエラーに加えて、トランスモン量子ビットを駆動する際に、より高いレベルへのポピュレーションリークageが発生することがある。このリークは、主に遷移周波数 ($\omega_{12} = \omega_{01} + \alpha$) の駆動における周波数成分によって引き起こされる。VZゲートがユニタリーORRエラーを修正するために利用できる場合、パルス整形、すなわちDRAGはリークを効果的に軽減することができる (DRAGと周波数チャープパルスをを用いた同様の研究については文献[14]を参照)。ここでは、異なる種類のパルスについて、リーク量とパルス幅の関係を分析する：

忠実度を高めるために最適化された DRAG、ORR エラーを修正するために VZ ゲートでリークを最適化した GZ、および AWG 出力を外部でローパスフィルタした GZ (FILTZ)。これらのリーク実験では、サイドバンド周波数 -120MHz で動作させたが、これには2つの利点がある。一つは、ミキサの非理想に起因する ω_{LO} と $\omega_{LO} - \omega_{SSB}$ のリーク成分は、 ω_{12} から少なくとも $|\alpha + \omega_{SSB}|$ だけ離調される。次に、負のサイドバンドを選択することで、 ω_{LO} と混合して ω_{12} を生成する可能性のある $|\alpha + \omega_{SSB}|$ の信号についてAWGを受動的にフィルタすることが可能です。この実験の量子ビットでは $|\alpha + \omega_{SSB}| / 2\pi = 355.5\text{ MHz}$ なので、 120 MHz から 355.5 MHz の間のLPフィルタでリーク成分を効果的にフィルタし、短パルスを駆動するのに十分な帯域幅を残すことができます。具体的には、ミニサキットのVLF-180 (3dB周波数 270MHz) を使用し、AWG出力をフィルタリングすることで、パッシブ型のパルス整形を効果的に実施しています。リークを測定するために、標準的なRBシーケンスを実行し、図5(a)に示すように、シングルショットの読み出し信号をハード閾値処理することによって、3つの集団を同時に測定する。3つの状態のRB曲線のサンプルを図5(b)に示す。EPGは、図2のキャプションに記載されているように、状態をフィッティングすることにより、標準的な方法で測定されます。ゲートあたりのリーク率 (LPG) を測定するために、状態のRBデータを同じタイプのRB曲線 $\text{Ar}^m + \text{B}$ にフィットし、LPGは $p = (1 - r)B/N_g$ という式で与えられる [17]。一般にデータのRBフィットは漏れによる補正があるが、EPG LPGの場合、この補正は小さい[17]。DRAGパルスのDRAGパラメータの典型的な検量線を図5(c)に示す。LPGの効率的な代理人は、長いクリフォード・シーケンスの平均化された集団である。図6に、4種類のパルスに対するLPGとEPGのパルス幅に対する関係を示す。DRAGとGZは同様の結果を示し、フーリエ幅の拡大により予想されるように、パルス幅が長いほどLPGが低くなる一般的な傾向がある。これは、 ω_{12} でパルススペクトルにゼロが存在するようなガウス切断のアーチファクトであり、この効果は数値で正確に捉えられている。20nsより短いパルスでは、DRAGとFILTZのパルスは、ほぼ1桁低いLPGを示す。13.3nsのパルス長で、各種パルスのLPG ($\times 10^{-6}$) を測定してみました： DRAGZ 3.1(6), FILTZ 1.4(4), DRAG 13(1), GZ 25(2)。全体として、各パルスとも同様のEPG ($\times 10^{-4}$) が得られている： ドラッグZ 1.95(3), フィルツ 2.80(6), ドラッグ 2.24(3), グズ 2.75(6)。これらはいずれもコヒーレンス限界である 1.8×10^{-4} に近い値である。LPGはEPGの下限を設定しますが、その下限に達するには、コヒーレンスの大幅な向上が必要です。これは、実効システム温度 $T = 46\text{ mK}$ までの熱緩和を含む理論計算で確認されています。システムが有限温度であるとき、レベル m と n の間でインコヒーレントな集団移動があり、平衡状態では集団の比は $e^{-E_n - E_m} / m^{k_B T}$ となる。したがって、有限温度加熱は漏洩の下限を設定することになり、これは文献[14]の結論でもある。[14]。量子ビットがクライオスタットより高温 ($10\text{--}15\text{ mK}$) になる理由とその温度を下げる方法を理解することは、活発な研究領域である。

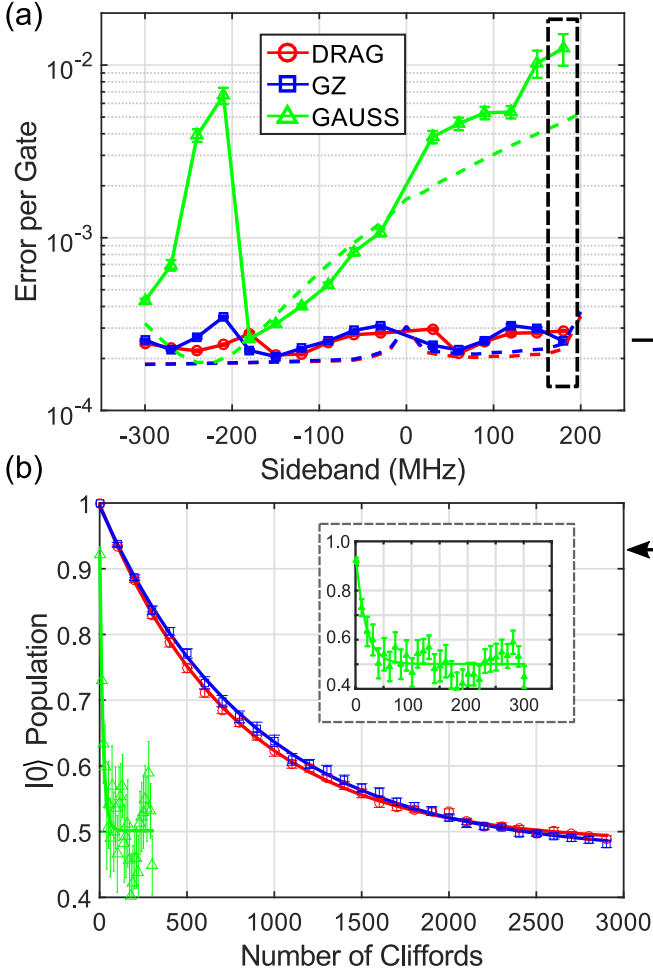


FIG. 4. (a) EPG for the $XY_{\frac{\pi}{2}}$ set (see main text) for three different pulse implementations: Gaussian, DRAG and Gaussian plus VZ gate (GZ) as a function of the sideband frequency. Dashed lines are theory fits assuming the coherence numbers listed in the main text, LO leakage of -65 dBm and an internal AWG filter approximated as a Gaussian filter with a bandwidth of 300 MHz [16]. (b) Sample RB curves for the different pulses for a sideband frequency of 180 MHz. The DRAG and GZ pulses are coherence limited, but the Gaussian pulse is completely dominated by unitary errors.

sideband frequency and so for certain frequencies the pulse shape exacerbates the ORR error. When we apply the Z-gate correction the calibrated phase compensates for any passive DRAG shaping. From this data we conclude that GZ pulses are a viable alternative to DRAG when optimizing pulse fidelity. GZ pulses are not sensitive to the exact shape of the pulse and, as we will discuss next, permit the utilization of pulse shaping to address different errors such as leakage.

V. LEAKAGE

In addition to unitary ORR errors, there is also population leakage to higher levels when driving transmon qubits. This leakage is mainly caused by frequency components in the drive at the transition frequency between the $|1\rangle$ and $|2\rangle$ states, $\omega_{12} = \omega_{01} + \alpha$. Pulse shaping, i.e., DRAG, can effectively mitigate leakage when VZ gates can be utilized to correct

the unitary ORR errors (see Ref. [14] for similar work using DRAG and frequency chirped pulses). Here we analyze leakage versus pulse width for different pulse types: DRAG optimized for fidelity, GZ, DRAG optimized for leakage with VZ gates to correct ORR errors (DRAGZ), and GZ with the AWG outputs externally low-pass filtered (FILTZ). For these leakage experiments we operate with a sideband frequency of -120 MHz, which has two advantages. For one, leakage components at ω_{LO} and $\omega_{LO} - \omega_{SSB}$ due to nonidealities in the mixer are detuned by at least $|\alpha + \omega_{SSB}|$ from ω_{12} . Second, by selecting a negative sideband we can passively filter the AWG for signals at $|\alpha + \omega_{SSB}|$, which could mix with ω_{LO} to produce ω_{12} . For the qubit in these experiments $|\alpha + \omega_{SSB}|/2\pi = 355.5$ MHz, so a LP filter between 120 MHz and 355.5 MHz can effectively filter leakage components and leave enough bandwidth to drive short pulses. Specifically, we use Mini-Circuits VLF-180 (3dB frequency of 270 MHz), and by filtering the AWG output we are effectively implementing a passive form of pulse shaping.

To measure leakage we perform standard RB sequences and measure the $|0\rangle$, $|1\rangle$, and $|2\rangle$ populations simultaneously by hard thresholding single-shot readout signals as shown in Fig. 5(a). A sample RB curve for the three states is shown in Fig. 5(b). The EPG is measured in the standard way by fitting the $|0\rangle$ state as described in the caption to Fig. 2. To measure the leakage rate per gate (LPG) we fit the $|2\rangle$ state RB data to the same type of RB curve $A r^m + B$ and the LPG is given by the expression $p = (1 - r)B/N_g$ [17]. In general there is a correction to the RB fit of the $|0\rangle$ data due to leakage, however, when $EPG \gg LPG$ this correction is small [17]. A typical calibration curve for the DRAG parameter of the DRAGZ pulses is shown in Fig. 5(c). An efficient proxy for the LPG is the averaged $|2\rangle$ population for a long Clifford sequence.

The LPG and EPG versus pulse width for the four pulse types is illustrated in Fig. 6. DRAG and GZ give similar results with a general trend of lower LPG for longer pulse widths as expected due to Fourier broadening. The exception to this trend is a pronounced minima at 10 ns, which is an artifact of the Gaussian truncation such that there is a zero in the pulse spectrum at ω_{12} ; this effect is captured accurately in the numerics. For pulses shorter than 20 ns the DRAGZ and FILTZ pulses demonstrate nearly an order-of-magnitude lower LPG. For a pulse length of 13.3 ns we measure the LPG ($\times 10^{-6}$) for the various pulse types: DRAGZ $3.1(6)$, FILTZ $1.4(4)$, DRAG $13(1)$, and GZ $25(2)$. Overall, each of the pulses obtains similar EPG ($\times 10^{-4}$): DRAGZ $1.95(3)$, FILTZ $2.80(6)$, DRAG $2.24(3)$, GZ $2.75(6)$. These are all close to the coherence limit of 1.8×10^{-4} . While the LPG sets a lower bound on the EPG, significant gains in coherence will be required to reach that bound. For pulses greater than 20 ns the LPG rises; this is observed in theory calculations, which include thermal relaxation to an effective system temperature of $T = 46$ mK. When the system is at a finite temperature there is incoherent population transfer between levels m and n such that in equilibrium the ratio of populations is $e^{-(E_n - E_m)/k_B T}$. Therefore, finite-temperature heating sets a lower bound on the leakage, which is also the conclusion of Ref. [14]. Understanding why the qubit is higher temperature than the cryostat (10 – 15 mK) and how to reduce that temperature is an active area of investigation.

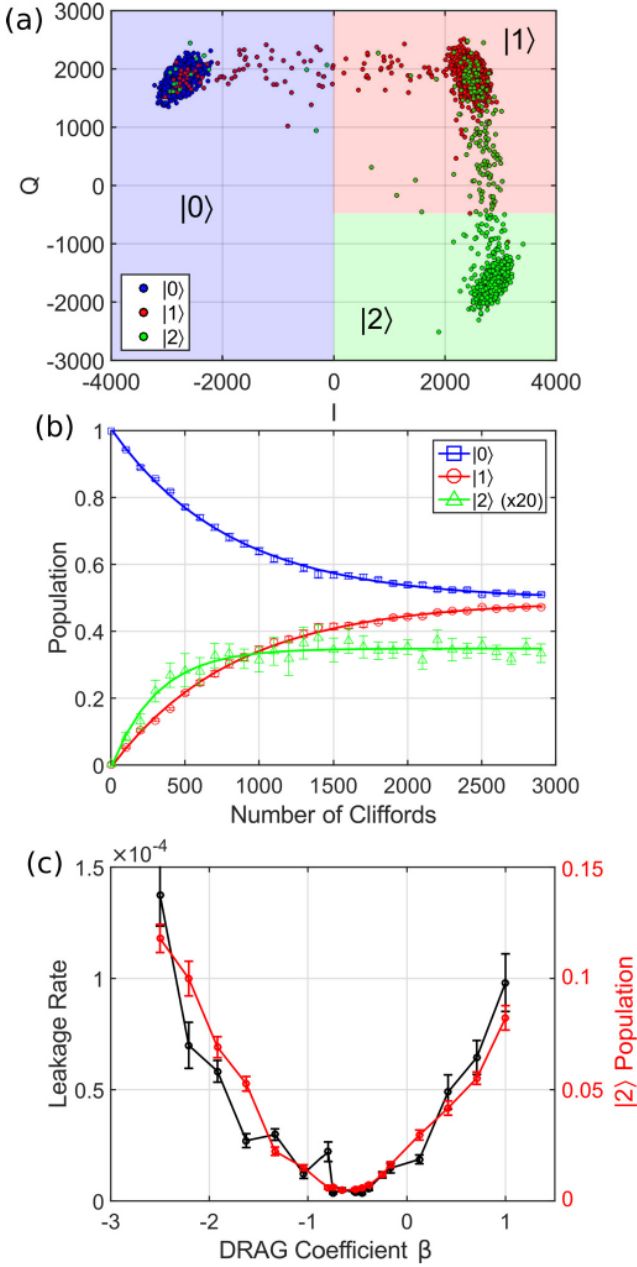
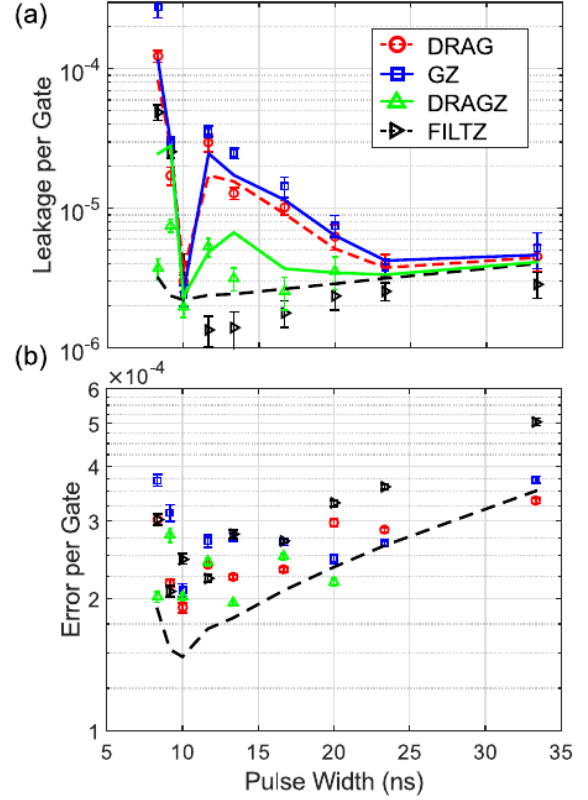


図5. (a) IQ平面における(青、左)、(赤、右上)、(緑、右下)状態のシングルショット測定(1000ショット)。色のついた領域は、測定値をビン詰めするために使用されたハード閾値バリアを示している。RBデータでは、このキャリブレーションの結果を使用してPOVMを構築し、ハードスレッショルドの結果を反転させて割り当て誤差を補正しています。(b) 典型的なRB測定によるリーク。スケールアップのため状態母集団を20倍している。(c) DRAGパラメータ β (黒)に対する2901個のクリフォードゲート(20個の種を平均したもの)後のリーク率と母集団。この母集団はDRAGZパルス[赤(薄灰)]の β を較正するために使用される。

全体として、DRAGをGZパルスに置き換えてもEPGには影響せず、代わりにDRAGZパルスを使用してリークを特に最小化するためにDRAGパルス整形が解放される。図6と同様の性能ではあるが、FILTZで最も低いLPGが得られている。



(a) DRAG、GZ、DRAGZ、FILTZのパルス長に対するゲートあたりのリーク量。線は、本文で述べたコヒーレンス、温度46mK、L0リーク量-65dBm、AWGフィルター帯域幅300MHz (FILTZは100MHz)を仮定した理論曲線である。このポイントを超えると、リーク信号がノイズフロア以下になるため、(リークを最小化するための) DRAGパラメータのキャリブレーションは信頼できませんでした。(b) 同じ測定によるEPG。黒い破線は、完全なDRAGパルス(すなわち、ミキサやAWGの効果がない)の理論曲線であり、コヒーレンス制限誤差を代表するものである。

DRAGZは、特定のサイドバンド周波数に対してのみ機能するという注意点があります。最終的に、リーク量は1量子ビットゲートの性能を制限する要因にはなりませんが、リーク量はエラー訂正プロトコルに有害な影響を与える可能性があります[18, 19]。

VI. VZ GATE IN MULTIBIT SYSTEMS

VZゲートを多量ビット系に用いるには、2量子ビットゲート相互作用の具体的な実装に依存する。例えば、相互作用項 $\sigma_z^{(1)}\sigma_x^{(2)}$ を持つ2量子ビットハミルトニアンを考えてみましょう。

$$H/\hbar = -\frac{\omega_1}{2}\hat{\sigma}_Z^{(1)} - \frac{\omega_2}{2}\hat{\sigma}_Z^{(2)} + g\hat{\sigma}_Z^{(1)} \otimes \hat{\sigma}_X^{(2)}. \quad (27)$$

In the rotating frame of the single-qubit drives, $U_{\text{rot}} = e^{-i(\frac{\omega_1 t + \phi_1}{2}\hat{\sigma}_Z^{(1)} + \frac{\omega_2 t + \phi_2}{2}\hat{\sigma}_Z^{(2)})}$,

$$\tilde{H}/\hbar = g\hat{\sigma}_Z^{(1)} \otimes (\cos(\omega_2 t + \phi_2)\hat{\sigma}_X^{(2)} + \sin(\omega_2 t + \phi_2)\hat{\sigma}_Y^{(2)}), \quad (28)$$

というように、相互作用項が σ_x または σ_y の場合、1量子駆動の位相は2量子相互作用に刻印される。

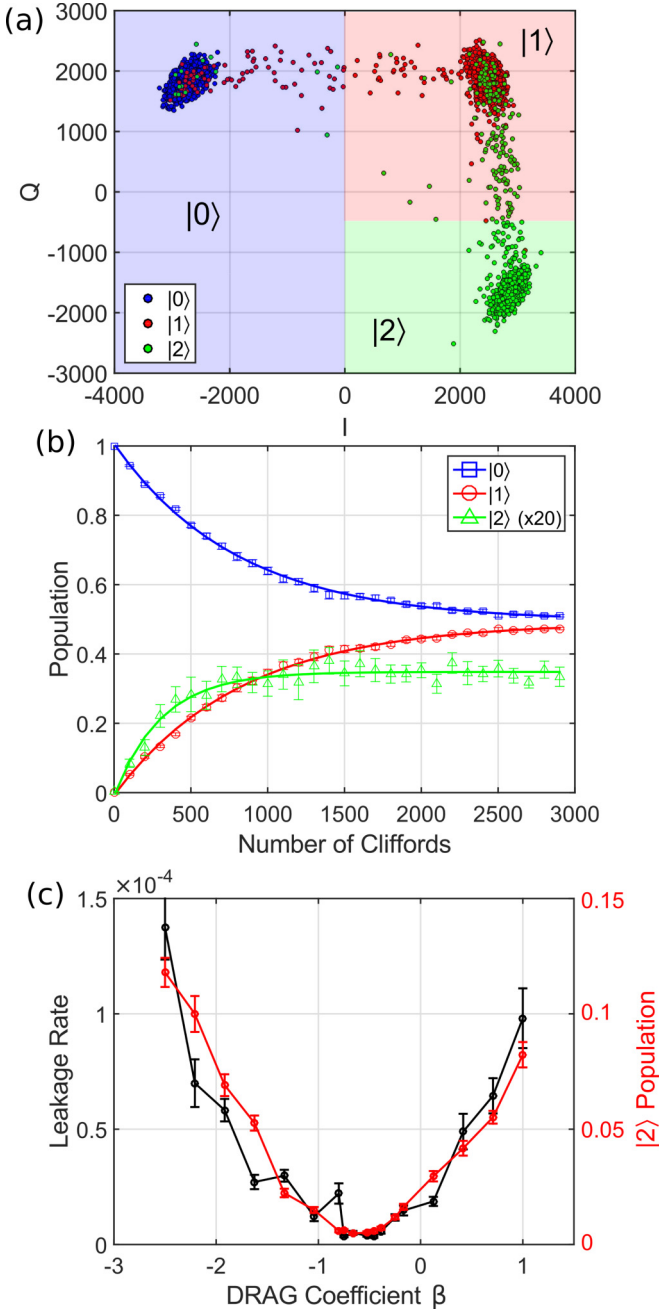


FIG. 5. (a) Single-shot measurements of the $|0\rangle$ (blue, left), $|1\rangle$ (red, top-right) and $|2\rangle$ (green, bottom-right) states in the IQ plane (1000 shots). The colored regions demonstrate the hard thresholding barriers used to bin measurements. For the RB data we use the results from this calibration to construct a POVM and invert the hard-threshold results to compensate for assignment errors. (b) Typical RB measurement for leakage. The $|2\rangle$ state population is multiplied by 20 times for scale. (c) Leakage rate and $|2\rangle$ population after 2901 Clifford gates (averaged over 20 seeds) versus the DRAG parameter β (black). This $|2\rangle$ population is used to calibrate β for the DRAGZ pulses [red (light gray)].

Overall, replacing DRAG with GZ pulses does not affect the EPG and instead it frees up DRAG pulse shaping to specifically minimize leakage using DRAGZ pulses. The lowest LPG is obtained with FILTZ, albeit with similar performance to

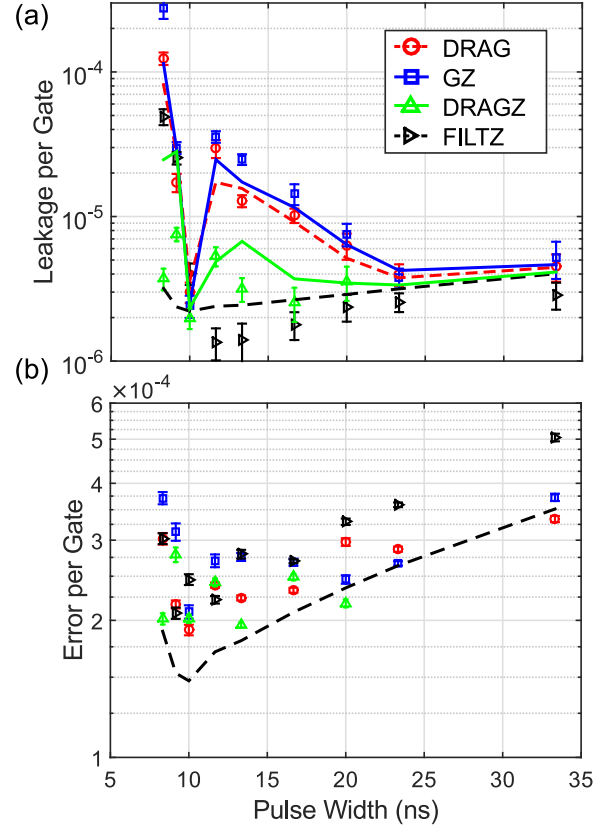


FIG. 6. (a) Leakage per gate versus pulse length for DRAG, GZ, DRAGZ and FILTZ. Lines are theory curves assuming the coherences mentioned in the main text, a temperature of 46 mK, LO leakage of -65 dBm and an AWG filter bandwidth of 300 MHz (100 MHz for FILTZ). DRAGZ points were only taken to a pulse length of 20 ns; beyond this point calibration of the DRAG parameter (to minimize leakage) was not reliable because the leakage signal was below the noise floor. (b) EPG from the same measurement. The black dashed line is a theory curve for a perfect DRAG pulse (i.e., no mixer or AWG effects) and is representative of the coherence limited error.

DRAGZ and with the caveat that it only works for specific sideband frequencies. Ultimately, leakage is not a limiting factor for single-qubit gate performance, however, leakage can have detrimental effects on error correction protocols [18,19].

VI. vZ GATE IN MULTIQUBIT SYSTEMS

Employing vZ gates in multiqubit systems depends on the specific implementation of the two-qubit gate interaction. For example, consider a two-qubit Hamiltonian with the interaction term $\hat{\sigma}_Z^{(1)} \otimes \hat{\sigma}_X^{(2)}$,

$$H/\hbar = -\frac{\omega_1}{2}\hat{\sigma}_Z^{(1)} - \frac{\omega_2}{2}\hat{\sigma}_Z^{(2)} + g\hat{\sigma}_Z^{(1)} \otimes \hat{\sigma}_X^{(2)}. \quad (27)$$

In the rotating frame of the single-qubit drives, $U_{\text{rot}} = e^{-i(\frac{\omega_1 t + \phi_1}{2}\hat{\sigma}_Z^{(1)} + \frac{\omega_2 t + \phi_2}{2}\hat{\sigma}_Z^{(2)})}$,

$$\tilde{H}/\hbar = g\hat{\sigma}_Z^{(1)} \otimes (\cos(\omega_2 t + \phi_2)\hat{\sigma}_X^{(2)} + \sin(\omega_2 t + \phi_2)\hat{\sigma}_Y^{(2)}), \quad (28)$$

and so the single-qubit drive phase is imprinted on the two-qubit interaction if the interaction term is $\hat{\sigma}_X$ or $\hat{\sigma}_Y$. When

VZゲートを適用すると、単一量子ビット駆動の位相更新は、その後の2量子ビット相互作用に影響を与えます。この問題をどのように管理するかは、その相互作用の特定の実装に依存します。マイクロ波で作動するゲートの場合、位相の更新は簡単である。ここでは、クロスレゾナンスゲートとパラメトリックISWAPゲートの2つの例について説明します。クロスレゾナンス(CR)ゲート(例えば、文献[11]を参照)の相互作用は、式(27)で考慮されている例です。CR相互作用をオンにするために、ZX項は、別のドライブで ω_2 で変調される。CRの回転角は位相 ϕ_2 に対して式(28)のように定義されます。qubit2にVZゲートを適用する場合、CRドライブの位相はそれに応じて更新される必要があります。ISWAPゲート(例えば、文献[10]参照)の場合、差周波 $\omega_1 - \omega_2$ で変調することにより、 $XX + YY$ 項が活性化されます。このISWAP駆動の位相は、単一量子ビット駆動の位相 $\phi_1 - \phi_2$ の差に一致させる。したがって、VZゲート位相は、量子ビット1と量子ビット2で異なる符号のISWAP駆動に適用される。磁束調整可能な量子ビット、すなわち量子ビット周波数が相互作用共鳴に行くように動的に調整される場合、VZゲートとの両立はより困難です。これらの系では、式(28)に時間依存の単一量子ビット σ_z 項が存在し、これは必ずしも相互作用と整流しない。そのため、相互作用前のVZゲートは σ_z のダイナミクスも更新する必要があります。しかし、相互作用がZZであれば(例えば文献[12, 20]参照)、これらの単一量子ビットZ項は通約し、その後のVZゲートで補償することができる。

VII. CONCLUSIONS

最後に、XとYの回転に用いるマイクロ波駆動の位相を制御することで、ほぼ完全なZゲートを実装する方法(仮想Zゲート(VZゲート))を検討した。このゲートは、多数の単一量子ビットゲートを持つ回路の忠実度を向上させ、典型的なゲートエラーを効率的に修正し、校正された X_{m2} ゲートがあれば任意のSU(2)ゲートを実装するために使用することが可能である。本論文では、VZゲートを用いて1量子ビット回転誤差を補正したが、このゲートは2量子ビットゲートの改良に広く適用できるはずである。特に、量子ビット数が増加するにつれて、クロストークZエラーが偏在することになる。VZゲートは、この種のエラーを補正するための低オーバーヘッドの方法である。リークを最小化するパルス整形技術と回転エラーを修正するVZゲートを用いることで、リークを量子ビット温度で制限し、ゲート忠実度をコヒーレンスで制限するハイブリッドパルスを実証しました。リーク電流の更なる向上は、量子ビット温度によって制限されます。

ACKNOWLEDGMENTS

Firat Solgun, George Keefe, Markus Brinkには、デバイスのシミュレーション、レイアウト、製作に協力してもらった。Lev Bishopとの有益な議論に感謝する。この研究は、契約番号 W911NF-14-1-0124 で陸軍研究所の支援を受けた。

- [1] E. Lucero, J. Kelly, R. C. Bialczak, M. Lenander, M. Mariantoni, M. Neeley, A. D. O'Connell, D. Sank, H. Wang, M. Weides, J. Wenner, T. Yamamoto, A. N. Cleland, and J. M. Martinis, Reduced phase error through optimized control of a superconducting qubit, *Phys. Rev. A* **82**, 042339 (2010).
- [2] J. M. Chow, A. D. Córcoles, J. M. Gambetta, C. Rigetti, B. R. Johnson, J. A. Smolin, J. R. Rozen, G. A. Keefe, M. B. Rothwell, M. B. Ketchen, and M. Steffen, Simple All-Microwave Entangling Gate for Fixed-Frequency Superconducting Qubits, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 080502 (2011).
- [3] E. Knill, R. Laflamme, R. Martinez, and C.-H. Tseng, An algorithmic benchmark for quantum information processing, *Nature (London)* **404**, 368 (2000).
- [4] E. Knill, D. Leibfried, R. Reichle, J. Britton, R. B. Blakestad, J. D. Jost, C. Langer, R. Ozeri, S. Seidelin, and D. J. Wineland, Randomized benchmarking of quantum gates, *Phys. Rev. A* **77**, 012307 (2008).
- [5] B. R. Johnson, M. P. da Silva, C. A. Ryan, S. Kimmel, J. M. Chow, and T. A. Ohki, Demonstration of robust quantum gate tomography via randomized benchmarking, *New J. Phys.* **17**, 113019 (2015).
- [6] J. Koch, T. M. Yu, J. Gambetta, A. A. Houck, D. I. Schuster, J. Majer, A. Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Charge-insensitive qubit design derived from the cooper pair box, *Phys. Rev. A* **76**, 042319 (2007).
- [7] F. Motzoi, J. M. Gambetta, P. Rebentrost, and F. K. Wilhelm, Simple Pulses for Elimination of Leakage in Weakly Nonlinear Qubits, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 110501 (2009).
- [8] J. M. Chow, L. DiCarlo, J. M. Gambetta, F. Motzoi, L. Frunzio, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Optimized driving of superconducting artificial atoms for improved single-qubit gate, *Phys. Rev. A* **82**, 040305(R) (2010). (9) J. M. Gambetta, F. Motzoi, S. T. Melker, F. K. Wilhelm, 弱い非線形振動子における高忠実度ユニタリ演算の解析的制御法, *Phys. Rev. A* **83**, 012308 (2011). [10] D. C. McKay, S. Filipp, A. Mezzacapo, E. Magesan, J. M. Chow, and J. M. Gambetta, Universal Gate for Fixed-Frequency Qubits via a Tunable Bus, *Phys. Rev. Appl.* **6**, 064007 (2016). [11] S. Sheldon, E. Magesan, J. M. Chow, and J. M. Gambetta, Procedure for systematically tuning up cross-talk in the crossresonance gate, *Phys. Rev. A* **93**, 060302(R) (2016). [12] L. DiCarlo, J. M. Chow, J. M. Gambetta, L. S. Bishop, B. R. Johnson, D. I. Schuster, J. Majer, A. Blais, L. Frunzio, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Demonstration of twoqubit algorithms with a superconducting quantum processor, *Nature (London)* **460**, 240 (2009). (13) E. Magesan, J. M. Gambetta, J. Emerson, Scalable and Robust Randomized Benchmarking of Quantum Processes, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 180504 (2011). [14] Z. Chen, J. Kelly, C. Quintana, R. Barends, B. Campbell, Y. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, A. G. Fowler, E. Lucero, E. Jeffrey, A. Megrant, J. Mutus, M. Neeley, C. Neill, P. J. O'Malley, P. J. Roushan, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T. C. White, A. N. Korotkov, and J. M. Martinis, Measuring and Suppressing Quantum State Leakage in a Superconducting Qubit, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 020501 (2016).

we apply a VZ gate, the phase update to the single-qubit drive will affect subsequent two-qubit interactions; how to manage this issue is dependent on the specific implementation of that interaction.

For microwave-activated gates the phase update is straightforward. Here we will give two examples for the cross-resonance (CR) gate (see, e.g., Ref. [11]) interaction is the example considered in Eq. (27). To turn on the CR interaction the ZX term is modulated at ω_2 with a separate drive. The CR rotation angle is defined with respect to the phase ϕ_2 as shown in Eq. (28). When a VZ gate is applied to qubit 2 the phase of the CR drive must be updated accordingly. For the ISWAP gate (see, e.g., Ref. [10]), an $XX + YY$ term is activated by modulating at the difference frequency $\omega_1 - \omega_2$. The phase of this ISWAP drive is matched to the difference of the single-qubit drive phases $\phi_1 - \phi_2$. Therefore, the VZ gate phase is applied to the ISWAP drive with a different sign for qubits 1 and 2.

For flux-tunable qubits, i.e., where the qubit frequencies are dynamically tuned to go to an interaction resonance, compatibility with the VZ gate is more difficult. In these systems there are time-dependent single-qubit σ_Z terms in Eq. (28), which do not necessarily commute with the interaction. Therefore VZ gates before the interaction necessitate also updating the σ_Z dynamics. However, if the interaction is ZZ (see, e.g., Refs. [12,20]), then these single-qubit Z terms commute through and can be compensated by a subsequent VZ gate.

VII. CONCLUSIONS

In conclusion, we investigate a method to implement a near-perfect Z gate by controlling the phase of the microwave drive used for X and Y rotations—the virtual Z gate (VZ gate). This gate can improve the fidelity of circuits with a large number of single-qubit gates, can be used to efficiently correct typical gate errors, and to implement arbitrary $SU(2)$ gates given a calibrated $X_{\pi/2}$ gate. In this paper we used VZ gates to correct single-qubit rotation errors, but the gate should have wide applicability for improving two-qubit gates. In particular, as the number of qubits increases, crosstalk Z errors will be ubiquitous. The VZ gate is a low-overhead method for correcting these type of errors. By using pulse-shaping techniques to minimize leakage and VZ gates to correct rotation errors we demonstrated a hybrid pulse with leakage limited by the qubit temperature and gate fidelity limited by coherence. Further improvements in leakage are limited by the qubit temperature.

ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge Firat Solgun, George Keefe, and Markus Brink for the simulation, layout, and fabrication of devices. We acknowledge useful discussions with Lev Bishop. This work was supported by the Army Research Office under Contract No. W911NF-14-1-0124.

-
- [1] E. Lucero, J. Kelly, R. C. Bialczak, M. Lenander, M. Mariantoni, M. Neeley, A. D. O'Connell, D. Sank, H. Wang, M. Weides, J. Wenner, T. Yamamoto, A. N. Cleland, and J. M. Martinis, Reduced phase error through optimized control of a superconducting qubit, *Phys. Rev. A* **82**, 042339 (2010).
 - [2] J. M. Chow, A. D. Córcoles, J. M. Gambetta, C. Rigetti, B. R. Johnson, J. A. Smolin, J. R. Rozen, G. A. Keefe, M. B. Rothwell, M. B. Ketchen, and M. Steffen, Simple All-Microwave Entangling Gate for Fixed-Frequency Superconducting Qubits, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 080502 (2011).
 - [3] E. Knill, R. Laflamme, R. Martinez, and C.-H. Tseng, An algorithmic benchmark for quantum information processing, *Nature (London)* **404**, 368 (2000).
 - [4] E. Knill, D. Leibfried, R. Reichle, J. Britton, R. B. Blakestad, J. D. Jost, C. Langer, R. Ozeri, S. Seidelin, and D. J. Wineland, Randomized benchmarking of quantum gates, *Phys. Rev. A* **77**, 012307 (2008).
 - [5] B. R. Johnson, M. P. da Silva, C. A. Ryan, S. Kimmel, J. M. Chow, and T. A. Ohki, Demonstration of robust quantum gate tomography via randomized benchmarking, *New J. Phys.* **17**, 113019 (2015).
 - [6] J. Koch, T. M. Yu, J. Gambetta, A. A. Houck, D. I. Schuster, J. Majer, A. Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Charge-insensitive qubit design derived from the cooper pair box, *Phys. Rev. A* **76**, 042319 (2007).
 - [7] F. Motzoi, J. M. Gambetta, P. Rebentrost, and F. K. Wilhelm, Simple Pulses for Elimination of Leakage in Weakly Nonlinear Qubits, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 110501 (2009).
 - [8] J. M. Chow, L. DiCarlo, J. M. Gambetta, F. Motzoi, L. Frunzio, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Optimized driving of superconducting artificial atoms for improved single-qubit gates, *Phys. Rev. A* **82**, 040305(R) (2010).
 - [9] J. M. Gambetta, F. Motzoi, S. T. Merkel, and F. K. Wilhelm, Analytic control methods for high-fidelity unitary operations in a weakly nonlinear oscillator, *Phys. Rev. A* **83**, 012308 (2011).
 - [10] D. C. McKay, S. Filipp, A. Mezzacapo, E. Magesan, J. M. Chow, and J. M. Gambetta, Universal Gate for Fixed-Frequency Qubits via a Tunable Bus, *Phys. Rev. Appl.* **6**, 064007 (2016).
 - [11] S. Sheldon, E. Magesan, J. M. Chow, and J. M. Gambetta, Procedure for systematically tuning up cross-talk in the cross-resonance gate, *Phys. Rev. A* **93**, 060302(R) (2016).
 - [12] L. DiCarlo, J. M. Chow, J. M. Gambetta, L. S. Bishop, B. R. Johnson, D. I. Schuster, J. Majer, A. Blais, L. Frunzio, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, Demonstration of two-qubit algorithms with a superconducting quantum processor, *Nature (London)* **460**, 240 (2009).
 - [13] E. Magesan, J. M. Gambetta, and J. Emerson, Scalable and Robust Randomized Benchmarking of Quantum Processes, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 180504 (2011).
 - [14] Z. Chen, J. Kelly, C. Quintana, R. Barends, B. Campbell, Y. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, A. G. Fowler, E. Lucero, E. Jeffrey, A. Megrant, J. Mutus, M. Neeley, C. Neill, P. J. J. O'Malley, P. Roushan, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T. C. White, A. N. Korotkov, and J. M. Martinis, Measuring and Suppressing Quantum State Leakage in a Superconducting Qubit, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 020501 (2016).

- [15] E. Magesan, J. M. Gambetta, B. R. Johnson, C. A. Ryan, J. M. Chow, S. T. Merkel, M. P. da Silva, G. A. Keefe, M. B. Rothwell, T. A. Ohki, M. B. Ketchen, and M. Steffen, Efficient Measurement of Quantum Gate Error by Interleaved Randomized Benchmarking, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 080505 (2012).
- [16] F. Motzoi, J. M. Gambetta, S. T. Merkel, and F. K. Wilhelm, Optimal control methods for rapidly time-varying Hamiltonians, *Phys. Rev. A* **84**, 022307 (2011).
- [17] C. J. Wood and J. M. Gambetta, Quantification and characterization of leakage errors, [arXiv:1704.03081](https://arxiv.org/abs/1704.03081).
- [18] A. G. Fowler, Coping with qubit leakage in topological codes, *Phys. Rev. A* **88**, 042308 (2013).
- [19] M. Suchara, A. W. Cross, and J. M. Gambetta, Leakage suppression in the toric code, *Quant. Info. Comp.* **15**, 997 (2015).
- [20] R. Barends, J. Kelly, A. Megrant, A. Veitia, D. Sank, E. Jeffrey, T. C. White, J. Mutus, A. G. Fowler, B. Campbell, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, C. Neill, P. O'Malley, P. Roushan, A. Vainsencher, J. Wenner, A. N. Korotkov, A. N. Cleland, and J. M. Martinis, Superconducting quantum circuits at the surface code threshold for fault tolerance, *Nature (London)* **508**, 500 (2014).

- [15] E. Magesan, J. M. Gambetta, B. R. Johnson, C. A. Ryan, J. M. Chow, S. T. Merkel, M. P. da Silva, G. A. Keefe, M. B. Rothwell, T. A. Ohki, M. B. Ketchen, and M. Steffen, Efficient Measurement of Quantum Gate Error by Interleaved Randomized Benchmarking, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 080505 (2012).
- [16] F. Motzoi, J. M. Gambetta, S. T. Merkel, and F. K. Wilhelm, Optimal control methods for rapidly time-varying Hamiltonians, *Phys. Rev. A* **84**, 022307 (2011).
- [17] C. J. Wood and J. M. Gambetta, Quantification and characterization of leakage errors, [arXiv:1704.03081](https://arxiv.org/abs/1704.03081).
- [18] A. G. Fowler, Coping with qubit leakage in topological codes, *Phys. Rev. A* **88**, 042308 (2013).
- [19] M. Suchara, A. W. Cross, and J. M. Gambetta, Leakage suppression in the toric code, *Quant. Info. Comp.* **15**, 997 (2015).
- [20] R. Barends, J. Kelly, A. Megrant, A. Veitia, D. Sank, E. Jeffrey, T. C. White, J. Mutus, A. G. Fowler, B. Campbell, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, C. Neill, P. O'Malley, P. Roushan, A. Vainsencher, J. Wenner, A. N. Korotkov, A. N. Cleland, and J. M. Martinis, Superconducting quantum circuits at the surface code threshold for fault tolerance, *Nature (London)* **508**, 500 (2014).