

この原稿は、CHORUSを通じて公開されたアクセプト原稿です。として掲載されました：

## Tunable Coupling Scheme for Implementing High-Fidelity Two-Qubit Gates

フェイ・イェン、フィリップ・克蘭ツ、ヨンギョ・ソン、モーテン・ケルガー、ダニエル・L・キャンベル、テリー・P.  
オーランド、シモン・グスタフソン、ウィリアム・D・オリバー

Phys. Rev. Applied **10**, 054062 — Published 28 November 2018

DOI: [10.1103/PhysRevApplied.10.054062](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.10.054062)

This is the accepted manuscript made available via CHORUS. The article has been published as:

## Tunable Coupling Scheme for Implementing High-Fidelity Two-Qubit Gates

Fei Yan, Philip Krantz, Youngkyu Sung, Morten Kjaergaard, Daniel L. Campbell, Terry P. Orlando, Simon Gustavsson, and William D. Oliver

Phys. Rev. Applied **10**, 054062 — Published 28 November 2018

DOI: [10.1103/PhysRevApplied.10.054062](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.10.054062)

# 高忠実度2量子ビットゲートを実装するための調整可能なカップリング方式

Fei Yan<sup>1,\*</sup>, Philip Krantz<sup>1</sup>, Youngkyu Sung<sup>1</sup>, Morten Kjaergaard<sup>1</sup>, Dan Campbell<sup>1</sup>, Terry P. Orlando<sup>1</sup>, Simon Gustavsson<sup>1</sup>, and William D. Oliver<sup>1,2,3</sup>.

MIT Lincoln Laboratory, 244 Wood Street, Lexington, MA 02420, USA <sup>3</sup> Massachusetts

Institute of Technology, Cambridge, MA 02139, USA 物理学部門

量子的な利点を持つ計算ハードウェアの見通しは、量子ゲート操作の品質に決定的に依存している。不完全な2量子ビットゲートは、スケーラブルな量子情報処理装置を実現するための大きなボトルネックとなる。本論文では、一般化可能で拡張可能な2量子ビット結合器スイッチの方式を提案し、結合器の周波数を変調することで量子ビット-量子ビット結合を制御する。カプラを分散領域で動作させることにより、2量子ビットゲート演算を実現することができ、量子ビット状態に対して非侵襲的である。超伝導量子回路上で普遍的な2量子ビットゲートをシミュレーションすることにより、この方式の性能を調べ、既知の寄生効果による誤差が強く抑制されることを見出した。本方式は既存の高コヒーレンスハードウェアと互換性があるため、現在の技術でより高いゲート忠実度を実現することが期待できる。

## I. INTRODUCTION

最近の量子情報プロセッサアーキテクチャの開発は、スケーラビリティに重点を置いています[1-5]。高品質なゲート動作は、これらの中間スケール量子プロセッサの重要な性能指標の1つです[6]。量子的な優位性を発揮できるかどうかは、最終的にゲート性能で決まるため、これらのシステムでは高品質なゲートの開発が必須となります。ゲート性能の向上は、ゲートベースの量子誤り訂正符号の実装に必要なオーバーヘッドを大幅に削減し、量子シミュレーションの性能を向上させます。現在、量子ゲート演算の主な制限要因は、比較的欠陥の多い2量子ビットゲートである。そのため、大規模な量子プロセッサを実現するためには、2量子ビットゲートの忠実度を向上させることが重要な課題となっています。一般に、ゲートのエラーには、デコヒーレンス（確率的）と非理想的な相互作用（決定論的）の2つの原因がある。後者には、寄生結合、非計算状態へのリーク、制御クロストークなどがある。寄生的結合の一例として、次隣接結合（N.N.N.結合）は、リュードベリ原子 [4, 7]、トラップイオン [5, 8]、半導体スピン量子ビット [9, 10]、超伝導量子ビット [11, 12] など多くの系でよく見られる現象である。多くの場合、N.N.N.結合はスプリアスとみなされ、接続されていないはずの量子ビット間に不要な相互作用を導入してしまう。同時に、カップリングスイッチは、非理想的な相互作用による影響を悪化させる周波数クラウディングの問題を軽減するのに役立ちます。調整可能な結合器のプロトタイプは、超伝導量子回路で広範囲に実証されている[13-22]。しかし、これらの追加要素は、しばしばアーキテクチャを複雑にし、デコヒーレンスやクロストークの新たなチャネルを開くことになる。その中でも、gmonデザイン[19]は

は、デコヒーレンスによって制限される2量子ビットゲートフィデリティを示す成功例です。しかし、gmon回路における量子ビットのコヒーレンス時間は、その前身であるxmonデザイン[11]と比較して、チューナブルカブラーによって減少しています。本研究では、簡単に広く適用可能なチューナブルカブラーの方式を提案し、それを高忠実度の2量子ビットゲートを実装するためのスイッチとして使用することを提案します。このアプローチは、交換型相互作用を持つ一般的な3体系に基づいている。中心的なコンポーネントであるカプラは、2つの量子ビット間の仮想的な交換相互作用を周波数調整し、交換相互作用が直接量子ビットクビット（N.N.N）結合を相殺する臨界バイアス点を特徴とし、ネット結合を効果的にオフにしています。2量子ビットゲート演算は、カブラーを分散領域で動作させることで実行され、カブラーの励起状態へのリークを強く抑制することができます。私たちのグループ[23]や他の研究室[11]にある既存の高コヒーレンス超伝導量子ハードウェアに基づいて、iSWAPゲートをシミュレーションした。その結果、寄生効果によるゲート誤差は、ゲート時間の増加（相互作用の振幅の減少）に伴って劇的に減少することがわかりました。デコヒーレンスがない場合、100 nsで99.999%以上のゲートフィデリティを達成できる。高コヒーレンスアーキテクチャとの互換性、寄生効果の強力な抑制、N.N.N.結合の利用など、本方式はコヒーレンス時間の向上が続く中で、長期的に有効な選択肢となるであろう。

## II. THE MODEL

図1(a)に示すように、最近接と次近接の間で交換結合を行う3つのモードの連鎖からなる一般的なシステムを考えることにする。2つの量子ビット( $\omega_1$ ,  $\omega_2$ )はそれぞれ中央の調整可能な結合器( $\omega_c$ )に結合力 $g_j$  ( $j = 1, 2$ )で結合し、さらに互いに結合力 $g_{12}$ で結合する。一般に、最近接結合はN.N.結合より強く、 $g_j > g_{12} > 0$ である。

\* fyan@mit.edu

# A tunable coupling scheme for implementing high-fidelity two-qubit gates

Fei Yan<sup>1,\*</sup>, Philip Krantz<sup>1</sup>, Youngkyu Sung<sup>1</sup>, Morten Kjaergaard<sup>1</sup>, Dan Campbell<sup>1</sup>,  
Terry P. Orlando<sup>1</sup>, Simon Gustavsson<sup>1</sup>, and William D. Oliver<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup>*Research Laboratory of Electronics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139, USA*

<sup>2</sup>*MIT Lincoln Laboratory, 244 Wood Street, Lexington, MA 02420, USA*

<sup>3</sup>*Department of Physics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139, USA*

The prospect of computational hardware with quantum advantage relies critically on the quality of quantum gate operations. Imperfect two-qubit gates is a major bottleneck for achieving scalable quantum information processors. Here, we propose a generalizable and extensible scheme for a two-qubit coupler switch that controls the qubit-qubit coupling by modulating the coupler frequency. Two-qubit gate operations can be implemented by operating the coupler in the dispersive regime, which is non-invasive to the qubit states. We investigate the performance of the scheme by simulating a universal two-qubit gate on a superconducting quantum circuit, and find that errors from known parasitic effects are strongly suppressed. The scheme is compatible with existing high-coherence hardware, thereby promising a higher gate fidelity with current technologies.

## I. INTRODUCTION

Recent developments of quantum information processor architectures have been focusing on scalability [1–5]. High-quality gate operations is one of the key performance indicators for these intermediate-scale quantum processors [6]. Since the gate performance ultimately determines if a device can exhibit quantum advantage, the development of high-quality gates in these systems becomes an imperative. Improving gate fidelity significantly reduces the overhead needed for implementing gate-based quantum error correcting codes and enhances the performance of quantum simulations. The major limiting factor for quantum gate operations today is the relatively faulty two-qubit gate. Therefore, improving two-qubit gate fidelity is of high priority to realize large-scale quantum processors.

In general, there are two sources of gate errors: decoherence (stochastic) and non-ideal interactions (deterministic). The latter includes parasitic coupling, leakage to non-computational states, and control crosstalk. As one example of parasitic coupling, the next-nearest-neighbor (N.N.N.) coupling is a phenomenon commonly seen in many systems, including Rydberg atoms [4, 7], trapped ions [5, 8], semiconductor spin qubits [9, 10], and superconducting qubits [11, 12]. Often, the N.N.N. coupling is considered spurious and introduces unwanted interactions between qubits that are meant to be unconnected.

At the same time, a coupling switch can help mitigate the problem of frequency crowding that exacerbates the effect from non-ideal interactions. Prototypes of a tunable coupler have been demonstrated extensively in superconducting quantum circuits [13–22]. However, these additional elements often add architectural complexity, as well as open a new channel for decoherence and crosstalk. Among them, the gmon design [19] is

a successful example that exhibits a two-qubit gate fidelity limited predominantly by decoherence. However, the qubits' coherence times in gmon circuits are reduced by the tunable coupler in comparison with its predecessor, the xmon design [11].

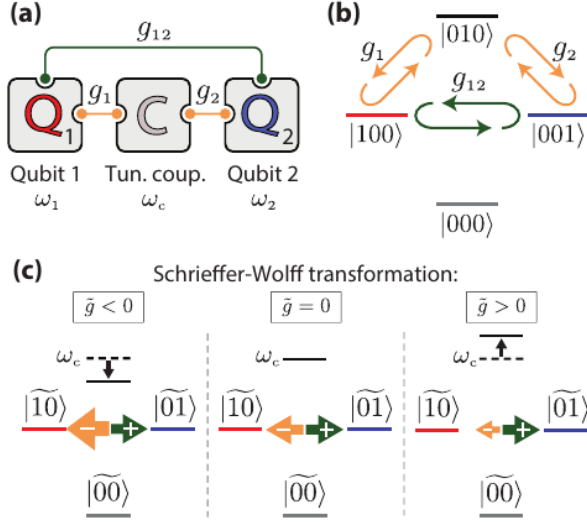
In this work, we propose a simple and broadly applicable scheme for a tunable coupler and use it as a switch for implementing high-fidelity two-qubit gates. The approach is based on a generic three-body system with exchange-type interaction. A central component, the coupler, frequency tunes the virtual exchange interaction between two qubits and features a critical bias point, at which the exchange interaction offsets the direct qubit-qubit (N.N.N.) coupling, effectively turning off the net coupling. Two-qubit gate operations are executed by operating the coupler in the dispersive regime, strongly suppressing leakage to the coupler's excited states. We simulate the iSWAP gate based on an existing high-coherence superconducting quantum hardware in our group [23] and elsewhere [11]. We find that gate errors due to parasitic effects diminish drastically with increased gate time (decreased interaction amplitude). A gate fidelity above 99.999% can be achieved in 100 ns in the absence of decoherence. The compatibility with high-coherence architecture, the strong suppression of parasitic effects, and the utilization of N.N.N. coupling all make our scheme a viable choice for the long term as coherence times continue to improve.

## II. THE MODEL

We consider a generic system consisting of a chain of three modes with exchange coupling between nearest and next-nearest neighbors, as outlined in Fig. 1(a). The two qubits ( $\omega_1$  and  $\omega_2$ ) each couple to a center tunable coupler ( $\omega_c$ ) with a coupling strength  $g_j$  ( $j = 1, 2$ ), as well as to each other with a coupling strength  $g_{12}$ . The nearest-neighbor (N.N.) coupling is generally stronger than the N.N.N. coupling,  $g_j > g_{12} > 0$ . Without loss of generality,

---

\* fyan@mit.edu



一般性を損なうことなく、図1に示す。(a) チェーン形状の一般的な3体システムのスケッチで、中心モードはチューナブルカプラーである。(b) 基底状態および1回励起状態のレベル図。ケット記号は鎖の順序  $|\omega_1, \omega_c, \omega_2\rangle$  に従う。往復矢印は N.N. (オレンジ) と N.N.N. (緑) 結合を示す。(c) (b) のレベル図をSchrieffer-Wolff変換した後の縮小2量子ビット系のレベル図。各図は、有効な負の結合 (左)、ゼロの結合 (中央)、正の結合 (右) の場合に対応する。両頭の矢印は、結合の符号と大きさを示す。この例では、N.N.N. カップリング (緑) は正で固定されている。N.N. 結合 (オレンジ) は負で、カプラーのエネルギー (黒の実線) で調整可能である。

は、2レベルのハミルトニアンから分析を始めます、

$$H = \sum_{j=1,2} \frac{1}{2} \omega_j \sigma_j^z + \frac{1}{2} \omega_c \sigma_c^z + \sum_{j=1,2} g_j (\sigma_j^+ \sigma_c^- + \sigma_j^- \sigma_c^+) + g_{12} (\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_1^- \sigma_2^+), \quad (1)$$

ここで、 $\sigma_\lambda^z$ ,  $\sigma_\lambda^+$  and  $\sigma_\lambda^-$  ( $\lambda = 1, 2, c$ ) はそれぞれ、対応するモードの固有ベシスに定義されるPauli-昇降演算子である。両クビットは結合器から負に離調しており、 $\Delta_j \equiv \omega_j - \omega_c < 0$ 、結合は分散的であると仮定する、 $g_j \propto |\Delta_j|$  ( $j = 1, 2$ )。図1(b)は、この系のレベル構造をスケッチしたものです。2つの量子ビットは、直接N.N.N. 結合とカプラーを介した間接結合の2つのチャンネルを通じて相互作用します。後者は仮想交換相互作用と呼ばれることもあり[24]、Schrieffer-Wolff変換 (SWT)  $U = \exp \sum_{j=1,2} \frac{h P g_j}{\Delta_j} (\sigma_j^+ \sigma_c^- - \sigma_j^- \sigma_c^+)$  [25] により近似することができる。

Hamiltonian for each mode,

$$\tilde{H} = \sum_{j=1,2} \frac{1}{2} \tilde{\omega}_j \sigma_j^z + \left[ \frac{g_1 g_2}{\Delta} + g_{12} \right] (\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_1^- \sigma_2^+), \quad (2)$$

この変換は、 $g_j$ の2次までシステムからカプラーを切り離す、

ここで  $\omega_{ej} = \omega_j + \omega_{\Delta_j}$  はラムシフト量子ビット周波数、 $1/\alpha = (1/\alpha_1 + 1/\alpha_2)/2 < 0$  となります。ここでは、カプラーモードが常に基底状態にあることも仮定している。式(2)の角括弧内の結合項は、全有効量子ビット-量子ビット結合  $g$  を表す。これは、 $e\Delta$  による結合器周波数によって調整できるほか、 $g_1$  と  $g_2$ 、いずれも  $\omega_c$  に暗黙的に依存している場合がある。したがって、 $g_e$  は一般に  $\omega_c$  の関数である。さらに、 $\Delta < 0$  なので、角括弧内の第1項 (仮想交換相互作用) は負となる。このため、正の直接結合と負の間接結合の競合が可能になる。図1(c)に示すように、 $g_e(\omega_c)$  は、カプラー周波数を下げると負に、上げると正にチューニングすることができる。最も重要なことは、調整可能性が連続的であるため、結合器の帯域幅が許す限り、2つの項が相殺されて結合がオフになる臨界値  $\omega_c^{off}$ 、すなわち  $g_e(\omega_c^{off}) = 0$  を常に見つけることができるということである。分散限界の条件は理想的な要件に過ぎないことに注意してください。 $g_{12}$  がかなり大きい系では、弱分散領域 ( $g_j < |\alpha_j|$ ) でこのような  $\omega_c^{off}$  を見つけることがまだ可能である [26]。チューナブルカプラーは、アイドリング期間中は  $\omega_c^{off}$  に周波数を偏らせることでスイッチとして使用される。2量子ビット相互作用を活性化するには、カプラーの周波数を所望の値  $\omega_c^{on}$  に調整し、有限の  $g_e(\omega_c^{on})$  をもたらす。この方式の特徴は次の3つである。(i) カプラー周波数のみを変調することにより、2量子ビットゲートを行うことができ、その間、量子ビットは無擾乱である。(ii) カプラーを分散極限で動作させることにより、SWT (式(2)) 後に無視される高次項による寄生効果が強く抑制され、より高い2量子ビットゲート忠実度が得られる。(iii) さらに、この方式では、不要なN.N.N. 結合の問題をスイッチに取り込むことで解決している。例えば、2つの量子ビットが共振している場合、その結合を必要な時間だけオンにすることで、iSWAPゲートを実現することができる。この間、制御ハミルトニアン  $\sigma_c^z$  は分散近似内で量子ビットの自由度と交わり、非計算 (カプラー) 状態への漏れを減少させます。この場合の非断熱効果は、比較的大きな量子ビットとカプラーのデチューン ( $\Delta_j$ ) によって抑制され、ゲート時間の短縮が可能になり、その結果、デコヒーレンス誤差が減少する。

### III. AN EXAMPLE

特定のモダリティでこの方式をどのように実装するかの詳細は、システムのパラメータと図2に依存する。(a) チューナブルカプラーを実装した超伝導回路の回路図。

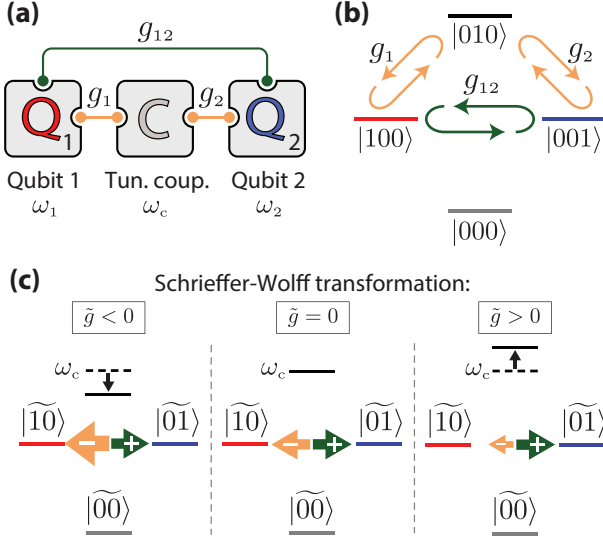


FIG. 1. **(a)** Sketch of a generic three-body system in a chain geometry, where the center mode is a tunable coupler. **(b)** Level diagram of the ground and one-excitation states of the system. The ket symbol follows the chain order  $|\omega_1, \omega_c, \omega_2\rangle$ . The round-trip arrows indicate N.N. (orange) and N.N.N. (green) coupling. **(c)** Level diagrams of the reduced two-qubit system after Schrieffer-Wolff transformation of the level diagram in (b). Each figure corresponds to the case of an effective negative (left), zero (center), and positive (right) net coupling,  $\tilde{g}$ . The double-headed arrows indicate the sign and magnitude of coupling. In this example, the N.N.N. coupling (green) is positive and fixed. The N.N. coupling (orange) is negative and tunable with the coupler energy (solid black line).

we begin our analysis with a two-level Hamiltonian,

$$H = \sum_{j=1,2} \frac{1}{2} \omega_j \sigma_j^z + \frac{1}{2} \omega_c \sigma_c^z + \sum_{j=1,2} g_j (\sigma_j^+ \sigma_c^- + \sigma_j^- \sigma_c^+) + g_{12} (\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_1^- \sigma_2^+), \quad (1)$$

where  $\sigma_\lambda^z$ ,  $\sigma_\lambda^+$  and  $\sigma_\lambda^-$  ( $\lambda = 1, 2, c$ ) are, respectively, the Pauli-Z, raising and lowering operators defined in the eigenbasis of the corresponding mode. We assume that both qubits are negatively detuned from the coupler,  $\Delta_j \equiv \omega_j - \omega_c < 0$ , and that the coupling is dispersive,  $g_j \ll |\Delta_j|$  ( $j = 1, 2$ ). Fig. 1(b) sketches the level structure of this system. The two qubits interact through two channels, the direct N.N.N. coupling and the indirect coupling via the coupler. The latter is sometimes called virtual exchange interaction [24], which can be approximated by the Schrieffer-Wolff transformation (SWT)  $U = \exp \left[ \sum_{j=1,2} \frac{g_j}{\Delta_j} (\sigma_j^+ \sigma_c^- - \sigma_j^- \sigma_c^+) \right]$  [25]. The transformation decouples the coupler from the system up to second order in  $\frac{g_j}{\Delta_j}$ , resulting in an effective two-qubit

Hamiltonian for each mode,

$$\tilde{H} = \sum_{j=1,2} \frac{1}{2} \tilde{\omega}_j \sigma_j^z + \left[ \frac{g_1 g_2}{\Delta} + g_{12} \right] (\sigma_1^+ \sigma_2^- + \sigma_1^- \sigma_2^+), \quad (2)$$

where  $\tilde{\omega}_j = \omega_j + \frac{g_j^2}{\Delta_j}$  is the Lamb-shifted qubit frequency and  $1/\Delta = (1/\Delta_1 + 1/\Delta_2)/2 < 0$ . Here, we have also assumed that the coupler mode remains in its ground state at all times.

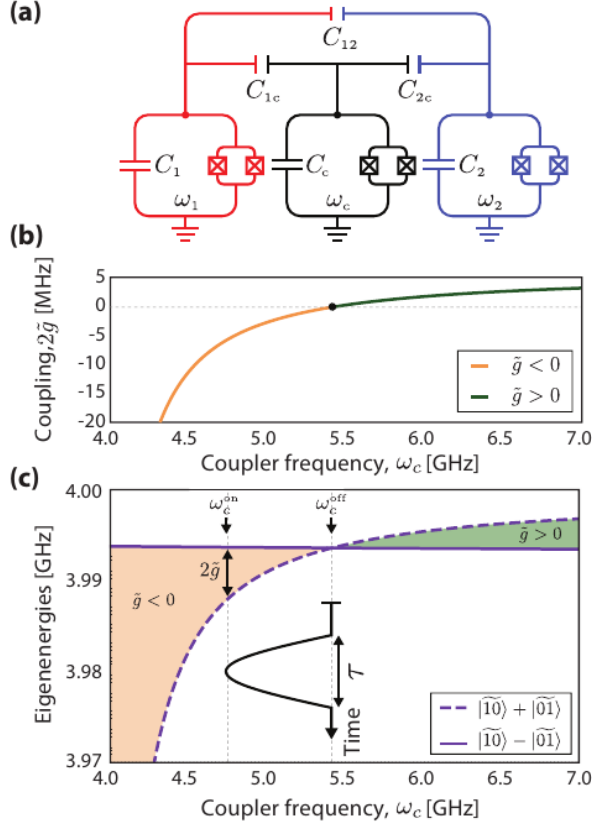
The combined term inside the square brackets in Eq. (2) represents the total effective qubit-qubit coupling  $\tilde{g}$ . It can be adjusted by the coupler frequency through  $\Delta$ , as well as  $g_1$  and  $g_2$ , both of which may be implicitly dependent on  $\omega_c$ . Thus,  $\tilde{g}$  is a function of  $\omega_c$  in general. Moreover, since  $\Delta < 0$ , the first term in the square brackets – the virtual exchange interaction – is negative. This enables a competition between the positive direct coupling and the negative indirect coupling. As illustrated in Fig. 1(c),  $\tilde{g}(\omega_c)$  can be tuned negative when the coupler frequency is decreased, or positive when the coupler frequency is increased. Most importantly, since the tunability is continuous, one can always find a critical value  $\omega_c^{\text{off}}$  at which the two terms cancel out and thereby turn off the coupling, i.e.,  $\tilde{g}(\omega_c^{\text{off}}) = 0$ , as long as permitted by the bandwidth of the coupler. Note that the dispersive-limit condition is only an ideal requirement. In systems with considerably greater  $g_{12}$ , it is still possible to find such an  $\omega_c^{\text{off}}$  in the weakly dispersive regime ( $g_j < |\Delta_j|$ ) [26].

The tunable coupler is used as a switch by biasing its frequency at  $\omega_c^{\text{off}}$  during idling periods. To activate the two-qubit interaction, one tunes the coupler frequency to a desired value  $\omega_c^{\text{on}}$ , yielding a finite  $\tilde{g}(\omega_c^{\text{on}})$ . The features of this scheme are three-fold: (i) A two-qubit gate can be performed by modulating only the coupler frequency while leaving the qubits unperturbed during the operation. (ii) By operating the coupler in the dispersive limit, parasitic effects from higher-order terms that are ignored after SWT (Eq. (2)) are strongly suppressed, leading to higher two-qubit gate fidelity. (iii) In addition, the scheme solves the problem of unwanted N.N.N. coupling by incorporating it into the switch. For example, if the two qubits are resonant, an iSWAP gate can be implemented by turning on their coupling for a requisite amount of time. During this process, the control Hamiltonian  $\sigma_c^z$  commutes with the qubits' degrees of freedom within the dispersive approximation, causing reduced leakage to the non-computational (coupler) state. The non-adiabatic effect in this case is suppressed by the relatively large qubit-coupler detuning ( $\Delta_j$ ), allowing a shorter gate time and therefore, reduced decoherence error.

### III. AN EXAMPLE

The details of how to implement the scheme in a particular modality depends on the system parameters and





各モードは、チューナブルなトランスモン量子ビットによって構成されている。(b)  $2e g$  の  $\omega_c$  依存性。  $2e g = 0$  の交差点 (黒点) はスイッチオフバイアス  $\omega_c^{\text{off}}$  を示す。(c) 1励起多様体の固有エネルギーをカプラー周波数の関数として計算したものである。パラメータは  $C_1 = 70$  fF,  $C_2 = 72$  fF,  $C_c = 200$  fF,  $C_{1c} = 4$  fF,  $C_{2c} = 4.2$  fF,  $C_{12} = 0.1$  fF,  $\omega_1 = \omega_2 = 4$  GHz を使用。  $C_1$  と  $C_2$  の間、および  $C_{1c}$  と  $C_{2c}$  の間には、製造上のばらつきを模して、意図的に510%のばらつきを設けています (概念実証の要件ではありません)。2つの量子ビットモードは縮退しているため、固有状態はそれらの波動関数の対称 (実線) と反対称 (破線) の組み合わせであり、エネルギーギャップ (斜線) は (b) に示す有効結合  $2e g$  に相当する。挿入図は、スイッチをオン・オフするパルスを示し、iSWAPゲートを実行する。

制御可能である。本論文の残りの部分では、超伝導量子ビットを用いた実装に焦点を当て、本方式の実行可能性を数値的に実証することにする。図2(a)に示す3モード回路 ( $\omega_1 - \omega_c - \omega_2$ ) を考え、各モードペアが容量的に接続されているとする。超伝導量子ビットとの容量性結合は、コヒーレンス時間を維持するのに有利であり、3次元集積に適合する[27]。一般に、各モードは、支配的なキャパシタンス ( $C_1, C_2, C_c$ ) と非線形インダクタンスを並列に形成した超伝導量子非線形振動子である。 $C_1, C_2, C_c$  は同じ大きさのオーダーである。

回路実装の候補としては、単接合またはチューナブルなトランスモン[28, 29]、容量性シャントフラックス量子ビット[30, 31]、容量性シャントフラックスソニウム量子ビット[32]が挙げられる。中心モードは調整可能な結合器として使用され、結合器ループを通る時間依存の磁束によって共振周波数をその場で調整できる、あらゆる磁束調整可能な回路で便利に実装することができる。量子ビットの周波数が調整可能である必要があるかどうかは、実装するゲート方式の種類に依存します。固定周波数の量子ビットは、交差共鳴ゲート[33]またはパラメトリック駆動ゲート[34]を搭載することができます。この例では、3つの調整可能なトランスモン量子ビットを選択します。qubit-couplerのキャパシタンス  $C_{jc}$  ( $j = 1, 2$ ) とqubit-qubitのキャパシタンス  $C_{12}$  は  $C_1, C_2, C_c$  のいずれかに比べて小さいので結合は摂動であることに注意します。回路を量子化すると[35, 36]、結合項を持つ式(1)のシステムハミルトニアンが得られる。

$$g_j \approx \frac{1}{2} \frac{C_{jc}}{\sqrt{C_j C_c}} \sqrt{\omega_1 \omega_c}, \quad j = 1, 2 \quad (3)$$

$$g_{12} \approx \frac{1}{2} \left[ \frac{C_{12}}{\sqrt{C_1 C_2}} + \frac{C_{1c} C_{2c}}{\sqrt{C_1 C_2 C_c^2}} \right] \sqrt{\omega_1 \omega_2}. \quad (4)$$

qubit-qubit (N.N.N.) 結合  $g_{12}$  は2つの寄与を持つ。式(4)の括弧内の第1項は、図2(a)の赤と青のノード間の直接容量性接続によるものです。第2項は、 $C_{1c}, C_{2c}, C_c$  で形成される中間容量ネットワークを介した間接的な容量接続によるものである。トランスモン量子ビットは弱い非調和性を持つので、複数のレベルや逆回転項を含めてモデルを一般化し (付録参照)、有効量子ビット-量子ビット結合強度を求める。

$$\tilde{g} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\omega_c}{2\Delta} \eta - \frac{\omega_c}{2\Sigma} \eta + \eta + 1 \right] \frac{C_{12}}{\sqrt{C_1 C_2}} \sqrt{\omega_1 \omega_2}, \quad (5)$$

ここで、 $\eta = C_{1c} C_{2c} / C_{12} C_c$ 、 $1/\Sigma = (1/\Sigma_1 + 1/\Sigma_2) / 2$ 、 $\Sigma_j = \omega_j + \omega_c$ 。角括弧内の4項はそれぞれ、(i) 状態  $|010i\rangle$  を介した仮想交換相互作用 (間接的なqubit-qubit結合)、(ii) 状態  $|111i\rangle$  を介した仮想交換相互作用 (間接qubit-qubit結合)、(iii) 中間容量ネットワークによる容量結合 (直接qubit-qubit結合、間接接続)、(iv) ノード間の直接容量結合 (直接的qubit-qubit結合、直接的容量接続)、という結合強さを表す。実際には、N.N.N. 容量性結合は通常N.N. 結合 ( $C_{12}, C_{1c}, C_{2c}$ ) よりずっと弱い。しかし、仮想的な相互作用は2次のな効果であるため、これら4つの項はその強さが同じオーダーになることがあります。現実的な例では、 $\omega_1 = \omega_2 = 4$  GHz,  $\omega_c = 5$  GHz,  $\Delta = -1$  GHz,  $C_1 = C_2 = C_c = 100$  fF,  $C_{1c} = C_{2c} = 1$  fF,  $C_{12} = 0.02$  fF (Ref. [11] で測定した同様のデバイスパラメータ)。

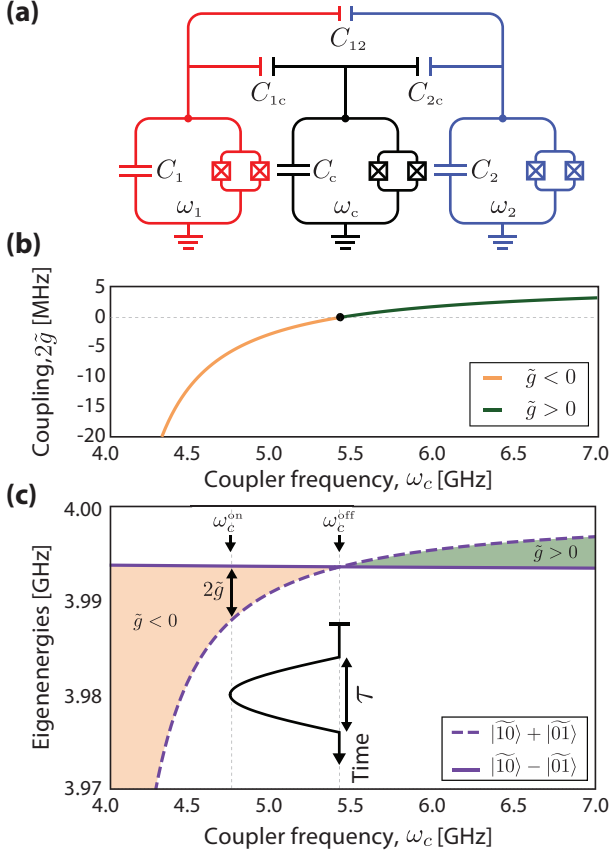


FIG. 2. (a) Circuit diagram of a superconducting circuit implementing a tunable coupler. Each mode is constructed by a tunable transmon qubit. (b) The  $\omega_c$ -dependence of  $2\tilde{g}$ . The crossing at  $2\tilde{g}=0$  (black dot) indicates the switch-off bias  $\omega_c^{\text{off}}$ . (c) Calculated eigenenergies of the one-excitation manifold as a function of the coupler frequency. The parameters used are  $C_1 = 70$  fF,  $C_2 = 72$  fF,  $C_c = 200$  fF,  $C_{1c} = 4$  fF,  $C_{2c} = 4.2$  fF,  $C_{12} = 0.1$  fF,  $\omega_1 = \omega_2 = 4$  GHz. We intentionally create a 5-10% variation between  $C_1$  and  $C_2$  as well as between  $C_{1c}$  and  $C_{2c}$  to emulate fabrication variation (not a requirement for proof-of-concept). Since the two qubit modes are degenerate, the eigenstates are symmetric (solid line) and anti-symmetric (dashed line) combination of the their wavefunctions, and the energy gap (shaded) corresponds to the effective coupling  $2\tilde{g}$  shown in (b). The inset illustrates the pulse that turns the switch on and off, executing an iSWAP gate.

controllability. For the remainder of the paper, we will focus on an implementation using superconducting qubits and numerically demonstrate the viability of our scheme. Consider a three-mode circuit ( $\omega_1$ - $\omega_c$ - $\omega_2$ ) outlined in Fig. 2(a), where each pair of modes are capacitively connected. Capacitive coupling with superconducting qubits is advantageous in preserving coherence times and compatible with 3D integration [27]. In general, each mode represents a superconducting quantum nonlinear oscillator formed by a dominant capacitance ( $C_1, C_2, C_c$ ) and a nonlinear inductance in parallel.  $C_1, C_2$  and  $C_c$  are

of the same order of magnitude. Candidates for circuit implementation include single-junction or tunable transmons [28, 29], capacitively shunted flux qubits [30, 31], or capacitively shunted fluxonium qubits [32]. The center mode is used as a tunable coupler, which can be conveniently implemented with any flux-tunable circuit in which the resonance frequency can be tuned *in situ* by a time-dependent magnetic flux threading the coupler loop. Whether the qubit frequencies need to be tunable depends on the kind of gate scheme to be implemented. Fixed-frequency qubits can be equipped with the cross-resonance gate [33] or the parametrically driven gate [34]. In the example shown, we choose three tunable transmons qubits. We note that both the qubit-coupler capacitances  $C_{jc}$  ( $j = 1, 2$ ) and the qubit-qubit capacitance  $C_{12}$  are small compared to any of  $C_1, C_2$  and  $C_c$ , so the couplings are perturbative. Quantizing the circuit [35, 36], we obtain the system Hamiltonian in Eq. (1) with coupling terms

$$g_j \approx \frac{1}{2} \frac{C_{jc}}{\sqrt{C_j C_c}} \sqrt{\omega_1 \omega_c}, \quad j = 1, 2 \quad (3)$$

$$g_{12} \approx \frac{1}{2} \left[ \frac{C_{12}}{\sqrt{C_1 C_2}} + \frac{C_{1c} C_{2c}}{\sqrt{C_1 C_2 C_c^2}} \right] \sqrt{\omega_1 \omega_2}. \quad (4)$$

The qubit-qubit (N.N.N.) coupling  $g_{12}$  has two contributions. The first term in the brackets in Eq. (4) is from the *direct* capacitive connection between the red and blue nodes in Fig. 2(a). The second term is from the *indirect* capacitive connection via the intermediate capacitance network formed by  $C_{1c}, C_{2c}$  and  $C_c$ .

Since transmon qubits have weak anharmonicity, we generalize our model by including multiple levels and counter-rotating terms (see Appendix) and obtain the effective qubit-qubit coupling strength

$$\tilde{g} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\omega_c}{2\Delta} \eta - \frac{\omega_c}{2\Sigma} \eta + \eta + 1 \right] \frac{C_{12}}{\sqrt{C_1 C_2}} \sqrt{\omega_1 \omega_2}, \quad (5)$$

where  $\eta = C_{1c} C_{2c} / C_{12} C_c$ ,  $1/\Sigma = (1/\Sigma_1 + 1/\Sigma_2)/2$  and  $\Sigma_j = \omega_j + \omega_c$ . The four terms in the square brackets represent respectively the coupling strength of (i) the virtual exchange interaction via the state  $|010\rangle$  (indirect qubit-qubit coupling); (ii) the virtual exchange interaction via the state  $|111\rangle$  (indirect qubit-qubit coupling); (iii) the capacitive coupling via the intermediate capacitance network (direct qubit-qubit coupling, indirect connection); (iv) the direct capacitive coupling between nodes (direct qubit-qubit coupling, direct capacitive connection). In practice, the N.N.N. capacitive connection is usually much weaker than the N.N. coupling ( $C_{12} \ll C_{1c}, C_{2c}$ ). However, since the virtual interaction is a second-order effect, these four terms can have the same order of magnitude in their strength. For a realistic example,  $\omega_1 = \omega_2 = 4$  GHz,  $\omega_c = 5$  GHz,  $\Delta = -1$  GHz,  $C_1 = C_2 = C_c = 100$  fF,  $C_{1c} = C_{2c} = 1$  fF,  $C_{12} = 0.02$  fF (similar device parameters as measured in Ref. [11]). The resulting dimensionless coupling strength from each contribution is (i) -1.25, (ii) -0.14, (iii) 0.5 and (iv) 1.0. We



それぞれの寄与から得られる無次元結合強度は、(i)-1.25, (ii) -0.14, (iii)0.5, (iv)1.0 です。図2(a)のような回路を扱う場合、最後の3つの項の役割は通常無視されることに注意する[24, 37]。しかし、ここで示すように、これらの項を注意深く含めることで、重要かつ無視できない効果が得られます。量子ビットは結合から負に離調しているため、このような効果はありません。pler, we have  $\frac{\omega_c}{2\Delta} - \frac{\omega_c}{2\Delta} + 1 \leq 0$  (combined effect of (i), (ii) and (iii)), where the equality holds when the coupler frequency is無限大になります。驚くべきことに、超伝導量子ビットで回路形状を実装すると、 $C_c^{off}$ の妥当な値があれば、スイッチがオフになる $\omega_c^{off}$ の解が本質的に保証される。このため、本方式は広く適用可能である。性能を定量化するために、結合ダフィング発振器のモデルに基づくiSWAPゲートの数値シミュレーションを行いました（付録参照）。iSWAPゲートは、 $|01i_g\rangle$ と $|10i_g\rangle$ が縮退しているときに交換期間の半分を実行することで実行できます（図1(c)）。ただし、C-phaseゲート[38]やパラメトリック駆動ゲート[34]など、他のタイプの2量子ビットゲートも本方式と互換性があることを強調します。まず、システムのハミルトニアンを解いて $g_e(\omega_c)$ を計算し（図2(b)）、ゼロ結合バイアス $\omega_c^{off}$ を特定する。

$\omega_c^{off}$  は実験で、結合器の周波数をスイープしながら真空ラビ振動を測定することによって校正できるかも知れない。次に、 $\omega_c$ を変調する持続時間 $\tau$ の正弦パルス（図2(c)挿入図）を印加し、量子ビット-量子ビット相互作用をオンにし、マスター方程式を解いて時間発展をシミュレーションします。iSWAPゲートでは、有効結合の時間積分は $\int_0^\tau 2e^{ig(t)} dt = 1/2$ を満たします。各クビットの動的位相を補正した後、最終状態をトモグラフィーで解析する。同じプロトコルを様々なゲート長で行い、 $T_1$ エネルギー緩和（3モードとも均一）と準静的フラックスノイズを含めるオプションがある。その結果、緩和効果、デフェーシング効果、散逸ロス効果による寄与は互いに独立しており、それぞれの寄与を別々に議論できることがわかった。まず、カップリングループの準静的磁束ノイズによる忠実度の低下は、 $10\mu\Phi_0$  ( $\Phi_0$ は超伝導磁束量子)の典型的な磁束揺らぎを仮定すると無視できます ( $< 10^{-6}$ )、というのも、スイッチがONの場合、分散領域では結合 $\delta e g / \delta \omega_c \doteq g_e / \alpha$ の感度が低下するためです。第二に、エネルギー緩和によるゲート不貞（ゲートあたりの誤差）は、 $= \tau / T_1$ に従う（プロセストモグラフィ[39]を行う際に16個の線形独立入力状態を用いており、ランダムベンチマーク[40]で推定したものとはプレファクター差がある）。第3に、デコヒーレンス以外の効果によるゲート誤差は、ゲート時間の増加とともに急速に減少します。これは、ゲート誤差の主な寄与が高次の寄生結合によるもので、相互作用強度 $g$ に対するより強いべき乗依存性を持つためです。最後の2つのコーン分布は図3に示されており、その交点は、ある $T_1$ の値が与えられたときに、本方式での最適動作点をほぼ示しています。

例えば、 $T_1 = 10 \mu s$ の場合、最適なゲート時間とゲート忠実度は $\tau^* = 35 ns$ ,  $\epsilon^* = 3 \times 10^{-3}$  (total error:  $6 \times 10^{-3}$ )で、これはチューナブルカブラに基づく最新の結果[19]と同等である。しかし、この例の回路モデルは、チップ全体で再現性のある高い $T_1$ 値 ( $20\text{--}40 \mu s$ )と低いクロストークで実証されているxmon量子ビットのような、より単純なアーキテクチャと互換性がある[11]。最近の開発では、同様のアーキテクチャで $100 \mu s$ に近い $T_1$ も示されています[23]。 $T_1 = 100 \mu s$ とすると、最適動作点（この場合は46 ns）でのゲート誤差は、本方式では $5 \times 10^{-4}$ となります。今後、材料や製造技術の進歩により、コヒーレンスの向上が期待されます。 $T_1 = 1 ms$ と仮定すると、66 nsで $6 \times 10^{-5}$ までエラーレートを下げることができます。以上の解析から、本方式は、ゲート時間のオーバーヘッドを小さくすることで、コヒーレンス時間の向上を効率的に利用できることがわかります。

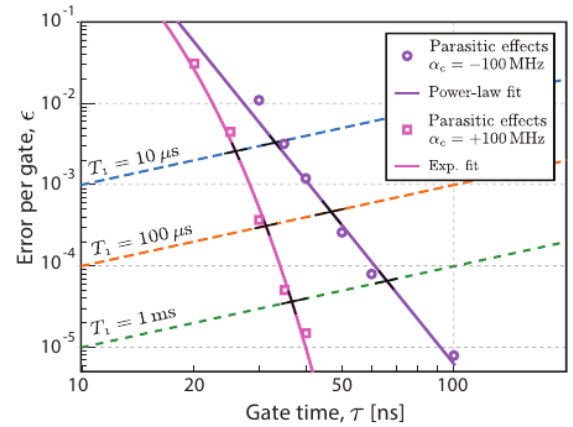


図3. エネルギー緩和とその他の寄生効果によるゲートあたりのエラーとゲート長 $\tau$ の関係をそれぞれ示す。紫色の円は、デコヒーレンスがない場合（ベアダイナミクス）と、トランスモン設計と一致する負のカブラ非調和性 $\alpha_c = -100 MHz$ を用いた場合のシミュレーション結果である。紫色の実線はべき乗則で、 $= 1.5 \times 10^6 (\tau / 1ns)^{-5.7}$ となるようにフィットさせた。ピンクの四角はデコヒーレンスがない場合のシミュレーション結果で、容量性シャントフラックス量子ビットを用いて達成可能な正のカブラ非調和性 $\alpha_c = +100 MHz$ を使用しています。ピンクの実線は指数関数フィットで、 $= 73 \exp(-0.4 \tau / 1ns)$ です。破線は $T_1$ プロセスのみからの計算誤差（異なる $T_1$ 値を仮定）。ノイズのない場合と $T_1$ の場合の曲線の交点は、最適なゲート時間とゲートフィデリティのほぼ損益分岐点を示しています。

さらに、残りのゲートエラーは、主に状態 $|020i\rangle$ と $|101i\rangle$ の間の高次結合によって引き起こされる寄生的な部分C相動作が原因であり、周波数差 $\Delta_{020-101} = 2(\omega_c - \omega_1) + \alpha_c$ があらることが分かりました。ここで、非調和性 $\alpha_c$ は、1-2遷移と0-1遷移の周波数差として定義される、 $\alpha_c = \omega_{12,c} - \omega_{01,c}$ 。

note that the role of the last three terms is typically disregarded in treatments of circuits similar to that in Fig. 2(a) [24, 37]. However, as we show here, a careful inclusion of these terms leads to important and non-negligible effects.

Since the qubits are negatively detuned from the coupler, we have  $\frac{\omega_c}{2\Delta} - \frac{\omega_c}{2\Sigma} + 1 \leq 0$  (combined effect of (i), (ii) and (iii)), where the equality holds when the coupler frequency goes to infinity. Surprisingly, implementing the described circuit geometry with superconducting qubits inherently guarantees a solution for  $\omega_c^{\text{off}}$  where the switch is off given any reasonable value of  $C_{12}$ . This makes our scheme widely applicable.

To quantify the performance, we numerically simulate an iSWAP gate based on the model of the coupled Duffing oscillators (see Appendix). An iSWAP gate can be performed by executing half of an exchange period when  $|01\rangle$  and  $|10\rangle$  are degenerate (Fig. 1(c)). However, we emphasize that other types of two-qubit gates, such as a controlled-phase (C-phase) gate [38] or a parametrically driven gate [34], are also compatible with our scheme. We first calculate the values  $\tilde{g}(\omega_c)$  (Fig. 2(b)) by solving the system Hamiltonian (Fig. 2(c)), and we identify the zero-coupling bias  $\omega_c^{\text{off}}$ . In experiments, one may calibrate  $\omega_c^{\text{off}}$  by measuring vacuum Rabi oscillations while sweeping the coupler frequency. Next, we apply a sine pulse of duration  $\tau$  (Fig. 2(c) inset) that modulates  $\omega_c$ , turning on the qubit-qubit interaction, and simulate the time evolution by solving the master equation. For an iSWAP gate, the time-integral of the effective coupling satisfies  $\int_0^\tau 2\tilde{g}(t) dt = 1/2$ . The final state is tomographically analyzed after correcting the dynamic phase of each qubit.

We performed the same protocol with various gate lengths and with options for including  $T_1$  energy relaxation (uniform for all three modes) and quasistatic flux noise. We find that the contributions from relaxation, dephasing and dissipationless effects are independent from each other, so that we can discuss their individual contribution separately. First, the reduction of fidelity from quasistatic flux noise in the coupler loop is negligible ( $< 10^{-6}$ ) assuming a typical flux fluctuation of  $10 \mu\Phi_0$  ( $\Phi_0$  is the superconducting flux quantum), because when the switch is on, the sensitivity of the coupling  $\delta\tilde{g}/\delta\omega_c \approx \tilde{g}/\Delta$  is reduced in the dispersive regime. Second, the gate infidelity (the error per gate)  $\epsilon$  due to energy relaxation follows  $\epsilon = \tau/T_1$  (We use 16 linearly independent input states when performing process tomography [39], and there is a prefactor difference from that estimated in randomized benchmarking [40]). Third, gate error due to effects other than decoherence drops quickly with increased gate time, because the major contributions to gate error are from higher-order parasitic couplings and have a stronger power-law dependence on the interaction strength  $\tilde{g}$ . The last two contributions are illustrated in Fig. 3, where their crossings indicate approximately the optimal operating point under our scheme given certain  $T_1$  values. For example, if

$T_1 = 10 \mu\text{s}$ , the optimal gate time and gate fidelity are  $\tau^* = 35 \text{ ns}$  and  $\epsilon^* = 3 \times 10^{-3}$  (total error:  $6 \times 10^{-3}$ ), which is comparable to the state-of-the-art results based on tunable couplers [19]. However, the circuit model in our example is compatible with a simpler architecture, such as xmon qubits which have been demonstrated with reproducibly high  $T_1$  values ( $20\text{--}40 \mu\text{s}$ ) across the chip and low crosstalk [11]. Recent developments have also shown  $T_1$  near  $100 \mu\text{s}$  with a similar architecture [23]. Given  $T_1 = 100 \mu\text{s}$ , the gate error at the optimal operating point (in this case  $46 \text{ ns}$ ) is  $5 \times 10^{-4}$  using our scheme. Future advances in materials and fabrication techniques will likely continue to enhance coherence. Assuming  $T_1 = 1 \text{ ms}$ , our scheme can further lower the error rate to  $6 \times 10^{-5}$  in  $66 \text{ ns}$ . The above analysis illustrates that our scheme can efficiently take advantage of improvements in coherence times with only small overhead in gate time.

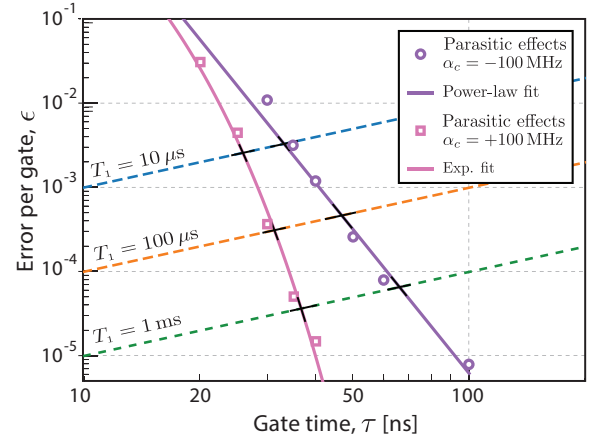


FIG. 3. Relation between error per gate  $\epsilon$  and gate length  $\tau$  due to energy relaxation and other parasitic effects respectively. Purple circles are simulation results in the absence of decoherence (bare dynamics) and using a negative coupler anharmonicity  $\alpha_c = -100 \text{ MHz}$ , consistent with a transmon design. The solid purple line is a power-law fit,  $\epsilon = 1.5 \times 10^6 (\tau/1\text{ns})^{-5.7}$ . Pink squares are simulation results in the absence of decoherence and using a positive coupler anharmonicity,  $\alpha_c = +100 \text{ MHz}$ , achievable using a capacitively shunted flux qubit. The solid pink line is an exponential fit,  $\epsilon = 73 \exp(-0.4 \tau/1\text{ns})$ . Dashed lines are calculated errors from  $T_1$  process only (different  $T_1$  values assumed). The crossings between the curves in the noise-free case and the  $T_1$  case indicate approximately the break-even point for the optimal gate time and gate fidelity.

We further find that the remaining gate errors are mainly caused by a parasitic partial C-phase operation induced by high-order couplings between state  $|020\rangle$  and  $|101\rangle$ , with a frequency difference  $\Delta_{020-101} = 2(\omega_c - \omega_1) + \alpha_c$ . Here, the anharmonicity  $\alpha_c$  is defined as the frequency difference between the 1-2 and 0-1 transitions, i.e.,  $\alpha_c = \omega_{12,c} - \omega_{01,c}$ .

この望ましくない効果を排除するために、いくつかのアプローチがあります。1つの解決策は、2つのレベルをさらに分離するために、わずかに正の非調和性を持つカプラ・モードを使用することです。 $\omega_c > \omega_e$  なので、 $\alpha_c$  を大きくすると、離調度 $\Delta_{020-101}$ が大きくなり、状態 $|020i\rangle$ からの影響を小さくすることができます。このような設計を実現する候補として、容量的にシャントされた磁束量子ビット[31]が考えられる。同じ構成でカプラの非調和度 $\alpha_c = +100$  MHzのシミュレーション結果は、 $\alpha_c = -100$  MHzの場合に比べ、大きな改善を示しています(図3)。システムの時間発展を数値計算し、ゲート動作終了時の最終状態を確認することで、残りの誤差の大部分がカプラの励起状態へのリークによるものであることを発見しました。また、これらの誤差は、図3に示すように、ゲート時間に対して逆指数的な依存性を示すことがわかりました。別の解決策として、正 $g_e$ 領域でゲートを実行する方法があります。 $\omega_c$  を上げ、分散領域に深く入ることで、不要な効果を抑制することができます。しかし、ゲート速度は直接結合( $C_{12}$ )によって制限されます。将来的には、再現性のある強力なN.N.N. 結合を設計することで、この方式をさらに強化することができます。最後に、本方式に最適化されたパルス整形技術[41]を用いることで、リークによるゲートエラーを軽減し、忠実度をさらに向上させることができます。

#### IV. CONCLUSION

結論として、我々はカプラ・スイッチのためのシンプルで汎用的な方式を提案します。直接の量子ビット-量子ビット結合を、カプラを介した仮想交換相互作用で相殺することで、カプラを完全にオフにすることができる。カプラを分散領域で動作させることで、非理想的なダイナミクスに起因するゲートエラーを効果的に抑制することができます。我々は、この方式を超伝導回路で数値シミュレーションすることにより、これらの特性を実証した。その結果、本方式の性能は主に $T_1$ によって制限されることが示唆された。したがって、本方式は、コヒーレンス時間が改善されるにつれて、長期的に実行可能であることがわかった。

#### ACKNOWLEDGMENTS

Andreas Bengtsson, Andrew Kerman, Zhirong Lin, Dana Rosenberg, Gabriel Samach, Mollie Kimchi-Schwartz, Michelle Wang の洞察に満ちた議論、および Mirabella Pulido, Hongcheng Sun の寛大な援助に感謝します。本研究は、空軍契約番号FA8721-05-C-0002のもと、MITリンカーン研究所を通じて国防省研究・技術担当次官補から一部資金提供を受け、米国陸軍研究局助成番号W911NF-14-1-0682、全米科学財団助成番号phy-1720311によって行われました。Y.S.は、Korea Foundation for Advanced Studies (KFAS)からの支援を受けたことを認める。M.K.は、カールスバーグ財団の支援を得ている。

本書に含まれる見解および結論は著者らのものであり、必ずしも米国政府の公式な方針または支持を表すものと解釈されるべきではない。

#### 付録A: 回路ハミルトニアンと量子化

我々のチューナブルカップリング方式を実装した回路を図4に示す。各トランスモン量子ビットは、キャパシタ $C_\lambda$ と非線形インダクタンスからなる弱アンハーモニック発振器として扱うことができる。インダクタンスは実質的にジョセフソン接合であり、ジョセフソンエネルギーは調整可能である、

$$E_{J_\lambda} = E_{J_{\lambda,\Sigma}} \sqrt{\cos^2\left(\frac{\pi\Phi_{e,\lambda}}{\Phi_0}\right) + d_\lambda^2 \sin^2\left(\frac{\pi\Phi_{e,\lambda}}{\Phi_0}\right)}, \quad (\text{A1})$$

ここで、 $\Phi_0 = h/2e$  は超伝導磁束量子、 $E_{J_\lambda, \Sigma} = E_{J_\lambda, L} + E_{J_\lambda, R}$  はジョセフソンエネルギーの和である。

$d_\lambda = \frac{E_{J_\lambda, L} - E_{J_\lambda, R}}{E_{J_\lambda, L} + E_{J_\lambda, R}}$  is the junction asymmetry [28]. 簡単のため、ジョセフソン接合の自己キャパシタンスは $C_\lambda$ に統合された。システムの一般化座標としてノードフラックス $\phi_\lambda$  (図4で表記) を選ぶ[35, 36]。システムのラグランジアンは

$$L = T - U, \quad (\text{A2})$$

$$T = \frac{1}{2} [C_1 \dot{\phi}_1^2 + C_c \dot{\phi}_c^2 + C_2 \dot{\phi}_2^2 + C_{1c} (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_c)^2 + C_{2c} (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_c)^2 + C_{12} (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)^2], \quad (\text{A3})$$

$$U = E_{J_1} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \phi_1\right)\right) + E_{J_c} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \phi_c\right)\right) + E_{J_2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \phi_2\right)\right), \quad (\text{A4})$$

ここで、 $T$ と $U$ はそれぞれ運動エネルギーと位置エネルギーである。運動エネルギーは、 $T = \frac{1}{2} \dot{\phi}^T C \dot{\phi}$  とコンパクトに書き換えることができ、ここで  $\dot{\phi} = [\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_c, \dot{\phi}_2]$ 、 $C$  は $3 \times 3$ のキャパシタンス行列である：

$$C = \begin{bmatrix} C_1 + C_{1c} + C_{12} & -C_{1c} & -C_{12} \\ -C_{1c} & C_c + C_{1c} + C_{2c} & -C_{2c} \\ -C_{12} & -C_{2c} & C_2 + C_{2c} + C_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{A5})$$

ラグランジアンから、一般化されたモーメント $q_\lambda$  (ノードフラックスに対する正準共役) は、ノード電荷である

$$q_\lambda = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_\lambda}, \quad (\text{A6})$$

となり、 $\vec{q} = C \dot{\phi}$ 。古典ハミルトニアンは次のように表すことができる。

$$H = \sum_\lambda q_\lambda \dot{\phi}_\lambda - L = \frac{1}{2} \vec{q}^T [C^{-1}] \vec{q} + U, \quad (\text{A7})$$

There are several approaches to eliminate this unwanted effect. One solution is to use a coupler mode with slightly positive anharmonicity to separate the two levels further apart. Since  $\omega_c > \omega_c$ , increasing  $\alpha_c$  gives a larger detuning  $\Delta_{020-101}$ , reducing the influence from state  $|020\rangle$ . A potential candidate implementing such a design is the capacitively shunted flux qubit [31]. Simulation results with the same configuration but a coupler anharmonicity  $\alpha_c = +100$  MHz show significant improvement compared to the case of  $\alpha_c = -100$  MHz (Fig. 3). By numerically calculating the time evolution of the system and checking the final state at the end of the gate operation, we find that the remaining errors are largely due to leakage to the excited states of the coupler. We also find that these errors exhibit an inverse exponential dependence on the gate duration, as shown in Fig. 3. An alternative solution is to perform the gate in the positive- $\tilde{g}$  regime. By turning up  $\omega_c$  and entering deeper into the dispersive regime, unwanted effects can be suppressed. However, the gate speed is limited by the direct coupling ( $C_{12}$ ). In the future, engineering a reproducible and stronger N.N.N. coupling can further empower this scheme. Finally, using optimized pulse shaping techniques [41] with our scheme can mitigate gate error from leakage and further improve fidelity.

#### IV. CONCLUSION

In conclusion, we propose a simple and generic scheme for a coupler switch. The coupler can be turned off completely by offsetting the direct qubit-qubit coupling with the virtual exchange interaction via the coupler. By operating the coupler in the dispersive regime, gate errors arising from non-ideal dynamics can be effectively suppressed. We demonstrate these properties by numerically simulating the scheme in a superconducting circuit. Our results suggest the performance of our scheme is mainly limited by  $T_1$ . Therefore, our scheme is viable in the long term as coherence times continue to improve.

#### ACKNOWLEDGMENTS

We thank Andreas Bengtsson, Andrew Kerman, Zhi-rong Lin, Danna Rosenberg, Gabriel Samach, Mollie Kimchi-Schwartz, Michelle Wang for insightful discussions, and Mirabella Pulido, Hongcheng Sun for generous assistance. This research was funded in part by the Assistant Secretary of Defense for Research & Engineering via MIT Lincoln Laboratory under Air Force Contract No. FA8721-05-C-0002; by the U.S. Army Research Office Grant No. W911NF-14-1-0682; and by the National Science Foundation Grant No. PHY-1720311. Y.S. acknowledges support from the Korea Foundation for Advanced Studies (KFAS). M.K. acknowledges support from the Carlsberg Foundation. The views and conclusions contained herein are those of the authors and

should not be interpreted as necessarily representing the official policies or endorsements of the US Government.

#### Appendix A: Circuit Hamiltonian and Quantization

The circuit implementing our tunable coupling scheme is shown in Fig. 4. Each transmon qubit may be treated as a weakly anharmonic oscillator consisting of a capacitor  $C_\lambda$  and a nonlinear inductance. The inductance is effectively a Josephson junction with a tunable Josephson energy,

$$E_{J_\lambda} = E_{J_{\lambda,\Sigma}} \sqrt{\cos^2\left(\frac{\pi\Phi_{e,\lambda}}{\Phi_0}\right) + d_\lambda^2 \sin^2\left(\frac{\pi\Phi_{e,\lambda}}{\Phi_0}\right)}, \quad (\text{A1})$$

where  $\Phi_0 = h/2e$  is the superconducting flux quantum,  $E_{J_{\lambda,\Sigma}} = E_{J_{\lambda,L}} + E_{J_{\lambda,R}}$  is the sum of the Josephson energies and  $d_\lambda = \frac{E_{J_{\lambda,L}} - E_{J_{\lambda,R}}}{E_{J_{\lambda,L}} + E_{J_{\lambda,R}}}$  is the junction asymmetry [28]. For simplicity, the self capacitance of Josephson junctions has been merged into  $C_\lambda$ .

We choose node fluxes  $\phi_\lambda$  (denoted in Fig. 4) as the generalized coordinates of the system [35, 36]. The system Lagrangian is

$$L = T - U, \quad (\text{A2})$$

$$T = \frac{1}{2} [C_1 \dot{\phi}_1^2 + C_c \dot{\phi}_c^2 + C_2 \dot{\phi}_2^2 + C_{1c} (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_c)^2 + C_{2c} (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_c)^2 + C_{12} (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)^2], \quad (\text{A3})$$

$$U = E_{J_1} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \phi_1\right)\right) + E_{J_c} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \phi_c\right)\right) + E_{J_2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \phi_2\right)\right), \quad (\text{A4})$$

where  $T$  and  $U$  are respectively the kinetic and potential energy. The kinetic energy can be rewritten in a compact form as  $T = \frac{1}{2} \dot{\vec{\phi}}^T \mathbf{C} \dot{\vec{\phi}}$ , where  $\vec{\phi} = [\phi_1, \phi_c, \phi_2]$  and  $\mathbf{C}$  is a  $3 \times 3$  capacitance matrix:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_1 + C_{1c} + C_{12} & -C_{1c} & -C_{12} \\ -C_{1c} & C_c + C_{1c} + C_{2c} & -C_{2c} \\ -C_{12} & -C_{2c} & C_2 + C_{2c} + C_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{A5})$$

From the Lagrangian, the generalized momenta  $q_\lambda$  – canonical conjugates to the node fluxes – are the node charges

$$q_\lambda = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_\lambda}, \quad (\text{A6})$$

and we have  $\vec{q} = \mathbf{C} \dot{\vec{\phi}}$ . The classical Hamiltonian can be expressed as

$$H = \sum_\lambda q_\lambda \dot{\phi}_\lambda - L = \frac{1}{2} \vec{q}^T [\mathbf{C}^{-1}] \vec{q} + U, \quad (\text{A7})$$

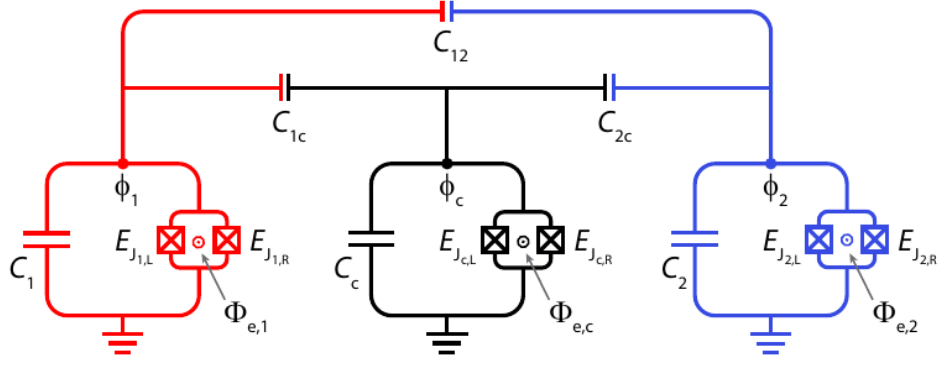


図4. 量子ビットモード「1」（赤）、量子ビットモード「2」（青）、カプラモード「c」（黒）からなる、実装した超伝導回路の回路図。それぞれのモードは、調整可能なトランスモン量子ビットである。 $E_{J\lambda,L(R)}$  はモード $\lambda$ における左（右）接合のジョセフソンエネルギー。 $C_\lambda$ はドミナントモードのキャパシタンスである。 $C_{jc}$  ( $j = 1, 2$ )は、量子ビット $j$ とカプラーの間の結合容量である。 $C_{12}$ は2つの量子ビット間の直接結合キャパシタンス。 $\Phi_{e,\lambda}$ は各ループに通される外部磁束。 $\phi_\lambda$ は縮小ノード磁束。

where  $\mathbf{C}^{-1}$  is the inverse capacitance matrix.

$$\mathbf{C}^{-1} = \frac{1}{\|\mathbf{C}\|} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & \frac{C_{1c}}{C_1 C_c} & \frac{C_{12} + (C_{1c} C_{2c})/C_c}{C_1 C_2} \\ \frac{C_{1c}}{C_1 C_c} & \frac{1}{C_c} & \frac{C_{2c}}{C_c C_2} \\ \frac{C_{12} + (C_{1c} C_{2c})/C_c}{C_1 C_2} & \frac{C_{2c}}{C_c C_2} & \frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \quad (\text{A8})$$

どのモード容量よりも小さく、量子ビット-量子ビット結合容量よりも大きいと仮定する。すなわち、 $C_{12} \ll C_{jc} \ll C_\lambda$ 。

しかし、因子  $\eta = C_{1c} C_{2c}$  の大きさは不定で、 $C_{12} \ll C_c$  をユニティのオーダーにすることができるので、式 (A15) の r, h, s 上の二つの項は比較可能である。正準量子化を用いると、量子力学的なハミルトニアンが得られます、

$$\|\mathbf{C}\| = C_1 C_c C_2 + C_1 C_c C_{2c} + C_c C_2 C_{12} + C_1 C_2 C_{1c} + (C_1 + C_2 + C_c)(C_{1c} C_{2c} + C_{2c} C_{12} + C_{12} C_{1c}) \approx C_1 C_c C_2 \quad (\text{A9})$$

$$A_{11} = C_2 C_c + C_2 (C_{1c} + C_{2c}) + C_c (C_{2c} + C_{12}) + C_{1c} C_{2c} + C_{2c} C_{12} + C_{12} C_{1c} \approx C_2 C_c \quad (\text{A10})$$

$$A_{22} = C_1 C_2 + C_1 (C_{12} + C_{2c}) + C_2 (C_{12} + C_{1c}) + C_{1c} C_{2c} + C_{2c} C_{12} + C_{12} C_{1c} \approx C_1 C_2 \quad (\text{A11})$$

$$A_{33} = C_1 C_c + C_1 (C_{1c} + C_{2c}) + C_c (C_{12} + C_{1c}) + C_{1c} C_{2c} + C_{2c} C_{12} + C_{12} C_{1c} \approx C_1 C_c \quad (\text{A12})$$

$$A_{12} = A_{21} = C_2 C_{1c} + (C_{12} C_{1c} + C_{1c} C_{2c} + C_{2c} C_{12}) \approx C_2 C_{1c} \quad (\text{A13})$$

$$A_{23} = A_{32} = C_1 C_{2c} + (C_{12} C_{1c} + C_{1c} C_{2c} + C_{2c} C_{12}) \approx C_1 C_{2c} \quad (\text{A14})$$

$$A_{31} = A_{13} = C_c C_{12} + C_{1c} C_{2c} + (C_{12} C_{1c} + C_{2c} C_{12}) \approx C_c C_{12} + C_{1c} C_{2c} \quad (\text{A15})$$

式(A8-A15)において、量子ビット-カプラ結合容量は、

$$\begin{aligned} \hat{H} = & 4E_{C_1}(\hat{n}_1)^2 - E_{J_1} \cos\left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \hat{\phi}_1\right) + 4E_{C_c}(\hat{n}_c)^2 \\ & - E_{J_c} \cos\left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \hat{\phi}_c\right) + 4E_{C_2}(\hat{n}_2)^2 - E_{J_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \hat{\phi}_2\right) \\ & + 8 \frac{C_{1c}}{\sqrt{C_1 C_c}} \sqrt{E_{C_1} E_{C_c}} (\hat{n}_1 \hat{n}_c) + 8 \frac{C_{2c}}{\sqrt{C_2 C_c}} \sqrt{E_{C_2} E_{C_c}} (\hat{n}_2 \hat{n}_c) \\ & + 8(1 + \eta) \frac{C_{12}}{\sqrt{C_1 C_2}} \sqrt{E_{C_1} E_{C_2}} (\hat{n}_1 \hat{n}_2) \end{aligned} \quad (\text{A16})$$

ここで、演算子  $\hat{n}_\lambda = \frac{\hat{q}_\lambda}{2e}$  はクーパーペア数演算子、 $E_{C\lambda} = \frac{e^2}{2C_\lambda}$  は対応モードの充電エネルギーである。 $E_{J\lambda} / E_{C\lambda}$  1のトランスモン領域では、系は結合ダフィング振動子 ( $\hbar \omega_{mn} = 1$ ) の形で記述することができる：

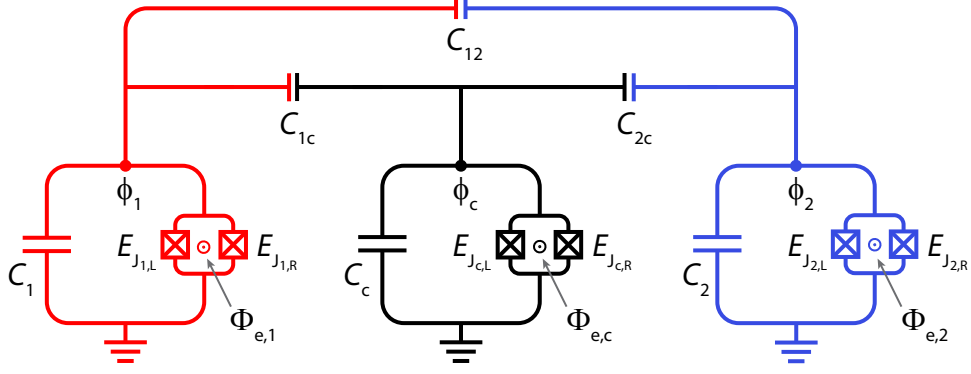


FIG. 4. Circuit diagram of the implemented superconducting circuits, consisting of qubit mode “1” (red), qubit mode “2” (blue) and coupler mode “c” (black). Each mode is a tunable transmon qubit.  $E_{J_{\lambda,L(R)}}$  is the Josephson energy of the left(right) junction in mode  $\lambda$ .  $C_\lambda$  is the dominant mode capacitance.  $C_{jc}$  ( $j = 1, 2$ ) is the coupling capacitance between qubit  $j$  and coupler.  $C_{12}$  is the direct coupling capacitance between the two qubits.  $\Phi_{e,\lambda}$  is the external magnetic flux threading each loop.  $\phi_\lambda$  is the reduced node flux.

where  $\mathbf{C}^{-1}$  is the inverse capacitance matrix.

$$\mathbf{C}^{-1} = \frac{1}{\|\mathbf{C}\|} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & \frac{C_{1c}}{C_1 C_c} & \frac{C_{12} + (C_{1c} C_{2c})/C_c}{C_1 C_2} \\ \frac{C_{1c}}{C_1 C_c} & \frac{1}{C_c} & \frac{C_{2c}}{C_c C_2} \\ \frac{C_{12} + (C_{1c} C_{2c})/C_c}{C_1 C_2} & \frac{C_{2c}}{C_c C_2} & \frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \quad (\text{A8})$$

$$\begin{aligned} \|\mathbf{C}\| &= C_1 C_c C_2 + C_1 C_c C_{2c} + C_c C_2 C_{12} + C_1 C_2 C_{1c} \\ &\quad + (C_1 + C_2 + C_c)(C_{1c} C_{2c} + C_{2c} C_{12} + C_{12} C_{1c}) \\ &\approx C_1 C_c C_2 \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= C_2 C_c + C_2 (C_{1c} + C_{2c}) + C_c (C_{2c} + C_{12}) \\ &\quad + C_{1c} C_{2c} + C_{2c} C_{12} + C_{12} C_{1c} \\ &\approx C_2 C_c \end{aligned} \quad (\text{A10})$$

$$\begin{aligned} A_{22} &= C_1 C_2 + C_1 (C_{12} + C_{2c}) + C_2 (C_{12} + C_{1c}) \\ &\quad + C_{1c} C_{2c} + C_{2c} C_{12} + C_{12} C_{1c} \\ &\approx C_1 C_2 \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

$$\begin{aligned} A_{33} &= C_1 C_c + C_1 (C_{1c} + C_{2c}) + C_c (C_{12} + C_{1c}) \\ &\quad + C_{1c} C_{2c} + C_{2c} C_{12} + C_{12} C_{1c} \\ &\approx C_1 C_c \end{aligned} \quad (\text{A12})$$

$$\begin{aligned} A_{12} = A_{21} &= C_2 C_{1c} + (C_{12} C_{1c} + C_{1c} C_{2c} + C_{2c} C_{12}) \\ &\approx C_2 C_{1c} \end{aligned} \quad (\text{A13})$$

$$\begin{aligned} A_{23} = A_{32} &= C_1 C_{2c} + (C_{12} C_{1c} + C_{1c} C_{2c} + C_{2c} C_{12}) \\ &\approx C_1 C_{2c} \end{aligned} \quad (\text{A14})$$

$$\begin{aligned} A_{31} = A_{13} &= C_c C_{12} + C_{1c} C_{2c} + (C_{12} C_{1c} + C_{2c} C_{12}) \\ &\approx C_c C_{12} + C_{1c} C_{2c} \end{aligned} \quad (\text{A15})$$

In Eqs. (A8-A15), we assume that the qubit-coupler

coupling capacitances are smaller than any mode capacitance but bigger than the qubit-qubit coupling capacitance. That is,  $C_{12} \ll C_{jc} \ll C_\lambda$ . However, the magnitude of the factor  $\eta = \frac{C_{1c} C_{2c}}{C_{12} C_c}$  is unspecified and can be on the order of unity, so the two terms on the r.h.s. of Eq. (A15) can be comparable.

Using canonical quantization, we obtain the quantum-mechanical Hamiltonian,

$$\begin{aligned} \hat{H} &= 4E_{C_1} (\hat{n}_1)^2 - E_{J_1} \cos\left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \hat{\phi}_1\right) + 4E_{C_c} (\hat{n}_c)^2 \\ &\quad - E_{J_c} \cos\left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \hat{\phi}_c\right) + 4E_{C_2} (\hat{n}_2)^2 - E_{J_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\Phi_0} \hat{\phi}_2\right) \\ &\quad + 8 \frac{C_{1c}}{\sqrt{C_1 C_c}} \sqrt{E_{C_1} E_{C_c}} (\hat{n}_1 \hat{n}_c) + 8 \frac{C_{2c}}{\sqrt{C_2 C_c}} \sqrt{E_{C_2} E_{C_c}} (\hat{n}_2 \hat{n}_c) \\ &\quad + 8(1 + \eta) \frac{C_{12}}{\sqrt{C_1 C_2}} \sqrt{E_{C_1} E_{C_2}} (\hat{n}_1 \hat{n}_2) \end{aligned} \quad (\text{A16})$$

where the operator  $\hat{n}_\lambda = \frac{\hat{q}_\lambda}{2e}$  is the Cooper-pair number operator and  $E_{C_\lambda} = \frac{e^2}{2C_\lambda}$  is the charging energy of the corresponding mode.

In the transmon regime,  $E_{J_\lambda}/E_{C_\lambda} \gg 1$ , the system can be described in the form of coupled Duffing oscillators ( $\hbar = 1$ ):



$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_c + \hat{H}_2 + \hat{H}_{1c} + \hat{H}_{2c} + \hat{H}_{12}, \quad (\text{A17})$$

$$\hat{H}_\lambda = \omega_\lambda \hat{b}_\lambda^\dagger \hat{b}_\lambda + \frac{\alpha_\lambda}{2} \hat{b}_\lambda^\dagger \hat{b}_\lambda^\dagger \hat{b}_\lambda \hat{b}_\lambda, \quad \lambda \in \{1, c, 2\} \quad (\text{A18})$$

$$\hat{H}_{jc} = g_j (\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c + \hat{b}_j \hat{b}_c^\dagger - \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c^\dagger - \hat{b}_j \hat{b}_c), \quad j = 1, 2 \quad (\text{A19})$$

$$\hat{H}_{12} = g_{12} (\hat{b}_1^\dagger \hat{b}_2 + \hat{b}_1 \hat{b}_2^\dagger - \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_2^\dagger - \hat{b}_1 \hat{b}_2), \quad (\text{A20})$$

ここで、 $\hat{b}_\lambda$  ( $\hat{b}_\lambda^\dagger$ ) は対応するモードの消滅 (生成) 演算子を表し、また

$$\omega_\lambda = \sqrt{8E_{J\lambda} E_{C\lambda}} - E_{C\lambda}, \quad (\text{A21})$$

$$\alpha_\lambda = -E_{C\lambda}, \quad (\text{A22})$$

$$g_j = \frac{1}{2} \frac{C_{jc}}{\sqrt{C_j C_c}} \sqrt{\omega_j \omega_c}, \quad (\text{A23})$$

$$g_{12} = \frac{1}{2} (1 + \eta) \frac{C_{12}}{\sqrt{C_1 C_2}} \sqrt{\omega_1 \omega_2}. \quad (\text{A24})$$

$\omega_\lambda = \omega_{01,\lambda}$  は振動子周波数、 $\alpha_\lambda = \omega_{12,\lambda} - \omega_{01,\lambda}$  は振動子非調和性、 $g_j$  と  $g_{12}$  はそれぞれ量子ビット-結合器、量子ビット-量子ビット結合強度を表します。なお、式(A19)において (A19)において、通常のジェインズ-カミングス相互作用項 ( $\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c + \hat{b}_j \hat{b}_c^\dagger$ ) だけでなく、逆回転項も残す、 $\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c^\dagger$  ( $\hat{b}_j \hat{b}_c$ ) があるから、後述するように、カップル周波数が量子ビット周波数よりも大幅に高い分散領域では、二重励起 (脱励磁) 相互作用からの寄与も大きくなる可能性があります。

## Appendix B: Schrieffer-Wolff Transformation

結合器を系から切り離すために、Schrieffer-Wolff変換を適用します。

$$\hat{U} = \exp \left( \sum_{j=1,2} \left[ \frac{g_j}{\Delta_j} (\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c - \hat{b}_j \hat{b}_c^\dagger) - \frac{g_j}{\Sigma_j} (\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c^\dagger - \hat{b}_j \hat{b}_c) \right] \right), \quad (\text{B1})$$

ここで、 $\Delta_j = \omega_j - \omega_c$  および  $\Sigma_j = \omega_j + \omega_c$ 。文献[28]で用いた変換演算子と比較すると [28]で用いた変換演算子と比較して、式(B1)の第2項を追加し、逆回転項を説明する。また、 $\alpha_\lambda \propto_j$  という弱い非調和性を仮定し、周波数離調の推定には一様な値 $\propto_j$ を使用します。 $\hat{0} \hat{1} \hat{0}^\dagger$  を  $g_1^{k_1} g_2^{k_2} g_{12}^{k_3}$  の順に展開して、第2項までを保持すると

次、すなわち  $k_1 + k_2 + 2k_3 \leq 2$  ( $g_{12}$  は2次の小量とみなす) で、有効量子ビット-量子ビットハミルトニアンを得る。

$$\begin{aligned} \hat{\tilde{H}} &= \hat{U} \hat{H} \hat{U}^\dagger \\ &= \tilde{\omega}_1 \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1 + \frac{\tilde{\alpha}_1}{2} \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1 \hat{b}_1 + \tilde{\omega}_2 \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_2 + \frac{\tilde{\alpha}_2}{2} \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_2 \hat{b}_2 \\ &\quad + \tilde{g} (\hat{b}_1^\dagger \hat{b}_2 + \hat{b}_1 \hat{b}_2^\dagger), \end{aligned} \quad (\text{B2})$$

where

$$\tilde{\omega}_1 \approx \omega_1 + g_1^2 \left( \frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Sigma_1} \right), \quad (\text{B3})$$

$$\tilde{\alpha}_1 \approx \alpha_1, \quad (\text{B4})$$

$$\tilde{\omega}_2 \approx \omega_2 + g_2^2 \left( \frac{1}{\Delta_2} - \frac{1}{\Sigma_2} \right), \quad (\text{B5})$$

$$\tilde{\alpha}_2 \approx \alpha_2, \quad (\text{B6})$$

$$\tilde{g} \approx \frac{g_1 g_2}{2} \left( \frac{1}{\Delta_1} + \frac{1}{\Delta_2} - \frac{1}{\Sigma_1} - \frac{1}{\Sigma_2} \right) + g_{12}. \quad (\text{B8})$$

式B2では、カップラーが基底状態 ( $\hat{b}_c^\dagger \hat{b}_c = 0$ ) にあり、 $\alpha_\lambda$  も小さい量であることを仮定しました。分散領域では  $|\propto_j| \approx |\Sigma_j|$  なので、逆回転項が大きく寄与している。計算状態  $|100i\rangle$  と  $|001i\rangle$  は、ジェインズ-カミングス相互作用 ( $\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c + \hat{b}_j \hat{b}_c^\dagger$ ) と非計算状態  $|010i\rangle$  によって実質的にエネルギーを交換する、となり、さらに逆回転項 ( $\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c^\dagger + \hat{b}_j \hat{b}_c$ ) と高い非計算状態  $|111i\rangle$  を経て、計算されます。最後に、式(A23-A24)を式(B8)に代入すると、以下のようになる。

$$\begin{aligned} \tilde{g} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\omega_c}{4} \left( \frac{1}{\Delta_1} + \frac{1}{\Delta_2} - \frac{1}{\Sigma_1} - \frac{1}{\Sigma_2} \right) \eta + \eta + 1 \right] \\ &\quad \times \frac{C_{12}}{\sqrt{C_1 C_2}} \sqrt{\omega_1 \omega_2}, \end{aligned} \quad (\text{B9})$$

which recovers Eq. (5) in the main text. Assuming  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ,

$$\tilde{g} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \eta + 1 \right] \frac{C_{12}}{\sqrt{C_1 C_2}} \omega. \quad (\text{B10})$$

$\omega_c$  が無限大になると括弧内の第1項は消滅する。したがって、任意に小さい $\omega_{12}$  (したがって任意に大きい $\eta$ ) が与えられたとき、 $g_e = 0$ となる $\omega_c$ の保証解が存在する ( $\eta = C_{1c} C_{2c} / C_{12} C_c \dots$ )。

[1] J. Kelly, R. Barends, A. G. Fowler, A. Megrant, E. Jeffrey, T. C. White, D. Sank, J. Y. Mutus, B. Campbell, Yu Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, I. C. Hoi,

C. Neill, P. J. J. O'Malley, C. Quintana, P. Roushan, A. Vainsencher, J. Wenner, A. N. Cleland, and John M. Martinis, "State preservation by repetitive error detection in a superconducting quantum circuit," Nature 519, 66 (2015). Chao Song, Kai Xu, Wuxin Liu, Chui-Ping Yang, Shihao Zheng, Hui Deng, Qiwei Xie, Keqiang Huang, Qiujiang Guo, Libo Zhang, Pengfei Zhang, Da Xu, Dongming Zheng, Xiaobo Zhu, H. Wang, Y.-A. Chen,

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_c + \hat{H}_2 + \hat{H}_{1c} + \hat{H}_{2c} + \hat{H}_{12}, \quad (\text{A17})$$

$$\hat{H}_\lambda = \omega_\lambda \hat{b}_\lambda^\dagger \hat{b}_\lambda + \frac{\alpha_\lambda}{2} \hat{b}_\lambda^\dagger \hat{b}_\lambda^\dagger \hat{b}_\lambda \hat{b}_\lambda, \quad \lambda \in \{1, c, 2\} \quad (\text{A18})$$

$$\hat{H}_{jc} = g_j (\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c + \hat{b}_j \hat{b}_c^\dagger - \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c^\dagger - \hat{b}_j \hat{b}_c), \quad j = 1, 2 \quad (\text{A19})$$

$$\hat{H}_{12} = g_{12} (\hat{b}_1^\dagger \hat{b}_2 + \hat{b}_1 \hat{b}_2^\dagger - \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_2^\dagger - \hat{b}_1 \hat{b}_2), \quad (\text{A20})$$

where  $\hat{b}_\lambda (\hat{b}_\lambda^\dagger)$  denotes the annihilation (creation) operator for the corresponding mode and

$$\omega_\lambda = \sqrt{8E_{J\lambda} E_{C\lambda}} - E_{C\lambda}, \quad (\text{A21})$$

$$\alpha_\lambda = -E_{C\lambda}, \quad (\text{A22})$$

$$g_j = \frac{1}{2} \frac{C_{jc}}{\sqrt{C_j C_c}} \sqrt{\omega_j \omega_c}, \quad (\text{A23})$$

$$g_{12} = \frac{1}{2} (1 + \eta) \frac{C_{12}}{\sqrt{C_1 C_2}} \sqrt{\omega_1 \omega_2}. \quad (\text{A24})$$

$\omega_\lambda = \omega_{01,\lambda}$  is the oscillator frequency;  $\alpha_\lambda = \omega_{12,\lambda} - \omega_{01,\lambda}$  is the oscillator anharmonicity;  $g_j$  and  $g_{12}$  are respectively the qubit-coupler and qubit-qubit coupling strength. Note that, in Eq. (A19), we keep not only the usual Jaynes-Cummings interaction term ( $\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c + \hat{b}_j \hat{b}_c^\dagger$ ), but also the counter-rotating term ( $\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c^\dagger + \hat{b}_j \hat{b}_c$ ), because, as we shall discuss below, the contribution from the double-excitation (de-excitation) interaction can also be significant in the dispersive regime where the couple frequency is substantially higher than the qubit frequency.

## Appendix B: Schrieffer-Wolff Transformation

To decouple the coupler from the system, we apply the Schrieffer-Wolff transformation

$$\hat{U} = \exp \left( \sum_{j=1,2} \left[ \frac{g_j}{\Delta_j} (\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c - \hat{b}_j \hat{b}_c^\dagger) - \frac{g_j}{\Sigma_j} (\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c^\dagger - \hat{b}_j \hat{b}_c) \right] \right), \quad (\text{B1})$$

where  $\Delta_j = \omega_j - \omega_c$  and  $\Sigma_j = \omega_j + \omega_c$ . Compared to the transformation operator used in Ref. [28], we add the second term in Eq. (B1), which accounts for the counter-rotating terms. In addition, we assume weak anharmonicity, i.e.,  $\alpha_\lambda \ll \Delta_j$ , and use a uniform value  $\Delta_j$  for estimating the frequency detuning. Expanding  $\hat{U} \hat{H} \hat{U}^\dagger$  in the order of  $g_1^{k_1} g_2^{k_2} g_{12}^{k_3}$  and keeping terms up to second

order, i.e.,  $k_1 + k_2 + 2k_3 \leq 2$  ( $g_{12}$  is considered a second-order small quantity), we obtain the effective qubit-qubit Hamiltonian

$$\begin{aligned} \tilde{\hat{H}} &= \hat{U} \hat{H} \hat{U}^\dagger \\ &= \tilde{\omega}_1 \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1 + \frac{\tilde{\alpha}_1}{2} \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1 \hat{b}_1 + \tilde{\omega}_2 \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_2 + \frac{\tilde{\alpha}_2}{2} \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_2 \hat{b}_2 \\ &\quad + \tilde{g} (\hat{b}_1^\dagger \hat{b}_2 + \hat{b}_1 \hat{b}_2^\dagger), \end{aligned} \quad (\text{B2})$$

where

$$\tilde{\omega}_1 \approx \omega_1 + g_1^2 \left( \frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Sigma_1} \right), \quad (\text{B3})$$

$$\tilde{\alpha}_1 \approx \alpha_1, \quad (\text{B4})$$

$$\tilde{\omega}_2 \approx \omega_2 + g_2^2 \left( \frac{1}{\Delta_2} - \frac{1}{\Sigma_2} \right), \quad (\text{B5})$$

$$\tilde{\alpha}_2 \approx \alpha_2, \quad (\text{B6})$$

$$(\text{B7})$$

$$\tilde{g} \approx \frac{g_1 g_2}{2} \left( \frac{1}{\Delta_1} + \frac{1}{\Delta_2} - \frac{1}{\Sigma_1} - \frac{1}{\Sigma_2} \right) + g_{12}. \quad (\text{B8})$$

In Eq. B2, we have assumed the coupler is in its ground state ( $\hat{b}_c^\dagger \hat{b}_c = 0$ ) and  $\alpha_\lambda$  is also a small quantity. In the dispersive regime,  $|\Delta_j| \approx |\Sigma_j|$ , so the counter-rotating terms do contribute significantly. The computational states  $|100\rangle$  and  $|001\rangle$  exchange their energy virtually through the Jaynes-Cummings interaction ( $\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c + \hat{b}_j \hat{b}_c^\dagger$ ) and the non-computational state  $|010\rangle$ , and also through the counter-rotating term ( $\hat{b}_j^\dagger \hat{b}_c^\dagger + \hat{b}_j \hat{b}_c$ ) and a higher non-computational state  $|111\rangle$ .

Finally, substituting Eq. (A23-A24) into Eq. (B8), we have

$$\begin{aligned} \tilde{g} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\omega_c}{4} \left( \frac{1}{\Delta_1} + \frac{1}{\Delta_2} - \frac{1}{\Sigma_1} - \frac{1}{\Sigma_2} \right) \eta + \eta + 1 \right] \\ &\quad \times \frac{C_{12}}{\sqrt{C_1 C_2}} \sqrt{\omega_1 \omega_2}, \end{aligned} \quad (\text{B9})$$

which recovers Eq. (5) in the main text. Assuming  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ,

$$\tilde{g} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \eta + 1 \right] \frac{C_{12}}{\sqrt{C_1 C_2}} \omega. \quad (\text{B10})$$

The first term in the bracket vanishes when  $\omega_c$  goes to infinity. Therefore, given arbitrarily small  $C_{12}$  (hence arbitrarily large  $\eta$ ), there is a guaranteed solution for  $\omega_c$  such that  $\tilde{g} = 0$ . ( $\eta = C_{1c} C_{2c} / C_{12} C_c$ .)

[1] J. Kelly, R. Barends, A. G. Fowler, A. Megrant, E. Jeffrey, T. C. White, D. Sank, J. Y. Mutus, B. Campbell, Yu Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, I. C. Hoi,

C. Neill, P. J.J. O'Malley, C. Quintana, P. Roushan, A. Vainsencher, J. Wenner, A. N. Cleland, and John M. Martinis, "State preservation by repetitive error detec-

- C.-Y. Lu, Siyuan Han, and Jian-Wei Pan, "10-qubit entanglement and parallel logic operations with a superconducting circuit," *Phys. Rev. Lett.* 119, 180511 (2017).
- [2] J. S. Otterbach, R. Manenti, N. Alidoust, A. Bestwick, M. Block, B. Bloom, S. Caldwell, N. Didier, E. Schuyler Fried, S. Hong, P. Karalekas, C. B. Osborn, A. Papageorge, E. C. Peterson, G. Prawiroatmodjo, N. Rubin, Colm A. Ryan, D. Scarabelli, M. Scheer, E. A. Sete, P. Sivarajah, Robert S. Smith, A. Staley, N. Tezak, W. J. Zeng, A. Hudson, Blake R. Johnson, M. Reagor, M. P. da Silva, and C. Rigetti, "Unsupervised machine learning on a hybrid quantum computer," arXiv preprint arXiv:1712.05771 (2017).
- [3] Hannes Bernien, Sylvain Schwartz, Alexander Keesling, Harry Levine, Ahmed Omran, Hannes Pichler, Soonwon Choi, Alexander S. Zibrov, Manuel Endres, Markus Greiner, Vladan Vuletic, and Mikhail D. Lukin, "Probing many-body dynamics on a 51-atom quantum simulator," *Nature* 551, 579 (2017).
- [4] J. Zhang, G. Pagano, P. W. Hess, A. Kyprianidis, P. Becker, H. Kaplan, A. V. Gorshkov, Z. X. Gong, and C. Monroe, "Observation of a many-body dynamical phase transition with a 53-qubit quantum simulator," *Nature* 551, 601 (2017).
- [5] John Preskill, "Quantum computing in the nisy era and beyond," arXiv preprint arXiv:1801.00862 (2018).
- [6] M. Viteau, M. G. Bason, J. Radogostowicz, N. Malossi, D. Ciampini, O. Morsch, and E. Arimondo, "Rydberg excitations in bose-einstein condensates in quasione-dimensional potentials and optical lattices," *Phys. Rev. Lett.* 107, 060402 (2011).
- [7] Joseph W Britton, Brian C Sawyer, Adam C Keith, C-C Joseph Wang, James K Freericks, Hermann Uys, Michael J Biercuk, and John J Bollinger, "Engineered two-dimensional ising interactions in a trapped-ion quantum simulator with hundreds of spins," *Nature* 484, 489 (2012).
- [8] D. M. Zajac, T. M. Hazard, X. Mi, E. Nielsen, and J. R. Petta, "Scalable gate architecture for a one-dimensional array of semiconductor spin qubits," *Phys. Rev. Applied* 6, 054013 (2016).
- [9] Uditendu Mukhopadhyay, Juan Pablo Dehollain, Christian Reichl, Werner Wegscheider, and Lieven M K Van der sypen, "A 2x2 quantum dot array with controllable inter-dot tunnel couplings," arXiv preprint arXiv:1802.05446 (2018).
- [10] R. Barends, J. Kelly, A. Megrant, A. Veitia, D. Sank, E. Jeffrey, T. C. White, J. Mutus, A. G. Fowler, B. Campbell, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, C. Neill, P. O'Malley, P. Roushan, A. Vainsencher, J. Wenner, A. N. Korotkov, A. N. Cleland, and John M. Martinis, "Superconducting quantum circuits at the surface code threshold for fault tolerance," *Nature* 508, 500 (2014).
- [11] M. W. Johnson, M. H.S. Amin, S. Gildert, T. Lanting, F. Hamze, N. Dickson, R. Harris, A. J. Berkley, J. Johansson, P. Bunyk, E. M. Chapple, C. Enderud, J. P. Hilton, K. Karimi, E. Ladizinsky, N. Ladizinsky, T. Oh, I. Perminov, C. Rich, M. C. Thom, E. Tolkacheva, C. J.S. Truncik, S. Uchaikin, J. Wang, B. Wilso n, and G. Rose, "Quantum annealing with manufactured spins," *Nature* 473, 194 (2011).
- [12] Travis Hime, PA Reichardt, BLT Plourde, TL Robertson, C-E Wu, AV Ustinov, and John Clarke, "Solidstate qubits with current-controlled coupling," *Science* 314, 1427-1429 (2006).
- [13] AO Niskanen, K Harrabi, F Yoshihara, Y Nakamura, S Lloyd, and JS Tsai, "Quantum coherent tunable coupling of superconducting qubits," *Science* 316, 723-726 (2007).
- [14] S. H. W. van der Ploeg, A. Izmalkov, Alec Maassen van den Brink, U. Hübner, M. Grajcar, E. Il'ichev, H.-G. Meyer, and A. M. Zagorodn, "Controllable coupling of superconducting flux qubits," *Phys. Rev. Lett.* 98, 057004 (2007).
- [15] R. Harris, A. J. Berkley, M. W. Johnson, P. Bunyk, S. Govorkov, M. C. Thom, S. Uchaikin, A. B. Wilson, J. Chung, E. Holtham, J. D. Biamonte, A. Yu. Smirnov, M. H. S. Amin, and Alec Maassen van den Brink, "Signand magnitude-tunable coupler for superconducting flux qubits," *Phys. Rev. Lett.* 98, 177001 (2007).
- [16] M. S. Allman, F. Altomare, J. D. Whittaker, K. Cicak, D. Li, A. Sirois, J. Strong, J. D. Teufel, and R. W. Simmonds, "rf-squid-mediated coherent tunable coupling between a superconducting phase qubit and a lumped-element resonator," *Phys. Rev. Lett.* 104, 177004 (2010).
- [17] S. J. Srinivasan, A. J. Hoffman, J. M. Gambetta, and A. A. Houck, "Tunable coupling in circuit quantum electrodynamics using a superconducting charge qubit with a v-shaped energy level diagram," *Phys. Rev. Lett.* 106, 083601 (2011).
- [18] Yu Chen, C. Neill, P. Roushan, N. Leung, M. Fang, R. Barends, J. Kelly, B. Campbell, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, E. Jeffrey, A. Megrant, J. Y. Mutus, P. J. O'Malley, C. M. Quintana, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T. C. White, Michael R. Geller, A. N. Cleland, and John M. Martinis, "Qubit architecture with high coherence and fast tunable coupling," *Phys. Rev. Lett.* 113, 220502 (2014).
- [19] A. Baust, E. Hofmann, M. Haeberlein, M. J. Schwarz, P. Eder, J. Goetz, F. Wulschner, E. Xie, L. Zhong, F. Quijandria, B. Peropadre, D. Zueco, J.J. Garcia Ripoll, E. Solano, K. Fedorov, E. P. Menzel, F. Deppe, A. Marx, and R. Gross, "Tunable and switchable coupling between two superconducting resonators," *Phys. Rev. B* 91, 014515 (2015).
- [20] Steven J. Weber, Gabriel O. Samach, David Hover, Simon Gustavsson, David K. Kim, Alexander Melville, Danna Rosenberg, Adam P. Sears, Fei Yan, Jonilyn L. Yoder, William D. Oliver, and Andrew J. Kerman, "Coherent coupled qubits for quantum annealing," *Phys. Rev. Applied* 8, 014004 (2017).
- [21] Yao Lu, S. Chakram, N. Leung, N. Earnest, R. K. Naik, Ziwen Huang, Peter Groszkowski, Eliot Kapit, Jens Koch, and David I. Schuster, "Universal stabilization of a parametrically coupled qubit," *Phys. Rev. Lett.* 119, 150502 (2017).
- [22] Morten Kjaergaard, in preparation (2018).
- [23] Alexandre Blais, Jay Gambetta, A. Wallraff, D. I. Schuster, S. M. Girvin, M. H. Devoret, and R. J. Schoelkopf, "Quantum-information processing with circuit quantum electrodynamics," *Phys. Rev. A* 75, 032329 (2007).

- tion in a superconducting quantum circuit,” *Nature* **519**, 66 (2015).
- [2] Chao Song, Kai Xu, Wuxin Liu, Chui-Ping Yang, Shi-Biao Zheng, Hui Deng, Qiwei Xie, Keqiang Huang, Qiujiang Guo, Libo Zhang, Pengfei Zhang, Da Xu, Dongning Zheng, Xiaobo Zhu, H. Wang, Y.-A. Chen, C.-Y. Lu, Siyuan Han, and Jian-Wei Pan, “10-qubit entanglement and parallel logic operations with a superconducting circuit,” *Phys. Rev. Lett.* **119**, 180511 (2017).
  - [3] J. S. Otterbach, R. Manenti, N. Alidoust, A. Bestwick, M. Block, B. Bloom, S. Caldwell, N. Didier, E. Schuyler Fried, S. Hong, P. Karalekas, C. B. Osborn, A. Pappageorge, E. C. Peterson, G. Prawiroatmodjo, N. Rubin, Colm A. Ryan, D. Scarabelli, M. Scheer, E. A. Sete, P. Sivaram, Robert S. Smith, A. Staley, N. Tezak, W. J. Zeng, A. Hudson, Blake R. Johnson, M. Reagor, M. P. da Silva, and C. Rigetti, “Unsupervised machine learning on a hybrid quantum computer,” *arXiv preprint arXiv:1712.05771* (2017).
  - [4] Hannes Bernien, Sylvain Schwartz, Alexander Keesling, Harry Levine, Ahmed Omran, Hannes Pichler, Soonwon Choi, Alexander S. Zibrov, Manuel Endres, Markus Greiner, Vladan Vuletic, and Mikhail D. Lukin, “Probing many-body dynamics on a 51-atom quantum simulator,” *Nature* **551**, 579 (2017).
  - [5] J. Zhang, G. Pagano, P. W. Hess, A. Kyprianidis, P. Becker, H. Kaplan, A. V. Gorshkov, Z. X. Gong, and C. Monroe, “Observation of a many-body dynamical phase transition with a 53-qubit quantum simulator,” *Nature* **551**, 601 (2017).
  - [6] John Preskill, “Quantum computing in the nisy era and beyond,” *arXiv preprint arXiv:1801.00862* (2018).
  - [7] M. Viteau, M. G. Bason, J. Radogostowicz, N. Malossi, D. Ciampini, O. Morsch, and E. Arimondo, “Rydberg excitations in bose-einstein condensates in quasi-one-dimensional potentials and optical lattices,” *Phys. Rev. Lett.* **107**, 060402 (2011).
  - [8] Joseph W Britton, Brian C Sawyer, Adam C Keith, C-C Joseph Wang, James K Freericks, Hermann Uys, Michael J Biercuk, and John J Bollinger, “Engineered two-dimensional ising interactions in a trapped-ion quantum simulator with hundreds of spins,” *Nature* **484**, 489 (2012).
  - [9] D. M. Zajac, T. M. Hazard, X. Mi, E. Nielsen, and J. R. Petta, “Scalable gate architecture for a one-dimensional array of semiconductor spin qubits,” *Phys. Rev. Applied* **6**, 054013 (2016).
  - [10] Uditendu Mukhopadhyay, Juan Pablo Dehollain, Christian Reichl, Werner Wegscheider, and Lieven MK Vandersypen, “A 2x2 quantum dot array with controllable inter-dot tunnel couplings,” *arXiv preprint arXiv:1802.05446* (2018).
  - [11] R. Barends, J. Kelly, A. Megrant, A. Veitia, D. Sank, E. Jeffrey, T. C. White, J. Mutus, A. G. Fowler, B. Campbell, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, C. Neill, P. O’Malley, P. Roushan, A. Vainsencher, J. Wenner, A. N. Korotkov, A. N. Cleland, and John M. Martinis, “Superconducting quantum circuits at the surface code threshold for fault tolerance,” *Nature* **508**, 500 (2014).
  - [12] M. W. Johnson, M. H.S. Amin, S. Gildert, T. Lanting, F. Hamze, N. Dickson, R. Harris, A. J. Berkley, J. Johansson, P. Bunyk, E. M. Chapple, C. Enderud, J. P. Hilton, K. Karimi, E. Ladizinsky, N. Ladizinsky, T. Oh, I. Perminov, C. Rich, M. C. Thom, E. Tolkacheva, C. J.S. Truncik, S. Uchaikin, J. Wang, B. Wilson, and G. Rose, “Quantum annealing with manufactured spins,” *Nature* **473**, 194 (2011).
  - [13] Travis Hime, PA Reichardt, BLT Plourde, TL Robertson, C-E Wu, AV Ustinov, and John Clarke, “Solid-state qubits with current-controlled coupling,” *Science* **314**, 1427–1429 (2006).
  - [14] AO Niskanen, K Harrabi, F Yoshihara, Y Nakamura, S Lloyd, and JS Tsai, “Quantum coherent tunable coupling of superconducting qubits,” *Science* **316**, 723–726 (2007).
  - [15] S. H. W. van der Ploeg, A. Izmailkov, Alec Maassen van den Brink, U. Hübner, M. Grajcar, E. Il’ichev, H.-G. Meyer, and A. M. Zagorskin, “Controllable coupling of superconducting flux qubits,” *Phys. Rev. Lett.* **98**, 057004 (2007).
  - [16] R. Harris, A. J. Berkley, M. W. Johnson, P. Bunyk, S. Govorkov, M. C. Thom, S. Uchaikin, A. B. Wilson, J. Chung, E. Holtham, J. D. Biamonte, A. Yu. Smirnov, M. H. S. Amin, and Alec Maassen van den Brink, “Sign- and magnitude-tunable coupler for superconducting flux qubits,” *Phys. Rev. Lett.* **98**, 177001 (2007).
  - [17] M. S. Allman, F. Altomare, J. D. Whittaker, K. Cicak, D. Li, A. Sirois, J. Strong, J. D. Teufel, and R. W. Simmonds, “rf-squid-mediated coherent tunable coupling between a superconducting phase qubit and a lumped-element resonator,” *Phys. Rev. Lett.* **104**, 177004 (2010).
  - [18] S. J. Srinivasan, A. J. Hoffman, J. M. Gambetta, and A. A. Houck, “Tunable coupling in circuit quantum electrodynamics using a superconducting charge qubit with a v-shaped energy level diagram,” *Phys. Rev. Lett.* **106**, 083601 (2011).
  - [19] Yu Chen, C. Neill, P. Roushan, N. Leung, M. Fang, R. Barends, J. Kelly, B. Campbell, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, E. Jeffrey, A. Megrant, J. Y. Mutus, P. J. J. O’Malley, C. M. Quintana, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T. C. White, Michael R. Geller, A. N. Cleland, and John M. Martinis, “Qubit architecture with high coherence and fast tunable coupling,” *Phys. Rev. Lett.* **113**, 220502 (2014).
  - [20] A. Baust, E. Hoffmann, M. Haeberlein, M. J. Schwarz, P. Eder, J. Goetz, F. Wulfschneider, E. Xie, L. Zhong, F. Quijandria, B. Peropadre, D. Zueco, J.-J. García Ripoll, E. Solano, K. Fedorov, E. P. Menzel, F. Deppe, A. Marx, and R. Gross, “Tunable and switchable coupling between two superconducting resonators,” *Phys. Rev. B* **91**, 014515 (2015).
  - [21] Steven J. Weber, Gabriel O. Samach, David Hover, Simon Gustavsson, David K. Kim, Alexander Melville, Danna Rosenberg, Adam P. Sears, Fei Yan, Jonilyn L. Yoder, William D. Oliver, and Andrew J. Kerman, “Coherent coupled qubits for quantum annealing,” *Phys. Rev. Applied* **8**, 014004 (2017).
  - [22] Yao Lu, S. Chakram, N. Leung, N. Earnest, R. K. Naik, Ziwen Huang, Peter Groszkowski, Eliot Kapit, Jens Koch, and David I. Schuster, “Universal stabilization of a parametrically coupled qubit,” *Phys. Rev. Lett.* **119**, 150502 (2017).
  - [23] Morten Kjaergaard, *in preparation* (2018).
  - [24] Alexandre Blais, Jay Gambetta, A. Wallraff, D. I. Schuster, S. M. Girvin, M. H. Devoret, and R. J. Schoelkopf, “Quantum-information processing with circuit quantum electrodynamics,” *Phys. Rev. A* **75**, 032329 (2007).

- [25] Sergey Bravyi, David P DiVincenzo, and Daniel Loss, "Schrieffer-wolff transformation for quantum many-body systems," *Annals of physics* 326, 2793-2826 (2011). [26] K. Birgitta Whaley Michael H. Goerz, Felix Motzoi and Christiane P. Koch, "Charting the circuit qed design landscape using optimal control theory," *npj Quantum Information* 3 (2017), 10.1038/s41534-017-0036-0. [27] D. Rosenberg, D. Kim, R. Das, D. Yost, S. Gustavsson, D. Hover, P. Krantz, A. Melville, L. Racz, G. O. Samach, S. J. Weber, F. Yan, J. Yoder, A. J. Kerman, and W. D. Oliver, "3d integrated superconducting qubits," *npj Quantum Information* 3, 42 (2017). [28] Jens Koch, Terri M. Yu, Jay Gambetta, A. A. Houck, D. I. Schuster, J. Majer, Alexandre Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, "Charge-insensitive qubit design derived from the cooper pair box" *Phys. Rev. A* 76, 042319 (2007). [29] M. D. Hutchings, J. B. Hertzberg, Y. Liu, N. T. Bronn, G. A. Keefe, Markus Brink, Jerry M. Chow, and B. L. T. Plourde, "Tunable superconducting qubit with fluxindependent coherence," *Phys.Rev. Applied* 8, 044003 (2017). [30] Matthias Steffen, Shwetank Kumar, David P. DiVincenzo, J. R. Rozen, George A. Keefe, Mary Beth Rothwell, and Mark B. Ketchen, "High-coherence hybrid superconducting qubit," *Phys. Rev. Lett.* 105, 100502 (2010). [31] Fei Yan, Simon Gustavsson, Archana Kamal, Jeffrey Birenbaum, Adam P. Sears, David Hover, Ted J. Gudmundsen, Danna Rosenberg, Gabriel Samach, S. Weber, Jonilyn L. Yoder, Terry P. Orlando, John Clarke, Andrew J. Kerman, and William D. Oliver, "The FLUX qubit revisited to enhance coherence and reproducibility," *Nature Communications* 7, 12964 (2016). [32] Yen-Hsiang Lin, Long B Nguyen, Nicholas Grabon, Jonathan San Miguel, Natalya Pankratova, and Vladimir E Manucharyan, "Protecting a superconducting qubit from energy decay by selection rule engineering," *arXiv preprint arXiv:1705.07873* (2017). [33] Jerry M. Chow, A. D. Córcoles, Jay M. Gambetta, Chad Rigetti, B. R. Johnson, John A. Smolin, J. R. Rozen, George A. Keefe, Mary B. Rothwell, Mark B. Ketchen, and M. Steffen, "Simple all-microwave entangling gate for fixed-frequency superconducting qubit," *Phys. Rev. Lett.* 107, 080502 (2011). David C. McKay, Stefan Filipp, Antonio Mezzacapo, Easwar Magesan, Jerry M. Chow, and Jay M. Gambetta, "Universal gate for fixed-frequency qubits via a tunable bus," *Phys.Rev. Applied* 6, 064007 (2016). [34] Michel H Devoret, "Quantum fluctuations in electrical circuits," *Les Houches, Session LXIII* 7 (1995). Steven M Girvin, "Circuit qed: Superconducting qubits coupled to microwave photons," *Proceedings of the 2011 Les Houches Summer School* (2011). J. Majer, J. M. Chow, J. M. Gambetta, Jens Koch, B. R. Johnson, J. A. Schreier, L. Frunzio, D. [35] I. Schuster, A. A. Houck, A. Wallraff, A. Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, "Coupling superconducting qubit via a cavity bus," *Nature* 449, 443 (2007). L. DiCarlo, J. M. Chow, J. M. Gambetta, Lev S. Bishop, B. R. Johnson, D. I. Schuster, J. Majer, A. Blais, [36] L. Frunzio, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, "Demonstration of twoqubit algorithms with a superconducting quantum processor," *Nature* 460, 240 (2009). R. C. Bialczak, M. Ansmann, M. Hofheinz, E. Lucero, M. Neeley, A. D. [37] Oconnell, D. Sank, H. Wang, J. Wenner, M. Steffen, A. N. Cleland, and J. M. Martinis, "Quantum process tomography of a universal entangling gate implemented with josephson phase qubits," *Nature Physics* 6, 409 (2010). P. J. オマリー、J. ケリー、R. バレンツ、B. キャンベル、Y. チェン、Z. チェン、B. キアロ、A. ダンズワース、A. G. ファウラー、I. -C. Hoi, E. Jeffrey, A. Megrant, J. Mutus, C. Neill, C. Quintana, P. Roushan, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T. C. White, A. N. Korotkov, A. N. Cleland, and John M. Martinis, "Qubit metrology of ultralow phase noise using randomized benchmarking" *Phys.Rev. Applied* 3, 044009 (2015). John M. Martinis and Michael R. Geller, [38] "Fast adiabatic qubit gates using only  $\sigma_z$  control," *Phys. Rev. A* 90, 022307 (2014). [39] [40] [41]

- [25] Sergey Bravyi, David P DiVincenzo, and Daniel Loss, “Schrieffer–Wolff transformation for quantum many-body systems,” *Annals of physics* **326**, 2793–2826 (2011).
- [26] K. Birgitta Whaley Michael H. Goerz, Felix Motzoi and Christiane P. Koch, “Charting the circuit qed design landscape using optimal control theory,” *npj Quantum Information* **3** (2017), 10.1038/s41534-017-0036-0.
- [27] D. Rosenberg, D. Kim, R. Das, D. Yost, S. Gustavsson, D. Hover, P. Krantz, A. Melville, L. Racz, G. O. Samach, S. J. Weber, F. Yan, J. Yoder, A. J. Kerman, and W. D. Oliver, “3d integrated superconducting qubits,” *npj Quantum Information* **3**, 42 (2017).
- [28] Jens Koch, Terri M. Yu, Jay Gambetta, A. A. Houck, D. I. Schuster, J. Majer, Alexandre Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, “Charge-insensitive qubit design derived from the cooper pair box,” *Phys. Rev. A* **76**, 042319 (2007).
- [29] M. D. Hutchings, J. B. Hertzberg, Y. Liu, N. T. Bronn, G. A. Keefe, Markus Brink, Jerry M. Chow, and B. L. T. Plourde, “Tunable superconducting qubits with flux-independent coherence,” *Phys. Rev. Applied* **8**, 044003 (2017).
- [30] Matthias Steffen, Shwetank Kumar, David P. DiVincenzo, J. R. Rozen, George A. Keefe, Mary Beth Rothwell, and Mark B. Ketchen, “High-coherence hybrid superconducting qubit,” *Phys. Rev. Lett.* **105**, 100502 (2010).
- [31] Fei Yan, Simon Gustavsson, Archana Kamal, Jeffrey Birenbaum, Adam P. Sears, David Hover, Ted J. Gudmundsen, Danna Rosenberg, Gabriel Samach, S. Weber, Jonilyn L. Yoder, Terry P. Orlando, John Clarke, Andrew J. Kerman, and William D. Oliver, “The flux qubit revisited to enhance coherence and reproducibility,” *Nature Communications* **7**, 12964 (2016).
- [32] Yen-Hsiang Lin, Long B Nguyen, Nicholas Grabon, Jonathan San Miguel, Natalya Pankratova, and Vladimir E Manucharyan, “Protecting a superconducting qubit from energy decay by selection rule engineering,” *arXiv preprint arXiv:1705.07873* (2017).
- [33] Jerry M. Chow, A. D. Córcoles, Jay M. Gambetta, Chad Rigetti, B. R. Johnson, John A. Smolin, J. R. Rozen, George A. Keefe, Mary B. Rothwell, Mark B. Ketchen, and M. Steffen, “Simple all-microwave entangling gate for fixed-frequency superconducting qubits,” *Phys. Rev. Lett.* **107**, 080502 (2011).
- [34] David C. McKay, Stefan Filipp, Antonio Mezzacapo, Easwar Magesan, Jerry M. Chow, and Jay M. Gambetta, “Universal gate for fixed-frequency qubits via a tunable bus,” *Phys. Rev. Applied* **6**, 064007 (2016).
- [35] Michel H Devoret, “Quantum fluctuations in electrical circuits,” *Les Houches, Session LXIII* **7** (1995).
- [36] Steven M Girvin, “Circuit qed: Superconducting qubits coupled to microwave photons,” *Proceedings of the 2011 Les Houches Summer School* (2011).
- [37] J. Majer, J. M. Chow, J. M. Gambetta, Jens Koch, B. R. Johnson, J. A. Schreier, L. Frunzio, D. I. Schuster, A. A. Houck, A. Wallraff, A. Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, “Coupling superconducting qubits via a cavity bus,” *Nature* **449**, 443 (2007).
- [38] L. DiCarlo, J. M. Chow, J. M. Gambetta, Lev S. Bishop, B. R. Johnson, D. I. Schuster, J. Majer, A. Blais, L. Frunzio, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, “Demonstration of two-qubit algorithms with a superconducting quantum processor,” *Nature* **460**, 240 (2009).
- [39] R. C. Bialczak, M. Ansmann, M. Hofheinz, E. Lucero, M. Neeley, A. D. Oconnell, D. Sank, H. Wang, J. Wenner, M. Steffen, A. N. Cleland, and J. M. Martinis, “Quantum process tomography of a universal entangling gate implemented with josephson phase qubits,” *Nature Physics* **6**, 409 (2010).
- [40] P. J. J. O’Malley, J. Kelly, R. Barends, B. Campbell, Y. Chen, Z. Chen, B. Chiaro, A. Dunsworth, A. G. Fowler, I.-C. Hoi, E. Jeffrey, A. Megrant, J. Mutus, C. Neill, C. Quintana, P. Roushan, D. Sank, A. Vainsencher, J. Wenner, T. C. White, A. N. Korotkov, A. N. Cleland, and John M. Martinis, “Qubit metrology of ultralow phase noise using randomized benchmarking,” *Phys. Rev. Applied* **3**, 044009 (2015).
- [41] John M. Martinis and Michael R. Geller, “Fast adiabatic qubit gates using only  $\sigma_z$  control,” *Phys. Rev. A* **90**, 022307 (2014).