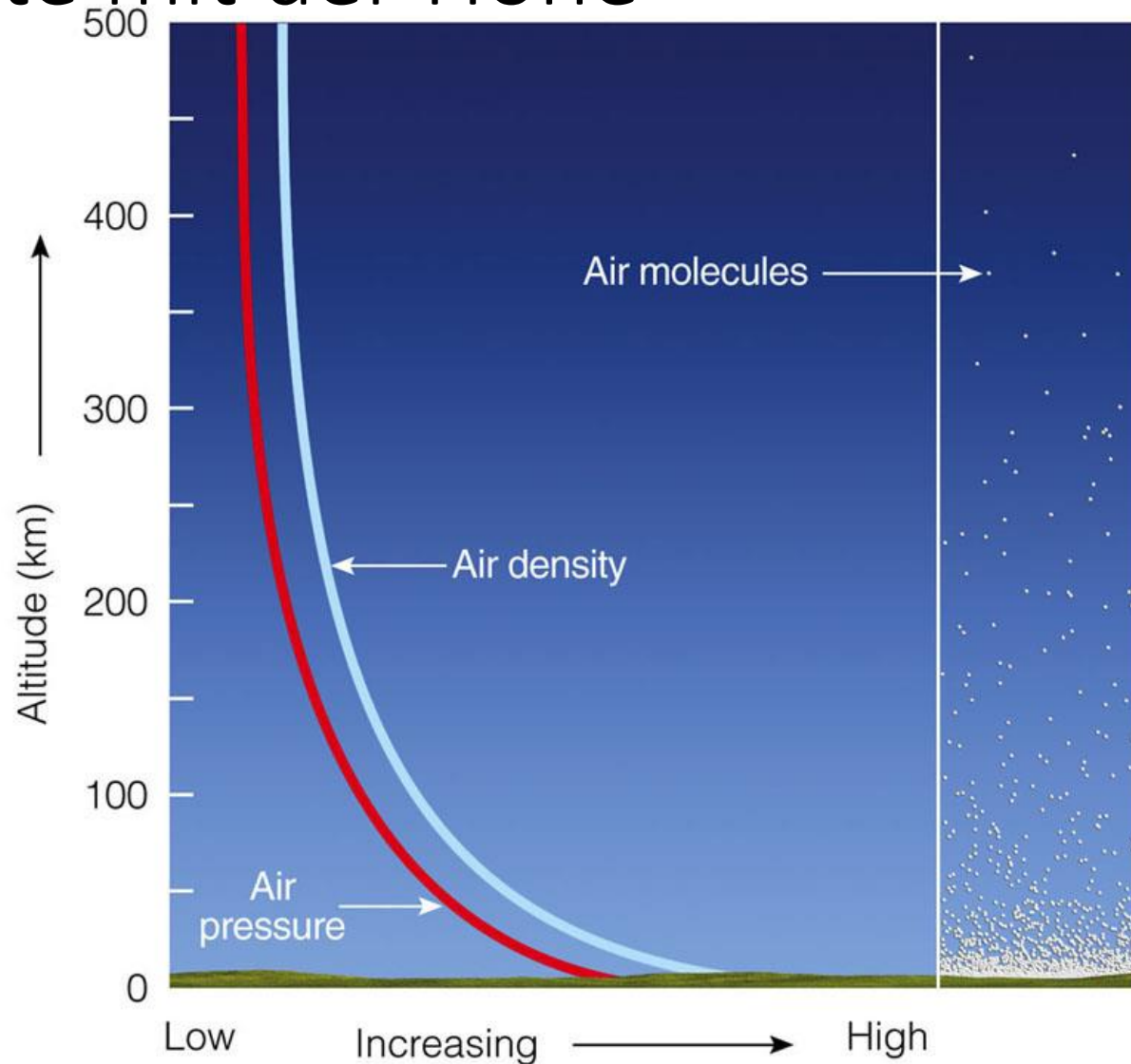


Thermodynamik, Adiabasie und Stabilität

3. Vorlesung – Einführung in die Meteorologie und Geophysik

Wiederholung: Abnahme des Luftdrucks und der Luftdichte mit der Höhe



Luftdruck und Dichte der Luft nehmen exponentiell mit der Höhe ab.

Der Luftdruck in einer Höhe z entsteht durch das Gewicht der darüber liegenden Luftmasse. Die Luftsäule und damit die Masse der Luft ist in Bodennähe am größten und nimmt nach oben hin ab.

Durch den höheren Druck wird die Luft bodennah am stärksten komprimiert. Daher ist die Dichte der Luft dort ebenfalls am größten und nimmt nach oben hin ab.

Vertikaler Temperaturverlauf und Schichten der Standardatmosphäre

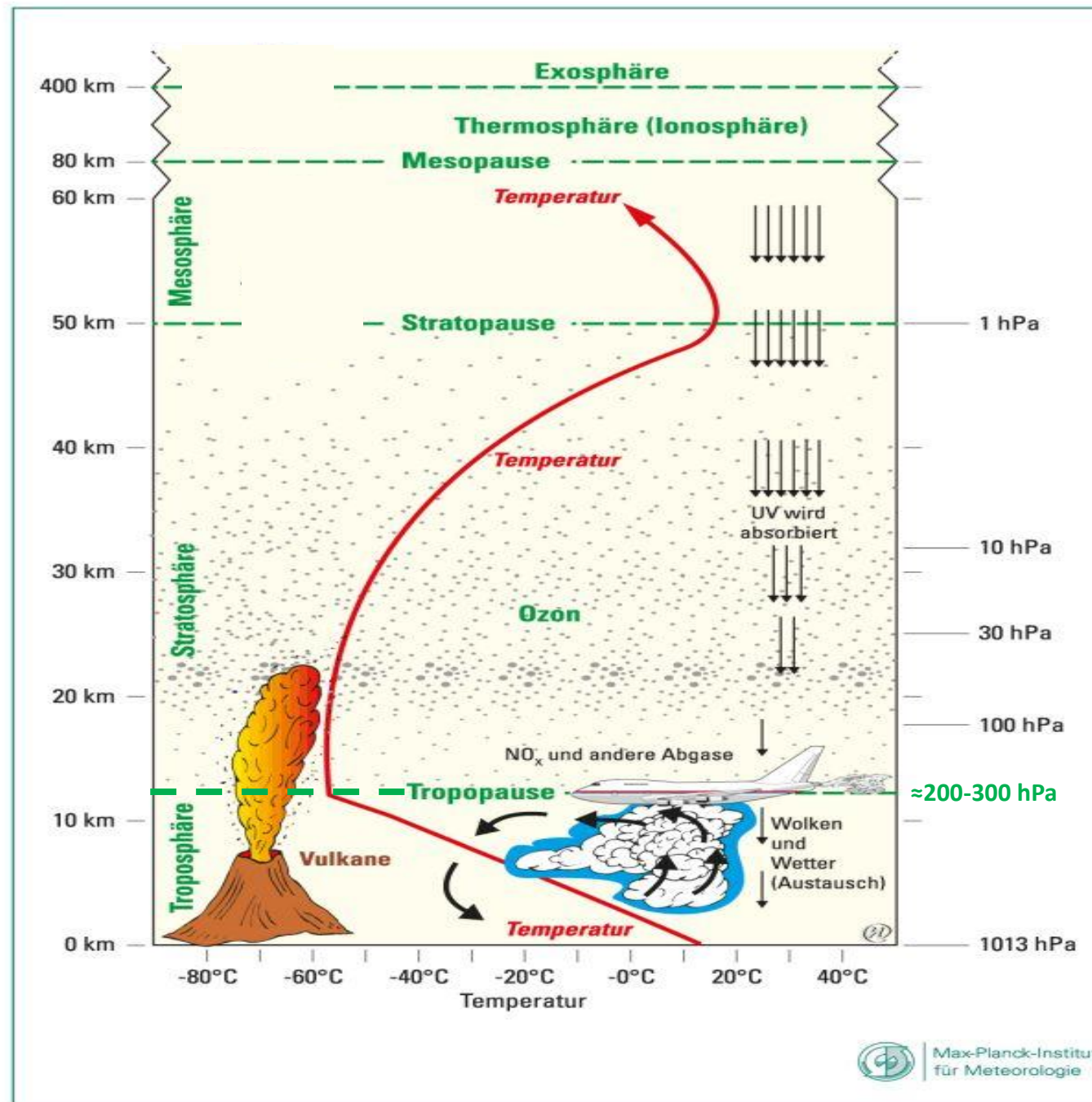
Einteilung in Schichten entsprechend des Temperaturverlaufs (Abgrenzung durch „Pausen“)

Troposphäre: T-

- wetterrelevant
- Wolkenbildung und Konvektion
- solare Einstrahlung heizt Boden
- Höhe: ca. 10-12 km in den mittleren Breiten

Stratosphäre: T+

- Absorption solarer Strahlung durch Ozon → Erwärmung der Luftschichten



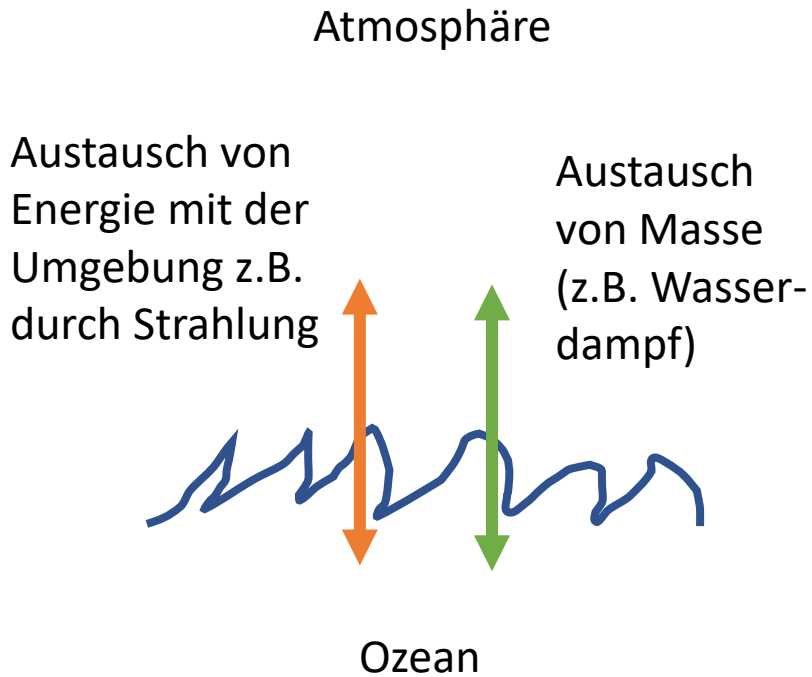


Thermodynamik

Thermodynamisches System - Definition

- Ein **thermodynamisches System** ist ein System mit einer abgegrenzten Masse, die von Materie umgeben ist, die nicht zum System gehört.
- Beispiele:
 - Luftpartikel/Luftteilchen (z.B. 1 mol Luft) innerhalb seiner Umgebungsluft
 - Kaffee mit Milch in einer Tasse
- Thermodynamische Systeme können
 - **Offen** (Austausch von Energie und Masse mit der Umgebung)
 - **Geschlossen** (Nur Energieaustausch, kein Austausch von Masse)
 - **Abgeschlossen** (Weder Energie- noch Massen-austausch mit der Umgebung)sein

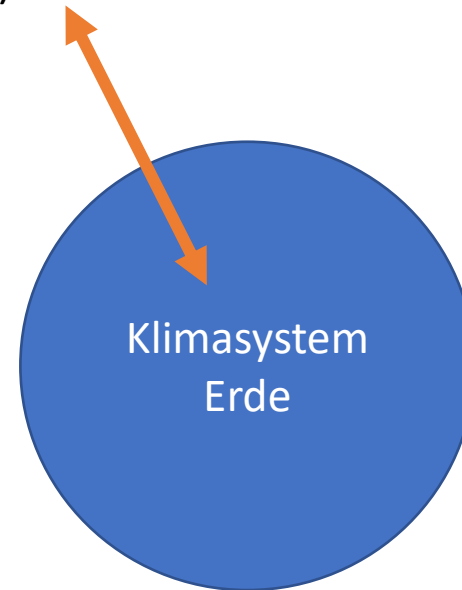
Thermodynamische Systeme



Offenes System
(z.B. Ozean)

Austausch von Energie und Masse mit der Umgebung

Austausch von Energie mit dem Weltall (durch Strahlung)



Geschlossenes System
(z.B. Klimasystem)

Nur Energieaustausch, kein Austausch von Masse



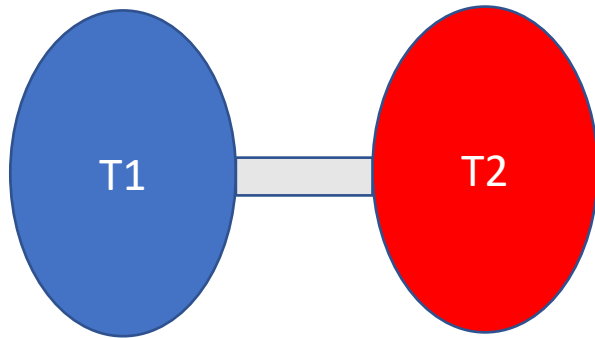
Abgeschlossenes System
(z.B. Thermoskanne, näherungsweise)

Weder Energie- noch Massenaustausch mit der Umgebung

Nullter Hauptsatz der Thermodynamik

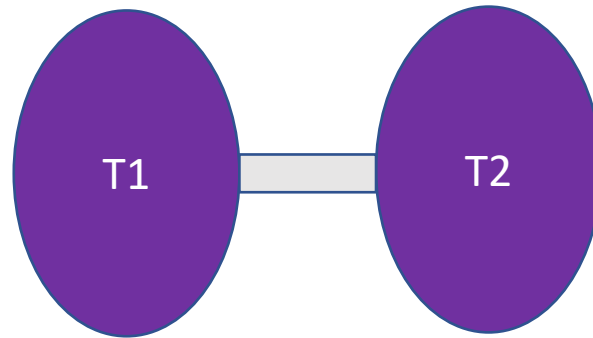
(= Gesetz des thermischen Gleichgewichts)

Bringt man zwei thermodynamische Systeme unterschiedlicher Temperatur miteinander in Kontakt, ...



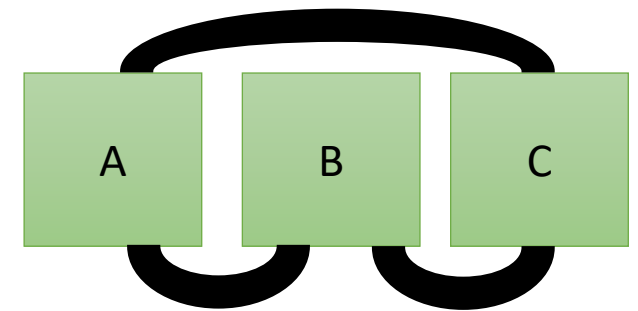
$T1 \neq T2$

... so streben sie gleich Temperaturen an. Haben beide System gleiche Temperatur, so sind sie im **thermischen Gleichgewicht**. (Beachte: i.a. \neq thermodyn. Gleichgewicht)



$T1 = T2$

Sind zwei thermodynamische Systeme A und B im thermischen Gleichgewicht und die Systeme B und C ebenso, dann sind die Systeme A und C auch im thermischen Gleichgewicht.



Beispiel:

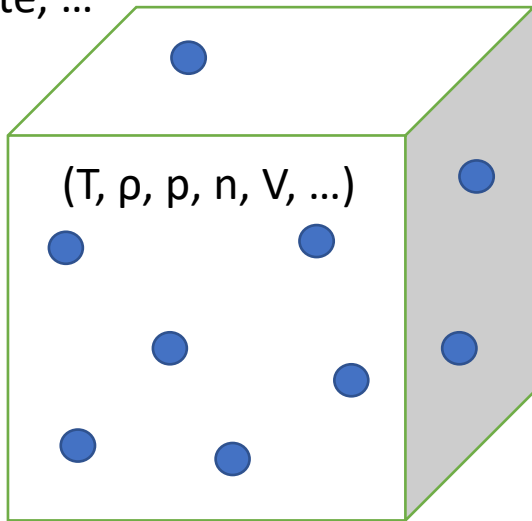
1 Cola

Kühlschrank

1 Cola
(oder 1
Thermo-
Meter)

Zustandsgrößen thermodynamischer Systeme

Luftvolumen mit den (statistischen) Eigenschaften Druck, Temperatur, Dichte, ...



Bei Luftvolumina interessiert uns meteorologisch (meist) nicht das einzelne Molekül, dessen Position und Geschwindigkeit; wir interessieren uns nur für deren **statistischen Eigenschaften**

- Ein Luftvolumen, für das wir diese statistischen Eigenschaften bestimmen können, nennen wir **thermodynamisches System**.
- Die statistischen Eigenschaften, die seinen Zustand beschreiben – z.B. p , T , V , n oder die innere Energie $u = c_v T$ – heißen **thermodynamische Zustandsgrößen**.
- Thermodynamische Zustandsgrößen sind i.a. **abhängig voneinander** (siehe ideale Gasgleichung $pV=nRT$).
- Ein thermodynamisches System ist im **thermodynamischen Gleichgewicht**, wenn alle Zustandsgrößen mit der Zeit konstant bleiben.

Thermodynamische Zustandsgrößen

- Man unterscheidet zwei Arten thermodynamischer Zustandsgrößen:



```
graph TD; A[Man unterscheidet zwei Arten thermodynamischer Zustandsgrößen:] --> B[extensive]; A --> C[intensive];
```

extensive

Sind durch die Masse teilbar bzw. nehmen proportional zur Masse zu (können addiert werden).

Beispiele extensiver Zustandsgrößen:

- Volumen
- Teilchenzahl
- Entropie

intensive

Addieren sich nicht, wenn man z.B. die Masse verdoppelt

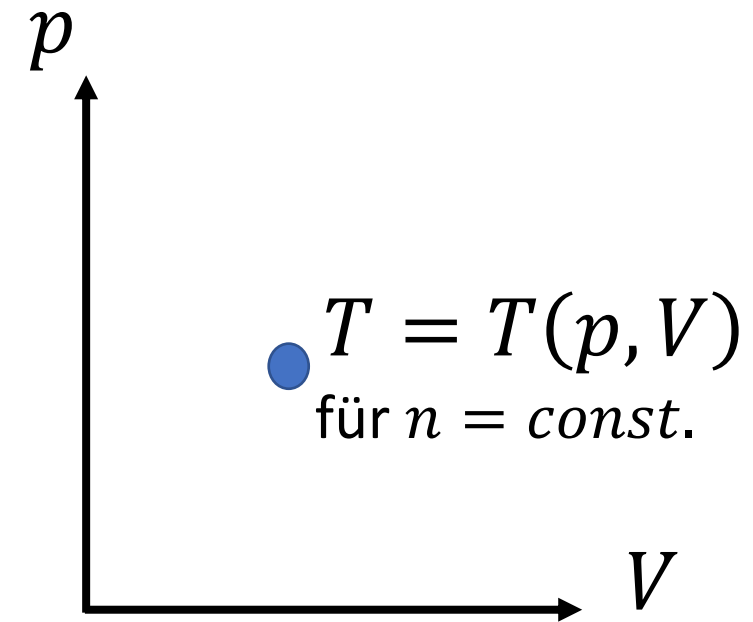
Beispiele intensiver Zustandsgrößen:

- Temperatur
- Druck

Thermodynamische Zustandsgrößen und Zustandsraum

- Der Zustand eines thermodynamischen Systems wird durch **k unabhängige thermodynamische Zustandsgrößen** eindeutig bestimmt.
- Ein Zustand wird dann durch einen Punkt im Zustandsraum, der aus den Zustandsgrößen aufgespannt wird, eindeutig beschrieben.
- Für **Luft als ideales Gas** gilt **k=3**, und der Zustand wird eindeutig durch die ideale Gasgleichung beschrieben:

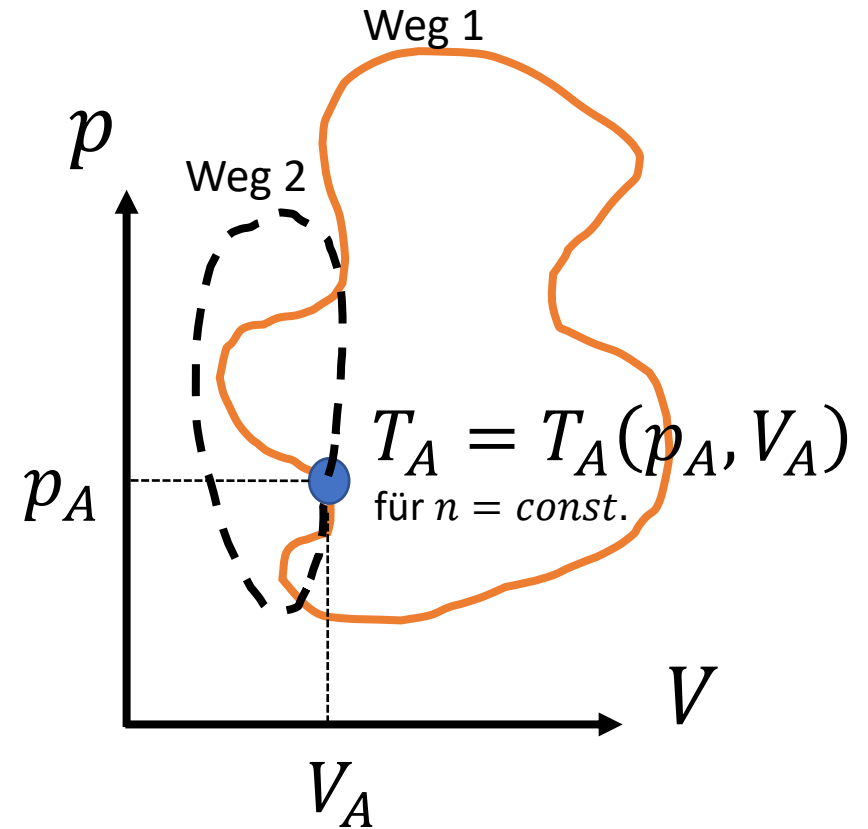
$$T = T(n, p, V) = \frac{pV}{nR}$$



Bei **n=const** (Masse bleibt konstant) gilt $T = T(p, V)$, d.h. der Zustand kann dann als 2-dimensionaler Raum (p, V) visualisiert werden (siehe Abbildung).

Definition von Zustandsgrößen (über Kreisprozesse)

- Eine Zustandsgröße nimmt im Zustandsdiagramm am selben Punkt immer denselben Wert an unabhängig vom Prozessweg, den ein System (im Zustandsdiagramm) zurückgelegt hat.
- Das ist gleichbedeutend mit der Aussage (hier für die Zustandsgröße Temperatur T):
 - „ dT ist ein vollständiges Differential“ bzw.
 - $\oint dT = 0$
- Das gilt analog für alle anderen Zustandsgrößen, z.B. Druck, Volumen, innere Energie $u=u(T)$.
- Ist umgekehrt das geschlossene Wegintegral im Zustandsraum ungleich Null, so handelt es sich um keine Zustandsgröße.



1. Hauptsatz der Thermodynamik

(Energieerhaltung in thermodynamischen Systemen)

- Energie eines abgeschlossenen Systems bleibt konstant.
- Energie eines geschlossenen Systems (in Ruhe) ist gleich der Summe aus der an dem System verrichteten Arbeit und zugeführter Wärme:

$$dU = \delta Q + \delta W$$

Änderung innere Energie dU
(vollständiges Differential, d.h.
 U ist eine Zustandsgröße)

Wärmezufuhr bzw. -abfuhr
(**keine Zustandsgröße**, daher δ :
kein vollständiges Differential!)

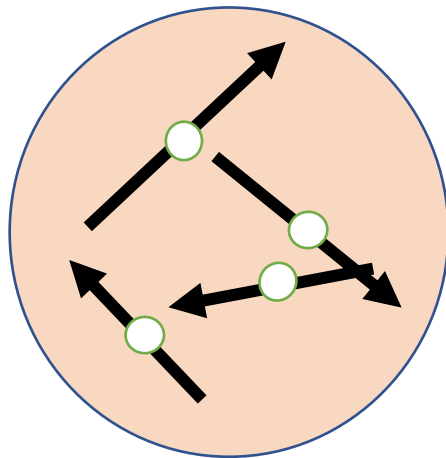
Arbeit (**keine Zustandsgröße**,
daher δ : kein vollständiges
Differential!) inkl. Reibung

Auch: $du = \delta q + \delta w$ (massenspezifisch, d. h. dividiert durch die Masse m)

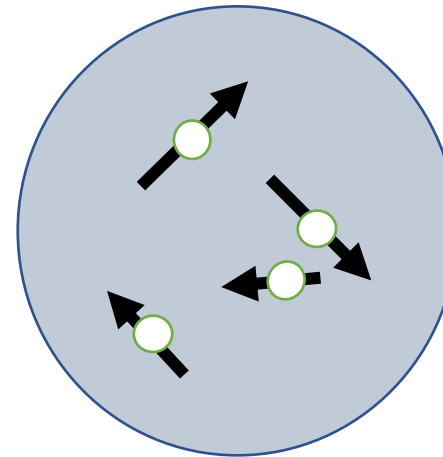
(In einem offenen System müssen zusätzlich mit Massenströmen zu- oder abgeführte Energien berücksichtigt werden)

Innere Energie $U = C_v T$ eines idealen Gases

- Innere Energie eines idealen Gases ist gegeben durch die Bewegungsenergie der Gasteilchen aufgrund der ungeordneten Wärmebewegung (thermische Energie).



U groß \leftrightarrow T groß



U klein \leftrightarrow T klein

- **hängt ausschließlich von der Temperatur ab** \rightarrow (extensive) Zustandsvariable
- Es gilt: $U(T) = C_v T$ bzw. $u(T) = c_v T$ (*massenspezifisch*)

mit c_v : massenspezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen; Einheit: $[c_v] = \frac{J}{kg \cdot K}$

- Änderungen der inneren Energie: $du = c_v dT$

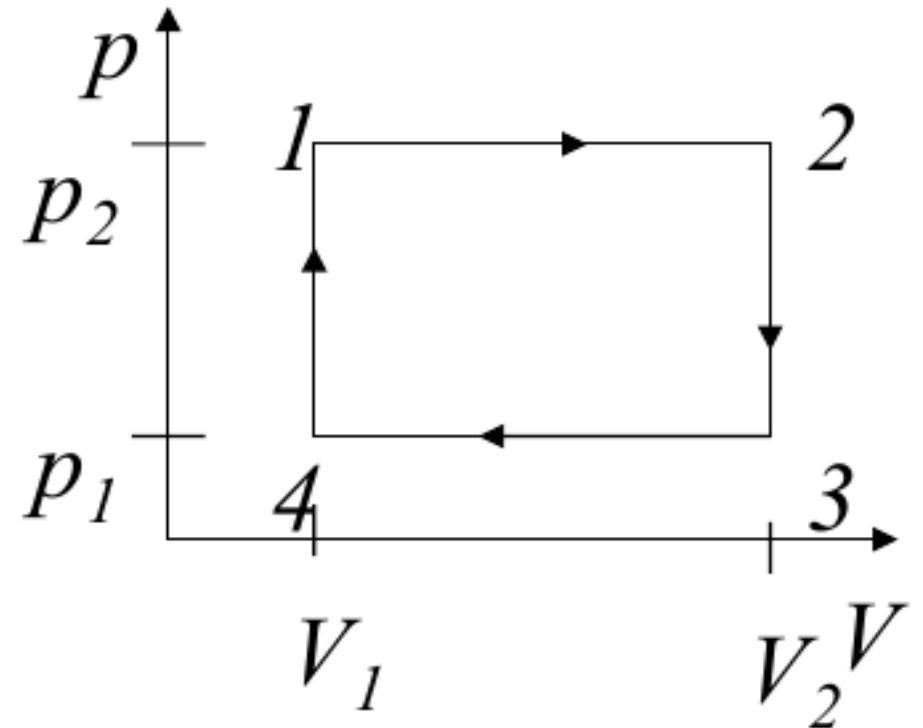
Arbeit ist keine Zustandsgröße!

- Volumenänderungsarbeit (bzw. Ausdehnungsarbeit) eines idealen Gases ist gegeben als:

$$\delta W = -pdV$$

- **Die Arbeit ist abhängig vom Weg im Zustandsdiagramm** und ist daher keine Zustandsgröße, sondern eine **Prozessgröße**

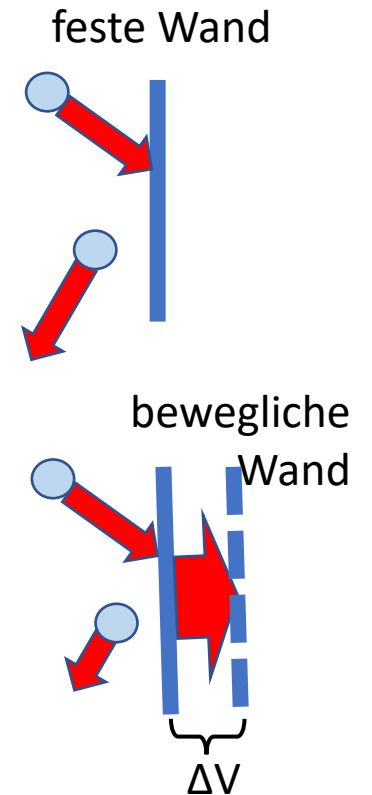
- Beispiel: Kreisprozess in Abbildung (Übung)
$$\oint \delta W = -\oint p dV \neq 0$$



Ausdehnungsarbeit $\delta W = -pdV$ und Auswirkungen auf die Temperatur

Treffen Moleküle auf eine feste Wand, so ändern sie nur ihre Richtung, ihre Geschwindigkeit (und damit kinetische Energie) bleibt gleich. Damit bleibt auch die Temperatur des Gases gleich, die mit deren Geschwindigkeit zusammenhängt.

Bewegt sich die Wand durch den Druck der Moleküle beim Aufprall, so geben die Moleküle beim Stoß Energie ab und sind nach dem Stoß langsamer. Daher kühlt sich die Temperatur des Gases bei Ausdehnung ab.



Die Ausdehnung eines Gases (z.B. in einem Luftpaket) gegen einen äußeren Druck (z.B. gegen die Umgebungsluft) führt zur Abnahme der Temperatur des Gases!

Definition der Wärme δQ aus 1. Hauptsatz

- Wärme ist (wie die Arbeit) keine Zustandsgröße sondern eine Prozessgröße, da sie sich i.A. bei thermodynamischen Prozessen ändert und vom Prozessweg abhängt.
- Aus dem 1. Hauptsatz folgt: Führt man einem idealen Gas die Wärmemenge δQ zu, so kann das Gas diese in Ausdehnungsarbeit δW und eine Form der internen Energie – die innere Energie dU – umwandeln:

$$\delta Q = dU - \delta W$$

Adiabatische und diabatische Zustandsänderungen

- Eine Zustandsänderung eines thermodynamischen Systems wird als **adiabatisch** bezeichnet, wenn keine Wärmezufuhr oder -abfuhr erfolgt, also $\delta Q = 0$ oder $\delta q = 0$. (Da dabei die Entropie erhalten bleibt, heißt dieser Prozess **isentrop**)
 - 1. Hauptsatz: $\delta Q = 0 = C_v dT + p dV \Leftrightarrow C_v dT = dU = -p dV$,
d.h. die innere Energie ändert sich nur durch Volumenänderungsarbeit
- Erfolgt die Zustandsänderung mit Wärmezufuhr oder -abfuhr, so spricht man von **diabatischen** Zustandsänderungen.

Adiabatische Prozesse in der Atmosphäre

- **Vertikalbewegungen der Luft verlaufen (in guter Näherung) adiabatisch**, d.h. ohne Wärmezufuhr von außen
- Grund: Luftpakete bewegen sich relativ schnell und Luft ist ein schlechter Wärmeleiter
- **Adiabatengleichung** (folgen aus 1. HS und Zustandsgleichung, für $\delta Q = 0$):

$$pV^\kappa = \text{const.}$$

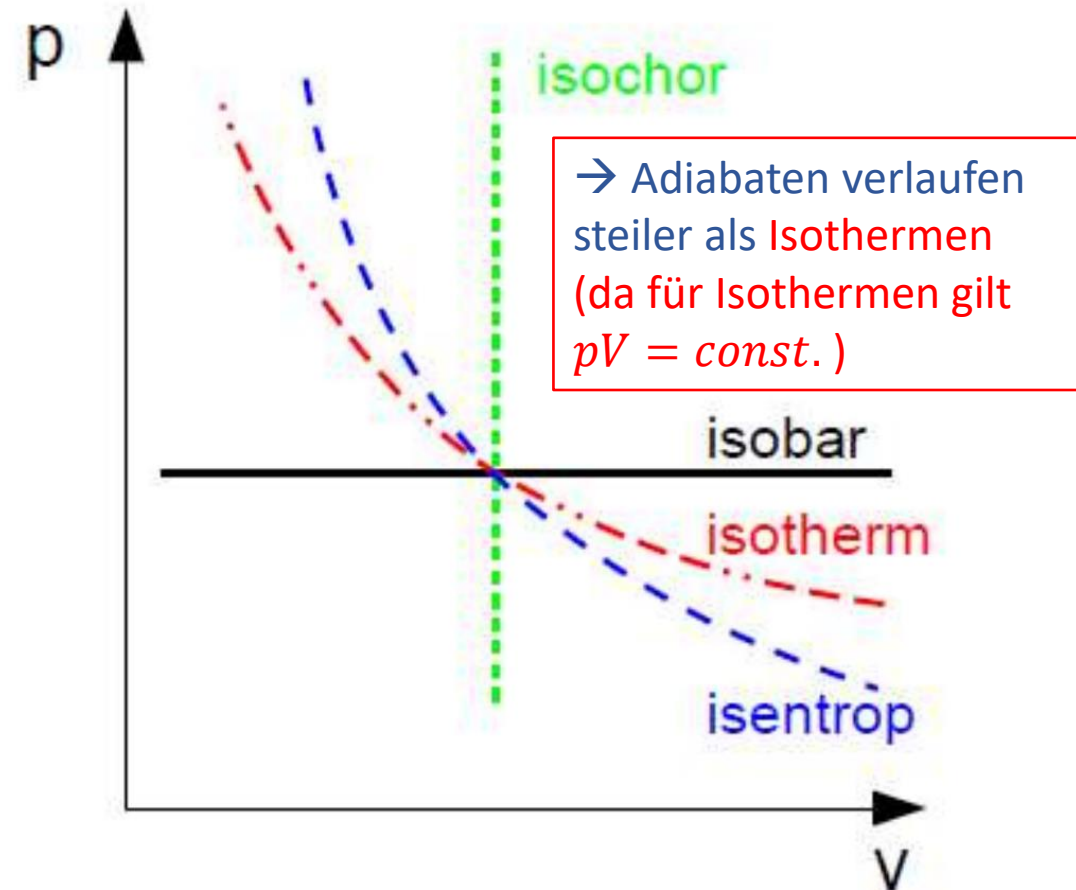
$$T^\kappa p^{(1-\kappa)} = \text{const.}$$

$$TV^{\kappa-1} = \text{const.}$$

mit $\kappa = \frac{c_p}{c_v} > 1$, $\kappa \approx 1,4$ für trockene Luft; c_p : spezifische

Wärmekapazität bei konstantem Druck, es ist $R_l = c_p - c_v$ und

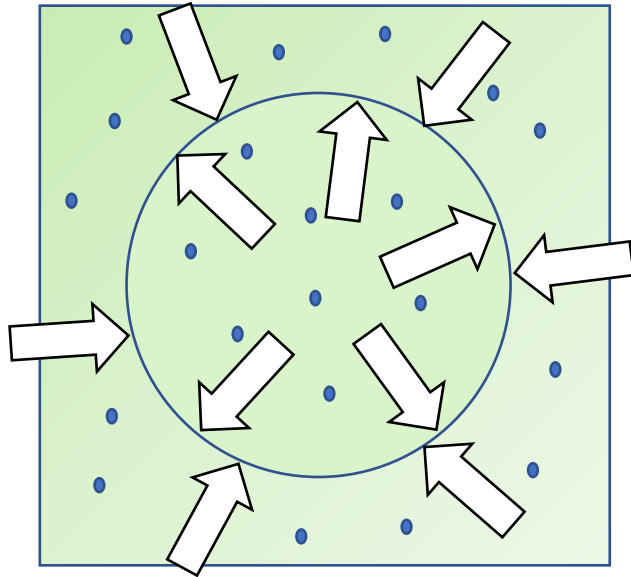
R_l : spezifische Gaskonstante von Luft



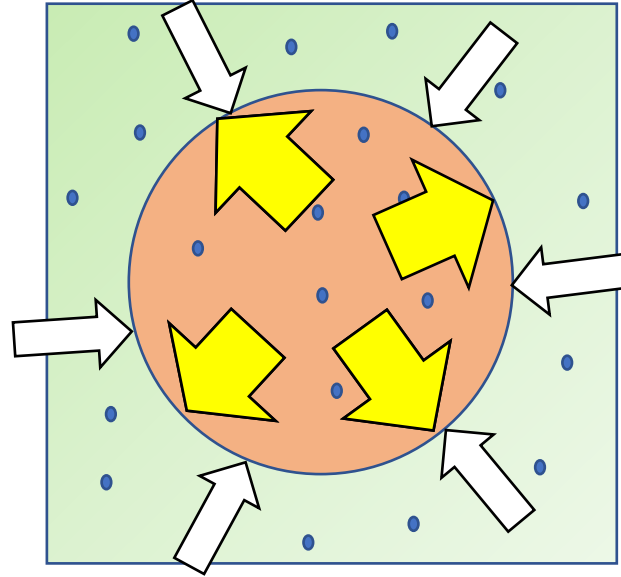
Thermodynamische Zustandsänderungen im p-V-Diagramm

Wie verhält sich ein Luftpaket, wenn es sich erwärmt/abkühlt? (Charles' Gesetz)

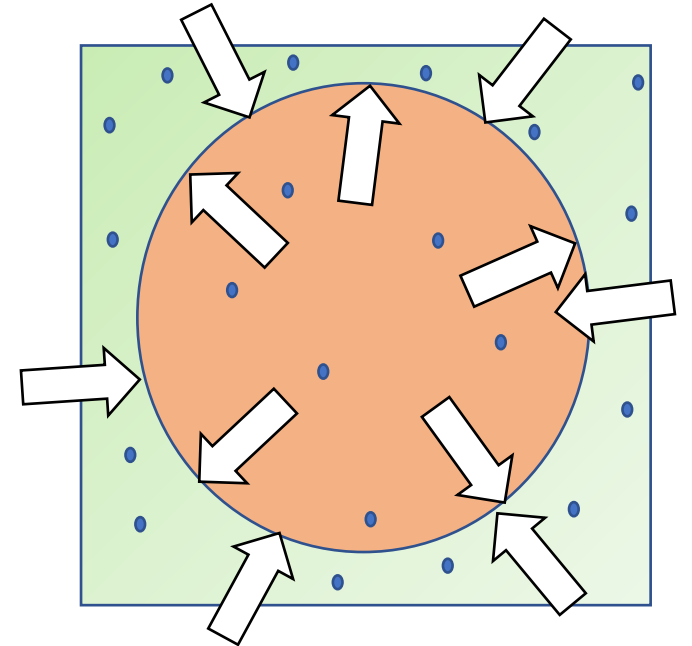
Erwärmt bzw. kühlt sich ein Luftpaket ab, so gehen wir davon aus, dass dies unter isobaren Bedingungen geschieht, d.h. wir nehmen an, dass sich der Druck des Luftpakets quasi instantan dem Umgebungsdruck anpasst.



- Luft innerhalb und außerhalb des Luftpakets (blauer Kreis) sind gleich.
- $\text{Luftdruck(Paket)} = \text{Luftdruck(Umgebung)}$



- Erwärme die Luft im Paket
- Druck (Luftpaket) kurz größer als $\text{Luftdruck(Umgebung)}$



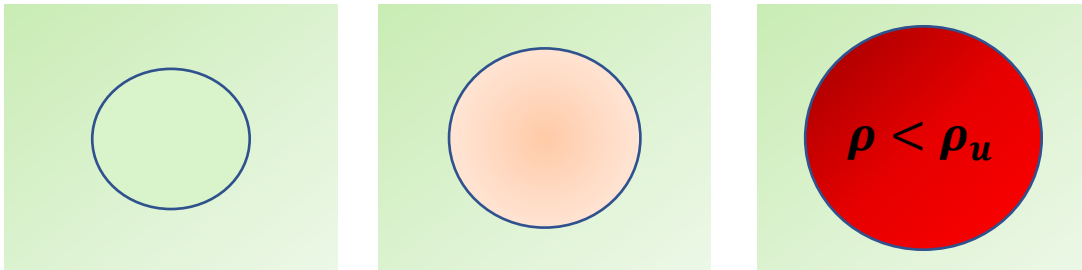
- Luftpaket expandiert
- $\text{Druck(Paket)} = \text{Druck(Umgebung)}$
- Dichte im Luftpaket jetzt geringer und Temperatur ist höher

Erwärmung/Abkühlung eines Luftpaket in der Atmosphäre (Charles' Gesetz)

- Zustandsgleichung idealer Gase: $p = \rho R_l T$
- Charles' Gesetz: ρ, V, T ändern sich derart, dass $p = \text{const.}$

Erwärmung eines Luftpakets

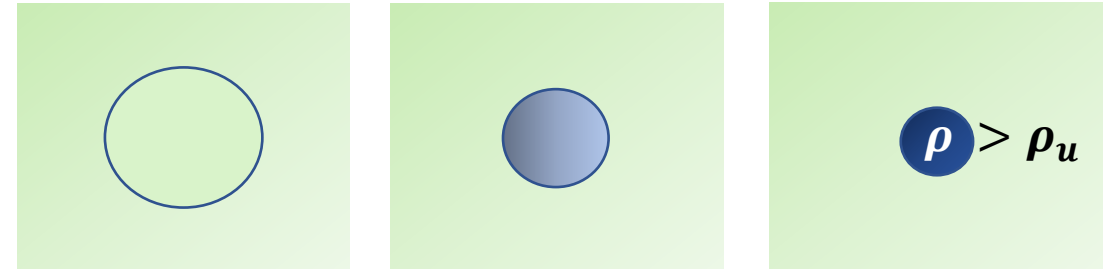
← Druck bleibt konstant →



T und V nehmen zu
Dichte nimmt ab

Abkühlung eines Luftpakets

← Druck bleibt konstant →



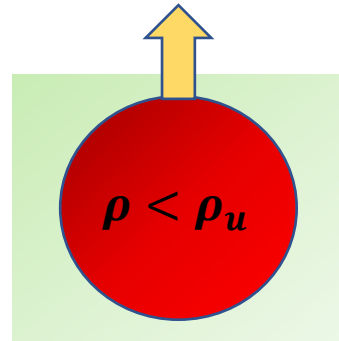
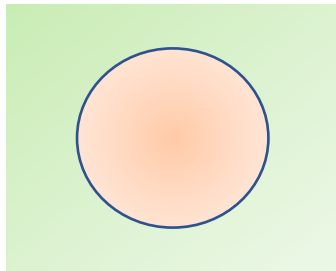
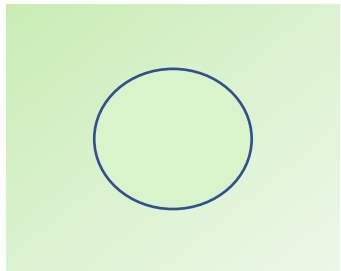
T und V nehmen ab
Dichte nimmt zu

Erwärmung/Abkühlung eines Luftpaket in der Atmosphäre (Charles' Gesetz)

- Zustandsgleichung idealer Gase: $p = \rho R_l T$
- Charles' Gesetz: ρ, V, T ändern sich derart, dass $p = \text{const.}$

Erwärmung eines Luftpakets

Druck bleibt konstant

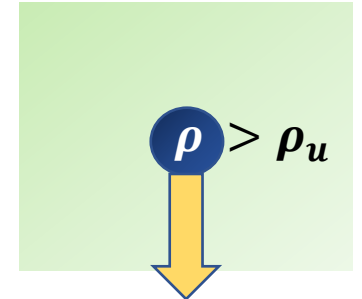
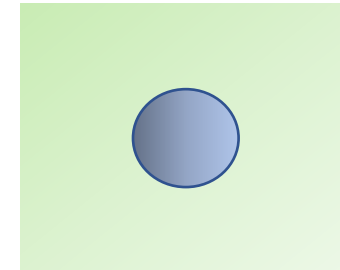
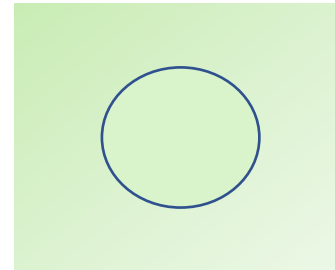


T und V nehmen zu
Dichte nimmt ab

Luftpaket wird aufsteigen,
da es eine geringere Dichte
(Gewicht) hat und wärmer
als die Umgebung ist.

Abkühlung eines Luftpakets

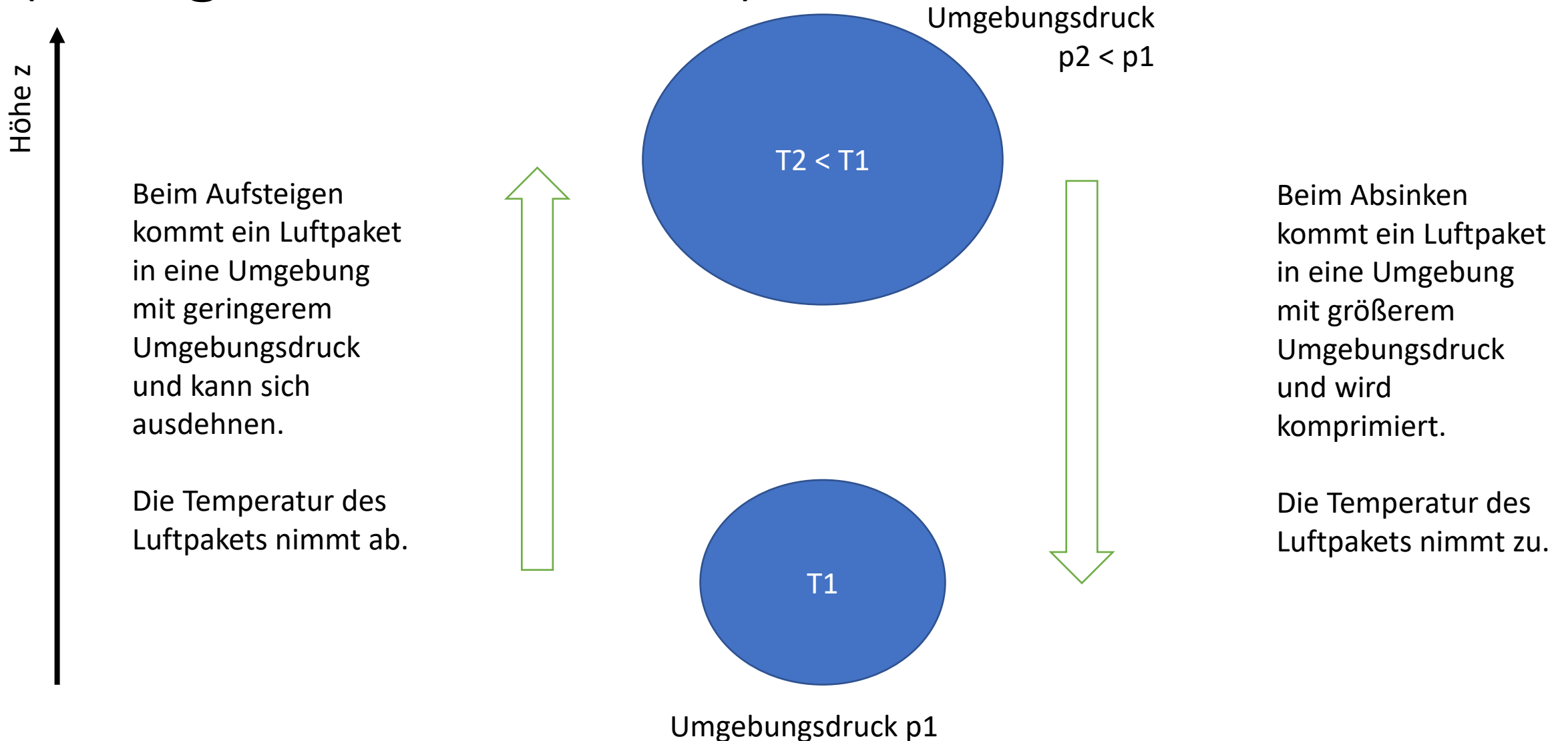
Druck bleibt konstant



T und V nehmen ab
Dichte nimmt zu

Luftpaket wird absinken,
da es eine höhere Dichte
(Gewicht) hat und kälter
als die Umgebung ist.

Vertikaler Aufstieg und Abstieg von Luftpaketen (erfolgt i.A. adiabatisch)



Temperaturänderung der Luft bei Vertikalbewegung

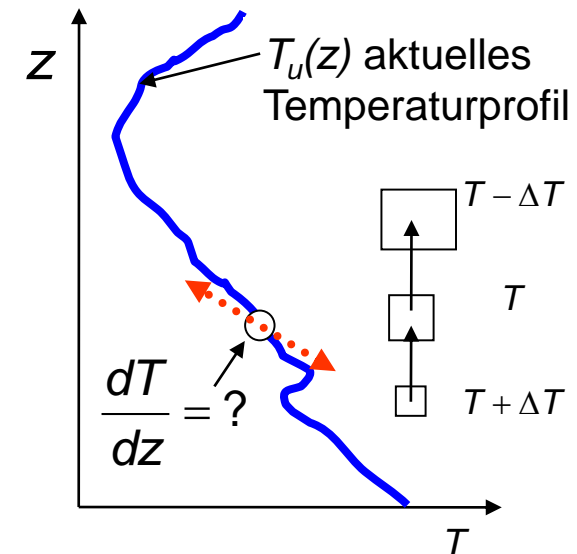
Annahmen:

1. „**trocken**“: keine Kondensation von Wasserdampf
2. **adiabatisch**: keine Wärmeleitung, Strahlungserwärmung oder Strahlungsabkühlung, oder Diffusion, also $\delta q = 0 = du + p d\alpha$
3. **Instantaner Druckausgleich** mit der Umgebung (Index u), $p = p_u$

$$\Rightarrow du(T) = c_v dT = -p d\alpha$$

1. HS für adiabatische Prozesse:
Umwandlung zwischen innerer Energie
und Ausdehnungsarbeit

4. Beim Aufsteigen nimmt nach der **statischen Grundgleichung** $dp_u = -\rho_u g dz$ der Druck in der Umgebung (und nach 3. auch im Luftvolumen) ab.
5. Nimmt dabei die Dichte ab (und damit α zu), so leistet das Gas Ausdehnungsarbeit auf Kosten der inneren Energie u : diese (und mit $u = c_v T$ die Temperatur T) nehmen ab.



Trockenadiabatischer vertikaler Temperaturgradient

- Der trockenadiabatische Temperaturgradient kann aus dem 1. Hauptsatz unter Annahme von Adiabase hergeleitet werden. Es gilt:

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{ad} = -\frac{g}{c_p} = -0,98 \frac{K}{100m}$$

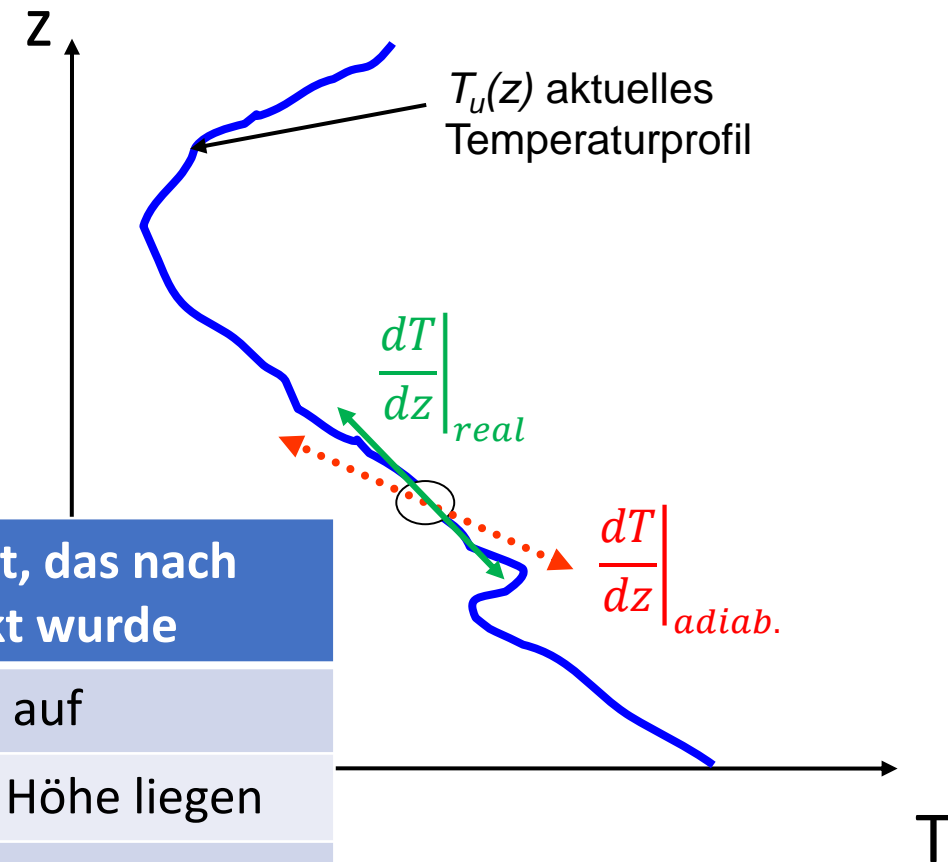
- **Die Temperatur nimmt im trockenadiabatischen Fall (trockene Luft) mit der Höhe um ca. 10 K/km ab!**

Vergleich von realem vertikalen und trockenadiabat.

Temperaturgradient erlaubt Aussage über die Stabilität einer Schichtung!

- Vertikale Auslenkung (um Δz) eines Luftpartikels in der Höhe z (trockenadiabatische Annahme)
- Vergleich der Temperatur des ausgelenkten Partikels T_p mit der Umgebungstemperatur T_u in der gleichen Höhe $z+\Delta z$ (bzw. $z-\Delta z$)
- Fallunterscheidung (Auslenkung nach oben):

Vergleich	Schichtung	Folge für das Luftpaket, das nach oben ($z+\Delta z$) ausgelenkt wurde
$T_p > T_u$	instabil	Luftpaket steigt weiter auf
$T_p = T_u$	neutral	Luftpaket bleibt in der Höhe liegen
$T_p < T_u$	stabil	Luftpaket sinkt ab



Temperaturabnahme bei adiabatischen Vertikalbewegungen

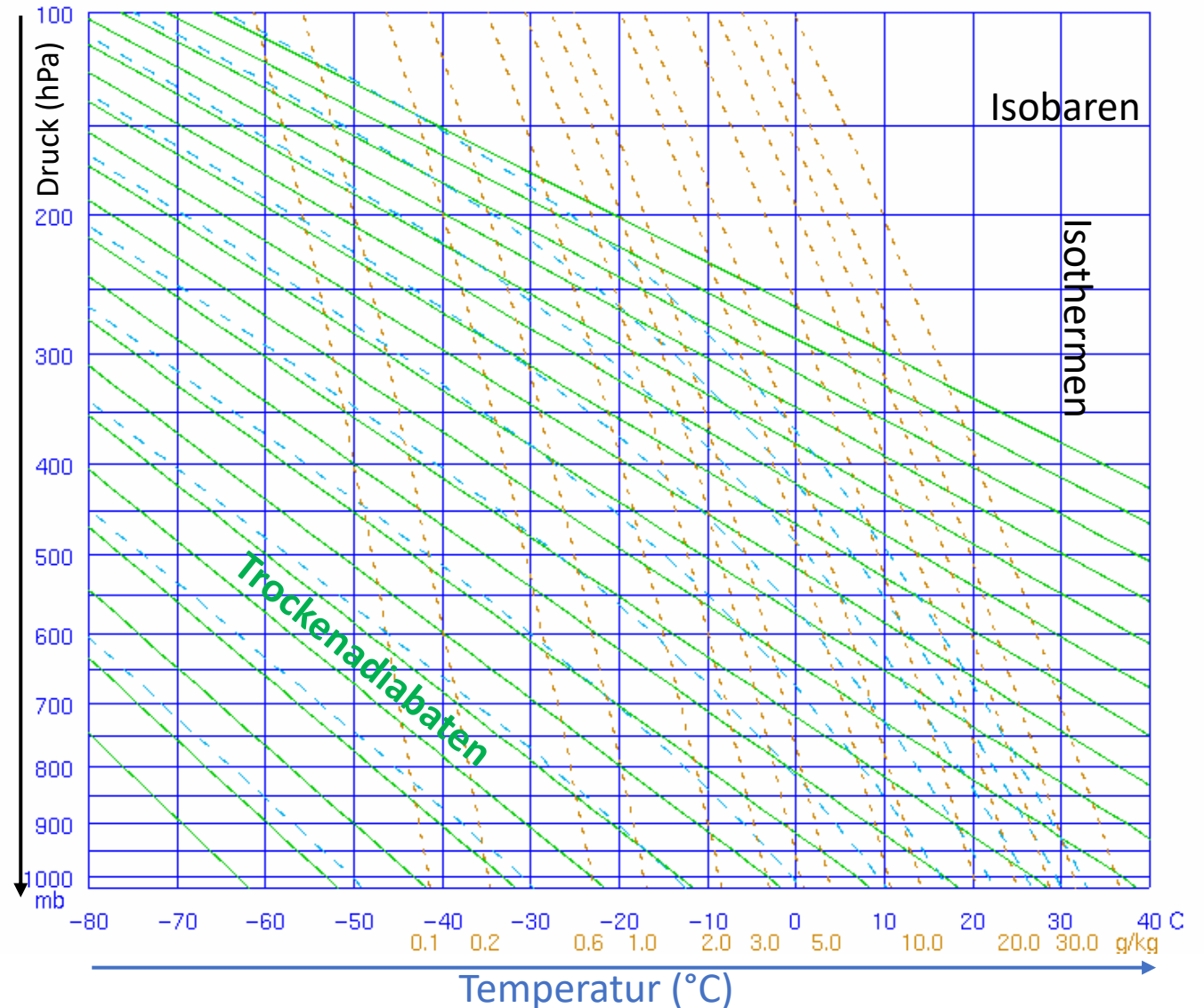
- Aus dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik und unter Annahme von Adiabase kann die Temperatur in **Abhängigkeit vom Druck** hergeleitet werden:

$$T(p) = T(p_0) \cdot \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R_l}{c_p}} = \frac{T(p_0)}{p_0^{R_l/c_p}} \cdot p^{\frac{R_l}{c_p}} = \text{Const} \cdot p^{\frac{R_l}{c_p}}$$

- Die Konstante hängt von der Temperatur in p_0 ab.
- R_l : spezifische Gaskonstante trockener Luft
- Wir wollen diese Trockenadiabaten in einem T-p-Diagramm darstellen. Wird die Druckachse so dargestellt, dass dort p^{R_l/c_p} aufgetragen ist, dann sind die Trockenadiabaten Geraden mit (leicht) unterschiedlicher Steigung.

Stüve-Diagramm

- Im Stüve-Diagramm sind die Trockenadiabaten Geraden (grüne Linien) mit (leicht) unterschiedlicher Steigung, da die Druckachse logarithmisch skaliert wurde.
- Ein trockenes Luftpaket würde beim Auf- bzw. Abstieg seine Temperatur „entlang dieser Linien“ ändern um ca. 1K/100m.
- Erwärmen beim Absinken!
- Abkühlen beim Aufsteigen!



Definition: Potenzielle Temperatur

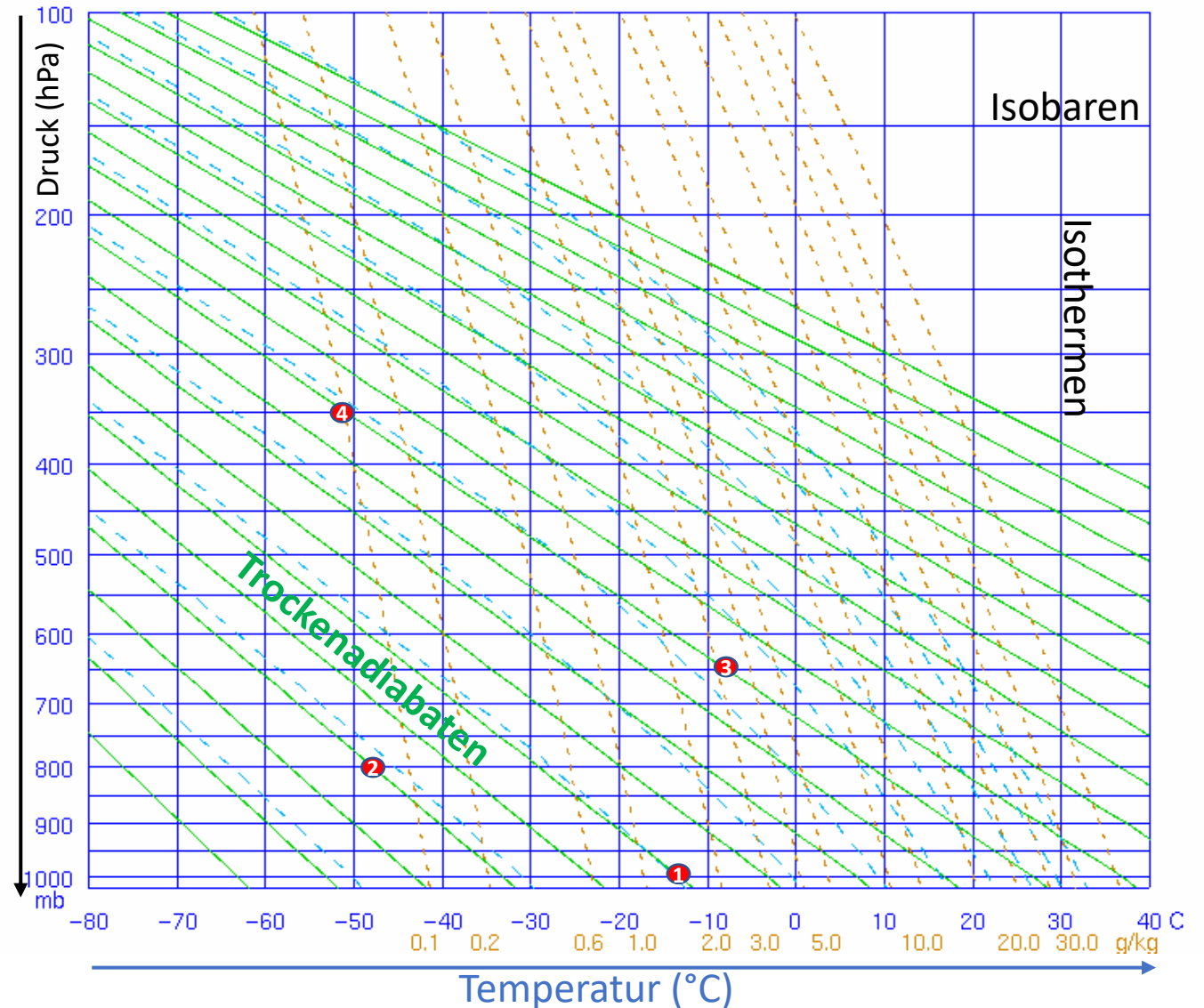
- Die Potenzielle Temperatur θ ist die Temperatur, die ein Luftpaket haben würde, wenn man es trockenadiabatisch auf 1000 hPa bringt.
- Definition:

$$\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R_l}{c_p}}$$

→ mit $\theta = T(p_0)$ nachdem das Paket trockenadiabatisch auf $p_0 = 1000 \text{ hPa}$ gebracht wurde. Einheit: $[\theta] = K$

Beispiele zur potentiellen Temperatur im Stüve-Diagramm

Welche potentielle Temperatur haben die Luftpakete, die durch rote Kreise (1-4) im Stüve-Diagramm markiert sind?

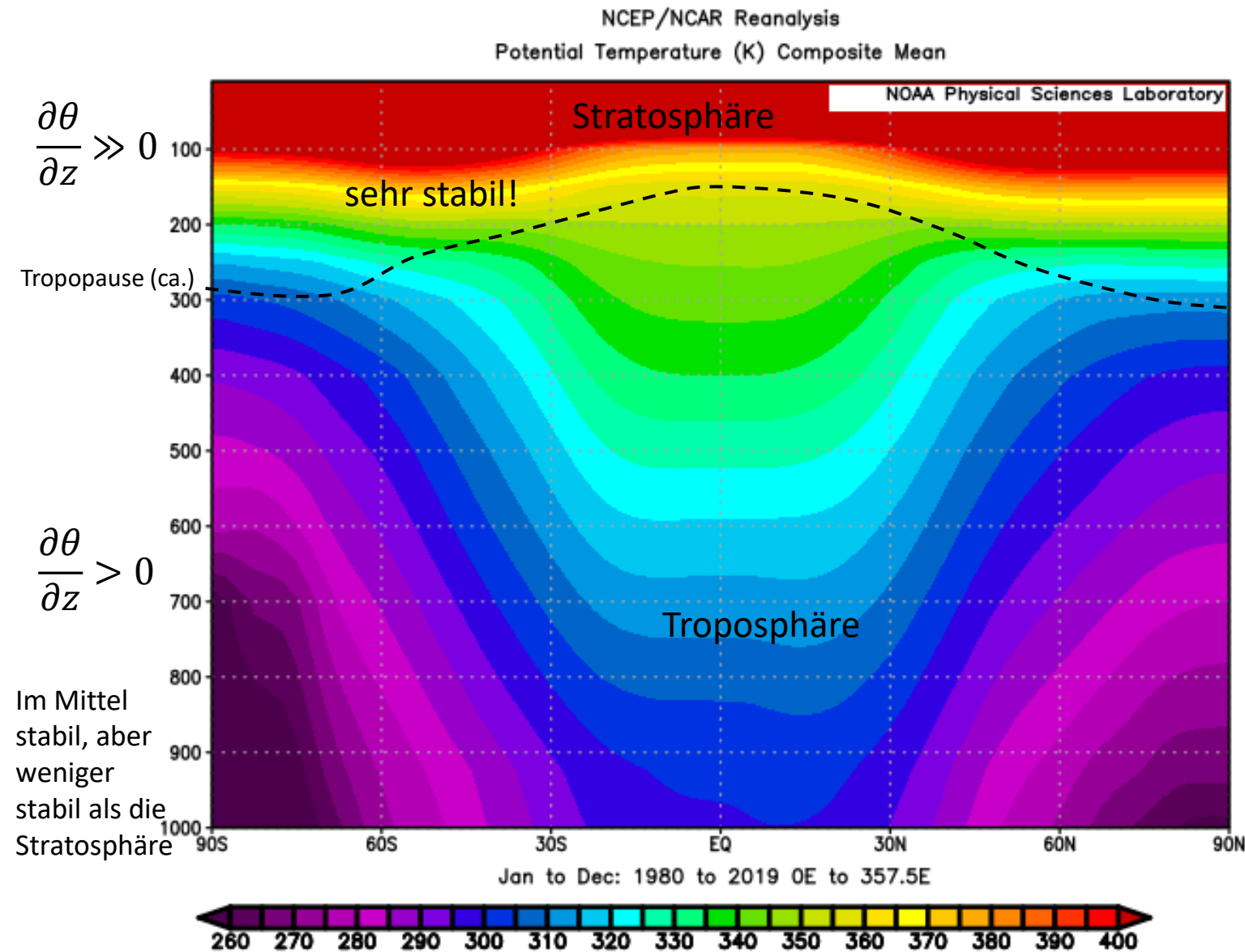


Stabilitätskriterium der Schichtung mit Hilfe der potentiellen Temperatur

- **Vorteil der potentiellen Temperatur (gegenüber der realen Temperatur): ermöglicht relativ einfach den Vergleich von Luftpaketen und ermöglicht Aussage dazu, ob die Luft stabil, neutral oder instabil geschichtet wird.**

Schichtung	Aussage	Formel
Stabil	potentiell wärmere Luft liegt über potentiell kälterer Luft	$\frac{d\theta}{dz} > 0$
Neutral	gleich warme Luftpakete liegen vertikal übereinander	$\frac{d\theta}{dz} = 0$
instabil	potentiell kältere Luft liegt über potentiell wärmerer Luft	$\frac{d\theta}{dz} < 0$

Globale mittlere vertikale Verteilung von θ



- **Breitengradabhängigkeit** der potentiellen Temperatur mit hohen Werten am Äquator und niedrigen Werten hin zu den Polen (in Bodennähe, 1000 hPa-Niveau)
- **Für eine feste Latitude nimmt θ nach oben hin zu**
- Wenn θ nach oben hin zu nimmt, bedeutet das, **dass potentiell warme Luft über potentiell kalter Luft liegt.**
→ Diesen Zustand nennt man **stabil.**

Zusammenfassung

- Temperatur nach Höhenlage
- Kreisprozesse
- Verhalten von Luftpartikeln

Bekannt: Thermodynamische
Formeln (Kreisprozesse,
adiabat, ...)

- Luftpartikel auf unterschiedlicher
Höhe

→ Temperaturverhalten
in den unterschiedlichen
Atmosphärenschichten

→ Hauptsatz der
Thermodynamik

- Existenz
- Kreisdiagramm
(Prozesse)
- adiabatisch und
diabatisch

- Adiabatie
- potenzielle Temperatur
- Thermodynamik

adiabatische Systeme
und Stüve-Diagramm

Temperatur und
potentielle Tem-
peratur sind bei
1000 hPa gleich

- Temp. nimmt ~~ab~~ ^{ab der}
~~Temperatur~~ ^{Stratosphäre} wieder zu

- Potentielle Temperatur liegt
bei Traubeadiabaten bei 1000 hPa
- Erwärmen bei Abkühlen,
Abkühlen bei Aufwärmung

warmer Luft steigt
nach oben ->

- In der Stratosphäre ist ein
Temperaturanstieg, wegen des
Ozons

- In der Exosphäre ist
die Temp. nur theoretisch
messbar

- adiabatische Prozesse
tauschen Wärme nicht
aus

- diabatische Prozesse
tauschen Wärme aus

- dass die Temperatur steigt in
der Mesopause

- Die ~~Effekte~~ von Wärmeleitung
in Luft sind nachrangig

- Wir haben gelernt,
was "adiabatisch" =
"isentrop" ist.
- Gleichung des
idealen Gases
- Unterschied
Zustandsgrößen vs.
Prozessgrößen

heißer Luft steigt auf
innere Energie
Adiabatische + Diabatische
Prozesse

adiabatische
Prozesse

Was haben Sie heute gelernt? Bitte notieren Sie mind. zwei Fakten!