

Zusammensetzung und vertikaler Aufbau der Atmosphäre

Quelle: NASA



Einführung in die Meteorologie und Geophysik

(2. Vorlesung)

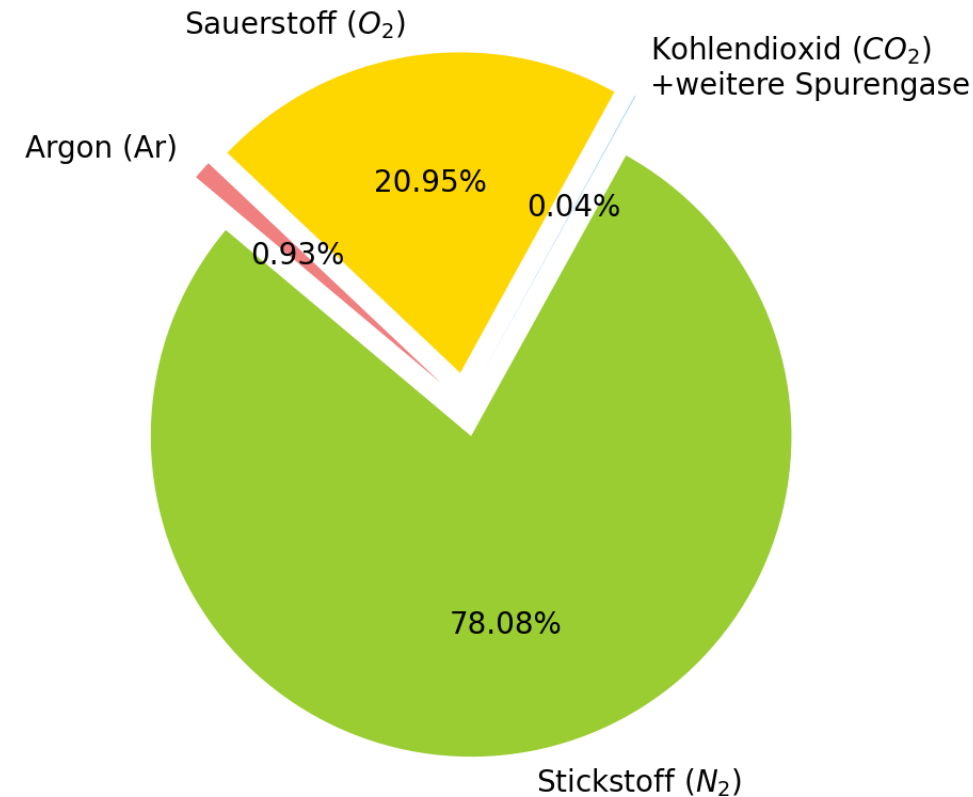
Lisa Schielicke

Lerninhalte

- Woraus besteht Luft? Was sind Spurengase?
- Wie ist die vertikale und horizontale Verteilung der Gase?
- Was ist der Luftdruck?
- Was ist ein ideales Gas und was ist die Zustandsgleichung idealer Gase?
- Warum nimmt der Luftdruck mit der Höhe ab?

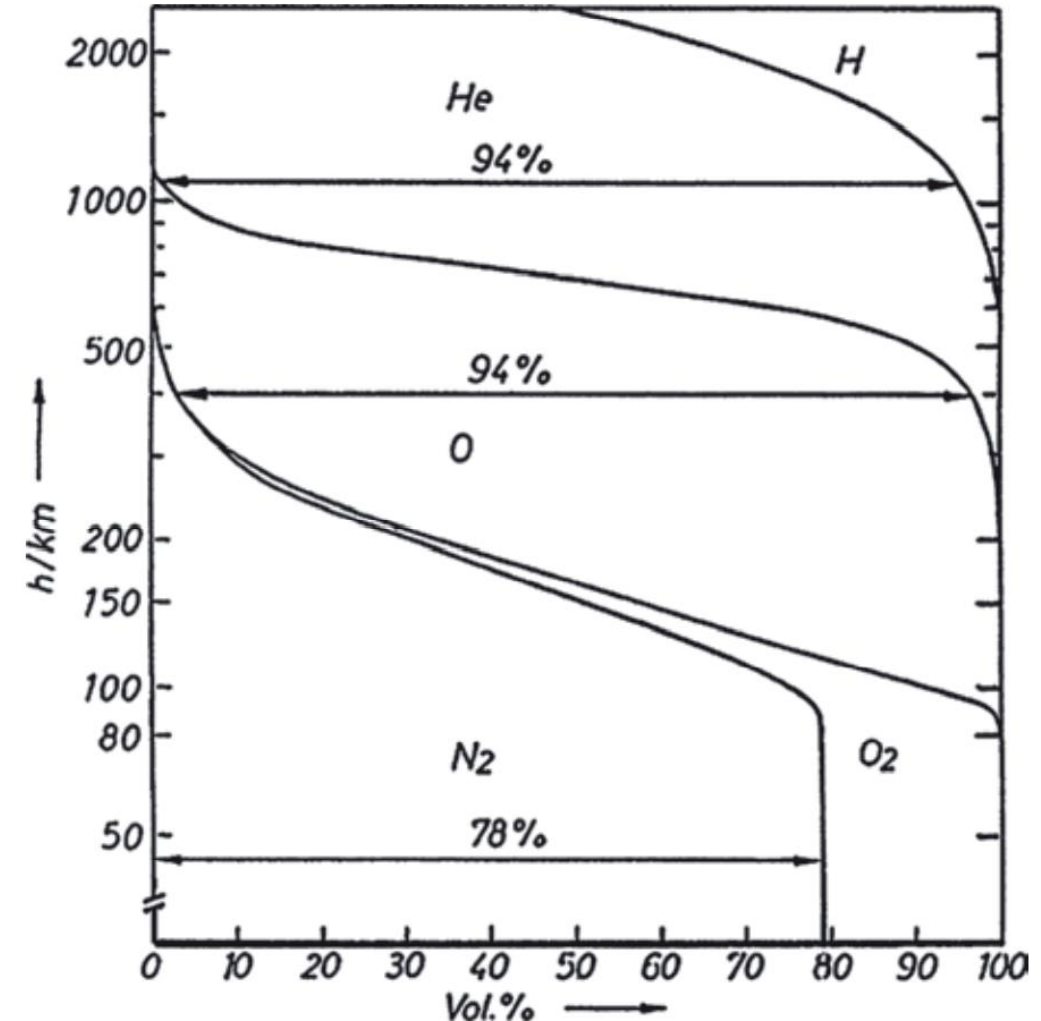
Zusammensetzung trockener Luft und Luft als ideales Gasgemisch

- Luft ist ein homogenes Gemisch verschiedener Gase
- Hauptbestandteile trockener Luft sind Stickstoff, Sauerstoff, Argon und Kohlendioxid
- Feuchte Luft enthält zusätzlich Wasser(dampf), der lokal sehr variabel verteilt ist (zwischen 1-5 Volumenprozent).
- **Luft ist ein ideales Gasgemisch, d.h. das Eigenvolumen und die Wechselwirkung zwischen den Atomen/Molekülen sind vernachlässigbar.**



Heterogene Atmosphäre oberhalb von ca. 100 km Höhe

- Luft ist ein homogenes Gasgemisch, das bis in etwa 100 km Höhe in seiner Zusammensetzung konstant ist.
- Oberhalb von 100 km: Entmischung, d.h. schwere Gase bleiben in tieferen Höhenschichten, leichtere Gase dominieren den Anteil am Gasgemisch in höheren Höhen



Änderung der Zusammensetzung der Luft mit der Höhe (aus Klose, 2016, S.19)

Wichtige Maßzahlen für Luftbestandteile

- Dichten kg/m^3
- Teilchendichten Teilchenzahl/m^3
- Massenanteile kg/kg oder in %, ‰
- Teilchenanteile $\text{Teilchenzahl/Teilchenzahl}$ oder in:
% (pro 100), ‰ (pro 1000)
ppm (=parts per million, $\cdot 10^{-6}$)
ppb (=parts per billion, $\cdot 10^{-9}$)
ppt (=parts per trillion, $\cdot 10^{-12}$)
- Oft werden auch sog. Volumenanteile (in %, veraltet: Vol.-%) angegeben. Diese sind bei idealen Gasen identisch mit Teilchenanteilen (Avogadrosches Gesetz).

Grundlegende Definition und Begriffe

1 mol: Einheit der Stoffmenge, definiert als die Stoffmenge, die ebenso viele Teilchen enthält, wie Atome in 12 g des Kohlenstoffnuklids ^{12}C enthalten sind.

Loschmidtsche Zahl: Zahl der Teilchen eines Mols = $6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Molmasse M : Masse der Stoffmenge von 1 mol (Einheit: g/mol bzw. kg/kmol); Es gilt:

$$M = \frac{m}{n} \quad \text{mit } m: \text{Masse des Stoffes; } n: \text{Stoffmenge}$$

Molvolumen: Volumen der Stoffmenge von 1 mol. Dieses ist für alle idealen Gase bei festen Werten von Druck und Temperatur gleich groß und zwar gleich $2,2414 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$ (=22,4l) bei einem Druck von 1 013,25 hPa und einer Temperatur von 273,15 K.

Avogadrosches Gesetz

Ein Mol eines beliebigen idealen Gases nimmt bei fester Temperatur und festem Druck immer das gleiche Volumen ein.

(Oder: Gleiche Volumina V_i unterschiedlicher Gase enthalten bei gleichem Druck und gleicher Temperatur die gleiche Stoffmenge n_i , d.h. $\frac{n_1}{V_1} = \frac{n_2}{V_2} \rightarrow \frac{n_i}{n} = \frac{V_i}{V}$)

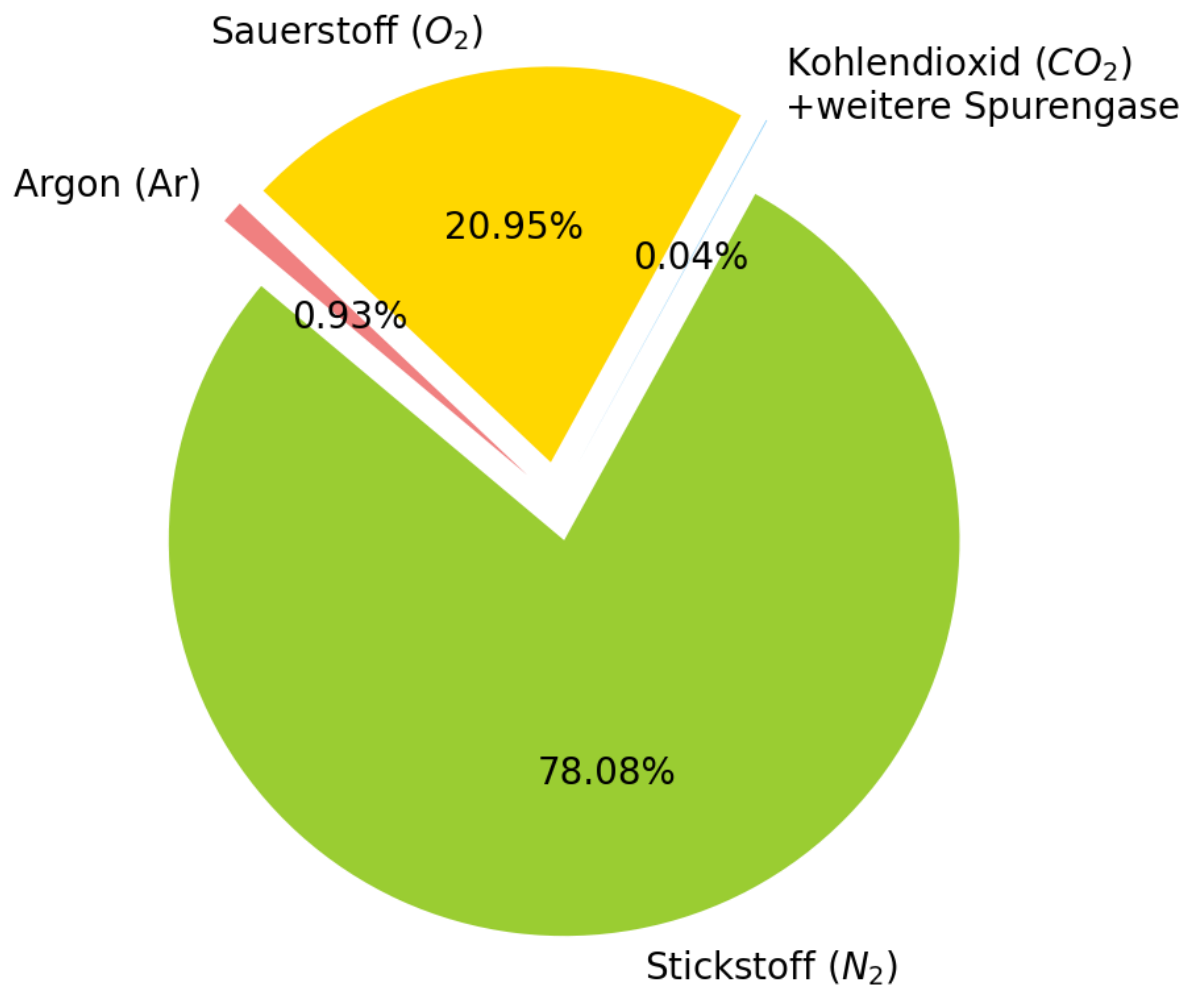
Daraus folgt für die **mittlere Molmasse M eines Gasgemisches** (mit Gesamtmasse m und Gesamtvolumen V bzw. Stoffmenge n), das aus insgesamt k konstanten Gasbestandteilen besteht (mit jeweiliger Molmassen M_i , Massen m_i , Volumen V_i bzw. Stoffmenge n_i):

$$M = \frac{\sum_{i=1}^k M_i V_i}{\underbrace{\sum_{i=1}^k V_i}_{=:V}} = \sum_{i=1}^k M_i \left(\frac{V_i}{V} \right) = \sum_{i=1}^k M_i \left(\frac{n_i}{n} \right)$$

Wir nehmen an, dass sich (trockene) Luft wie ein ideales Gas verhält, dann kann u.a. das Avogadrosche Gesetz verwendet werden.

d.h. die mittlere Molmasse eines Gasgemisch berechnet sich aus der Summe des prozentualen Anteils am Gesamtvolumen/ Gesamtteilchenzahl multipliziert mit der Molmasse des jeweiligen Stoffes (Beispiel: trockene Luft für $i = \{N_2, O_2, Ar, CO_2\}$)

Zusammensetzung trockener Luft (bis in ca. 100 km Höhe)



Gas (chem. Symbol)	Molmasse (g/mol)	Volumen-anteil (vi/v)	Volumenanteil (ppm=parts per million)
Stickstoff (N2)	28,013	0,7808	780 800
Sauerstoff (O2)	31,999	0,2095	209 500
Argon (Ar)	39,948	0,0093	9 300
Kohlendioxid (CO2*)	44,010	0,0004	4 00
Trockene Luft (nach Hauptbestandteilen)	28,965	1,0000	1 000 000
Neon (Ne)	20,183	1,8 · 10−5	18,2
Helium (He)	4,003	5,2 · 10−6	5,2
Methan (CH4*)	16,043	1,8 · 10−6	1,8
Krypton (Kr)	83,80	1,1 · 10−6	1,1
Wasserstoff (H2*)	2,016	5,6 · 10−7	0,56
Lachgas (N2O*)	44,013	3,2 · 10−7	0,32
Kohlenmonoxid (CO*)	28,011	9,0 · 10−8	0,09
Xenon (Xe)	131,30	8,7 · 10−8	0,087
Ozon (O3*)	47,995	4,0 · 10−8	0,04

Mit * gekennzeichnete Gase sind durch anthropogene Einflüsse stark erhöht gegenüber ihrem vorindustriellen Wert (Tab. aus Kraus, 2004).

Jahresgang und globale Zunahme von CO₂

<https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/>



[Home](#) [About](#) [People](#) [Research](#) [Observing Networks](#) [Data](#) [Products](#) [Information](#)

← <https://gml.noaa.gov/ccgg/>

(Aufruf: 15.10.2021)

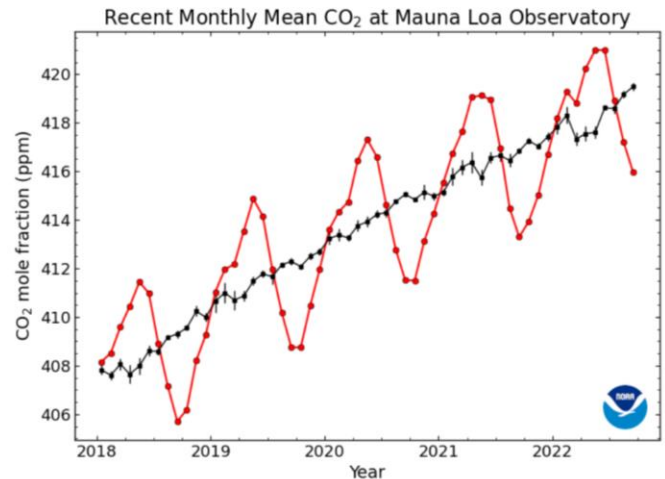
(Aufruf: 16.10.2022)

Monthly Average Mauna Loa CO₂

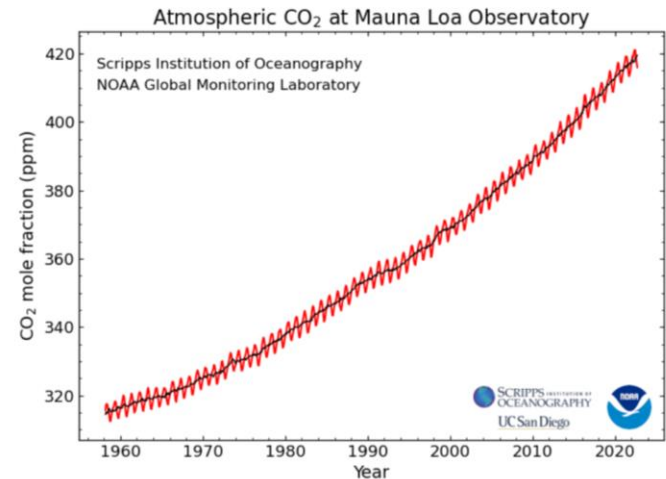
September 2022: 415.95 ppm

September 2021: 413.30 ppm

Last updated: Oct 05, 2022



[PNG Version](#) [PDF Version](#)



[PNG Version](#) [PDF Version](#)

The graphs show monthly mean carbon dioxide measured at Mauna Loa Observatory, Hawaii. The carbon dioxide data on Mauna Loa constitute the longest record of direct measurements of CO₂ in the atmosphere. They were started by C. David Keeling of the Scripps Institution of Oceanography in March of 1958 at a facility of the National Oceanic and Atmospheric Administration [Keeling, 1976]. NOAA started its own CO₂ measurements in May of 1974, and they have run in parallel with those made by Scripps since then [Thoning, 1989].

The last five complete years of the Mauna Loa CO₂ record plus the current year are shown in the first graph. The full record of combined Scripps data and NOAA data is shown in the second graph. Every monthly mean is the average of daily means, which are in turn based on hourly averages, but only for those hours during which "background" conditions prevail (see gml.noaa.gov/ccgg/about/co2_measurements.html for more information).

Siehe auch:

<https://www.youtube.com/watch?v=fJ0o2E4d8Ts>

(Aufruf: 15.10.2021) bzw.


<https://www.youtube.com/watch?v=x1SgmFa0r04>

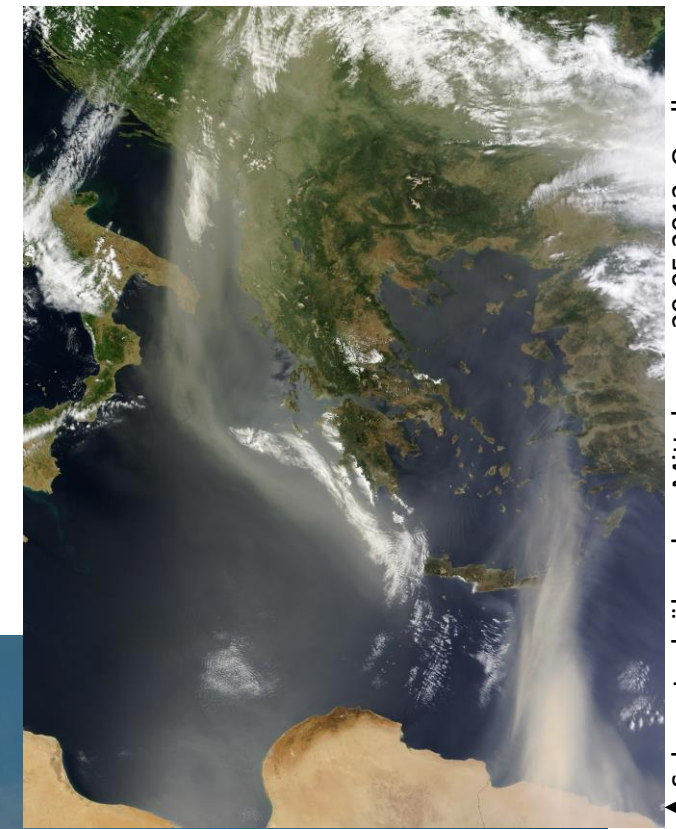
(Aufruf: 16.10.2022) für eine Simulation des Transports und Jahreszyklus von CO₂ in der Atmosphäre

Weitere Bestandteile der Luft

Neben den Atomen und Molekülen (**Gase**), die bereits vorgestellt wurden, gibt es weitere (lokal sehr variable) Bestandteile:

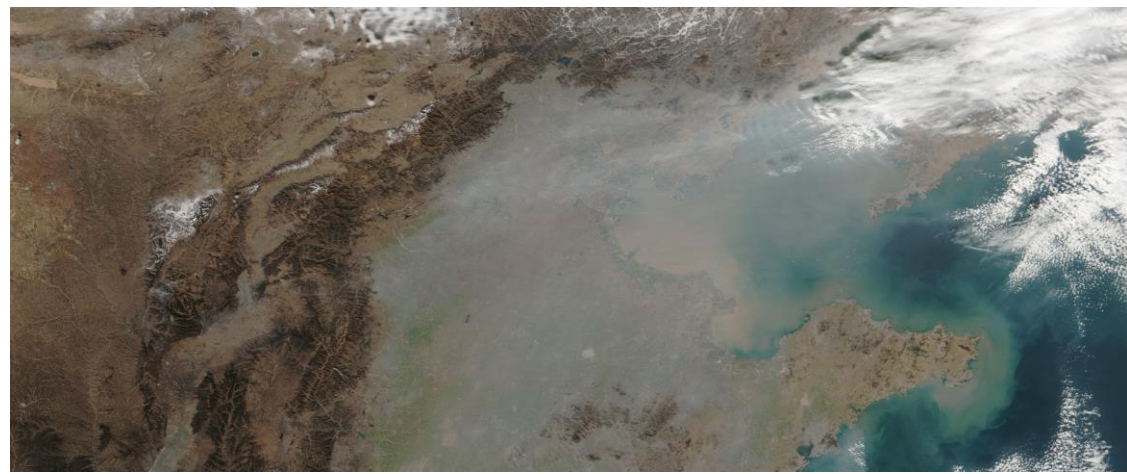
- **Aerosole** = Zusammenballungen (Agglomerate) von festen und flüssigen Bestandteilen (Ruß, Staub, Seesalz, Pollen,...)
- **Hydrometeore** = Wolkentropfen, Eisnadeln, Schneekristalle, Regentropfen, Schneeflocken, Hagelkörner, ...

Vulkanausbruch in La Palma, 4.10.2021. Quelle:  <https://earthobservatory.nasa.gov/images/148946/eruption-continues-at-la-palma> (Aufruf: 14.10.2021)



← Saharastaub über dem Mittelmeer, 29.05.2013. Quelle: <https://earthobservatory.nasa.gov/images/81232/dust-plumes-over-the-mediterranean-sea> (Aufruf: 14.10.2021)

Aerosole



Smog over China (6.12.2016)
<https://earthobservatory.nasa.gov/images/89228/smog-and-haze-in-northern-china>
(Aufruf: 14.10.2021)

Ursprung: chemische Reaktion von Gasen, biologische Emission (z.B. Pollen), Staub, Seesalz, anthropogene Quellen

Größe: → Aitkenkerne ($<0,2 \mu\text{m}$), am häufigsten, meist inaktiv (außer Gesundheit)

→ große Kerne ($0,2\text{-}1 \mu\text{m}$), mögl. Kondensationskerne für Tropfen

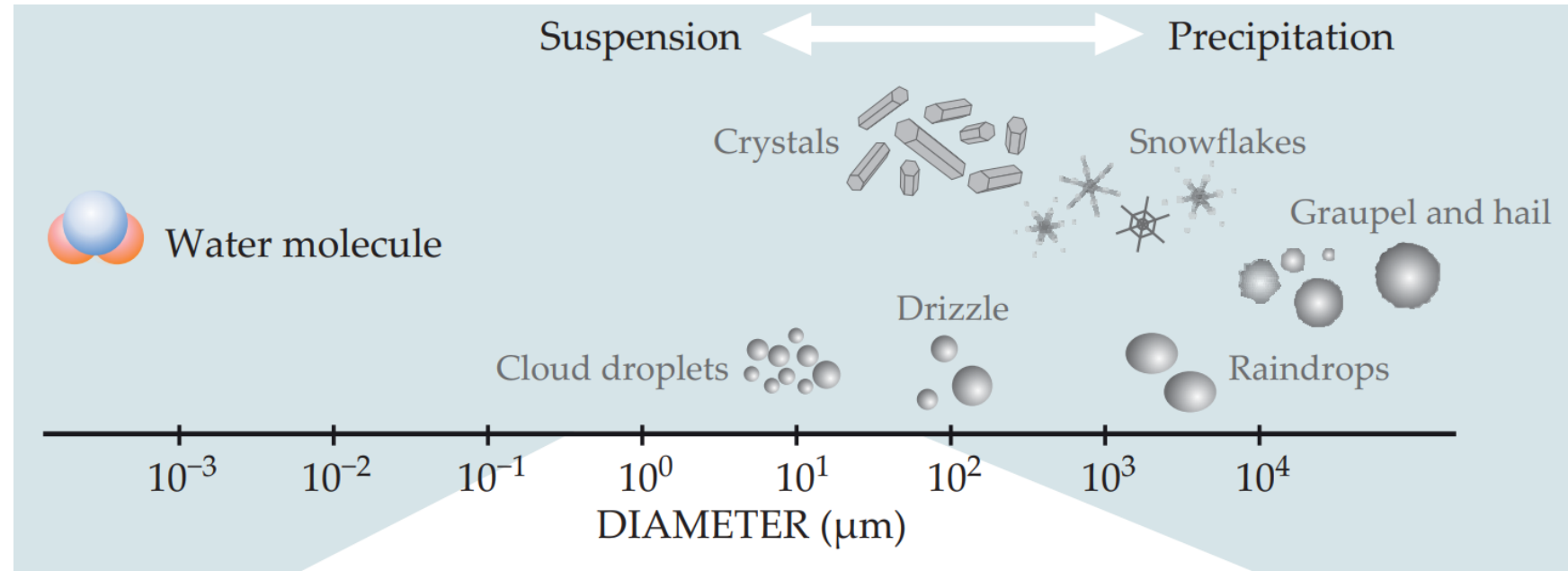
→ Riesenkerne ($>1 \mu\text{m}$), mögl. Kondensationskerne für Tropfen

Bedeutung: → mögl. Kondensationskerne für Wolkenbildung

→ klimarelevant (quantitativer Effekt strittig); mehr Aerosol führt zu:

- Reduktion/Verstärkung des Treibhauseffekts durch Streuung
- Wolken werden bei gleichem Wassergehalt bei mehr Aerosol (mehr kleine Tropfen) heller (1. indirekter Aerosoleffekt)
- Wolken leben länger (viele kleine Tropfen) und regnen u.U. zunächst weniger oder später intensiver (2. indirekter Aerosoleffekt)

Hydrometeore



Größe verschiedener Hydrometeore. Quelle: Steven and Bony (2013, Physics Today)

Entstehung und Lebenszyklus:

- Kondensation von Wasserdampf oder Eiskristallen an Kondensationskernen in übersättigter Luft (=Luft mit relativer Feuchte $>100\%$) z.B. durch Abkühlen der Luft (Aufsteigen, durch Ausstrahlung) oder Vermischung von verschiedenen Luftmassen
- Anwachsen der Tröpfchen/Kristalle durch verschiedene Prozesse möglich.
- Hydrometeore fallen aus, wenn sie zu groß (und schwer) werden oder können wieder verdunsten

Was ist der Luftdruck?

Zwei Definitionsmöglichkeiten:

- Über die statistische Bewegung der Moleküle und Atome der Luft
(Gasdruck bei Stößen gegen „Wände“)
- Als Gewichtskraft der Luft bezogen auf eine darunterliegende Fläche

Definition des Luftdrucks über die statistische Bewegung der Gasteilchen

Gasdruck = Summe aller durch ein Gas oder Gasgemisch wirkenden Kräfte auf eine Fläche.

Im dreidimensionalen Raum wirkt der Gasdruck in alle drei Raumrichtungen (durch die statistische Bewegung der Teilchen). Beispiel (Abb): Gasteilchen, die in einem Gefäß eingeschlossen sind, üben einen Druck auf die Gefäßwände aus.

Impulsaustausch beim Stoß mit der Wand

Je höher die innere Energie der Teilchen (proportional zur Temperatur), umso schneller bewegen sich die Teilchen und umso höher ist der Druck

Bespiel für einen Gasdruck ist der Luftdruck.

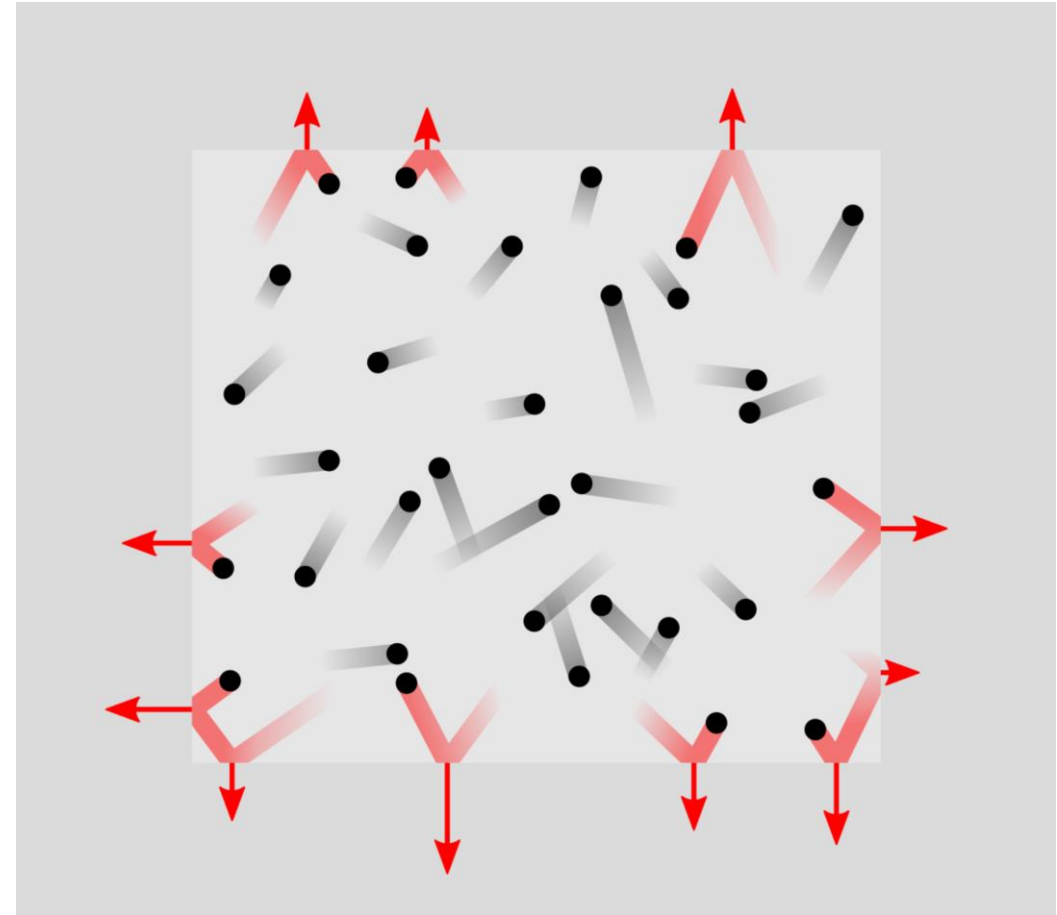




Abb.: Durch Atome und Moleküle (schwarze Punkte) ausgeübter Druck auf die inneren Wände eines Containers bei Kollisionen (rote Partikelbahnen) mit den Wänden. Rote Pfeile = resultierende Kräfte; Druck ist gleich der Summe dieser Kräfte. Quelle: User:Becarlson / <http://www.becarlson.com> / <http://www.becarlson.com> / [CC-BY-SA-3.0](http://www.becarlson.com) (Aufruf: 15.10.2021)

Exkurs: Was ist ein ideales Gas und welchen Gesetzmäßigkeiten folgt es?


- Idealisierte Modellvorstellung eines realen Gases zur Beschreibung thermodynamischer Prozesse von Gasen
- Eigenschaften des idealen Gases:
 - kein Eigenvolumen (nur Massepunkte)
 - keine Wechselwirkung (Anziehung/Abstoßung) zwischen den Atomen und Molekülen des idealen Gases. Es finden nur elastische Stöße zwischen den Gasteilchen untereinander bzw. mit der Wand statt.
 - keine Eigenrotationen und –Vibrationen der Atome/Moleküle
- Es gelten die Gesetze von Boyle/Mariotte, Amontons und Gay-Lussac/Charles.


$$p \sim \frac{1}{V}$$

für $T = \text{const.}$


$$p \sim T$$

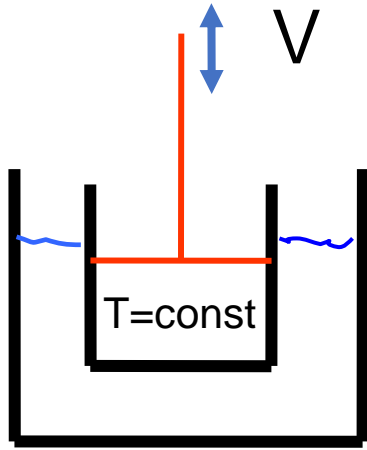
für $V = \text{const.}$


$$T \sim V$$

für $p = \text{const.}$

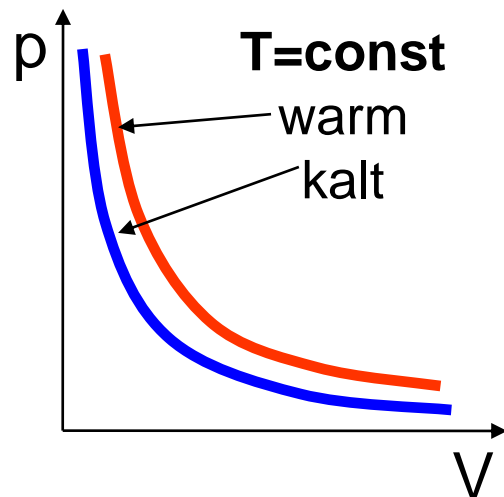
Gesetze von Boyle/Mariotte, Amontons und Gay-Lussac/Charles

Voraussetzung: gleiche Teilchenzahl für alle Gesetze



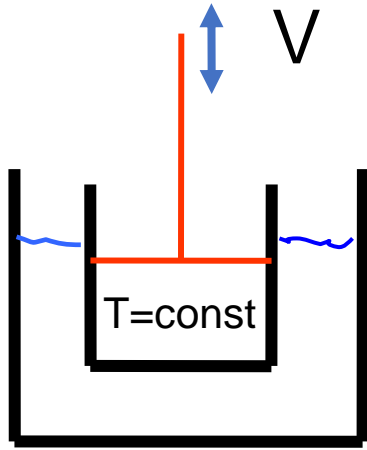
$$p \sim \frac{1}{V} \rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2$$

für $T = \text{const.}$ (**isotherm**)



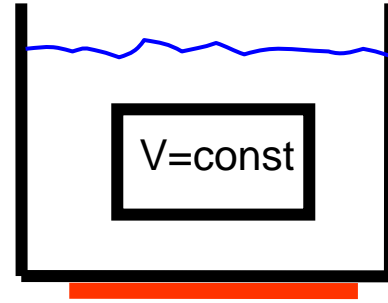
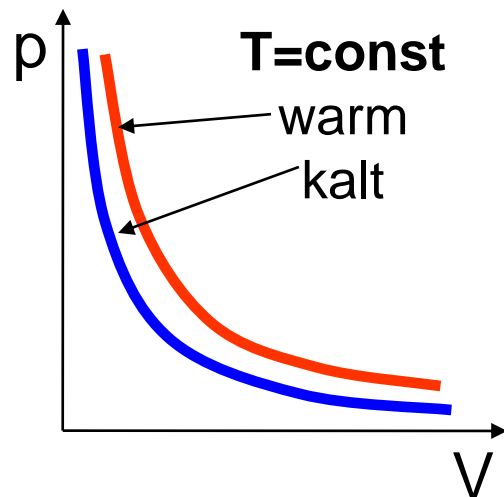
Gesetze von Boyle/Mariotte, Amontons und Gay-Lussac/Charles

Voraussetzung: gleiche Teilchenzahl für alle Gesetze



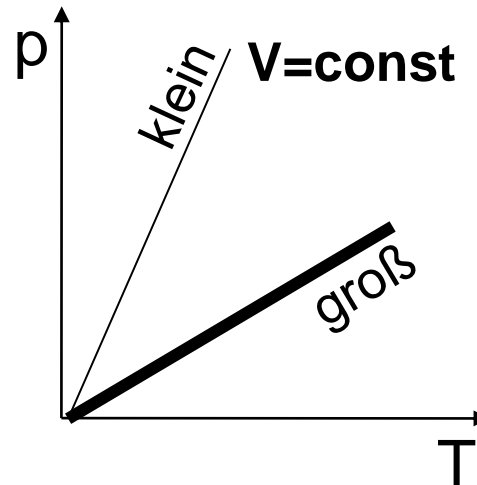
$$p \sim \frac{1}{V} \rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2$$

für $T = \text{const.}$ (**isotherm**)



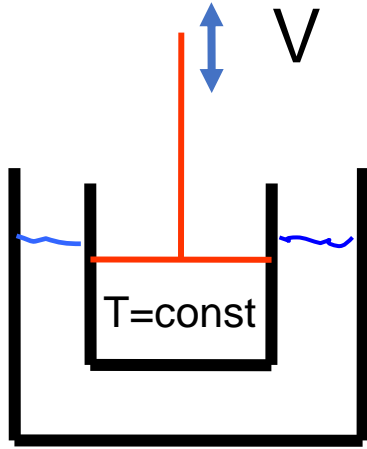
$$p \sim T \rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

für $V = \text{const.}$ (**isochor**)



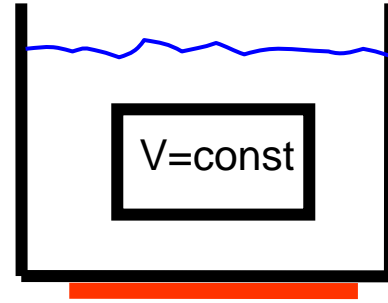
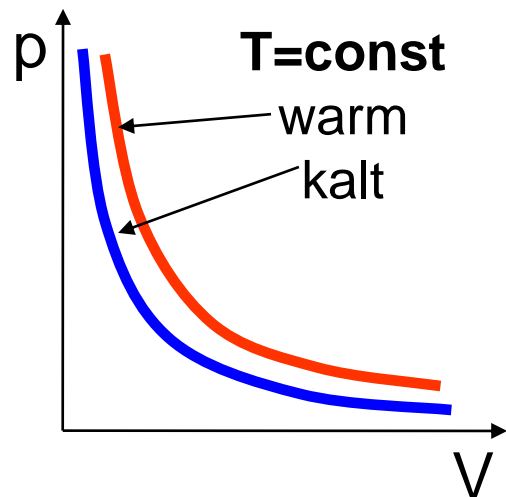
Gesetze von Boyle/Mariotte, Amontons und Gay-Lussac/Charles

Voraussetzung: gleiche Teilchenzahl für alle Gesetze



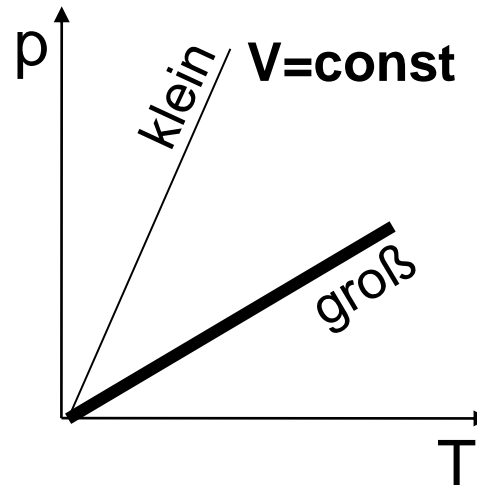
$$p \sim \frac{1}{V} \rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2$$

für $T = \text{const.}$ (**isotherm**)

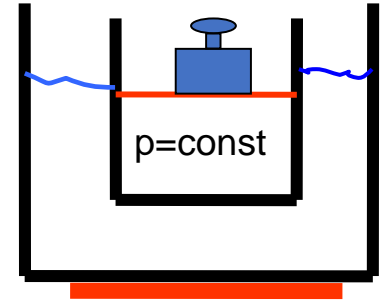


$$p \sim T \rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

für $V = \text{const.}$ (**isochor**)

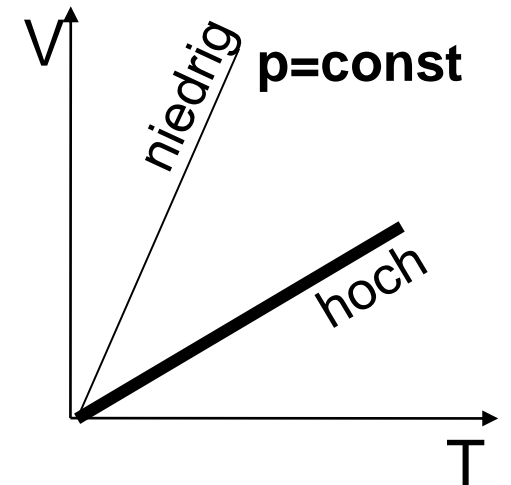


\longleftrightarrow
T



$$V \sim T \rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

für $p = \text{const.}$ (**isobar**)



Die Zustandsgleichung idealer Gase

Allgemeine Gasgleichung idealer Gase:

$$pV = nRT = \frac{m}{M}RT$$

universelle Gaskonstante R
($R = 8,3144 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$)
und der Temperatur T in Kelvin.

Mit Hilfe der Definitionen der Dichte $\rho = m/V$ und der **spezifischen Gaskonstante** $R_g = R/M$ folgt für die Gasgleichung idealer Gase:

$$p = \rho R_g T$$

Um die **spezifische (auch spezielle bzw. individuelle) Gaskonstante** trockener Luft $R_g = R_l$ zu berechnen, verwendet man die Molmasse trockener Luft $M_l = 28,965 \text{ g/mol}$:

$$R_l = \frac{R}{M_l} = \frac{8,3144}{28,965} \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot \frac{\text{mol}}{\text{g}} = 0,287 \frac{\text{J}}{\text{g K}} = 287 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

Die Zustandsgleichung idealer Gase verknüpft die drei Zustandsgrößen eines Gases – Druck p , Volumen V (bzw. Dichte ρ) und Temperatur T – miteinander.

Fazit: Luft als ideales Gasgemisch

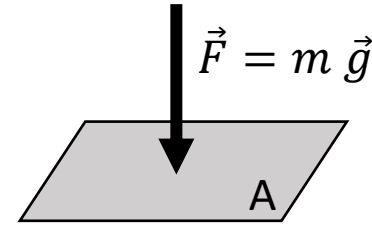
- Wir nehmen an, dass die Luft als Gasgemisch idealer Gase angesehen werden kann.
- Dann können wir die Zustandsgleichung idealer Gase verwenden, um die Luft zu beschreiben.
- Das gilt auch für jedes Luftpaket (= eine gewisse Menge der Luft, der eine Temperatur, ein Volumen (Dichte) und ein Druck zugeordnet werden kann), das wir betrachten.

----- Exkurs Ende -----

Definition des Luftdrucks (Meteorologie/Physik)

„In der Meteorologie kann der **Luftdruck p** verstanden werden als das Gewicht einer Luftsäule an ihrer unteren Begrenzungsfläche bezogen auf die Flächeneinheit.“

$$p = \frac{F_z}{A} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}}$$

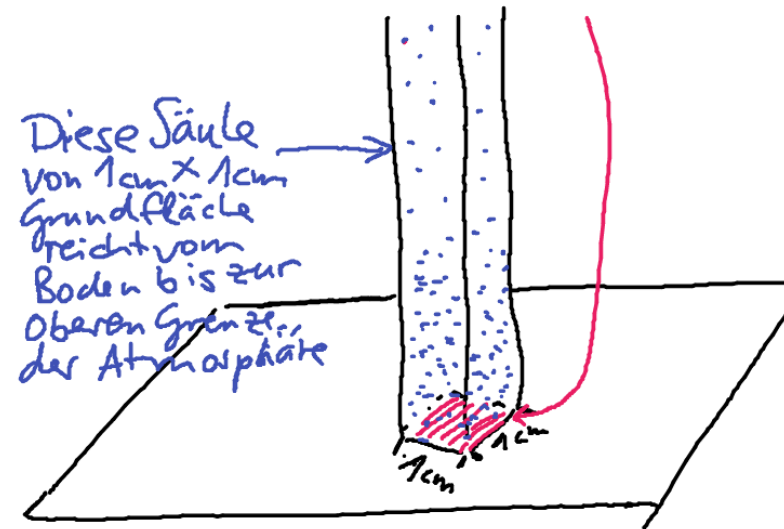


„Dieser Druck wirkt aber nicht nur nach unten, sondern in alle Richtungen. Wir sollten ihn so eher als den negativen, in alle Richtungen wirkenden Spannungszustand im Medium Luft verstehen. Die einheitliche Wirkung des Druckes in alle Richtungen ist eine Folge davon, dass der Druck sich als statistische Größe aus den Bewegungen bzw. Stößen der vielen einzelnen frei beweglichen Gasmoleküle ergibt.“ (beide Zitate aus Kraus, 2004)

Luftdruck:= Gewicht(skraft) der Atmosphäre,
dividiert durch die Fläche, über der die Luft liegt

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche}} = \frac{\text{Gewicht der darüberliegenden Luft}}{\text{Fläche}}$$

(Gewichtskraft)



Unter Normalbedingungen ($p = 1013 \text{ hPa}$ am Boden)
wiegt diese $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ Säule ungefähr 1kg.

Wieviel Gewicht hat die Luft?

1. Berechnung: Gesamtmasse der Atm. ist gleich
 $m = 5,15 \cdot 10^{18} \text{ kg}$

Erdradius $R = 6370 \text{ km} = 6370000 \text{ m}$

Kugeloberfläche $4\pi R^2$

Die Masse verteilt sich gleichmäßig auf die Kugeloberfläche der Erde, d.h.

$$\frac{m}{4\pi R^2} = 10100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} : \text{Gewicht pro m}^2 \text{ Oberfläche " "}$$

Wieviel Gewicht hat die Luft?

1. Berechnung: Gesamtmasse der Atm. ist gleich
 $m = 5,15 \cdot 10^{18} \text{ kg}$

Erdradius $R = 6370 \text{ km} = 6370000 \text{ m}$

Kugeloberfläche $4\pi R^2$

Die Masse verteilt sich gleichmäßig auf die Kugeloberfläche der Erde, d.h.

$$\frac{m}{4\pi R^2} = 10100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} : \text{Gewicht pro m}^2 \text{ Erdoberfläche}$$

Wieviel Gewicht lastet auf $1 \text{ cm}^2 = (10^{-2} \text{ m})^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$

$$m^* = \frac{m}{4\pi R^2} \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = \underline{1,01 \text{ kg}}$$

Wieviel Gewicht hat die Luft?

1. Berechnung: Gesamtmasse der Atm. ist gleich
 $m = 5,15 \cdot 10^{18} \text{ kg}$

Erdradius $R = 6370 \text{ km} = 6370000 \text{ m}$

Kugeloberfläche $4\pi R^2$

Die Masse verteilt sich gleichmäßig auf die Kugeloberfläche der Erde, d.h.

$$\frac{m}{4\pi R^2} = 10100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} : \text{Gewicht pro m}^2 \text{ Erdoberfläche}$$

Wieviel Gewicht lastet auf $1 \text{ cm}^2 = (10^{-2} \text{ m})^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$

$$m^* = \frac{m}{4\pi R^2} \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = \underline{1,01 \text{ kg}}$$

2. Wie hoch wäre eine Wassersäule (Silber-/ Goldsäule) die mit dem selben Druck auf dem Erdboden lastet wie Luft unter Npmal bed.?

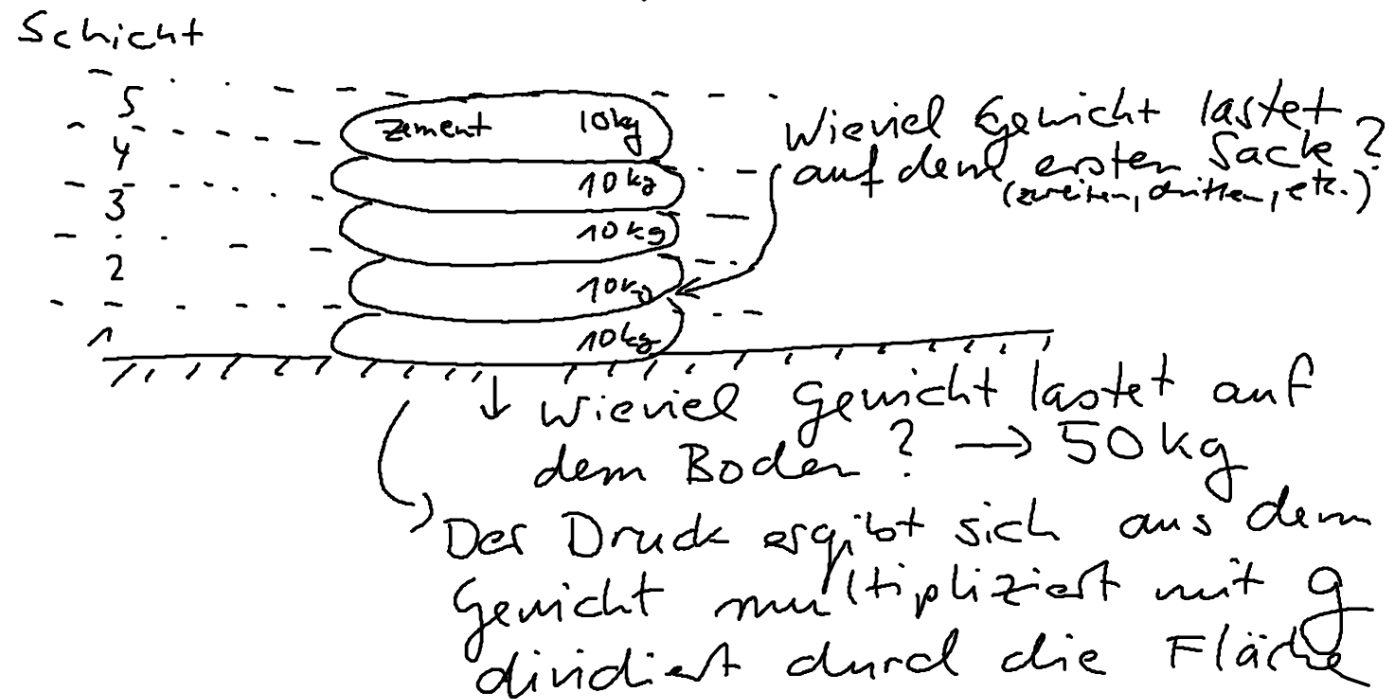
$$|p| = \frac{mg}{A} = \frac{mgh}{A \cdot h} = \frac{mgh}{V} = \rho gh \Leftrightarrow h = \frac{|p|}{\rho g}$$

Dichte von Wasser: $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\rho_{\text{Ag}} = 10490 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$$\rho_{\text{Au}} = 19302 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

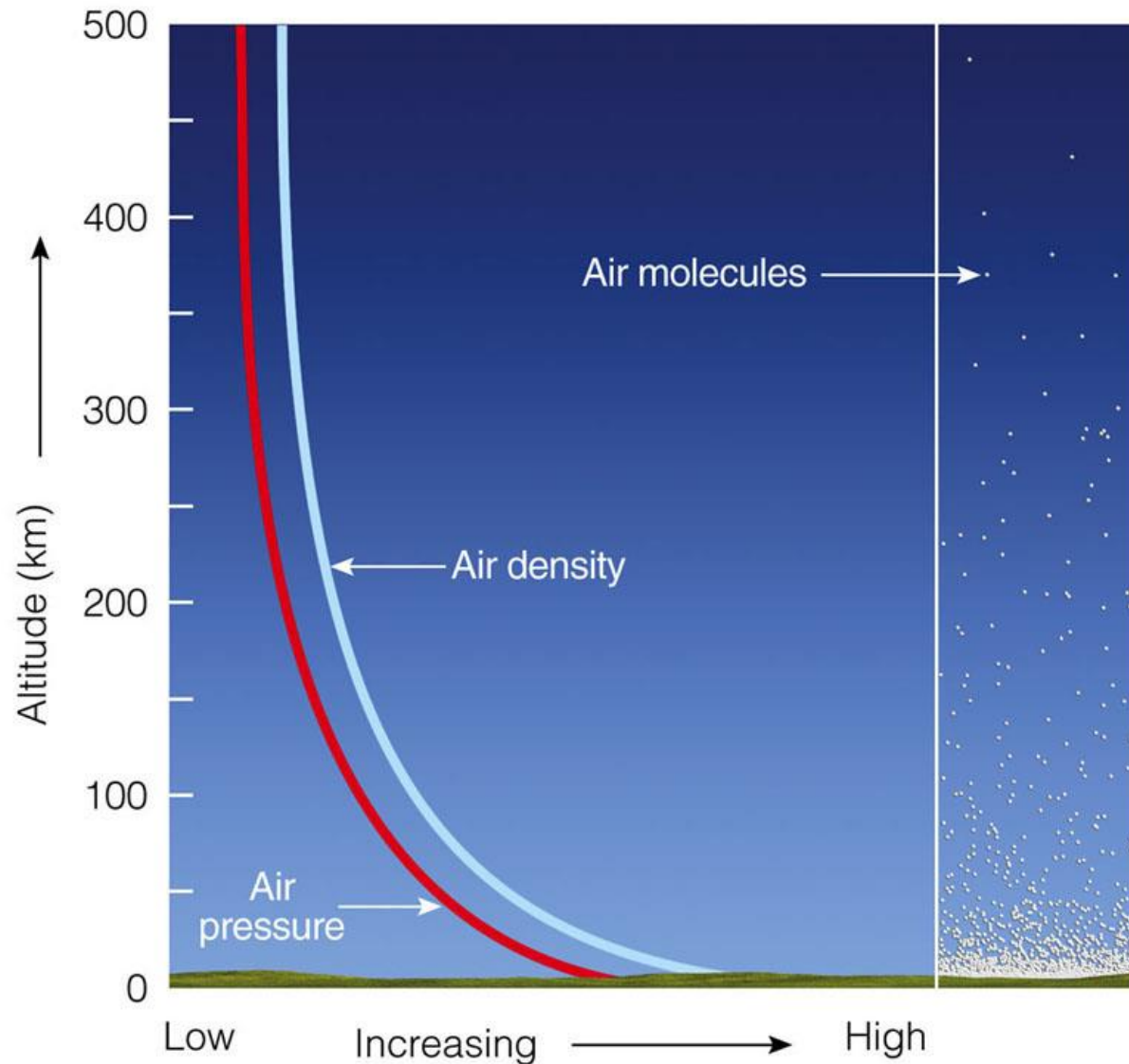
Luftdruckabnahme mit der Höhe

Überlegung: Betrachte einen Stapel aus 5 Zementsäcken. Jeder einzelne Sack wiegt 10 kg



\rightarrow Der Druck nimmt ab, je weniger Säcke, d.h. je weniger Gewicht darüber lastet.

Abnahme der Luftdichte mit der Höhe



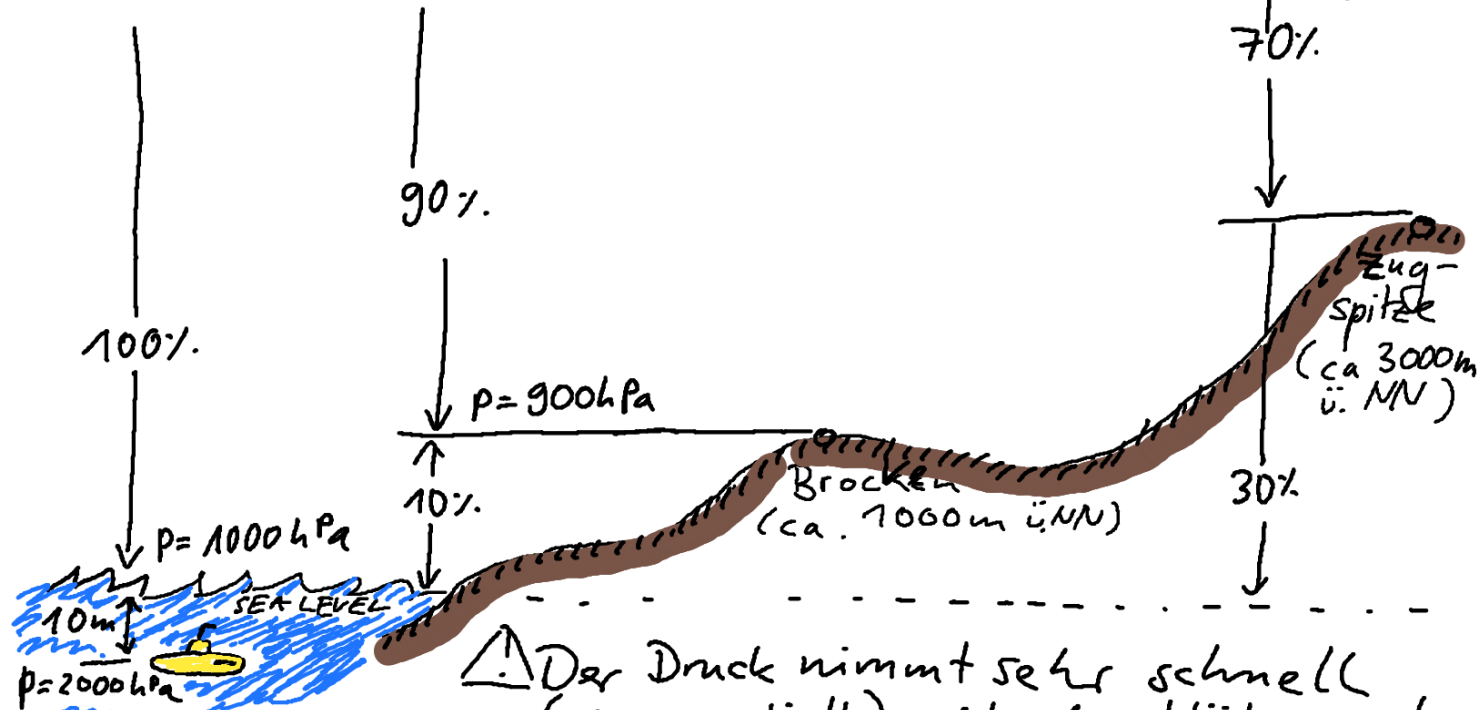
Das Gewicht der oberhalb eines Levels liegenden Luft komprimiert die darunterliegende Luft.

Gedankenexperiment: Statt der Zementsäcke von eben, liegen dort „Luftballons“. Der untere wird durch das Gewicht der darüberliegenden komprimiert (=zusammengedrückt).

Die Dichte der Luft ist am größten in Bodennähe und nimmt nach oben hin ab.

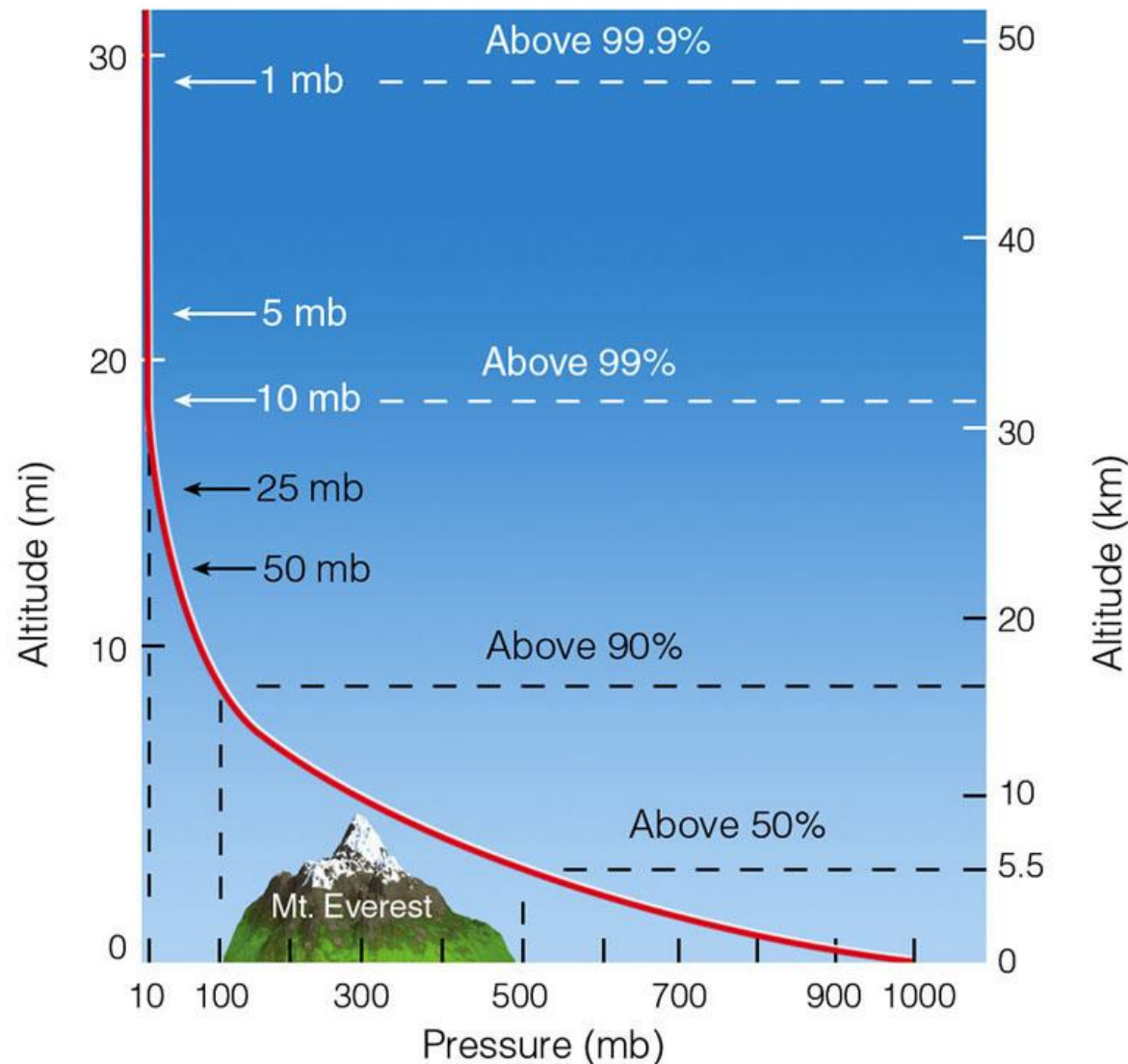
Luftdruck in verschiedenen Höhen

In der Atmosphäre ergibt sich der Luftdruck in jedem Höhenlevel aus der darüberliegenden Luft \Rightarrow Der Druck nimmt mit der Höhe ab, weil immer weniger Luft darüber liegt.



⚠ Der Druck nimmt sehr schnell (exponentiell) mit der Höhe ab! Horizontale Druckänderungen sind kleiner (verursachen aber Winde!)

Druckverlauf mit der Höhe (Standardatmosphäre)



© 2007 Thomson Higher Education

Druckverlauf der Standardatmosphäre.

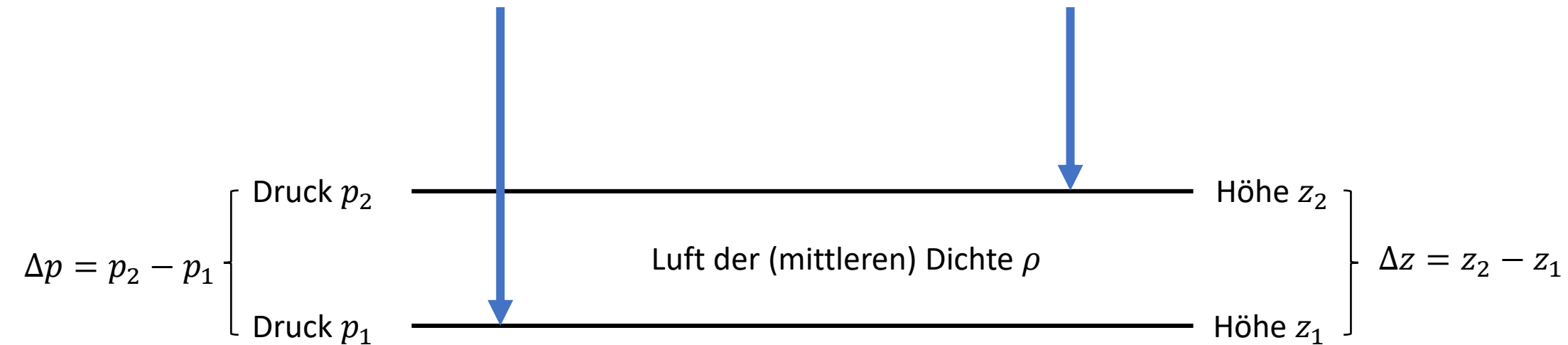
Beachte: Die Einheit mb (=millibar) entspricht der Einheit hPa (Hekto-Pascal=100 Pascal).

Die Druckangabe auf Wetterkarten erfolgt üblicherweise in hPa (gelegentlich auch mbar).

Frage: In welcher Höhe liegen typischerweise die 850, 500, 200 hPa Druckflächen?

Abnahme des Luftdrucks mit der Höhe berechnen

Ziel: Berechnung des vertikalen Verlauf des Luftdrucks



Auf der Schicht in der Höhe $z_1 < z_2$ lastet mehr Atmosphärenmasse als auf der Schicht in z_2 . D.h., dass der Druck $p_1 > p_2$ ist. Der Unterschied des Drucks ergibt sich als:

$$\Delta p = -\rho g \Delta z \text{ mit Erdbeschleunigung } g.$$

Hydrostatische Grundgleichung

Gesucht: vertikaler Druckverlauf

Vorgehen: Umformen der Gleichung $\Delta p = -\rho g \Delta z$ nach:

$$\frac{\Delta p}{\Delta z} = -\rho g$$

Anschließend verringern wir die Abstände der Höhenschichten ($\Delta z \rightarrow 0$, Grenzübergang zur partiellen Ableitung nach z):

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta z} = \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

Diese Gleichung wird auch **hydrostatische Grundgleichung** genannt (Merken!):

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

Hydrostatische Grundgleichung und vertikale Bewegungsgleichung

Die **hydrostatische Grundgleichung**

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

folgt auch aus der Vertikalkomponente der Bewegungsgl.: $\frac{\partial w}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla w = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + 2\Omega u \cdot \cos(\phi) + f_{R,z}$, wenn Reibung ($f_{R,z}$) und Geschwindigkeit (\vec{u}) Null gesetzt werden (an der Tafel, Hinweis: die hydrostatische Grundgleichung folgt auch aus einer Skalenanalyse für die synoptische, groß-skalige Bewegung der Atmosphäre).

Die hydrostatische Grundgleichung besagt, dass der vertikale Anteil der Druckgradientkraft bzw. -beschleunigung ($\rho^{-1} \partial p / \partial z$) der Schwerkraft (bzw. -beschleunigung) entspricht.

Die partielle Ableitung ($\partial / \partial z$) bedeutet hier, dass wir nur an der Änderung des Drucks in vertikaler Richtung (senkrecht zur Erdoberfläche) interessiert sind und nicht an möglichen horizontalen Änderungen.

Erdbeschleunigung $g = g(\phi, z)$

Die Erdbeschleunigung g ist keine Konstante!

Abhängigkeit von:

- der **geographischer Breite** ϕ (Erde ist keine Kugel! Die Zentrifugalkraft sorgt für eine Abplattung an den Polen) und
- der **Höhe** z (Erdbeschleunigung wird kleiner, je weiter wir uns vom Erdmittelpunkt entfernen):

$$g(\phi, z) = 9,80665 \frac{m}{s^2} \cdot \left(1 - 0,0026373 \cos(2\phi) + 0,0000059 \cos^2(2\phi) \right) \left(1 - 3,14 \cdot 10^{-7} \frac{z}{m} \right)$$

$$\rightarrow g(0^\circ, z = 0m) = 9,78084 \text{ m/s}^2$$

$$\rightarrow g(45^\circ, z = 0m) = 9,80665 \text{ m/s}^2 \text{ (=Normalschwerebeschleunigung } g_N)$$

$$\rightarrow g(90^\circ, z = 0m) = 9,83257 \text{ m/s}^2$$

Herleitung der barometrischen Höhenformel für konstante Dichte

Die barometrische Höhenformel beschreibt den Druckverlauf mit der Höhe. Um diesen zu berechnen, müssen wir eine Annahme für die Dichte- oder Temperaturänderung mit der Höhe treffen und anschließend die hydrostatische Grundgleichung über z integrieren:

Annahmen: $g = g_N, \rho = \text{const.}$:

$$\int_{z_0}^{z_1} \frac{\partial p}{\partial z} dz = - \int_{z_0}^{z_1} \rho g dz = -\rho g \int_{z_0}^{z_1} dz = -\rho g (z_1 - z_0)$$

$$\rightarrow P(z_1) - P(z_0) = -\rho g (z_1 - z_0)$$

Barometrische Höhenformel für eine Atmosphäre mit konstanter Dichte.

Herleitung der barometrischen Höhenformel für konstante Temperatur

Die Annahme konstanter Dichte ist nicht realistisch. Eine weitere Möglichkeit ist die Annahme höhenkonstanter Temperatur (oder einer konstanten Mitteltemperatur der Schicht zwischen z_1 und z_2):

Annahmen: $g = g_N, T = \text{const.}$;

Vorgehen: Grundlage ist wiederum die hydrostatische Grundgleichung die vertikal integriert wird. Diesmal ersetzen wir die Dichte allerdings mit Hilfe der Zustandsgleichung idealer Gase ($p = \rho R_g T$), trennen die Variablen und integrieren anschließend wieder über die Höhe z .

Herleitung: → siehe Tafel

Ergebnis: Barometrische Höhenformel für eine Atmosphäre mit konstanter Temperatur:

$$P(z_1) = P(z_0) \exp \left(- \frac{g(z_1 - z_0)}{R_g T} \right)$$

Herleitung der barometrischen Höhenformel für konstante Temperaturabnahme mit der Höhe

Die Temperatur ändere sich linear mit der Höhe z :

$$T = T_o - \gamma z$$

Weitere Annahmen: $g = g_N, ; T_o = T(z = 0), \gamma = \text{const.}, [\gamma] = K/m;$

Vorgehen: Grundlage ist die hydrostatische Grundgleichung, die vertikal integriert wird. Die Dichte wird mit Hilfe der Zustandsgleichung idealer Gase ($p = \rho R_g T$) ersetzt. Trennung der Variablen (p auf eine Seite bringen). Für T wird der obige Ansatz eingesetzt und anschließend wieder über die Höhe z integriert.

Herleitung: → siehe Tafel oder Übung

Ergebnis: Barometrische Höhenformel für eine Atmosphäre mit konstanter Temperaturabnahme mit der Höhe:

$$P(z_1) = P(z_0) \left(\frac{T_o - \gamma z_1}{T_o - \gamma z_0} \right)^{\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{g}{R_g}} \quad (\text{Potenzfunktion})$$

Zusammenfassung

- Trockene Luft ist ein ideales Gasgemisch, das hauptsächlich aus Stickstoff, Sauerstoff, Argon und Kohlendioxid besteht.
- Feuchte Luft enthält einen Anteil Wasserdampf, der lokal sehr unterschiedlich sein kann.
- Luft ist ein ideales Gasgemisch, d.h. dass das Eigenvolumen und Wechselwirkungen der Gasteilchen vernachlässigt werden.
- Die Eigenschaften eines idealen Gases werden mit der Zustandsgleichung idealer Gase beschrieben.
- Der Luftdruck kann als Gewicht(skraft) der Luft verstanden werden, die über einer horizontalen Fläche lastet.
- Die hydrostatische Grundgleichung beschreibt das Gleichgewicht von vertikaler Druckgradientkraft und Schwerkraft. Aus ihr kann die Abnahme des Luftdrucks mit der Höhe hergeleitet werden.
- Der Luftdruck nimmt schnell (exponentiell) mit der Höhe ab.