1. Alap lineáris transzformációk

1.a. Tükrözés az x tengelyre

$\hat{i}' = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

$\hat{j}' = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

Ezt a két vektort mátrixszá összetéve kapjuk meg az **x tengelyre történő tükrözés mátrixát**:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

1.b. Tükrözés az y tengelyre

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1.c. Forgatás 90°-kal óramutató járásával megegyező irányba az origó körül

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

1.d. Nagyítás

$$\begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}$$

1.e. Nyírás

$$\begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Kód

forrás: https://scipython.com/book2/chapter-6-numpy/examples/visualizing-linear-transformations/

3. Mátrixszorzás

-elfordulnak 90°-kal óramutató járásával megegyező irányba és nagyítva is vannak, mondjuk kétszeresére

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right) = \left(\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

→mátrixszorzás egy asszociatív művelet

$$\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -2\\0 & -1\end{bmatrix}\neq\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\0 & -1\end{bmatrix}$$

→mátrixszorzás nem kommutatív
3D:

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & -1 & 0\\0 & 0 & -1\end{bmatrix}$$

4. Determináns

$$\begin{bmatrix}4 & 1\\1 & 2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}10 & 5\\4 & 2\end{bmatrix}$$

5. Lineáris egyenletrendszer

$$x_1 + 3 \cdot x_2 = 3$$

$$x_1 + 4 \cdot x_2 = 6$$

$$\begin{bmatrix}1 & 3\\1 & 4\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\6\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-6\\3\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}-6\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 3\\1 & 4\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}3\\6\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}$$

ha det($\mathbf{A}$)≠0, akkor a ranguk maximális

$$\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\2 & 2 & 2\\3 & 3 & 3\end{bmatrix}$$

6. Sajátvektorok és sajátértékek

irányuk (hatásvonaluk) megmarad
hosszuk változhat

7. Házi feladat

(1) Írjatok le 5 olyan 3x3-as mátrixot, amely 1-1 lineáris transzformációt valósít meg!
(2) Vezessétek le (tehát számoljátok ki, papíron, vagy akár colabba is írhatjátok), hogy a jobbra 90°-os forgatás inverze tényleg a balra 90°-os forgatás, a kétszeres nagyításnak a felére való csökkentés, ha nyírást alkalmazunk (adjátok meg Ti az α értékét), akkor azt invertálva pedig megkapjuk az eredeti koordinátarendszerünket. Ezeket mind 2D-ben, tehát 2x2-es mátrixszal számoljátok ki.