

Mathématiques

Les **mathématiques** (ou la **mathématique**) sont un ensemble de connaissances abstraites résultant de raisonnements logiques appliqués à des objets divers tels que les ensembles mathématiques, les nombres, les formes, les structures, les transformations, etc. ; ainsi qu'aux relations et opérations mathématiques qui existent entre ces objets. Elles sont aussi le domaine de recherche développant ces connaissances, ainsi que la discipline qui les enseigne.

Elles possèdent plusieurs branches telles que : l'arithmétique, l'algèbre, l'analyse, la géométrie, la logique mathématique, les probabilités, etc. Il existe également une certaine séparation entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées.

Les mathématiques se distinguent des autres sciences par un rapport particulier au réel car l'observation et l'expérience ne s'y portent pas sur des objets physiques ; les mathématiques ne sont pas une science empirique. Elles sont de nature entièrement intellectuelle, fondées sur des axiomes déclarés vrais ou sur des postulats provisoirement admis. Ces axiomes en constituent les fondements et ne dépendent donc d'aucune autre proposition. Un énoncé mathématique – dénommé généralement, après être validé, théorème, proposition, lemme, fait, scholie ou corollaire – est considéré comme valide lorsque le discours formel qui établit sa vérité respecte une certaine structure rationnelle appelée démonstration, ou raisonnement logicodéductif. Un énoncé qui n'a pas encore fait l'objet d'une démonstration mais qui est néanmoins considéré plausible est appelé conjecture.

Bien que les résultats mathématiques soient des vérités purement formelles, ils trouvent des applications dans les autres sciences et dans différents domaines de la technique. C'est ainsi qu'Eugene Wigner déclare que la « déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences de la nature est une chose presque mystérieuse »^{1,2}.

Étymologie

Le mot « mathématique » vient du grec par l'intermédiaire du latin. Le mot μάθημα (*máthēma*) est dérivé du verbe μανθάνω (*manthánō*) (« apprendre »). Il signifie « science, connaissance » puis « mathématiques » de μαθήματα ; il a donné naissance à l'adjectif μαθηματικός (*mathematikos*), d'abord « relatif au savoir » puis « qui concerne les sciences mathématiques ». Cet adjectif a été adopté en latin (*mathematicus*) et dans les langues romanes par la suite (« mathématique » en français, *matematica* en italien, etc.), ainsi que dans de nombreuses autres langues³.

La forme neutre de l'adjectif μαθηματικός a été substantivée en τα μαθηματικά (*ta mathēmatiká*) pour désigner les sciences mathématiques dans leur ensemble. Cette forme plurielle, utilisée par Aristote, explique l'usage du pluriel pour le substantif en latin chez Cicéron (*mathematica*) puis en français et dans certaines autres langues européennes.

L'usage du pluriel est un héritage de l'époque antique, où le quadrivium regroupait les quatre arts dits « mathématiques » : l'arithmétique, la géométrie, l'astronomie et la musique. Le singulier (« la mathématique ») est parfois employé en français, mais « le mot donne alors au contexte une teinte d'archaïsme ou de didactisme ». Toutefois, certains auteurs, à la suite de Nicolas Bourbaki, insistent sur l'utilisation du singulier, pour montrer l'uniformisation apportée par l'approche axiomatique contemporaine : Jean Dieudonné semble être le premier à avoir insisté sur ce point, et le vaste traité de Bourbaki (dont il est l'un des principaux rédacteurs) s'intitule *Éléments de mathématique*, tandis que, par contraste, le fascicule historique qui l'accompagne a pour titre *Éléments d'histoire des mathématiques*. Cédric Villani préconise l'utilisation du singulier pour affirmer l'unité du domaine⁴.

Dans l'argot scolaire, le terme « mathématiques » est fréquemment apocopé en « maths », parfois aussi écrit « math ».

Histoire

Il est probable que l'homme a développé des compétences mathématiques avant l'apparition de l'écriture. Les premiers objets reconnus attestant de compétences calculatoires sont les bâtons de comptage, tels que l'os d'Ishango (en Afrique) datant de 20 000 ans avant notre ère. Le développement des mathématiques en tant que connaissance transmise dans les premières civilisations est lié à leurs applications concrètes : le commerce, la gestion des récoltes, la mesure des surfaces, la prédiction des événements astronomiques, et parfois l'exécution de rituels religieux^[réf. nécessaire].

Les premiers développements mathématiques concernaient l'extraction des racines carrées, des racines cubiques, la résolution d'équations polynomiales, la trigonométrie, le calcul fractionnaire, l'arithmétique des entiers naturels… Ils s'effectuèrent dans les civilisations akkadienne, babylonienne, égyptienne⁵, chinoise ou encore de la vallée de l'Indus.

Dans la civilisation grecque, les mathématiques, influencées par les travaux antérieurs et les spéculations philosophiques, recherchent davantage d'abstraction. Les notions de démonstration et de définition axiomatique sont précisées. Deux branches se distinguent, l'arithmétique et la géométrie. Au III^e siècle av. J.-C., les *Éléments d'Euclide*⁶ résument et ordonnent les connaissances mathématiques de la Grèce. Hypathie (née entre 355 et 370 - 415, Alexandrie), est la première mathématicienne dont la vie est bien documentée⁷.

Les mathématiques chinoises et indiennes (plus précisément de la vallée de l'Indus) sont parvenues en occident par la civilisation islamique à travers la conservation de l'héritage grec et l'interfécondation avec les découvertes, notamment en matière de représentation des nombres^[réf. nécessaire]. Les travaux mathématiques sont considérablement développés tant en trigonométrie (introduction des fonctions trigonométriques) qu'en arithmétique. L'analyse combinatoire, l'analyse numérique et l'algèbre polynomiale sont inventées et développées.



Raisonnement mathématique sur un tableau.



Un portrait d'Euclide de Mégare, qui représente en fait le mathématicien Euclide.