Bài 13. Tìm kiếm- Search

Bài toán

Input: Cho một tập ***S*** các phần tử, mỗi phần tử là một bộ gồm khóa-giá trị (key-value) và một khóa ***k*** bất kỳ.

Output: Trong ***S*** có phần tử có khóa ***k*** hay không?

Các phương pháp tìm kiếm

- Tìm kiếm tuần tự (sequence search)
- Tìm kiếm nhị phân (Binary search)
- Bảng băm (hash table)

1. Tìm kiếm tuần tự

- Tập ***S*** các phần tử được lưu bằng mảng hoặc danh sách liên kết.

- Thuật toán tìm kiếm:

• Xuất phát từ phần tử đầu của dãy, thực hiện so sánh khóa của nó với ***k.*** Nếu trùng nhau thì dừng lại, nếu không trùng thì lặp lại với phần tử tiếp theo.

• Quá trình dừng lại khi tìm thấy hoặc không còn phần tử nào nữa. Khi đó thông báo không tìm thấy.

Ví dụ 1

- Cho dãy S: 0 45 3 34 13 7 43 9 11
- Tìm xem trong dãy có phần tử k=33
- Quá trình tìm kiếm

- Không tìm thấy

Ví dụ 2

- Cho dãy S: 0 45 3 34 13 7 43 9 11
- Tìm xem trong dãy có phần tử k=13
- Quá trình tìm kiếm

- Tìm thấy, tại vị trí 5

Thuật toán

Input: Cho một dãy ***S*** các phần tử, mỗi phần tử là một bộ *key* và ***value***. Một khóa ***k*** bất kỳ.

Output: Trong ***S*** có phần tử có khóa ***k*** hay không?

```
found = 0;    i = 0;
while ((chưa duyệt hết S ) && (found==0) ){
   if (S[i].key == k)
         found =1;
   i =  i+1; //Chuyển sang phần tử kế tiếp
}
return found;
```

Thời gian chạy

- Trong trường hợp xấu nhất thuật toán phải duyệt qua tất cả các phần tử của S.
- Vậy thời gian chạy là O(n)

2. Tìm kiếm nhị phân

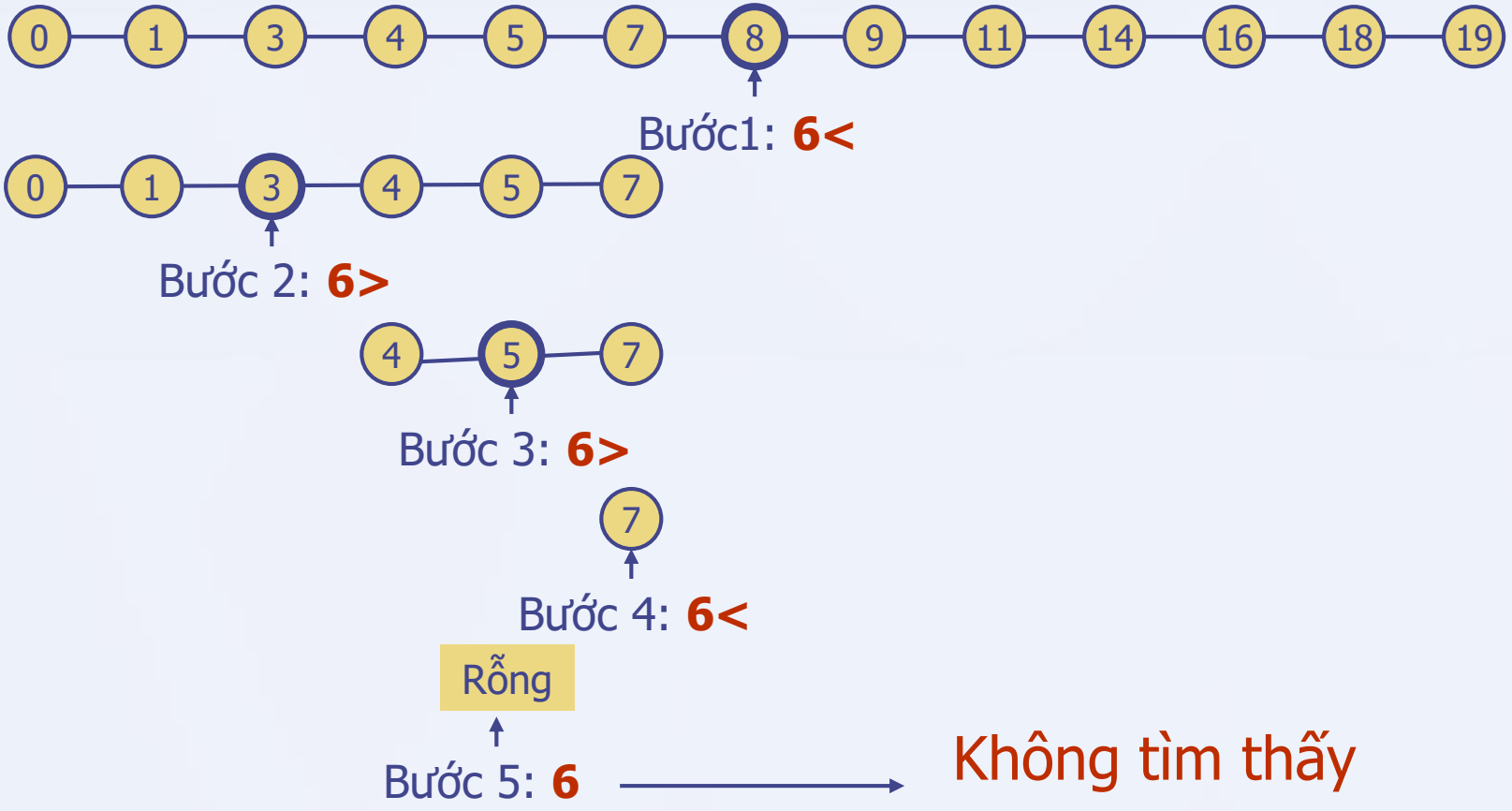
- Tập S được tổ chức lưu trữ dựa trên mảng
- Tập S được tổ chức lưu trữ dạng cây nhị phân

2.1 Tìm kiếm nhị phân trên mảng

- Các phần tử của S được lưu trữ trong mảng và được sắp xếp theo thứ tự tăng dần (giảm dần) của giá trị khóa (key).
- Thuật toán tìm kiếm nhị phân được thiết kế dựa trên chiến lược chia để trị
- Thuật toán: So sánh khóa ***k*** với khóa của phần tử ở giữa dãy.
  - Nếu trùng thì thông báo tìm thấy và dừng
  - Nếu k> thì gọi đệ qui tìm trên nửa cuối dãy
  - Nếu k< thì gọi đệ qui tìm trên nửa đầu dãy
  - Quá trình tìm nếu phải tìm trong dãy rỗng thì dừng lại và thông báo không tìm thấy

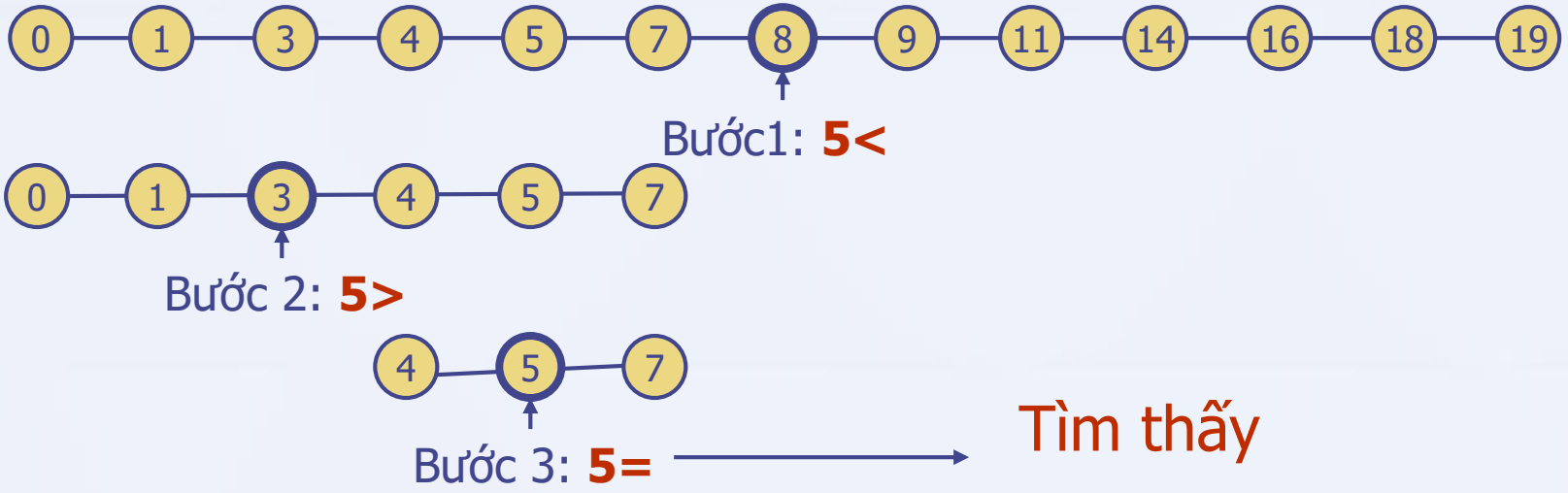
Ví dụ 1

- Cho dãy dưới đây. Tìm phần tử k=6



Ví dụ 2

- Cho dãy dưới đây. Tìm phần tử k=5



Thuật toán tìm kiếm nhị phân trên mảng

```
Algorithm BinarySearch(S, k, n);
    Found = 0;
    i = 0;
    j = n - 1;
    while(i<=j && Found!=1){
        mid = (i+j) / 2;
        if  (k==S[mid].Key)  Found = 1;
       else
            if  (k < S[mid].Key)
                 j = mid – 1;
            else
                 i = mid+1;
    }
    return Found;
```

Thuật toán tìm kiếm nhị phân trên mảng

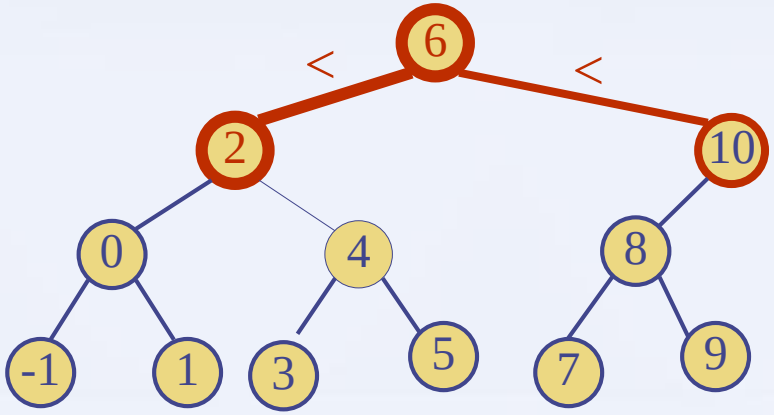
```
int binarySearch(int A[], int l, int r, int x) {
    if (r >= l) {
        int mid = (l + r) / 2; // Tính vị trí giữa mảng

        if (A[mid] == x)       // Nếu A[mid] = x, trả về chỉ số và kết thúc.
            return mid;

        // Nếu A[mid] > x, thực hiện tìm kiếm nửa trái của mảng
        if (A[mid] > x)
            return binarySearch(A, l, mid - 1, x);

        // Nếu A[mid] < x, thực hiện tìm kiếm nửa phải của mảng
        return binarySearch(A, mid + 1, r, x);
    }

    return -1;
}
```

Thời gian chạy

- Sau mỗi lần tìm kiếm, thì dãy cần tìm lại được chia đôi và ta chỉ phải tìm trên một nửa
- Trong trường hợp xấu nhất là không tìm thấy phần tử có khóa k. Và như vậy ta phải thực hiện chia đôi liên tiếp đến khi được dãy rỗng. Số lần thực hiện chia đôi là: $\log_2 n$
- Vậy thời gian chạy là $O(\log_2 n)$

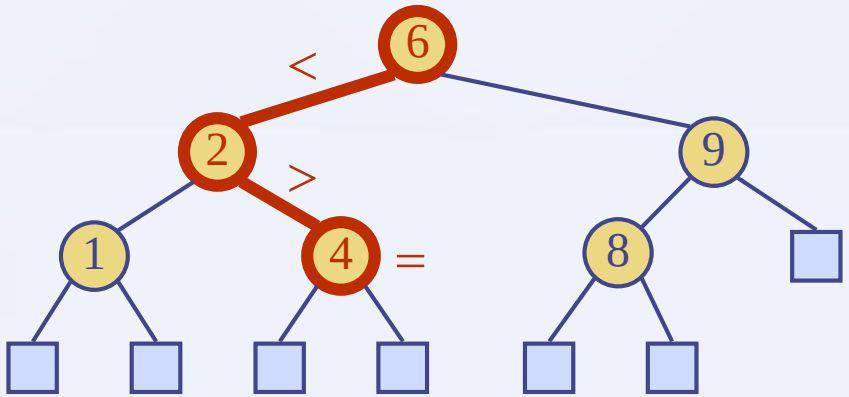
2.2 Tìm kiếm trên cây tìm kiếm nhị phân

- Định nghĩa: cây tìm kiếm nhị phân là cây nhị phân thỏa mãn:
  - Nút cha có khóa lớn hơn khóa của tất cả các nút của cây con bên trái và nhỏ hơn khóa của tất cả các nút của cây con bên phải.
  - Các nút con trái và phải cũng là cây tìm kiếm nhị phân

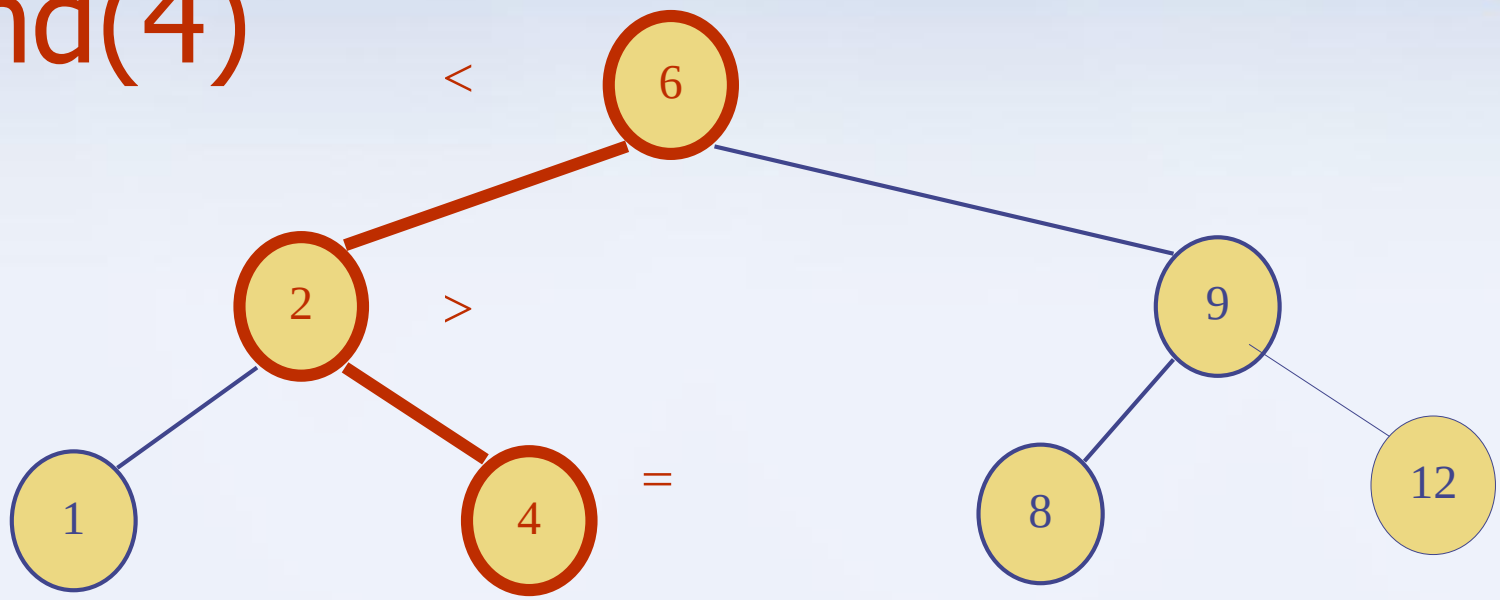


Ví dụ: Cây tìm kiếm nhị phân

Cây tìm kiếm nhị phân (Binary search tree)



find(4)



Cấu trúc Node biểu diễn cây nhị phân

- Thuộc tính
  - Keys *key*
  - T elem
  - Node *Parent
  - Node *Left
  - Node *Right

Chú ý: Keys là tập các giá trị được sắp có thứ tự

- Phương thức
  - Node *Parent()
  - Node *Left()
  - Node *Right()
  - void setLeft(Node*)
  - void setRight(Node*)
  - void setParent(Node *)
  - int hasLeft()
  - int hasRight()
  - Object getElem()
  - void setElem(T o)
  - void setKey(Keys k)
  - Keys getKey()

Cấu trúc của cây tìm kiếm nhị phân

- Thuộc tính
  - Node<Keys,T> * root
- Phương thức
  - int size()
  - int isEmpty()
  - int isInternal(Node<Keys,T>*)
  - int isExternal(Node<Keys,T>*)
  - int isRoot(Node<Keys,T>*)
  - void preOrder(Node<Keys,T>*)
  - void inOrder(Node<Keys,T>*)
  - void postOrder(Node<Keys,T>*)
  - Node<Keys,T>*TreeSearch(Keys, Node<Keys,T>*)
  - Node<Keys,T>* InsertTree(Keys, T)
  - void Remove(Keys)

- Các phương thức truy cập:
  - Node<Keys,T> *root()

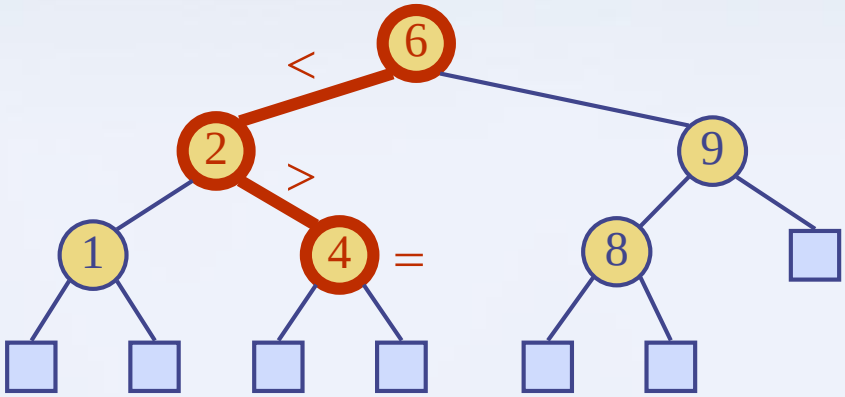
Thuật toán tìm kiếm

- Tìm trong cây có nút có khóa bằng ***k*** không?
- Thuật toán
  - Xuất phát từ nút gốc
  - So sánh giá trị khóa của nút gốc với k
    - Nếu giá trị của gốc =***k*** thì trả lại đ/c của nút đó và dừng lại
    - Nếu giá trị của nút gốc <***k*** thì tiếp tục tìm trên cây con phải
    - Nếu giá trị của nút gốc >***k*** thì tiếp tục tìm trên cây con trái
    - Quá trình tìm dừng lại khi tìm thấy hoặc phải tìm trên cây rỗng, trả lại địa chỉ của nút mà thuật toán dừng lại

Thuật toán giả mã

```
Node* TreeSearch(Keys k, Node<T>* v)
   if(v==NULL)
         return NULL; //Ko tìm thấy
   else
        if (k < v->getKey())
           return TreeSearch(k, v->Left());
        else if (k == v->getKey())
           return v;
        else // k > v->getKey()
           return TreeSearch(k, v->Right());
```

Ví dụ

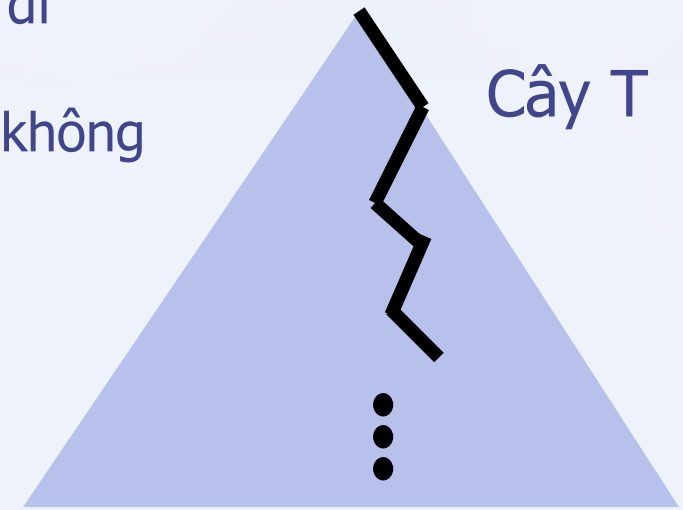


Tìm giá trị 4 trên cây:

- Gọi T.TreeSearch(4, T.root())
- Gọi T.TreeSearch(4, T.root()->Left()))
- Gọi T.TreeSearch(4, T.root()->Left()->Right())

Phân tích

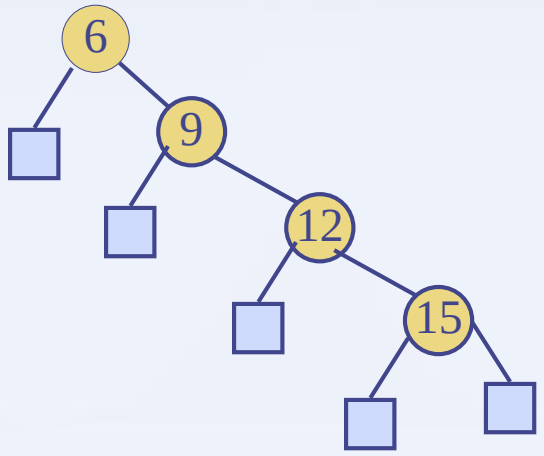
- Thuật toán TreeSearch
  - Là thuật toán đệ qui,
  - Mỗi lần gọi đệ qui nó thực hiện một số phép toán cơ bản không đổi, vậy một lần gọi đệ qui cần thời gian là O(1)
  - Thực hiện gọi đệ qui dọc theo các nút, bắt đầu từ nút gốc, mỗi lần gọi đệ qui nó đi xuống một mức.
  - Do đó số nút tối đa mà nó phải đi tới không vượt quá chiều cao *h* của cây.
  - Thời gian chạy là O(*h*)

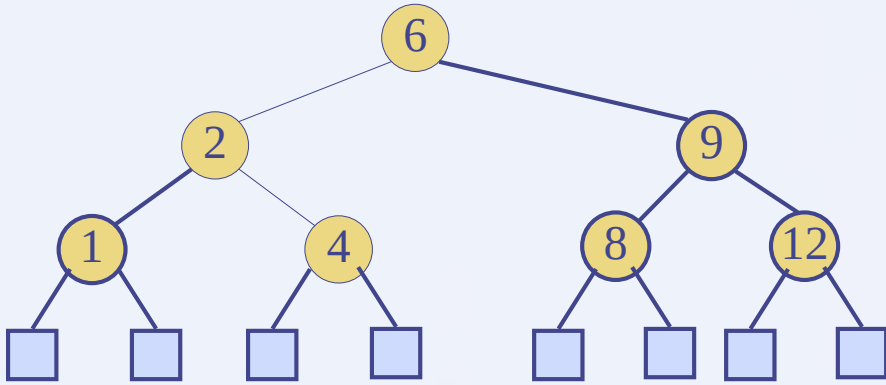


- Trong trường hợp xấu nhất cây có chiều cao bằng bao nhiêu?

Một số trường hợp

- Cây chỉ có con trái hoặc con phải
  - Chiều cao cây bằng số nút của cây
- Cây hoàn chỉnh
  - Chiều cao của cây là $\log_2 n$

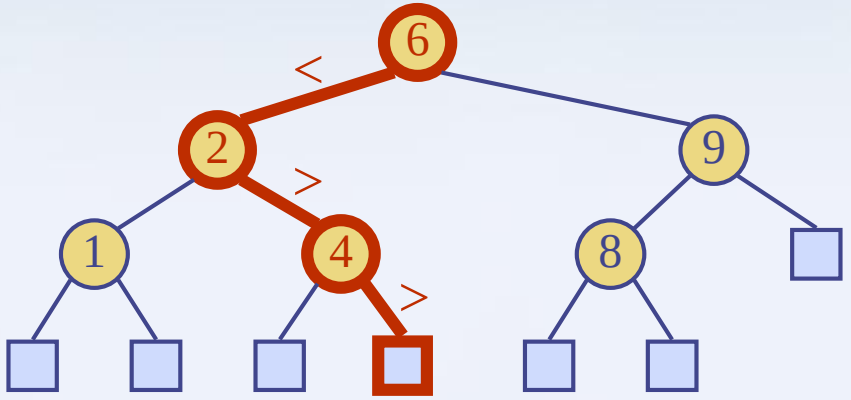


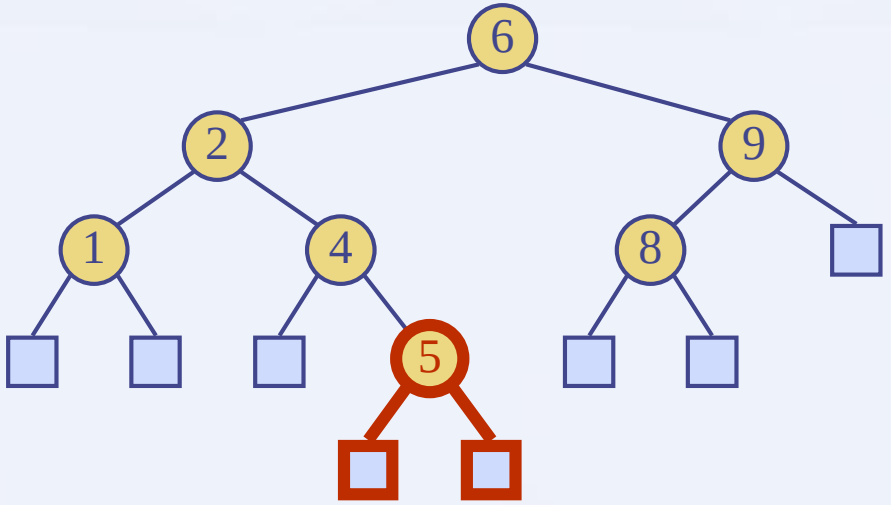


Bổ sung nút vào cây- Insertion

Sau khi bổ sung cây vẫn thỏa mãn tính chất cây TKNP

- Bổ sung một nút với khóa ***k*** và value ***x***
  - Thực hiện tìm kiếm k trên cây
- Giả sử ***k*** không có trên cây
  - Nếu cây rỗng thì gán nút cho gốc cây
  - Ngược lại, kiểm tra
    - Nếu khóa k< khóa nút gốc thì chèn nút mới vào cây con bên trái
    - Nếu khóa k> khóa nút gốc thì chèn nút mới vào cây con bên phải

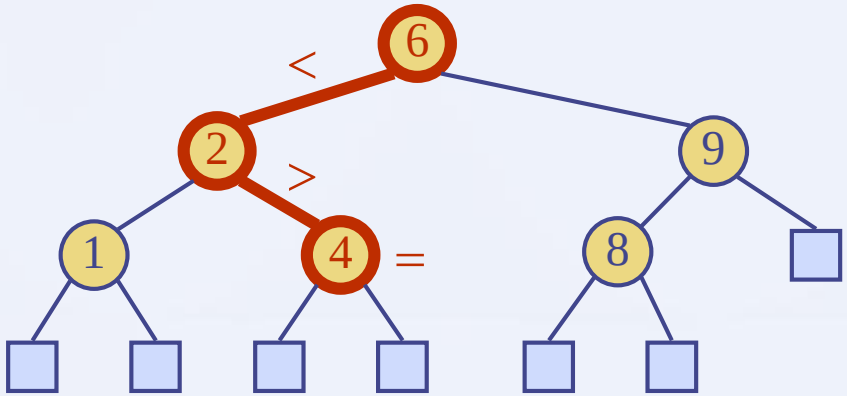




Thủ tục

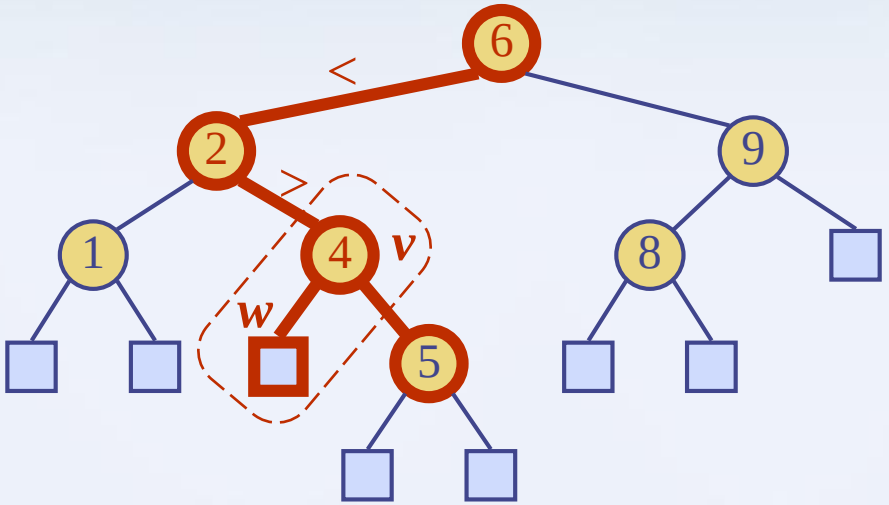
```
void InsertNode(Node *&root, Node *newNode){
    if (root== NULL)
        root = newNode;
else
    if (newNode->getKey()<root ->getKey())
        InsertNode(root->Left(), newNode);
    else
        InsertNode(root->Right(), newNode);
}
```

Ví dụ



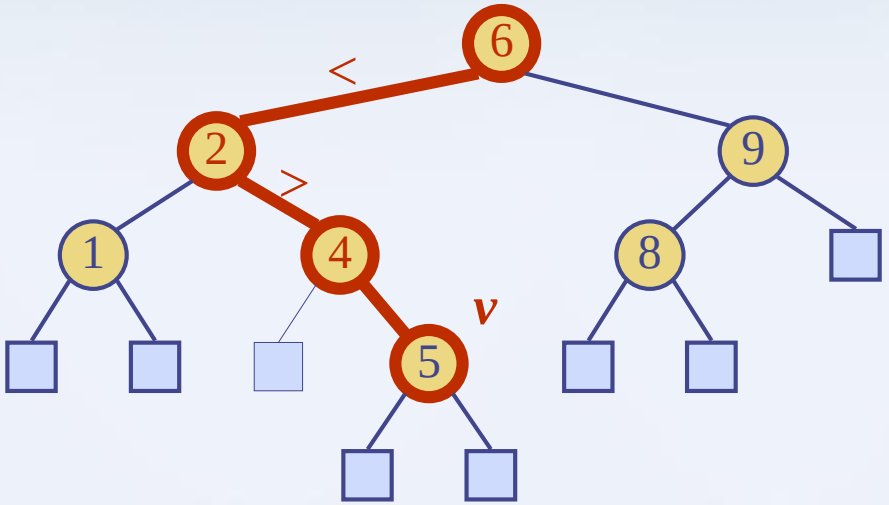
Xóa – Sau khi xóa nút, cây vẫn thỏa mãn tính chất cây TKNP

- Xảy ra hai khả năng:
  - Nút cần xóa là nút trong
  - Nút cần xóa là nút ngoài
- Xóa một nút trong yêu cầu giải quyết lỗ hổng bên trong cây
- Để thực hiện thao tác remove(k), chúng ta tìm kiếm đến nút có khóa k
- Giả sử rằng khóa k có ở trên cây, và ta đặt v là nút lưu trữ k



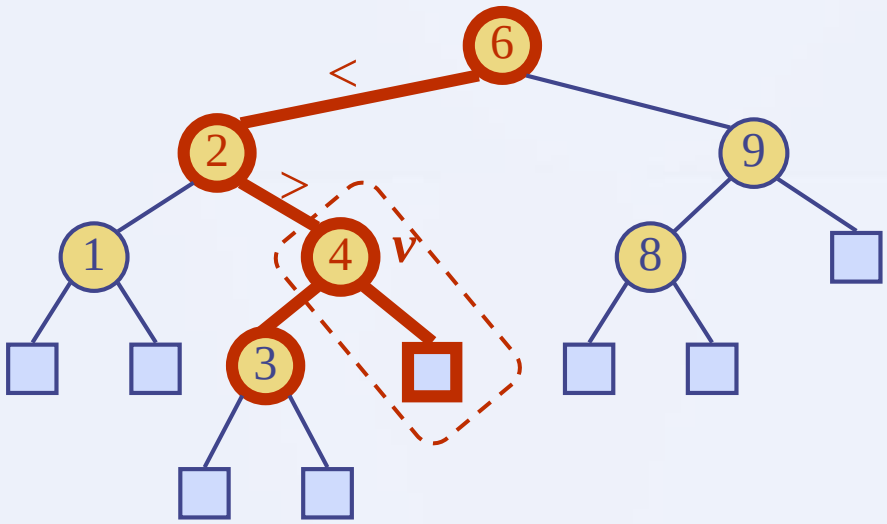
Xóa nút ngoài

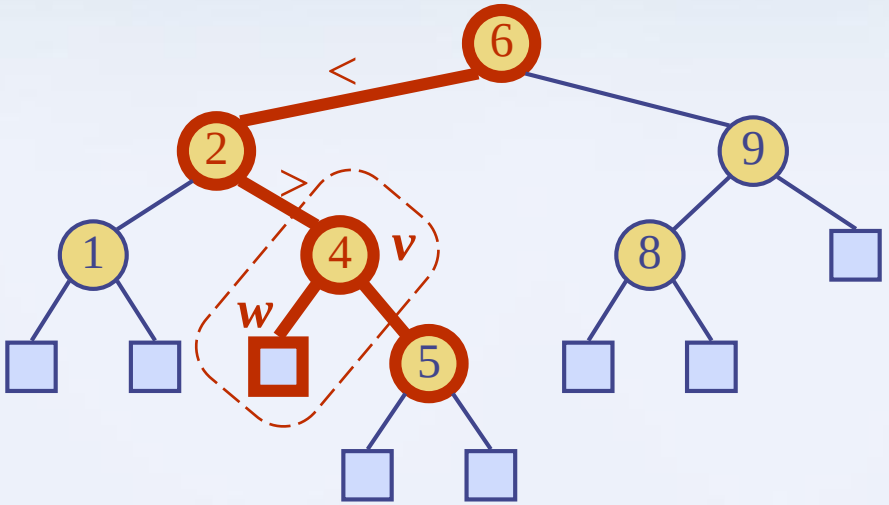
- Xóa bỏ nút v

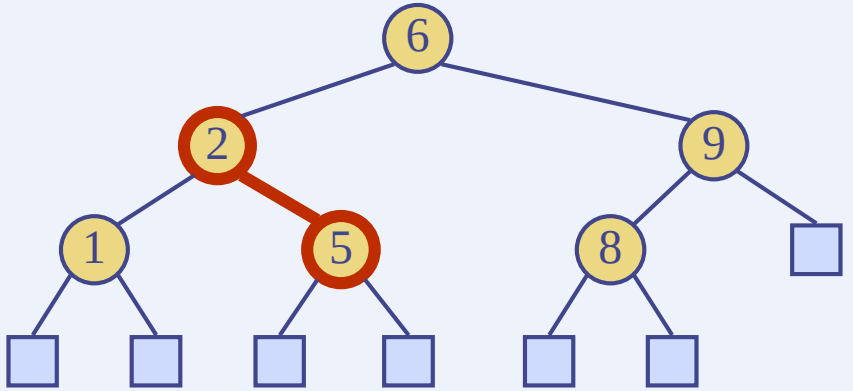


Xóa nút trong v chỉ có con trái hoặc phải

- Loại bỏ v và thay thế cây con của v vào vai trò của v
- Ví dụ: xóa bỏ 4

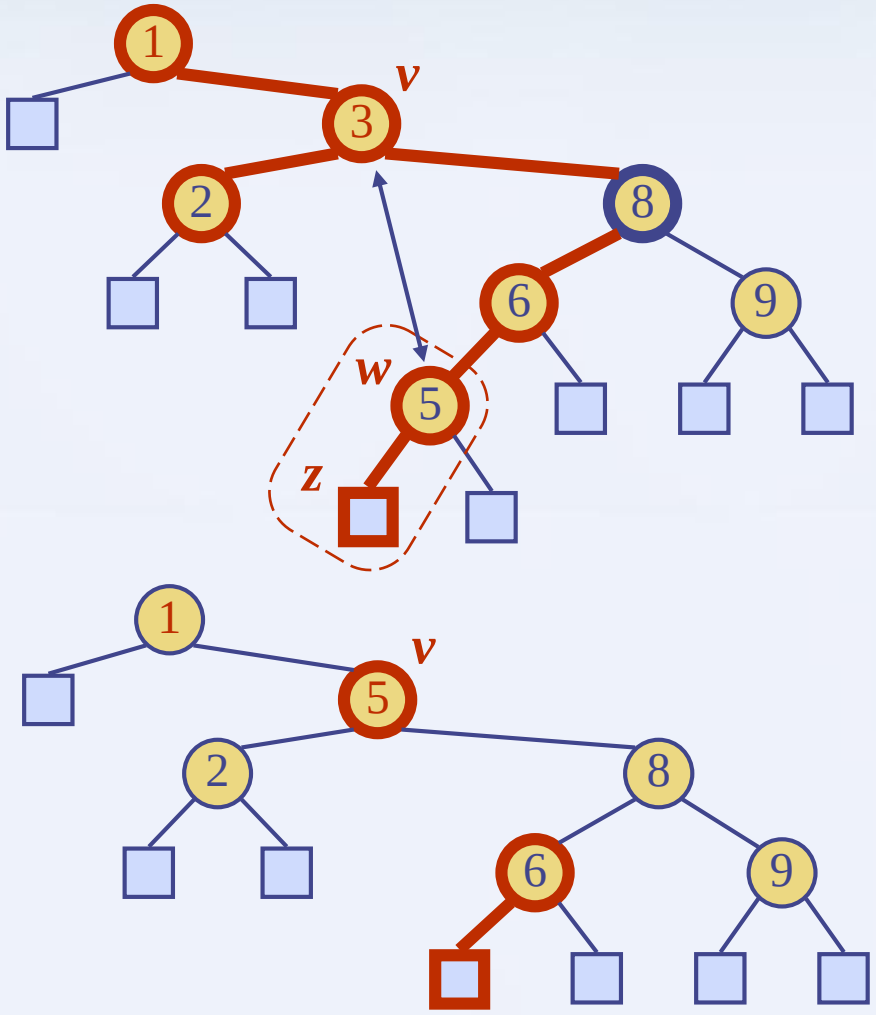






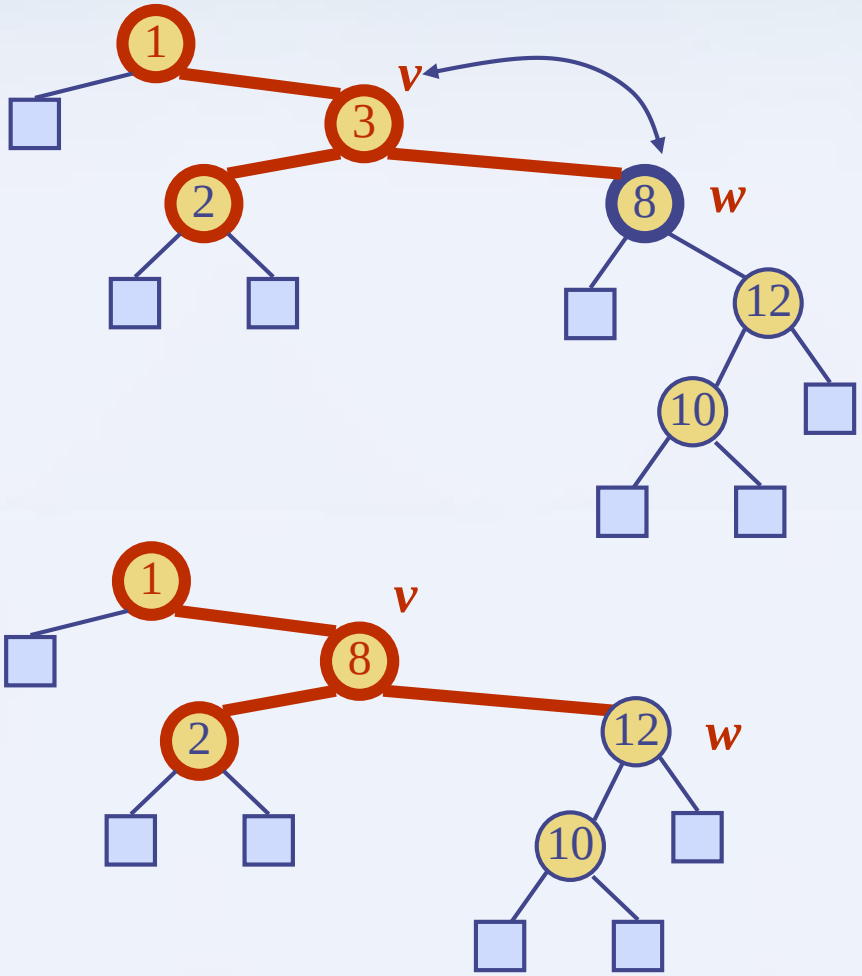
Xóa nút trong *v* có cả hai nút con trái và phải

- Xóa nút đó và thay thế nó bằng nút có khóa lớn nhất trong các khóa nhỏ hơn khóa của nó (được gọi là "**nút tiền nhiệm**" -nút cực phải của cây con trái) hoặc nút cón nhỏ nhất trong các khóa lớn hơn nó (được gọi là "**nút kế vị**" - nút cực trái của cây con phải) Cũng có thể tìm nút tiền nhiệm hoặc nút kế vị đổi chỗ nó với nút cần xóa và sau đó xóa nó. Vì các nút kiểu này có ít hơn hai con nên việc xóa nó được quy về hai trường hợp trước.
- Ví dụ: xóa bỏ 3



Ví dụ

- Xóa phần tử 3



Thuật toán giả mã

- Xây dựng hàm phương thức duyệt trên một cây con của cây theo thứ tự giữa, hàm trả lại địa chỉ của nút đầu tiên được thăm
- Xây dựng hàm xóa bỏ một nút trên cây

Hàm xóa bỏ một nút không có con hoặc chỉ có con trái hoặc con phải

```
void BTree<Keys,T>::remove(BNode<Keys,T> *v)
{
    BNode<Keys,T> *p;
    if (!v->hasLeft() && !v->hasRight())
    {
        p=v->getParent();
        if(p!=NULL)
           if(v == p->getLeft())
              p->setLeft(NULL);
           else
              p->setRight(NULL);
    }
    if(v->hasLeft() && !v->hasRight())
    {
        p=v->getParent();
        v->getLeft()->setParent(p);
        if(p->getLeft()==v)
            p->setLeft(v->getLeft());
        else
            p->setRight(v->getLeft());
    }
    if((!v->hasLeft()) && v->hasRight())
    {
        p=v->getParent();
        v->getRight()->setParent(p);
        if(p->getLeft()==v)
            p->setLeft(v->getRight());
        else
            p->setRight(v->getRight());
    }

    delete v;
}
```

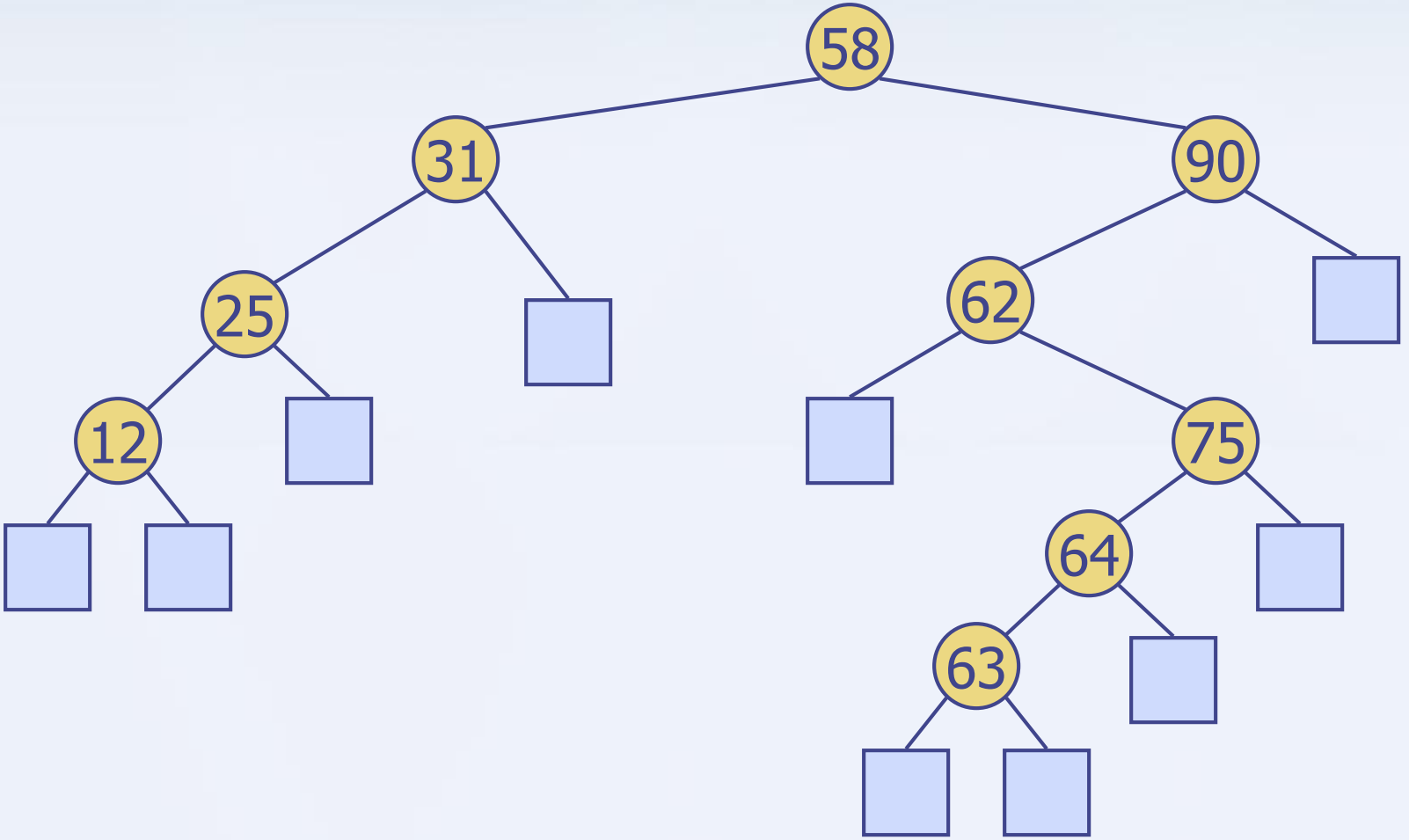
Hàm duyệt cây con của một cây theo thứ tự giữa và trả lại đ/c của nút được thăm đầu tiên

```
void InOrder(Node<T>*v, Node<T> *first, int &kt){
    if(v!=null && kt!=1){
        InOrder(v.Left(),first, kt);
        if(kt==0){
            first = v;
            kt=1;
        }
        InOrder(v.Right(),first, kt);
    }
}
```

Hàm xóa một nút bất kỳ

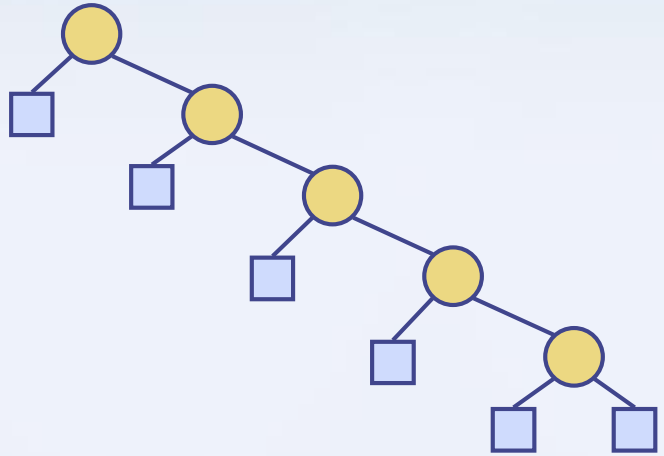
```
void  BTree<Keys,T>::remove(Keys key)
{
    BNode<Keys,T>*v = search(key, root);
    if(v==NULL) return;
    if((v->hasLeft()&& !v->hasRight())||((v->hasRight()&& !v->hasLeft())))
        remove(v);
    else
    {
        BNode<Keys,T> *first;
        int kt=0;
        inOrder(v->getRight(), first, kt);
        v->setKey(first->getKey());
        v->setElem(first->getElem());
        remove(first);
    }
}
```

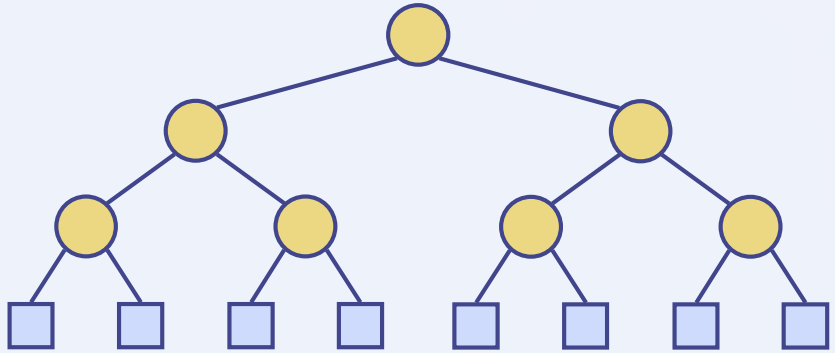
Ví dụ: Mô tả từng bước xóa bỏ nút có key=58?



Đánh thời gian

- Xem xét việc cài đặt một từ điển có n mục được cài dặt bằng một cây nhị phân tìm kiếm với chiều cao h
  - Bộ nhớ sử dụng $O(n)$
  - Phương thức find, insert và remove take $O(h)$ time
- Trong trường hợp xấu nhất chiều cao của cây là $O(n)$ và trường hợp tốt nhất là $O(\log n)$





Bài tập

- Xây dựng lớp cây tìm kiếm nhị phân
- Sử dụng lớp cây tìm kiếm nhị phân xây dựng một chương trình tra cứu từ điển có các chức năng sau:
  - Đọc dữ liệu từ điển nạp vào cây từ tệp
  - Bổ sung từ mới vào cây
  - Xóa bỏ một từ khỏi cây
  - Tìm kiếm từ
  - Lưu cây vào tệp