# Phụ thuộc hàm

TS.Nguyễn Quốc Tuấn Bm. Mạng & HTTT

#### Nội dung

- □ Giới thiệu phụ thuộc hàm.
- Luật suy diễn Armstrong
- Phủ tối thiểu
- □ Tìm khóa lược đồ

#### Phụ thuộc hàm (1)

- □ Phụ thuộc hàm(PTH) Functional Dependencies
- □ Xét lược đồ quan hệ gồm n thuộc tính
  - $R(U), U = {\bar{A}_1, A_2, ..., A_n}$
- $\square$  PTH giữa hai tập thuộc tính X, Y  $\subseteq$  U
  - Ký hiệu: X → Y.
- X là vế trái và Y là vế phải của PTH.
- $X \to Y$  được gọi là PTH hiển nhiên nếu  $Y \subseteq X$
- X →Y được gọi là PTH nguyên tố (Y PTH đầy đủ vào X) nếu ∀X' ⊂ X thì X' không →Y

## Phụ thuộc hàm (2)

# NHANVIEN\_PHONGBAN TenNV MaNV NgSinh Diachi MaPB TenPB TrPhong ↑ ↑ ↑ ↑ MaNV → TenNV MaNV → MaPB MaPB → {TenPB, TrPhong}

- □ r ∈R thỏa mãn các PTH gọi là trạng thái hợp lệ của R
- Nhận xét:
  - Các PTH xuất phát từ các ràng buộc trong thế giới thực.
  - $\forall r \in R$ ,  $\forall t \in r$ , t[X] là duy nhất thì X là một siêu khóa của R.
  - Nếu K là một khóa của R thì K xác định hàm tất cả các tập thuộc tính của R.
  - PTH dùng để đánh giá một thiết kế CSDL

## Bao đóng của tập PTH

- □ F là tập PTH trên R
  - $F = \{MaNV \rightarrow TenNV, MaPB \rightarrow \{TenPB, TrPhong\}, MaNV \rightarrow MaPB\}.$
  - ∀r∈R thỏa F và MaNV → {TenPB, TrPhong} cũng đúng với r thì MaNV → {TenPB, TrPhong} gọi là được suy diễn từ F.
- □ Bao đóng của F, ký hiệu F+, gồm
  - **■** F
  - Tất cả các PTH được suy diễn từ F.
- $\square$  F gọi là đầy đủ nếu  $F = F^+$ .

# Luật suy diễn (1)

- Luật suy diễn dùng để suy diễn một PTH mới từ một tập PTH cho trước.
- Hệ luật suy diễn Armstrong
  - Phản xạ:  $Y \subseteq X \Rightarrow X \rightarrow Y$ .
  - Tăng trưởng:  $X \rightarrow Y \Rightarrow XZ \rightarrow YZ$ , với  $XZ = X \cup Z$ .
  - Bắc cầu:  $X \to Y, Y \to Z \Rightarrow X \to Z$ .
  - Phân rã:  $X \to YZ \Rightarrow X \to Y, X \to Z$ .
  - $\blacksquare \text{ Hop: } X \to Y, X \to Z \Rightarrow X \to YZ.$
  - Bắc cầu giả:  $X \to Y$ ,  $WY \to Z \Rightarrow WX \to Z$ .

# Luật suy diễn (2)

- □ Ví dụ 1:
  - Cho  $F=\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D\}$
  - Hãy chứng tỏ PTH A → CD suy diễn từ F nhờ luật dẫn Armstrong
  - Cách giải:
    - $\Box$  A  $\rightarrow$  B, B  $\rightarrow$  C  $\Rightarrow$ A  $\rightarrow$  C (luật bắc cầu)
    - $\Box \quad A \to C, A \to D \Rightarrow A \to CD \text{ (luật hợp)}.$
- $\square$  Ví dụ 2: Cho F={AB $\rightarrow$ E,AG $\rightarrow$ I,BE $\rightarrow$ I,E $\rightarrow$ G,GI $\rightarrow$ H}
  - Hãy chứng tỏ PTH AB → GH suy diễn từ F nhờ luật dẫn Armstrong?

## Bao đóng của tập thuộc tính

- □ Làm thế nào để biết một PTH X → Y được suy diễn từ tập PTH F cho trước?
- Bao đóng của tập thuộc tính X đối với F, ký hiệu X<sup>+</sup> là
  - Tập các thuộc tính PTH vào X.
  - $\blacksquare X^+ = \{ A \in U \mid X \to A \in F^+ \}$
- □ Nhận xét:
  - $\blacksquare X \to Y \in F^+ \Leftrightarrow Y \subseteq X^+.$
  - Nếu K là khóa của R thì K+ = U.

#### Thuật toán tìm X+

- $\square$  Input: U, F và X  $\subseteq$  U
- □ Output: X<sup>+</sup>
- □ Thuật toán
  - $B1: X^+ = X;$
  - B2: Nếu tồn tại  $Y \rightarrow Z \in F$  và  $Y \subseteq X^+$  thì
    - $\blacksquare$   $X^+ = X^+ \cup Z$ ;
    - tiếp tục B2.
    - □ Ngược lại qua *B3*.
  - *B3*: output X<sup>+</sup>

#### Ví dụ tìm X+

- □ Input:
  - $\blacksquare \quad F = \{AB \to C, BC \to D, D \to EG\}$
  - $\blacksquare$  X = BD
- $\Box$  Output:  $X^+$
- □ Thuật toán
  - $\blacksquare$  X<sup>+</sup> = BD.
  - Lặp 1:
    - $\Box$  Tìm các PTH có về trái là tập con của  $X^+ = BD$ 
      - D  $\rightarrow$  EG, thêm EG vào X<sup>+</sup> ta được X<sup>+</sup> = BDEG.
  - Lặp 2:
    - □ Tìm các PTH có vế trái là tập con của X+ = BDEG
      - Không có PTH nào.
  - Vậy  $X^+ = BDEG$ .

#### Ví dụ tìm X+

- □ VD2: Cho lược đồ quan hệ Q(ABCDEG) và tập PTH F
  - $\blacksquare \quad F = \{ B \rightarrow A, DA \rightarrow CE, D \rightarrow H, GH \rightarrow C, AC \rightarrow D \}$
  - Tìm bao đóng của tập X={AC} dựa trên F
- VD3: Cho lược đồ quan hệ Q(ABCDEG) và tập PTH F
  - $\blacksquare \quad F = \{A \to C, A \to EG, B \to D, G \to E\}$
  - Xác định X<sup>+</sup>
    - $\square$  X= {AB}
    - $\square$  X={CGD}

# Kiểm tra PTH suy diễn

- $\Box \quad \text{Cho F} = \{AB \to C, A \to D, D \to E, AC \to B\}$ 
  - Hai PTH AB → E và D → C có được suy diễn từ F hay không?

# Các tập PTH tương đương

- $\square$  Tập PTH F được nói là phủ tập PTH G nếu G  $\subseteq$  F<sup>+</sup>
- □ Hai tập PTH F và G là tương đương nếu
  - F phủ G và
  - G phủ F
- □ Nhận xét
  - $\forall X \rightarrow Y \in G$ , nếu  $Y \subseteq X_F^+$  thì F phủ G.
  - F và G tương đương nếu và chỉ nếu  $F^+ = G^+$

# Tập PTH tối thiểu (1)

- □ Thừa PTH
  - $\blacksquare \quad \{A \to B, B \to C, A \to C\}, \text{ vì } A \to C \text{ được suy diễn từ } \{A \to B, B \to C\}$
  - $A \rightarrow B, B \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow C$  (luật bắc cầu).
- □ Thừa thuộc tính
  - $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow CD\}$ , vì  $A \rightarrow CD$  được suy diễn từ  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D\}$ 
    - $\Box$  A  $\rightarrow$  B, B  $\rightarrow$  C  $\Rightarrow$ A  $\rightarrow$  C (luật bắc cầu)
    - $\Box \quad A \to C, A \to D \Rightarrow A \to CD \text{ (luật hợp)}.$
  - $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, AC \rightarrow D\}$ , vì  $AC \rightarrow D$  được suy diễn từ  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D\}$ 
    - $\Box \quad A \to B, A \to D \Rightarrow A \to BD \text{ (luật hợp)}$
    - $\Box A \to BD \Rightarrow AC \to BCD (luật tăng trưởng)$
    - $\Box$  AC  $\rightarrow$  BCD  $\Rightarrow$  AC  $\rightarrow$  D (luật phân rã).

# Tập PTH tối thiểu

- □ Tập PTH F là tối thiểu nếu thỏa các điều kiện sau:
  - Mọi PTH của F chỉ có một thuộc tính ở vế phải.
  - Không thể thay  $X \to A$  thuộc F bằng  $Y \to A$  với  $Y \subset X$  mà tập mới tương đương với F.
  - Nếu bỏ đi một PTH bất kỳ trong F thì tập PTH còn lại không tương đương với F.
- □ Phủ tối thiểu của tập PTH E là tập PTH tối thiểu F tương đương với E.
- □ Nhận xét
  - Mọi tập PTH có ít nhất một phủ tối thiểu.

# Thuật toán tìm tập PTH tối thiểu

- □ Input: tập PTH E.
- □ Output: phủ tối thiểu F của E.
- □ Thuật toán:
  - B1:  $F = \emptyset$
  - B2: Với mọi  $X \rightarrow Y \in E, Y = \{A_1, ..., A_k\}, A_i \in U$ 
    - $\Box \quad F = F \cup \{X \to \{A_i\}\}\$
  - B3: Với mỗi  $X \rightarrow \{A\} \in F, X = \{B_1, ..., B_m\}, B_i \in U$ 
    - $\square$  Với mỗi  $B_i$ , nếu  $B_i \in (X \{B_i\})_F^+$  thì
      - $F = (F \{X \to \{A\}\}) \cup \{(X \{B_i\}) \to \{A\}\}$
  - B4: Với mỗi  $X \to \{A\} \in F$ 
    - $\Box \quad G = F \{X \to \{A\}\}\$
    - $\square \quad \text{N\'eu } A \in X^+_G \text{ thì } F = F \{X \to \{A\}\}.$

# Ví dụ tìm tập PTH tối thiểu

□ Tìm phủ tối thiểu của

$$E = \{A \rightarrow BC, A \rightarrow B, B \rightarrow C, AB \rightarrow C\}$$

- $\blacksquare$  B1:  $F = \emptyset$ .
- $B2: F = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, B \rightarrow C, AB \rightarrow C\}.$
- $B3: X \text{ \'et } AB \rightarrow C$ 
  - $\Box$   $(A)_F^+ = ABC$  chứa B => B dư thừa
  - $\Box \quad F = \{A \to B, A \to C, B \to C\}.$
- *B4*:
  - $\Box$  A  $\rightarrow$  C thừa do  $A^{+}_{F-\{A \rightarrow C\}}$ =ABC chứa C
  - $\Box \quad F = \{A \to B, B \to C\}.$

# Ví dụ tìm tập PTH tối thiểu

□ Tìm phủ tối thiểu của  $F1=\{A\rightarrow C, AB\rightarrow C, B\rightarrow EG, BE\rightarrow D, C\rightarrow H, A\rightarrow H\}$ 

# Ví dụ tìm tập PTH tối thiểu

□ Tìm phủ tối thiểu của  $F1=\{AB\rightarrow C, A\rightarrow DE, B\rightarrow M, M\rightarrow GH, D\rightarrow IJ\}$ 

#### Siêu khóa và Khóa

- $\Box$  Cho R(U)
  - S  $\subseteq$  U là siêu khóa nếu  $\forall$ r $\in$ R,  $\forall$ t<sub>1</sub>,t<sub>2</sub> $\in$ r, t<sub>1</sub> $\neq$  t<sub>2</sub>thì t<sub>1</sub>[S]  $\neq$  t<sub>2</sub>[S].
  - $K \subseteq U$  là khóa nếu K là siêu khóa nhỏ nhất.
    - $\Box$  A  $\in$  K được gọi là thuộc tính khóa.
- □ Nhận xét
  - S xác định hàm tất cả các thuộc tính của R.
  - R có thể có nhiều khóa.

# Xác định khóa của lược đồ

- □ Input: tập PTH F xác định trên lược đồ R(U).
- □ Output : khóa K của R.
- □ Thuật toán
  - *B1*:
    - $\square$   $K = U = \{A_1, ..., A_n\}$
    - $\Box$  i=1;
  - *B2*:
    - $\square \quad \text{N\'eu } U \subseteq (K \{A_i\})_{F}^+ \text{ thì } K = K \{A_i\}.$
    - $\Box$  i=i+1;
    - □ Nếu i > n thì sang B3. Ngược lại, tiếp tục B2.
  - *B3*:
    - □ Output K.

# Ví dụ tìm khóa của lược đồ

- $\Box$  Cho R(U), U = {A, B, C, D, E, F, G}.
  - $\blacksquare \quad F = \{B \to A, D \to C, D \to BE, DF \to G\}.$
- □ Tìm khóa của R
  - B1:
    - $\square$  K = ABCDEFG.
  - B2:
    - □ Lặp 1:  $(BCDEFG)_{E}^{+} = BCDEFGA \Rightarrow K = BCDEFG$ .
    - □ Lặp 2:  $(CDEFG)_{F}^{+} = CDEFGBA \Rightarrow K = CDEFG$ .
    - $\Box$  Lặp 3: (DEFG)<sub>F</sub> = DEFGCBA  $\Rightarrow$  K = DEFG.
    - $\Box$  Lặp 4: (EFG) $^+_{\rm F}$  = EFG.
    - $\square$  Lặp 5: (DFG)<sub> $\square$ </sub> = DFGCBEA  $\Rightarrow$  K = DFG.
    - $\Box$  Lặp 6:  $(DG)_{F}^{+}$  = DGCBEA.
    - $\Box$  Lặp 7:  $(DF)_{F}^{+}$  = DFCBEAG  $\Rightarrow$  K = DF.
  - B3:
    - □ Khóa là K = DF.

## Ví dụ tìm tất cả khóa của lược đồ

- $\Box$  Cho R(U), U = {A, B, C, D, E, F}.
  - $\blacksquare \quad F = \{AE \to C, CF \to A, BD \to F, AF \to E\}.$
- □ Tìm 1 khóa của lược đồ trên?

## Ví dụ tìm tất cả khóa của lược đồ

- $\Box$  Cho R(U), U = {A, B, C, D, E, F}.
  - $\blacksquare \quad F = \{AE \to C, CF \to A, BD \to F, AF \to E\}.$
- Hỏi ABD có phải là 1 khóa của lược đồ hay không? Vì sao?

## Xác định tất cả khóa của lược đồ

- □ Input: tập PTH F xác định trên lược đồ R(U).
- □ Output: tất cả khóa của R.
- □ Thuật toán
  - *B1*:
    - $\square$  Xây dựng  $2^n$  tập con của  $U = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$
    - $S = \{\};$
  - *B2*:
    - $\Box$  Với mỗi tập con  $X \subseteq U$
    - $\square \quad \text{N\'eu } U \subseteq X_F^+ \text{ thì } S = S \cup \{X\}$
  - *B3*:
    - $\Box$   $\forall X, Y \in S$ , nếu  $X \subset Y$  thì  $S = S \{Y\}$
  - *B4*:
    - □ S là tập các khóa của R

## Ví dụ tìm tất cả khóa của lược đồ

- $\Box$  Cho R(U), U = {A, B, C, D, E, F}.
  - $\blacksquare \quad F = \{AE \to C, CF \to A, BD \to F, AF \to E\}.$
- □ Tìm tất cả khóa của R
  - Tập siêu khóa
    - □ S = {ABD, BCD, ABCD, ABDE, BCDE, ABCDE, ABDF, BCDF, ABCDF, ABDEF, BCDEF, ABCDEF}.

