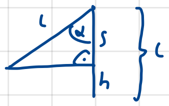
Eine kleine Formelsammlung

MECHANIK ... 3
Volumen und Dichte ... 3
kraftumformende Einrichtungen ... 3
Hebel ... 3
geneigte Ebene ... 4
Rollen ... 5
Reibung ... 5
gleichförmige Bewegung ... 6
beschleunigte Bewegung ... 6
gleichmäßig beschleunigt ... 6
freier Fall ... 7
ungleichmäßig beschl. ... 7
Würfe ... 7
senkrechter Wurf ... 7
waagerechter Wurf ... 8
schräger Wurf ... 8
Drehbewegung ... 8
Kräfte ... 9
Federn ... 9
Newtonsche Axiome ... 9
Arbeit, Energie, Leistung ... 9
Impuls und Stöße ... 10
Rotation ... 11
Trägheitsmoment ... 11
Gravitation, Keplersche Gesetze ... 12
Schwingungen ... 13
Wellen ... 13
Druck ... 14
Relativitätstheorie ... 14
ELEKTRIZITÄTSLEHRE ... 14
einfacher Gleichstromkreis ... 14
verzweigter und unverzweigter Gleichstromkreis ... 15
Dreieck- und Sternschaltung ... 15
Arbeit, Energie und Leistung ... 16
elektrische Ladungen ... 16
Kondensatoren ... 16
Magnetfeld ... 17
Induktion ... 17
Transformator ... 18
elektromagnetische Schwingungen und Wellen ... 18
Wechselstrom ... 18
Widerstände im Wechselstromkreis ... 19
Leistung im Wechselstromkreis ... 19
OPTIK ... 20
Lichtausbreitung ... 20
Reflexion ... 20
Brechung ... 20
dünne Linsen ... 20
Interferenz am Spalt und Gitter ... 21
Interferenz an dünnen Schichten ... 21
Polarisation ... 22
ATOMPHYSIK ... 22
Quantenphysik ... 22
Atomphysik ... 22

THERMODYNAMIK ... 23
Längen- und Volumenänderung ... 23
thermisches Verhalten des idealen Gases ... 24
Wärme und Energie ... 24
TRIGONOMETRIE ... 26
Sinussatz ... 26
Kosinussatz ... 26
Phasenverschiebungen ... 26
Additionstheoreme ... 27
Gegenseitige Darstellung ... 28
WERTETABELLEN ... 29
Dichte ... 29
feste Stoffe ... 29
Flüssigkeiten ... 29
Gase ... 29
Reibungszahlen ... 29
Haftreibungszahlen ... 29
Gleitreibungszahlen ... 30
Spezifische elektrische Widerstände ... 30
relative Permittivität ε_r ... 30
relative Permeabilität μ_r ... 30
Hall-Konstante ... 31
Brechzahl und Lichtgeschwindigkeit ... 31
Austrittsarbeit ... 31
Längenausdehnungskoeffizient ... 31
spezifische Gaswerte ... 32
spezifische Wärmekapazität von Feststoffen und Flüssigkeiten ... 32
GENAUIGKEIT UND FEHLER ... 33
Genauigkeit ... 33
Fehler ... 33
Fehlerarten ... 33
Fehlerfortpflanzung ... 34
Berechnung des absoluten und relativen Fehlers ... 34
Beispiele ... 34

$h = l\,(1-\cos(\alpha))$

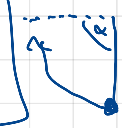


1. h rechnen
2. Energieerhaltung $E_{pot} = E_{kin}$
   v berechnen
3. Elastischen anwenden, u_1, u_2
4. Winkel berechnen

Wenn Grad rein in dann, Deg

Geschwindigkeit in Winkel

$$\boxed{\alpha = \arccos\left(-\frac{v^2}{2gl}+1\right)}$$



Beschleunigte Bewegung Geschwindigkeit

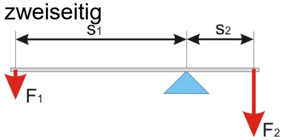
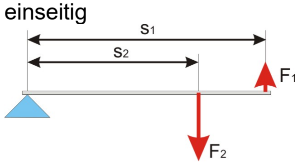
$v = -\mu_R \cdot g \cdot t + v_0$

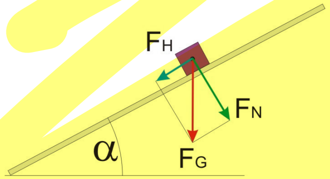
Mechanik

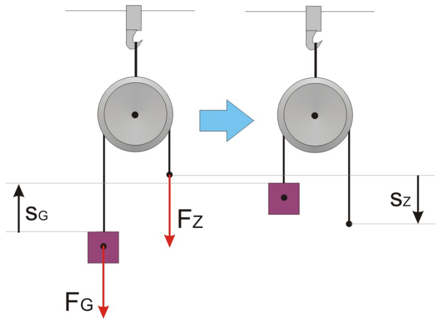
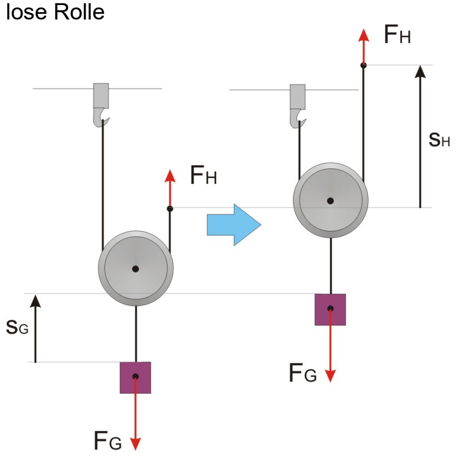
Volumen und Dichte

Quader $V = a \cdot b \cdot c$ Kugel $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ $\rho = \frac{m}{V}$	a, b, c.... Kantenlängen eines Quaders (Meter, m) r............ Radius der Kugel (Meter, r) V .... Volumen (Kubikmeter, m³; Liter, ℓ) ρ .... Dichte (Kilogramm je Kubikmeter, $\frac{kg}{m^3}$) m........... Masse (Kilogramm, kg) **Wertetabelle**

kraftumformende Einrichtungen

Hebel zweiseitig  einseitig  Der Hebel ist im Gleichge-wicht, wenn gilt: $F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$ oder $M_1 = M_2$	s_1, s_2......Kraftarme (Meter, m) F_1, F_2.....Kräfte (Newton, N) M_1, M_2 ...Drehmoment (Newtonmeter, Nm)

geneigte Ebene  $F_G = m \cdot g$ $F_H = F_G \cdot \sin\alpha$ *Normalkraft:* die Kraft, mit der der Körper senkrecht auf die Unterlage drückt $F_N = F_G \cdot \cos\alpha$ Steigungsangaben (bezogen auf 100m): p% Steigung entspricht $\alpha = \arctan(p/100)$	α .... Neigungswinkel (Grad, °) F_G.......... Gewichtskraft (Newton, N) F_N.......... Normalkraft (Newton, N) F_H.......... Hangabtriebskraft (Newton, N) m........... Masse (Kilogramm, kg) g........... Ortsfaktor $(9{,}81\frac{m}{s^2})$

Rollen feste Rolle  $F_G = F_Z$ $s_G = s_Z$ lose Rolle  $F_H = \frac{1}{2} \cdot F_G$ $s_H = 2 \cdot s_G$	F_G ....Gewichtskraft (Newton, N) F_Z ....Zugkraft (Newton, N) F_H ....Hubkraft (Newton, N) s_G ....Weg des Gewichtes (Meter, m) s_Z ....Zugweg (Meter, m) s_H ....Hubweg (Meter, m)

Reibung

$a = \mu_R \cdot g$

$F_R = \mu \cdot F_N$ *Normalkraft:* die Kraft, mit der der Körper senkrecht auf die Unterlage drückt $F_N = F_G \cdot \cos\alpha$	F_R ....Reibungskraft (Newton, N) μ ....Reibungszahl F_N ....Normalkraft (Newton, N) F_G ....Gewichtskraft (Newton, N) α ....Neigungswinkel (Grad, °) **Wertetabelle**

gleichförmige Bewegung

$v = \frac{s}{t}$ ***allgemein:*** $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ Ist bereits ein Anfangsweg s_0 zurückgelegt worden, gilt für den Gesamtweg: $s = v \cdot t + s_0$	s ....Weg (Meter, m) t ....Zeit (Sekunde, s) v ....Geschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$)

beschleunigte Bewegung

gleichmäßig beschleunigt (a=konst.) $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ $v = a \cdot t$ ***allgemein*** $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ Ist bereits ein Anfangsweg s_0 zurückgelegt worden und (oder) eine Anfangsgeschwindigkeit v_0 vorhanden, gilt: $s = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$ $v = a \cdot t + v_0$	s ....Weg (Meter, m) t ....Zeit (Sekunde, s) v ....Geschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$) a ....Beschleunigung (Meter je Quadratsekunde, $\frac{m}{s^2}$)

Haft: Bevor Körper in Bewegung, muss überwunden werden
Gleit: Körper rutschen
Roll: Kontaktpunkt ändert sich

freier Fall Für den freien Fall - ohne Luftreibung gilt: $a=g=9{,}81\frac{m}{s^2}$ - mit Luftreibung $a=g\cdot\left(1-k\cdot v^2\right)$ $k=\frac{1}{2}c_w\cdot\rho\cdot\frac{A}{F_g}$	g ....Ortsfaktor, Fallbeschleunigung c_w...........Widerstandsbeiwert ρ ....Dichte des Stoffes, in dem der Körper fällt A............Querschnittsfläche des fallenden Körpers Fg..........Gewichtskraft des fallenden Körpers

ungleichmäßig beschl. $(a\neq \text{konst.})$ wenn a ~ t $k=\frac{\Delta a}{\Delta t}$ $\Delta a=k\cdot\Delta t+a_0$ $\Delta v=\frac{k}{2}\cdot t^2+a_0\cdot t+v_0$ $\Delta s=\frac{k}{6}\cdot t^3+\frac{a_0}{2}\cdot t^2+v_0\cdot t+s_0$	k ....Beschleunigungsänderung (Meter je Kubiksekunde, $\frac{m}{s^3}$) a............Beschleunigung (Meter je Quadratsekunde, $\frac{m}{s^2}$) t.............Zeit (Sekunde, s) v ....Geschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$) s ....Weg (Meter, m)

Würfe

senkrechter Wurf $y=v_0\cdot t-\frac{g}{2}\cdot t^2$ Abwurf nach oben: v_0 positiv Abwurf nach unten: v_0 negativ ***Steigzeit bis zum Gipfelpunkt:*** $t_h=\frac{v_0}{g}$ ***Höhe des Gipfelpunktes:*** $s_h=\frac{v_0^2}{2\cdot g}$	y ....Weg in y-Richtung (Meter, m) t ....Zeit (Sekunde, s) g ....Ortsfaktor ($9{,}81\frac{m}{s^2}$) v_0...........Abwurfgeschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$)

waagerechter Wurf Wurfparabel: $y=-\frac{g}{2\cdot v_0^2}\cdot x^2$ Geschwindigkeit nach einer Zeit t: $v=\sqrt{v_0^2+g^2\cdot t^2}$	y ....Weg in y-Richtung (Meter, m) x ....Weg in x-Richtung (Meter, m) t ....Zeit (Sekunde, s) g ....Ortsfaktor ($9{,}81\frac{m}{s^2}$) v_0...........Abwurfgeschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$)

schräger Wurf Wurfparabel: $y=\tan\alpha\cdot x-\frac{g}{2\cdot v_0^2\cdot\cos^2\alpha}\cdot x^2$ Geschwindigkeit nach einer Zeit t: $v=\sqrt{v_0^2+g^2\cdot t^2-2\cdot v_0\cdot g\cdot t\cdot\sin\alpha}$ ***spezielle Formeln*** Wurfweite: $s_w=\frac{v_0^2\cdot\sin 2\alpha}{g}$ Wurfhöhe: $s_h=\frac{v_0^2\cdot\sin^2\alpha}{2\cdot g}$ Steigzeit: $t_h=\frac{v_0\cdot\sin\alpha}{g}$	y ....Weg in y-Richtung (Meter, m) x ....Weg in x-Richtung (Meter, m) α ....Abwurfwinkel (Grad, °) t ....Zeit (Sekunde, s) g ....Ortsfaktor ($9{,}81\frac{m}{s^2}$) v_0...........Abwurfgeschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$)

Drehbewegung

$v=\frac{2\cdot\pi\cdot r}{T}$ $v=2\cdot\pi\cdot r\cdot n$ $v=\omega\cdot r$	r ....Radius (Meter, m) T ....Zeit für eine Umdrehung (Sekunde, s) v ....Geschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$) n ....Anzahl der Umdrehungen je Sekunde ($\frac{1}{s}$) ω ....Winkelgeschwindigkeit ($\frac{1}{s}$)

Kräfte

$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2\cdot F_1\cdot F_2\cdot\cos\alpha}$ Sonderfälle: $\alpha=0°$ $F=F_1+F_2$ $\alpha=45°$ $F=\sqrt{F_1^2+F_2^2}$ $\alpha=180°$ $F=F_1-F_2$	F ....resultierende Kraft (Newton, N) F_1, F_2 .....Teilkräfte (Newton, N) α ....Winkel zwischen den beiden Teilkräften (Grad, °) $N = kg\frac{m}{s^2}$

Federn

$D=\frac{F}{s}$ 2 Federn hintereinander $\frac{1}{D}=\frac{1}{D_1}+\frac{1}{D_2}$ 2 Federn nebeneinander $D=D_1+D_2$ Hookesches Gesetz: $F = D\,\Delta s$	F ....Kraft, die die Feder spannt (Newton, N) s ....Ausdehnung der Feder (Meter, m) D...........Federkonstante (Newton je Meter, $\frac{N}{m}$)

Newtonsche Axiome

Grundgesetz $F=m\cdot a$ ***Trägheitsgesetz*** Wenn die Summe aller äußeren Kräfte auf einen Körper 0 ist, gilt: $a=0$ oder $v=\text{konstant}$ ***Wechselwirkungsgesetz*** $F_1=-F_2$ (actio = reactio)	F .... Kraft (Newton, N) m.......... Masse (Kilogramm, kg) a............ Beschleunigung (Meter je Quadratsekunde, $\frac{m}{s^2}$)

Arbeit, Energie, Leistung

$W=\Delta E$ Wenn F= konstant: $W=F\cdot s\cdot\cos\alpha$ $P=\frac{W}{t}$	W..........Arbeit (Joule, J) ΔE ....Energieänderung (Joule, J) s ....Weg α ....Winkel zw. Kraft und Richtung der Bewegung (Grad, °) P...........Leistung (Watt, W) t ....Zeit (Sekunde, s)

$E_{pot}: m\cdot g\cdot h$

$a=9{,}81\frac{m}{s^2}$

Hubarbeit $W_H=F_G\cdot h$ $W_H=m\cdot g\cdot h$ → potenzielle Energie $E_{pot}=m\cdot g\cdot h$	W_H.........Hubarbeit (Joule, J) F_G ....Gewichtskraft (Newton, N) h ....Höhe, um die der Körper gehoben wird (Meter, m) m ....Masse des Körpers (Kilogramm, kg) E_{pot} ....potenzielle Energie (Joule, J) g ....Ortsfaktor, Fallbeschleunigung ($9{,}81\frac{m}{s^2}$)
Beschleunigungsarbeit $W_B=F_B\cdot s$ $W_B=m\cdot a\cdot s$ → kinetische Energie $E_{kin}=\frac{m}{2}\cdot v^2$	W_B ....Beschleunigungsarbeit (Joule, J) F_B ....beschleunigende Kraft (Newton, N) s ....Weg der Beschleunigung (Meter, m) m ....Masse (Kilogramm, kg) a ....Beschleunigung (Meter je Quadratsekunde, $\frac{m}{s^2}$) E_{kin}.........kinetische Energie (Joule, J) v ....Geschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$)
Federspannarbeit $W_S=\frac{1}{2}\cdot F_E\cdot s$ $W_S=\frac{1}{2}\cdot D\cdot s^2$ → Energie einer gespannten Feder $E_S=\frac{1}{2}\cdot D\cdot s^2$	W_S ....Federspannarbeit (Joule, J) F_E ....Endkraft zum Spannen der Feder (Newton, N) s ....Ausdehnung der Feder (Meter, m) D ....Federkonstante (Newton je Meter, $\frac{N}{m}$) E_S ....Federspannenergie (Joule, J)
Reibungsarbeit $W_R=F_R\cdot s$ $W_R=\mu\cdot F_N\cdot s$ $W_R=\mu\cdot m\cdot g\cdot\cos\alpha\cdot s$ → Wärmeenergie	WR ....Reibungsarbeit (Joule, J) FR ....Reibungskraft (Newton, N) s ....Weg (Meter, m) µ ....Gleitreibungszahl FN ....Normalkraft (Newton, N) m ....Masse Kilogramm, kg) g ....Ortsfaktor ($9{,}81\frac{m}{s^2}$) α ....Neigungswinkel (Grad, °)

Impuls und Stöße

$p=m\cdot v$ $I=F\cdot\Delta t$ $I=\Delta p$	p ....Impuls (Kilogramm Meter durch Sekunde, $\frac{kg\cdot m}{s}$) v ....Geschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$) I ....Kraftstoß (Newton Sekunde, Ns) F ....Kraft (Newton, N) Δt ....Zeit, in der die Kraft wirkt (Sekunde, s)

Bei Stoß Verlust

Verlust unelastisch

unelastischer gerader zentraler Stoß ***Impuls:*** nur wenn nach Stoß gekoppelt $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$ ***Verringerung der kinetischen Energie*** $\frac{1}{2}(m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot u^2$ ***Geschwindigkeit nach dem Stoß:*** $u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$	m_1, m_2 ...Massen der Körper (kg) v_1, v_2......Geschwindigkeiten der Körper vor dem Stoß ($\frac{m}{s}$) u_1, u_2 .....Geschwindigkeit nach dem Stoß ($\frac{m}{s}$)
elastischer gerader zentraler Stoß ***Impuls:*** $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$ ***Energie:*** $\frac{1}{2}(m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) = \frac{1}{2}(m_1 \cdot u_1^2 + m_2 \cdot u_2^2)$ ***Geschwindigkeiten nach dem Stoß:*** $u_1 = \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_1 + 2 \cdot m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$ $u_2 = \frac{(m_2 - m_1) \cdot v_2 + 2 \cdot m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2}$	keine Umwandlung (kin -> kin) $u_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_2 u_2}{m_1}$

verlorene Energie $\frac{m_1}{2}(v_1^2 - u_1^2) + \frac{m_2}{2}(v_2^2 - u_2^2) = E_{Rest}$

Rotation

$F_R = \frac{m \cdot v^2}{r}$	F_R..........Radialkraft (Newton, N) m...........Masse (Kilogramm, kg) v ....Geschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$)

Trägheitsmoment

Grundgesetz $M = J \cdot \alpha$	M...........Drehmoment (Newtonmeter, Nm) J ....Trägheitsmoment (Kilogramm Quadratmeter, kg m²) α ....Winkelbeschleunigung (je Quadratsekunde, s^{-2})
Trägheitsmoment *** allgemein:** $J = \int r^2\, dm$ *** Massepunkt, dünner Kreisring:** $J = m \cdot r^2$ *** Kugel:** $J = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$	r.............Radius (Meter, m) m...........Masse (Kilogramm, kg) ℓ ....Länge (Meter, m) r_a, r_i.........Außen- und Innenradius (Meter, m)

*** langer, dünner Stab der Länge ℓ:** $J = \frac{1}{12} m \cdot \ell^2$ *** Vollzylinder:** $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$ **Hohlzylinder:** $J = \frac{1}{2} m (r_a^2 + r_i^2)$	

Gravitation, Keplersche Gesetze

$F_G = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	F_G.........Gravitationskraft (Newton, N) m_1, m_2 ...Massen (Kilogramm, kg) r............Abstand der Massenmittelpunkte(Meter, m) γ ....Gravitationskonstante ($6{,}673 \cdot 10^{-11}\, m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$)
***1. keplersches Gesetz:* Ein Planet bewegt sich auf einer elliptischen Bahn um seinen Stern. Der Stern steht in einem Brennpunkt der Ellipse.**	***2. keplersches Gesetz:*** Der Leitstrahl Stern-Planet überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen. ***3. keplersches Gesetz:*** Die Quadrate der Umlaufzeiten T zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Halbachsen a ihrer Bahnen. $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$

Elongation-Zeit-Gesetz: ungedämpft: $s(t)=\hat{s}\,\sin(\omega_0 t+\varphi_0)$

Schwache Dämpfung: $s(t)=\hat{s}\,\underbrace{e^{-\delta t}}_{\text{Dämpfung}}\sin(\omega_d t+\underbrace{\varphi_0}_{\text{Phase}})$, $\omega_d=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$

Vorgehen: 1. Gegebene Größen einsetzen: $s(t)=\hat{s}\,e^{-\delta t}=\hat{s}\cdot\left(\text{Wert nach } t\right)$

2. umstellen und δ berechnen

3. Formel aufstellen $s(t)=\hat{s}\left(\text{Wert nach } x\right)^t \sin(\omega_d t+\varphi_0)$

Schwingungen

Für eine harmonische Schwingung gilt: $y=y_{max}\cdot\sin(\omega\cdot t+\varphi_0)$ $v=y_{max}\cdot\omega\cdot\cos(\omega\cdot t+\varphi_0)$ $a=-y_{max}\cdot\omega^2\cdot\sin(\omega\cdot t+\varphi_0)$	y............ Auslenkung, Elongation (Meter, m) y_{max} .... max. Auslenkung, Amplitude (Meter, m) ω .... Kreisfrequenz (je Sekunde, $\frac{1}{s}$) t .... Zeit (Sekunde, s) φ_0 .... Phasenwinkel v........... Geschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$) a .... Beschleunigung (Meter je Quadratsekunde, $\frac{m}{s^2}$)
Schwingungsdauer *** Fadenpendel** $T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ max 20° *** Federschwinger** $T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{m}{D}}$ *** Torsionspendels** $T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{J}{D}}$ *** physisches Pendel** $T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{J}{m\cdot g\cdot a}}$ *** Flüssigkeitssäule** $T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{2\cdot g}}$	T .... Schwingungsdauer (Sekunde, s) ℓ .... Länge (Meter, m) g .... Ortsfaktor ($9{,}81\frac{m}{s^2}$) D.......... Federkonstante (Newton je Meter, $\frac{N}{m}$) J........... Trägheitsmoment (Kilogramm Quadratmeter, kg m²) a .... Abstand der Drehachse vom Schwerpunkt (Meter, m)

Wellen

$y=y_{max}\cdot\sin 2\pi\cdot\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ $c=\lambda\cdot f$	y............ Auslenkung, Elongation (Meter, m) y_{max} .... max. Auslenkung, Amplitude (Meter, m) t............. Zeit (Sekunde, s) T .... Schwingungsdauer (Sekunde, s) x............ Ort (Meter, m) λ .... Wellenlänge (Meter, m) c............ Ausbreitungsgeschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$) f............. Frequenz (Hertz, Hz)

Druck

$p=\frac{F}{A}$ $F_A=\rho\cdot V\cdot g$	p........... Druck (Pascal, Pa) F........... Kraft (Newton, N) A .... Fläche (Quadratmeter, m²) F_A .... Auftriebskraft (Newton, N) ρ .... Dichte (Kilogramm je Kubikmeter, $\frac{kg}{m^3}$) V .... Volumen (Kubikmeter, m³) g........... Ortsfaktor ($9{,}81\frac{m}{s^2}$)

Relativitätstheorie

Zeitdilatation $t=\frac{t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ Längenkontraktion $\ell=\ell'\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ relativistische Masse $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ Energie-Masse-Beziehung: $E=m\cdot c^2$	t............ Zeit der „ruhenden“ Uhr (Sekunde, s) t' .... Zeit der „bewegten Uhr“ (Sekunde, s) v .... Relativgeschwindigkeit der Systeme zueinander (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$) c .... Lichtgeschwindigkeit ($2{,}998\cdot10^8\frac{m}{s}$) ℓ .... Länge des „bewegten“ Körpers ℓ' .... Länge des „ruhenden“ Körpers m_0 .... Ruhemasse (Kilogramm, kg) m.......... Masse (Kilogramm, kg) E .... Energie (Joule, J)

Elektrizitätslehre

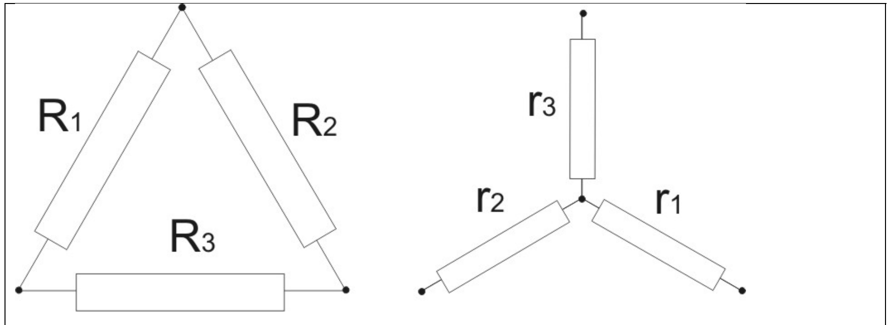
einfacher Gleichstromkreis

ohmsches Gesetz $U\sim I$ (wenn ϑ=konst.) ***Definition des Widerstandes:*** $R=\frac{U}{I}$ (wenn ϑ=konst.) ***Widerstandsgesetz:*** $R=\frac{\rho\cdot\ell}{A}$ ***Stromstärke:*** $I=\frac{Q}{t}$ (I=konst.)	U .... Spannung (Volt, V) I............. Stromstärke (Ampere, A) ϑ .... Temperatur (Grad Celsius, °C) R .... Widerstand (Ohm, Ω) ρ .... spezifischer elektrischer Widerstand .... (Ohm mal Quadratmillimeter je Meter, $\frac{\Omega\cdot mm^2}{m}$ ℓ .... Länge (Meter, m) A........... Querschnitt (Quadratmillimeter, mm²) Q .... Ladung (Coulomb, C) t............ Zeit (Sekunde, s)

verzweigter und unverzweigter Gleichstromkreis

Reihenschaltung von n Widerständen: $I_g = I_1 = I_2 = \ldots = I_n$ $U_g = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$ $R_g = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$ ***Parallelschaltung von n Widerständen:*** $I_g = I_1 + I_2 + \ldots + I_n$ $U_g = U_1 = U_2 = \ldots = U_n$ $\frac{1}{R_g} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}$	U_g .... Gesamtspannung (Volt, V) $U_1 \ldots U_n$ ... Teilspannungen (Volt, V) I_g .... Gesamtstromstärke (Ampere, A) $I_1 \ldots I_n$ ...... Teilstromstärken (Ampere, A) R_g .... Gesamt- oder Ersatzwiderstand (Ohm, Ω) $R_1 \ldots R_n$ ... Teilwiderstände (Ohm, Ω)

Dreieck- und Sternschaltung



Eine Dreieckschaltung lässt sich in eine Sternschaltung umwandeln und umgekehrt.

Sternersatzwiderstände einer Dreieckschaltung	Dreieckersatzwiderstände einer Sternschaltung
$r_1 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$	$R_1 = r_2 + r_3 + \frac{r_2 \cdot r_3}{r_1}$
$r_2 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$	$R_2 = r_1 + r_3 + \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2}$
$r_3 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$	$R_3 = r_1 + r_2 + \frac{r_1 \cdot r_2}{r_3}$

Elektrische Kraft Kondensator

$e \frac{U}{s} = F$

s: Plattenabstand oder d

Arbeit, Energie und Leistung

$P = U \cdot I$ $W = U \cdot I \cdot t$	P .... Leistung(Watt, W) U .... Spannung (Volt, V) I .... Stromstärke (Ampere, A) W .... Arbeit (Wattsekunde, Ws) t .... Zeit (Sekunde, s)

V: Kondensator V

Beschleunigung: $eU_B = \frac{1}{2} m_e \cdot v_{x,0}^2$

elektrische Ladungen

für Punktladungen gilt: $F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$ $E = \frac{F_P}{Q_P}$ für homogene elektrische Felder gilt: $E = \frac{U}{s}$	F .... Kraft(Newton, N) Q_1, Q_2 ... Ladungen (Coulomb, C) r .... Abstand (Meter, m) ε_0 .... elektr. Feldkonstante ($8{,}854 \cdot 10^{-12}\ A \cdot s \cdot V^{-1} \cdot m^{-1}$) ε_r .... **relative Permittivität** E .... elektr. Feldstärke (Volt je Meter, $\frac{V}{m}$) F_P .... Kraft auf eine Probeladung (Newton, N) Q_P .... Probeladung (Coulomb, C) U .... Spannung (Volt, V) s .... Abstand (Meter, m)

Ablenkung: $F_{Beschleun} = F_{el}$

$m_e \cdot a_y = e \cdot E_y = e \frac{U}{d}$

Waagerechter Wurf anwenden vertikale Ablenkung

Kondensatoren

$C = \frac{Q}{U}$ $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$ $E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$ $\tau = R \cdot C$	C .... Kapazität (Farad, F) Q .... Ladung (Coulomb, C) U .... Spannung (Volt, V) ε_0 .... elektr. Feldkonstante ($8{,}854 \cdot 10^{-12}\ A \cdot s \cdot V^{-1} \cdot m^{-1}$) ε_r .... **relative Permittivität** A .... Fläche einer Platte(Quadratmeter, m²) d............ Abstand der Platten (Meter, m) E .... Energie im Kondensator (Joule, J) τ .... Zeitkonstante (Sekunde, s) R .... Widerstand (Ohm, Ω)
Reihenschaltung von n Kondensatoren: $\frac{1}{C_g} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$ ***Parallelschaltung von n Kondensatoren:*** $C_g = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$	C_g.......... Gesamt- oder Ersatzkondensator (Farad, F) $C_1 \ldots C_n$ .. Einzelkondensatoren (Farad, F)

Magnetfeld

mag. Flussdichte im innern einer langen stromdurchflossenen Spule: $B=\mu_0\cdot\mu_r\cdot\frac{N\cdot I}{\ell}$ $\Phi=B\cdot A$ $F_L=Q\cdot v\cdot B\,(\text{wenn}\, v\perp B)$ ***Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter:*** $F=\ell\cdot I\cdot B\,(\text{wenn}\, I\perp B)$	B .... mag. Flussdichte (Tesla, T) μ_0 .... mag. Feldkonstante ($4\pi\cdot10^{-7}\,V\cdot s\cdot A^{-1}\cdot m^{-1}$) μ_r .... Permeabilitätszahl N .... Windungszahl I............. Stromstärke (Ampere, A) ℓ .... Länge (Meter, m) Φ .... mag. Fluss (Weber, Wb) A .... Fläche (Quadratmeter, m²) F_L .... Lorentzkraft (Newton, N) Q............ Ladung (Coulomb, C) v............ Geschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$) F .... Kraft (Newton, N)
$U_H=\frac{V}{N\cdot e}\cdot\frac{I\cdot B}{s}$ $R_H=\frac{V}{N\cdot e}$	U_H .... HALL-Spannung (Volt, V) V .... Volumen (Kubikmeter, m³) N .... Anzahl der Ladungsträger e............ Elementarladung ($1{,}602\cdot10^{-19}$ C) I............. Stromstärke (Ampere, A) B .... mag. Flussdichte (Tesla, T) s............ Dicke des Leiters (Meter, m) R_H .... Hall-Konstante

Induktion

$U_i=-\frac{d\Phi}{dt}$ ***für eine Spule (Magnetfeld ändert sich gleichmäßig,*** $(B\perp A)$: $U_i=-N\cdot\frac{\Delta(B\cdot A)}{\Delta t}$ ***für einen bewegten Leiter*** $(v\perp B)$: $U_i=-B\cdot\ell\cdot v$ ***Selbstinduktionsspannung in einer Spule:*** $U_i=-L\frac{\Delta I}{\Delta t}$ ***Induktivität einer langen Spule:*** $L=\frac{\mu_0\cdot\mu_r\cdot N^2\cdot A}{\ell}$	U_i .... Induktionsspannung (Volt, V) B .... mag. Flussdichte (Tesla, T) μ_0 .... mag. Feldkonstante ($4\pi\cdot10^{-7}\,V\cdot s\cdot A^{-1}\cdot m^{-1}$) μ_r .... Permeabilitätszahl N .... Windungszahl I............. Stromstärke (Ampere, A) ℓ .... Länge (Meter, m) Φ .... mag. Fluss (Weber, Wb) A .... Fläche (Quadratmeter, m²) v............ Geschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$) L............ Induktivität (Henry, H)

Transformator

Spannungsübersetzung (Leerlauf, $I_2\to0$): $\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2}$ Stromstärkeübersetzung (Kurzschluss, $I_2\to\infty$): $\frac{I_1}{I_2}=\frac{N_2}{N_1}$ $\eta=\frac{P_{ab}}{P_{zu}}$	U_1.......... Primärspannung (Volt, V) U_2.......... Sekundärspannung (Volt, V) N_1.......... Windungszahl Primärspule N_2.......... Windungszahl Sekundärspule I_1 .... Primärstromstärke (Ampere, A) I_2 .... Sekundärstromstärke (Ampere, A) η .... Wirkungsgrad P_{ab}......... abgegebene Leistung (Watt, W) P_{zu}......... zugeführte Leistung (Watt, W)

elektromagnetische Schwingungen und Wellen

Thomsonsche Schwingungsgleichung: $T=2\cdot\pi\cdot\sqrt{L\cdot C}$ $f=\frac{1}{T}$ $c=\lambda\cdot f$	T .... Schwingungsdauer (Sekunde, T) L............ Induktivität (Henry, H) C .... Kapazität (Farad, F) f............. Frequenz (Hertz, Hz) c............ Lichtgeschwindigkeit ($2{,}998\cdot10^8\,\frac{m}{s}$) λ .... Wellenlänge (Meter, m)

Wechselstrom

$u=u_{max}\cdot\sin(\omega\cdot t+\varphi_0)$ $U=\frac{1}{\sqrt{2}}u_{max}$ $i=i_{max}\cdot\sin(\omega\cdot t+\varphi_0)$ $I=\frac{1}{\sqrt{2}}i_{max}$	u............ Momentanwert der Spannung (Volt, V) u_{max} .... Maximalwert der Spannung (Volt, V) ω .... Kreisfrequenz (je Sekunde, $\frac{1}{s}$) t............. Zeit (Sekunde, s) φ_0 .... Phasenwinkel (Grad, °) U .... Effektivwert der Spannung (Volt, V) i............. Momentanwert der Stromstärke (Ampere, A) i_{max} .... Maximalwert der Stromstärke (Ampere, A) U .... Effektivwert der Stromstärke (Ampere, A)

Widerstände im Wechselstromkreis

$R=\frac{U}{I}$ $R=\rho\cdot\frac{\ell}{A}$ $X_L=\frac{U}{I}$ $X_L=\omega\cdot L$ $X_C=\frac{U}{I}$ $X_C=\frac{1}{\omega\cdot C}$	R .... ohmscher Widerstand (Ohm, Ω) U .... Spannung (Volt, V) I .... Stromstärke (Ampere, I) ρ .... **spezifischer elektrischer Widerstand** .... (Ohm mal Quadratmillimeter je Meter, $\frac{\Omega\cdot mm^2}{m}$ ℓ .... Länge (Meter, m) A .... Querschnitt (Quadratmillimeter, mm²) X_L .... induktiver Widerstand (Ohm, Ω) ω .... Kreisfrequenz (je Sekunde, $\frac{1}{s}$) L .... Induktivität (Henry, H) X_C .... kapazitiver Widerstand (Ohm, Ω) C .... Kapazität (Farad, F)
Reihenschaltung: $X=\omega\cdot L-\frac{1}{\omega\cdot C}$ $Z=\sqrt{R^2+\left(\omega\cdot L-\frac{1}{\omega\cdot C}\right)^2}$ $\tan\varphi=\frac{X_L-X_C}{R}$ ***Parallelschaltung:*** $X=\omega\cdot C-\frac{1}{\omega\cdot L}$ $Z=\sqrt{\frac{1}{R^2}+\frac{1}{\left(\omega\cdot C-\frac{1}{\omega\cdot L}\right)^2}}$ $\tan\varphi=R\cdot\left(\frac{1}{X_C}-\frac{1}{X_L}\right)$	X .... Blindwiderstand (Ohm, Ω) Z .... Scheinwiderstand (Ohm, Ω) φ .... Phasenwinkel (Grad, °)

Leistung im Wechselstromkreis

$S=U\cdot I$ $P=U\cdot I\cdot\cos\varphi$ $Q=U\cdot I\cdot\sin\varphi$ $S=\sqrt{P^2+Q^2}$	S .... Scheinleistung (Voltampere, VA) P .... Wirkleistung (Watt, W) Q .... Blindleistung (Var [Volt-Ampère-réactif], var)

Optik

Lichtausbreitung

$I\sim r^2$	I .... Lichtintensität r .... Abstand zur Lichtquelle

Reflexion

$\alpha=\alpha'$	α .... Einfallswinkel (Grad, °) α' .... Reflexionsgesetz (Grad, °)
Hohlspiegel: für randnahe Strahlen gilt: $r=2\cdot f$ $\frac{1}{f}=\frac{1}{g}+\frac{1}{b}$ $A=\frac{B}{G}=\frac{b}{g}$	r .... Krümmungsradius (Meter, m) f .... Brennweite (Meter, m) g .... Gegenstandsweite (Meter, m) b .... Bildweite (Meter, m) B .... Bildgröße (Meter, m) G .... Gegenstandsgröße (Meter, m) A .... Abbildungsmaßstab

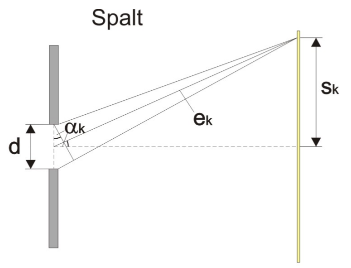
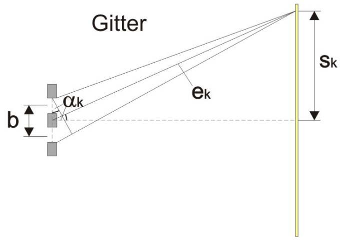
Brechung

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{c_1}{c_2}=\frac{n_2}{n_1}$ $n=\frac{c_{Vakuum}}{c_{Stoff}}$	α .... Einfallswinkel (Grad, °) β .... Brechungswinkel (Grad, °) c_1, c_2 ..... **Lichtgeschwindigkeit** (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$) n .... **Brechzahl**

dünne Linsen

$\frac{1}{f}=\frac{1}{g}+\frac{1}{b}$ $A=\frac{B}{G}=\frac{b}{g}$ $D=\frac{1}{f}$	f .... Brennweite (Meter, m) g .... Gegenstandsweite (Meter, m) b .... Bildweite (Meter, m) B .... Bildgröße (Meter, m) G .... Gegenstandsgröße (Meter, m) A .... Abbildungsmaßstab D .... Brechkraft (Dioptrie, dpt)

Interferenz am Spalt und Gitter

es gilt: $s_k << e_k$ $(k=1,2,3,...)$ ***Spalt, Maxima*** $\frac{(2k+1)\cdot\lambda}{2\cdot d}=\sin\alpha_k=\frac{s_k}{e_k}$ ***Spalt, Minima*** $\frac{k\cdot\lambda}{d}=\sin\alpha_k=\frac{s_k}{e_k}$ es gilt: $s_k << e_k$ $(k=0,1,2,3,...)$ ***Gitter, Maxima*** $\frac{k\cdot\lambda}{b}=\sin\alpha_k=\frac{s_k}{e_k}$ ***Gitter, Minima*** $\frac{(2k+1)\cdot\lambda}{2\cdot b}=\sin\alpha_k=\frac{s_k}{e_k}$	  alle Maße in Meter, m λ .... Wellenlänge (Meter, m)

Interferenz an dünnen Schichten

reflektiertes Licht Maxima ***durchgehendes Licht Minima*** $(k=0,1,2,3,...)$ $d=\frac{2k+1}{n}\cdot\frac{\lambda}{4}$ ***reflektiertes Licht Minima*** ***durchgehendes Licht Maxima*** $(k=1,2,3,...)$ $d=\frac{2k}{n}\cdot\frac{\lambda}{4}$	d .... Schichtdicke (Meter, m) λ .... Wellenlänge (Meter, m) n .... **Brechzahl**

Polarisation

Brewstersches Gesetz $\tan\alpha_P=\frac{n_2}{n_1}$	α_P .... Einfallwinkel (Grad, °) n .... **Brechzahl**

Atomphysik

Quantenphysik

$E=h\cdot f=h\cdot\frac{c}{\lambda}$ $m=\frac{E}{c^2}$ $p=\frac{E}{c}$ Einsteinsche Glei-chung: $h\cdot f=\frac{m_e}{2}\cdot v^2+W_A$ ***de-Broglie-Wel-lenlänge:*** $\lambda=\frac{h}{m\cdot v}$ ***Heisenbersche Unschärfe:*** $\Delta x\cdot\Delta p\geq\frac{\hbar}{2}$ $\hbar=\frac{h}{2\pi}$ ***Compton-Effekt:*** $\Delta\lambda=\frac{h}{m\cdot c}(1-\cos\vartheta)$	E............Energie (Joule, J) h ....Plancksches Wirkungsquantum ($6{,}626\cdot10^{-34}$ J·s) f ....Frequenz (Hertz, Hz) c ....Lichtgeschwindigkeit ($2{,}998\cdot10^{8}\,\frac{m}{s}$) λ ....Wellenlänge (Meter, m) m ....Masse eines Photons (Kilogramm, kg) p ....Impuls eines Photons (Kilogramm Meter durch Se-kunde, $\frac{kg\cdot m}{s}$) m_e..........Ruhemasse Elektron ($9{,}109\cdot10^{-31}$ kg) v ....Geschwindigkeit (Meter je Sekunde, $\frac{m}{s}$) W_A ....**Austrittarbeit** Δx ....Ortsunschärfe (Meter, m) Δp ....Impulsunschärfe (Kilogramm Meter durch Sekunde, $\frac{kg\cdot m}{s}$) $\Delta\lambda$ ....Wellenlängenzunahme (Meter, m) ϑ ....Streuwinkel (Grad, °)

Atomphysik

Spektralserien des Wassertoffatoms: $f=R_H\cdot c\cdot\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right)$ $n=1,2,3,\ldots$ $m=2,3,4,\ldots$	f............. Frequenz (Hertz, Hz) RH .... Rydberg-Konstante ($1{,}097\,373\,m^{-1}$) c............ Lichtgeschwindigkeit ($2{,}998\cdot10^{8}\,\frac{m}{s}$) n, m....... Nummer der Energieniveaus

$\Delta m = (Z \cdot m_P + N \cdot m_N) - m_K$ $E_B = \Delta m \cdot c^2$	Δm .... Massendefekt (Kilogramm, kg) Z .... Kernladungszahl m_P .... Protonenmasse ($1{,}672621 \cdot 10^{-27}$ kg) N .... Neutronenzahl m_N .... Neutronenmasse ($1{,}674927 \cdot 10^{-27}$ kg) m_k .... Kernmasse (Kilogramm, kg) E_B......... Kernbindungsenergie (Joule, J) c........... Lichtgeschwindigkeit ($2{,}998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$)
$A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$ $A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda}$ $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}}$	A .... Aktivität (Becquerel, Bq) ΔN .... Anzahl der zerfallenen Kerne Δt .... Zeitspanne (Sekunde, s) A_0.......... Aktivität (Becquerel, Bq) λ .... Zerfallskonstante (je Sekunde, $\frac{1}{s}$) t............. Zeit (Sekunde, s) $T_{\frac{1}{2}}$ .... Halbwertszeit (Sekunde, s) N .... Anzahl der nicht zerfallenen Kerne N_0.......... Anzahl der Kerne zum Zeitpunkt 0

Thermodynamik

Längen- und Volumenänderung

$\Delta \ell = \alpha \cdot \ell_0 \cdot \Delta \vartheta$ $\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta \vartheta$	$\Delta \ell$ .... Längenänderung (Meter, m) α .... **Längenausdehnungskoeffizient** ℓ_0 .... Ausgangslänge (Meter, m) $\Delta \vartheta$ .... Temperaturänderung (Kelvin, K) ΔV .... Volumenänderung (Kubikmeter, m³) V_0 .... Ausgangsvolumen (Kubikmeter, m³) γ .... Volumenausdehnungskoeffizient für feste Körper gilt: $\gamma = 3 \cdot \alpha$

thermisches Verhalten des idealen Gases

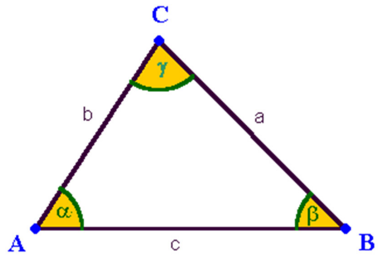
für eine abgeschlossene Gasmenge gilt: $\frac{p \cdot V}{T} = \text{konst.}$ $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ $p \cdot V = m \cdot R_S \cdot T$ $R_S = \frac{R}{M}$ $R_S = c_p - c_V$ ***Gesetz von Boyle und Mariotte (T=konst., isotherm):*** $p \cdot V = \text{konst.}$ ***Gesetz von Gay-Lussac Isobare Zustandsänd. (p=konst.):*** $\frac{V}{T} = \text{konst.}$ ***Gesetz von Amontons Isochore Zustandsänd. (V=konst.):*** $\frac{p}{T} = \text{konst.}$ ***Gesetz von Poisson (Q=0): Adiabatische Zustandsänd.*** $p \cdot V^{\kappa} = \text{konst.}$ $T \cdot V^{(\kappa - 1)} = \text{konst.}$	p............Druck (Pascal, Pa) V............Volumen (Kubikmeter, m³) T............Temperatur (Kelvin, K) n............Stoffmenge (Mol, mol) R ....universelle Gaskonstante ($8{,}314 \, J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$) m ....Masse (Kilogramm, kg) R_S..........**spezifische Gaskonstante** M...........molare Masse (Kilogramm je Mol, $\frac{kg}{mol}$) c_p...........**spez. Wärmekapazität bei konst. Druck** c_V ....**spez. Wärmekapazität bei konst. Volumen** κ ....Adiabatenkoeffizient ....einatomige Gase $\kappa = \frac{5}{3}$ ....zweiatomige Gase $\kappa = \frac{7}{5}$

Wärme und Energie

Bedingung: es findet keine Aggregatzustandsänderung statt. $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$ ***Für Gase:*** c_p für p=konst. c_V für V=konst.	Q ....Wärme (Joule, J) m ....Masse (Kilogramm, kg) c ....**spez. Wärmekapazität** ΔT ....Temperaturänderung (Kelvin, K) c_p...........**spez. Wärmekapazität bei konst. Druck** c_V...........**spez. Wärmekapazität bei konst. Volumen**
Mischungsregel: $\vartheta_M = \frac{c_1 \cdot m_1 \cdot \vartheta_1 + c_1 \cdot m_2 \cdot \vartheta_2}{c_1 \cdot m_1 + c_2 \cdot m_2}$	$\Delta \vartheta$ ....Mischungstemperatur (Grad Celsius, °C) ϑ_1, ϑ_2 .....Anfangstemperaturen (Grad Celsius, °C) m_1, m_2 ...Massen der Körper (Kilogramm, kg) c_1, c_2......**spez. Wärmekapazitäten**
1. Hauptsatz $\Delta U = Q + W$	ΔU ....Änderung der inneren Energie (Joule, J) Q ....Wärme (Joule, J) W...........Volumenarbeit (Joule, J) p ....Druck (Pascal, Pa) ΔV ....Volumenänderung (Kubikmeter, m³)

$W=-\int_{V_1}^{V_2} p(V)\,dV$ ***Wenn p=konstant:*** $W=-p\cdot\Delta V$ ***Wenn T=konstant:*** $W=-p\cdot V\cdot\ln\frac{V_e}{V_a}$ $W=-p\cdot V\cdot\ln\frac{p_a}{p_e}$	V............Volumen (Kubikmeter, m³) V_e ....Endvolumen (Kubikmeter, m³) V_a ....Abfangsvolumen (Kubikmeter, m³) p_e...........Anfangsdruck (Pascal, Pa) p_a...........Enddruck (Pascal, Pa)
Wirkungsgrad: *$\eta = W_{nutz}/W_{zu}$* *Carnot-Kreisprozess:* *$\eta = 1-T_k/T_h$*	

Trigonometrie



Sinussatz

Für allgemeine Dreiecke

$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$$

Für $\gamma=90°$

$\sin\alpha = a/c$

$\sin\beta = b/c$

Kosinussatz

Formel 1:

$$a^2=b^2+c^2-2bc\ \cos\alpha$$
$$b^2=c^2+a^2-2ca\ \cos\beta$$
$$c^2=a^2+b^2-2ab\ \cos\gamma$$

Formel 2: wenn $\gamma=90°$

$a^2+b^2=c^2$ (Satz des Pythagoras)

$$\cos\alpha=\frac{b}{c}$$
$$\cos\beta=\frac{a}{c}$$

Phasenverschiebungen

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos x \quad \text{bzw.} \quad \sin(x+90°)=\cos x$$
$$\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin x \quad \text{bzw.} \quad \cos(x+90°)=-\sin x$$
$$\tan\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=-\cot x \quad \text{bzw.} \quad \tan(x+90°)=-\cot x$$
$$\cot\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=-\tan x \quad \text{bzw.} \quad \cot(x+90°)=-\tan x$$

Additionstheoreme

Weiterhin sind die **Additionstheoreme** nützlich:

$$\sin(x \pm y) = \sin x \ \cos y \pm \sin y \ \cos x$$
$$\cos(x \pm y) = \cos x \ \cos y \mp \sin x \ \sin y$$
$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \ \tan y} = \frac{\sin(x+y)}{\cos(x+y)}$$
$$\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \ \tan y} = \frac{\sin(x-y)}{\cos(x-y)}$$
$$\cot(x+y) = \frac{\cot x \cot y - 1}{\cot x + \cot y} = \frac{\cos(x+y)}{\sin(x+y)}$$
$$\cot(x-y) = \frac{\cot x \cot y + 1}{\cot y - \cot x} = \frac{\cos(x-y)}{\sin(x-y)}$$

$$\sin(x+y) \cdot \sin(x-y) = \cos^2 y - \cos^2 x = \sin^2 x - \sin^2 y$$
$$\cos(x+y) \cdot \cos(x-y) = \cos^2 y - \sin^2 x = \cos^2 y + \cos^2 x - 1 = 1 - \sin^2 x - \sin^2 y$$
$$\sin(2x) = 2 \sin x \ \cos x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$$
$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$
$$\tan(2x) = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2}{\cot x - \tan x}$$
$$\cot(2x) = \frac{\cot^2 x - 1}{2 \cot x} = \frac{\cot x - \tan x}{2}$$

Gegenseitige Darstellung

Die trigonometrischen Funktionen lassen sich in einander umwandeln oder gegenseitig darstellen. Es gelten folgende Zusammenhänge:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$$
$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} = \csc^2 x$$

Mittels dieser Gleichungen lassen sich die drei vorkommenden Funktionen durch eine der beiden anderen darstellen:

$$\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} \quad \text{für } x \in [0, \pi] = [0°, 180°]$$
$$\sin x = -\sqrt{1 - \cos^2 x} \quad \text{für } x \in [\pi, 2\pi] = [180°, 360°]$$
$$\sin x = \frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \quad \text{für } x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right] = [0°, 90°] \cup [270°, 360°]$$
$$\sin x = -\frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \quad \text{für } x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] = [90°, 270°]$$
$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} \quad \text{für } x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right] = [0°, 90°] \cup [270°, 360°]$$
$$\cos x = -\sqrt{1 - \sin^2 x} \quad \text{für } x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] = [90°, 270°]$$
$$\cos x = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \quad \text{für } x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right] = [0°, 90°] \cup [270°, 360°]$$
$$\cos x = -\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} \quad \text{für } x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] = [90°, 270°]$$
$$\tan x = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\cos x} \quad \text{für } x \in [0, \pi] = [0°, 180°]$$
$$\tan x = -\frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\cos x} \quad \text{für } x \in [\pi, 2\pi] = [180°, 360°]$$
$$\tan x = \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} \quad \text{für } x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right] = [0°, 90°] \cup [270°, 360°]$$
$$\tan x = -\frac{\sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} \quad \text{für } x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] = [90°, 270°]$$

Wertetabellen

Dichte

feste Stoffe

Stoff	Dichte in g/cm³	Stoff	Dichte in g/cm³
Aluminium	2,70	Kork	0,2...0,3
Beton	1,8 ... 2,4	Kupfer	8,96
Blei	11,35	Messing	8,5
Diamant	3,51	Papier	0,7...1,2
Eis (0°C)	0,92	Sand	1,6
Eisen	7,86	Schnee (Pulver)	0,1
Glas	2,4...2,7	Schnee (Alt)	0,3
Gold	19,32	Silber	10,50
Holz (Eiche)	0,86	Stahl	7,85
Holz (Fichte)	0,47	Zink	7,13
		Zinn	7,29

Flüssigkeiten

Stoff	Dichte in g/cm³	Stoff	Dichte in g/cm³
Benzin	0,70...0,78	Spiritus	0,83
Diesel	0,84...0,88	Wasser (rein)	1,00
Quecksilber	13,53	Meerwasser	1,02

Gase

Stoff	Dichte in kg/m³	Stoff	Dichte in kg/m³
Chlor	3,21	Methan	0,72
Helium	0,18	Ozon	2,14
Kohlenstoff-dioxid	1,98	Propan	2,02
Kohlenstoff-monoxid	1,25	Sauerstoff	1,43
Luft	1,29	Wasserstoff	0,09

Reibungszahlen

Die Reibungszahlen sind nur Richtwerte und hängen immer von der gegebenen Bedingungen ab. (Quelle: Wikipedia, Reibungskoeffizient)

Haftreibungszahlen

Stoff	μ_H
Beton auf Sand	0,6
Mauerwerk auf Beton	0,8
Gummireifen auf trockenem Asphalt	< 0,9
Gummireifen auf nassem Asphalt	< 0,5
Gummireifen auf trockenem Beton	< 1,0
Gummireifen auf nassem Beton	< 0,6
Holz auf Holz	0,7
Ski auf Eis	0,1 …0,3
Stahl auf Eis	0,02
Teflon auf Teflon	0,04

Gleitreibungszahlen

Stoff	μ_G
Gummireifen auf trockenem Asphalt	< 0,5
Gummireifen auf nassem Asphalt	< 0,3
Holz auf Holz	0,5
Stahl auf Eis	0,01

Spezifische elektrische Widerstände

Stoff	ρ in $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$	Stoff	ρ in $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$
Aluminium	0,028	Bernstein	$>10^{22}$
Eisen	0,10	Glas	$10^{13} \ldots 10^{17}$
Gold	0,022	Holz (trocken)	$10^{10} \ldots 10^{15}$
Konstantan	0,50	Papier	$10^{15} \ldots 10^{16}$
Kupfer	0,017	Porzellan	10^{18}
Silber	0,016	Wasser (destilliert)	10^{10}
Wolfram	0,053	Wasser (Meerwasser)	$5{,}0 \cdot 10^{5}$

relative Permittivität ε_r

Stoff	ε_r	Stoff	ε_r
Glas	5 … 16	Polypropylenfolie	2,2
Glimmer	5 … 9	Porzellan	5 … 6,5
Holz	3 … 10	Öl	2,2 … 2,5
Keramik	10 … 50 000	Vakuum	1
Luft	1,000 6	Wasser	81
Papier	1,2 … 3,0	Wasserstoff	1,000 3
Parafin	2,0		

relative Permeabilität μ_r

Stoff	μ_r
Wasser	0,999 991
Aluminium	1,000 02
Cobalt	80 … 200
Dynamoblech	200 …3 000
Eisen	250 … 680

Nickel	280 … 2 500

Hall-Konstante

Stoff	R_H in $m^3 \cdot C^{-1}$
Aluminium	$+10 \cdot 10^{-11}$
Kupfer	$-5{,}3 \cdot 10^{-11}$
Silber	$-9 \cdot 10^{-11}$
Silizium	$-2{,}5 \cdot 10^{-4}$

Brechzahl und Lichtgeschwindigkeit

Stoff	n	c in $\frac{km}{s}$
Diamant	2,42	124 000
Eis	1,31	229 000
Flintglas (leicht)	1,61	186 000
Flintglas (schwer)	1,75	171 000
Kronglas (leicht)	1,51	199 000
Kronglas (schwer)	1,61	186 000
Luft	1,000 292	299 711
Wasser	1,33	225 000

Austrittsarbeit

Stoff	W_A in eV	W_A in 10^{-19} J
Aluminium	4,20	6,73
Barium	2,52	4,04
Cadmium	4,04	6,47
Caesium	1,94	3,11
Platin	5,36	8,59
Wolfram	4,54	7,27
Zink	4,27	6,84

Längenausdehnungskoeffizient

Stoff	α in $10^{-5}\,K^{-1}$	Stoff	α in $10^{-5}\,K^{-1}$
Aluminium	2,4	Kupfer	1,6
Beton	1,2	Messing	1,8
Eis (bei 0°C)	5,1	Porzellan	0,4
Eisen	1,2	Silber	2,0
Glas	1,0	Stahl	1,2
Gold	1,4	Ziegelstein	0,5
Konstantan	1,5		

spezifische Gaswerte

Stoff	c_p in $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	c_V in $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	R_S in $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
Ammoniak	2,05	1,56	488
Helium	5,24	3,22	2 077
Kohlenstoff-dioxid	0,85	0,65	189
Luft	1,01	0,72	287
Sauerstoff	0,92	0,65	260
Stickstoff	1,04	0,75	297
Wasserstoff	14,28	10,13	4 124

spezifische Wärmekapazität von Feststoffen und Flüssigkeiten

Feststoffe zw. 0°C und 100°C		Flüssigkeiten bei 20°C	
Stoff	c in $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	Stoff	c in $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
Aluminium	0,90	Petroleum	2,0
Beton	0,90	Wasser	4,19
Eis (bei 0°C)	2,09		
Glas	0,86		
Kupfer	0,39		
Porzellan	0,73		
Ziegelstein	0,86		

Genauigkeit und Fehler

Genauigkeit

- Jeder Messwert hat einen absoluten Fehler (Wer misst, misst Mist.)
  $\text{Messwert} = x$
  $\text{absoluter Fehler} = \Delta x$
  $\text{Messergebnis} = x \pm \Delta x$
  Das Messergebnis ist der gemessene Wert mit Angabe der möglichen Abweichungen nach oben und unten. $m = 1{,}0\,kg \pm 0{,}1\,kg$ heißt, dass die Masse zwischen 0,9 kg und 1,1 kg liegen kann.

Wie groß sind nun die absoluten Fehler einer Messung? Dafür gibt es klare Regelungen:

- Bei einer einfachen analogen Messung ist der absolute Fehler die Hälfte der kleinsten Skaleneinheit am Messgerät.
  - Lineal mit mm-Einteilung: $s = 24{,}3\,cm \pm 0{,}5\,mm$ bedeutet, der wahre Wert der Messung liegt zwischen 24,25 cm und 24,35 cm.
- Bei digitaler Anzeige ist der absolute Fehler gleich 1 der letzten Ziffer.
  - Ein Thermometer zeigt an 20,4°C. Das heißt: $\vartheta = 20{,}4\,°C \pm 0{,}1\,°C$. Also liegt der wahre Wert zwischen 20,3°C und 20,5°C
- Bei elektrischen Messgeräten wird eine Genauigkeitsklasse angegeben, z.B. 2,5. Das bedeutet, der Fehler beträgt 2,5% vom Messbereichsendwert.
  - Messbereich: 10 V, der Fehler beträgt 2,5% von 10 V, also 0,25 V. Dieser Fehler gilt für den gesamten Messbereich. Also z.B. 9 V ± 0,25 V, aber auch 1 V ± 0,25 V. Im letzten Fall ist das natürlich viel schlimmer als im ersten Fall. Deshalb sollte ein Messgerät immer so eingestellt werden, dass der Zeiger im hinteren Bereich der Skale steht.
- Werden für eine physikalische Messgröße mehrere Messungen gemacht, kann der Fehler berechnet werden.
  - Bei wenigen Messwerten (n<10) gilt: $\Delta\bar{x} = \pm\frac{x_{max} - x_{min}}{n}$
    Beispiel
  - Bei 10 oder mehr Messwerten gilt: $\Delta\bar{x} = \pm\sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$
    Beispiel

Fehler

Fehlerarten

- absoluter Fehler Δx
  ist ein Maß für die Genauigkeit des Messwertes
- relativer Fehler $\frac{\Delta x}{x}$
  verdeutlicht die Abweichung in Bezug auf den Messwert

- prozentualer Fehler $\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%$
  ist der in Prozent angegebene relative Fehler

Fehlerfortpflanzung

Ein physikalisches Ergebnis erhält man meistens durch eine Berechnung, in die mehrere Messgrößen eingehen. Jede Messgröße ist mit einem Fehler behaftet. Jeder dieser Fehler beeinflusst das Endergebnis.
Wie sich die Fehler auf das Ergebnis auswirken, zeigt die Übersicht

Verknüpfung		Fehler	
Summe Differenz	$z = x + y$ $z = x - y$	$\Delta z = \Delta x + \Delta y$	Der absolute Fehler des Ergebnisses ist die Summe der einzelnen absoluten Fehler.
Produkt Quotient	$z = x \cdot y$ $z = \frac{x}{y}$	$\frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$	Der relative Fehler des Ergebnisses ist die Summe der einzelnen relativen Fehler.
Potenz	$z = x^k$	$\frac{\Delta z}{z} = k \cdot \frac{\Delta x}{x}$	Der relative Fehler des Ergebnisses ist das Produkt aus dem relativen Fehler der Messung und dem Exponenten.

Berechnung des absoluten und relativen Fehlers

Beispiele

Aufgabe 1
Eine Kugel rollt eine geneigte Ebene hinunter und führt danach mit der dabei erreichten Geschwindigkeit einen waagerechten Wurf aus. Es soll die Abwurfgeschwindigkeit v_0 der Kugel und der absolute Fehler bestimmt werden.
1. In einer ersten Messung wird die Höhe h gemessen, aus der die Kugel herabrollt. Sie beträgt 23 cm und wurde mit einem Lineal mit mm-Einteilung bestimmt. (Die Rotationsenergie der Kugel am Ende der Anlaufebene soll vernachlässigt werden)
2. In einer zweiten Messung wird die Wurfweite x zu 0,95 m gemessen. Der Abwurftisch befand sich 1,0 m über dem Auftreffpunkt. Beide Werte wurden wieder mit einem Lineal mit mm-Einteilung bestimmt.

Berechnen Sie für die beiden Messverfahren die Abwurfgeschwindigkeit und bestimmen sie für jedes Ergebnis den absoluten Fehler.
Beachten Sie:

$$g = 9{,}81\frac{m}{s^2} \pm 0{,}005\frac{m}{s^2}$$

und

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

Lösung 1
zu 1. Die Geschwindigkeit wird über den Energieerhaltungssatz berechnet. Die Kugel wandelt beim Herabrollen potenzielle Energie in kinetische Energie um.

$$E_{kin} = E_{pot}$$

$$\frac{m}{2} \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}23\,m}$$

$$v = 2{,}1 \frac{m}{s}$$

Fehler: Der absolute Fehler der Höhenmessung ist 0,5 mm, also die Hälfte der kleinsten Skaleneinteilung.

$$h = 230\,mm \pm 0{,}5\,mm$$

Der Fehler der Fallbeschleunigung ist vorgegeben.
Da aus den einzelnen Größen die Wurzel gezogen wird,

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{2} \cdot \sqrt{g} \cdot \sqrt{h}$$

geht der Exponent 1/2 in die relativen Fehler mit ein. Sie werden mit 1/2 multipliziert.
Damit gilt

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta g}{g} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta h}{h}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{2} \cdot \frac{0{,}005}{9{,}81} + \frac{1}{2} \cdot \frac{0{,}5}{230}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = 0{,}0013$$

Der absolute Fehler der Geschwindigkeit ist dann:

$$\Delta v = 0{,}0013 \cdot 2{,}1 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v = 0{,}003$$

$$v = 2{,}1 \frac{m}{s} \pm 0{,}003 \frac{m}{s}$$

zu 2. Die Geschwindigkeit wird über die Wurfparabel berechnet:

$$y = -\frac{g}{2 \cdot {v_0}^2} \cdot x^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g}{2 \cdot y}} \cdot x$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{9{,}81 \frac{m}{s^2}}{2 \cdot 1{,}00\,m}} \cdot 0{,}95\,m$$

$$v_0 = 2{,}1 \frac{m}{s}$$

Gleiche Geschwindigkeit wie bei 1. , das sollte auch so sein.
Jetzt der Fehler:

$$x = 950\,mm \pm 0{,}5\,mm$$

$$y = 1000\,mm \pm 0{,}5\,mm$$

Damit ergibt sich ein relativer Fehler von:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta g}{g} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta x}{x}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{2} \cdot \frac{0{,}005}{9{,}81} + \frac{1}{2} \cdot \frac{0{,}5}{950} + \frac{0{,}5}{1000}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = 0{,}001$$