学校代号 10532　　　　　　　　　　学　　号 S1918W1285

分 类 号　　　　　　　　　　　　　密　　级

湖南大学

HUNAN UNIVERSITY

专业硕士学位论文

雪球式期权产品定价研究

学位申请人姓名	郑 聪
培 养 单 位	金融与统计学院
导师姓名及职称	马勇 教授
	许文坤 集团监事会主席
学 科 专 业	金融硕士
研 究 方 向	金融工程
论文提交日期	2021 年 5 月 30 日

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　　http://www.cnki.net

学校代号：10532

学　　号：S1918W1285

密　　级：

湖南大学专业硕士学位论文

雪球式期权产品定价研究

学位申请人姓名：郑聪

导师姓名及职称：马勇 教授

许文坤 集团监事会主席

培 养 单 位：金融与统计学院

专 业 名 称：金融

论文提交日期：2021 年 5 月 30 日

论文答辩日期：2021 年 5 月 18 日

答辩委员会主席：周鸿卫教授

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

Research on the Pricing of Snowball option products

By

ZHENG Cong

B.E (JiangSu University) 2019

A thesis submitted in partial satisfaction of the

Requirements for the degree of

Master of Economics

in

Finance

in the

Graduate School

of

Hunan University

Supervisor

Professor MA Yong

April，2021

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

湖 南 大 学

学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的论文是本人在导师的指导下独立进行研究所取得的研究成果。除了文中特别加以标注引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写的成果作品。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

作者签名：郑聪 日期：2021 年 5 月 30 日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权湖南大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本学位论文属于

1．保密□，在　　年解密后适用本授权书。

2．不保密□。

（请在以上相应方框内打”√”）

作者签名：郑聪　　日期：2021 年 5 月 30 日

导师签名：　　日期：2021 年 5 月 30 日

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

摘 要

随着我国经济的发展，金融市场的规模在不断扩大，相关规章制度也在不断完善，在助力实体经济发展的同时，也逐渐成为国民经济体系的重要组成部分。近年来，国家陆续出台金融创新激励政策，刺激了许多金融机构研发设计金融产品，使得金融市场的产品种类日渐丰富，同时场外衍生品交易规模持续增加，逐渐成为金融市场的主要交易产品。然而场外衍生品结构灵活，合约要素变化多端，与标准化程度较高的场内衍生品相比，对其定价分析的难度增加，加之场外衍生产品结构灵活不能套用公式进行定价分析，因此对场外衍生品的定价研究是一个持续更新地问题。

本文研究对象雪球式期权产品是一种场外衍生品，是金融创新政策激励下的产物，是对低利率行情的创新设计。其本质是一个带出触发条件的看跌期权，损益情况依赖于挂钩的标的资产价格变化路径，主要可分三种情况：当标的资产价格在敲出观察日触及敲出价时，期权合约立即终止，可获得收益；当标的资产价格只触及敲入价，若期末价格小于期初价格，出现亏损，反之则无亏损也收益；当标的资产价格既不触及敲入价也不触及敲出价时，期权合约正常到期并可获得最大收益。

本文主要采用了蒙特卡罗模拟方法对雪球式期权进行定价研究，得到了雪球式期权的理论价值模型，并运用 MATLAB 软件模拟了求解过程，进行了方差收敛性分析，随着模拟路径数增加，方差越来越小，验证了模型有效性；同时简要探讨了标的资产收益波动率、敲入敲出价和产品期限等产品要素对雪球式期权定价的影响，除了敲出价与产品价格成负相关关系，其他要素与产品价格成正相关关系。然后提出了投资者应当卖出一定数量的标的资产而发行机构应当买入一定数量的标的资产的风险对冲措施，并从修改收益规则和附加一种产品组成产品组合等两个方面对雪球式期权保本结构设计提出建议。最后本文提出可从雪球式期权定价解析解，产品结构设计及风险管理等方面进行深入研究的展望。

关键词： 雪球式期权、蒙特卡罗、产品定价

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

Abstract

With the development of my country's economy, the scale of the financial market is constantly expanding, and related rules and regulations are constantly improving. While helping the development of the real economy, it has gradually become an important part of the national economic system. In recent years, the state has successively introduced financial innovation incentive policies, which have stimulated many financial institutions to develop and design financial products, which has enriched the types of products in the financial market. At the same time, the scale of over-the-counter derivatives transactions has continued to increase and has gradually become the main trading product in the financial market. However, the structure of OTC derivatives is flexible, and the contract elements vary widely. Compared with the more standardized on-market derivatives, it is more difficult to analyze their pricing. In addition, the structure of OTC derivatives is flexible and formulas cannot be used for pricing analysis. Therefore, the research on the pricing of OTC derivatives is a continuously updated issue.

The research object of this paper is that the snowball option product is an over-the-counter derivative, a product inspired by financial innovation policies, and an innovative design for low interest rates. Its essence is a put option that brings out the trigger condition. The profit and loss situation depends on the linked underlying asset price change path. It can be divided into three situations: When the price of the underlying asset hits the bid on the date of knockout observation, the option contract is immediately terminated and gains can be obtained ; When the price of the underlying asset only touches the strike price, if the ending price is less than the beginning price, there will be a loss, otherwise there will be no loss or gain; when the price of the underlying asset neither touches the strike price nor the knock bid, the option contract expires normally and to obtain the maximum benefit.

In this paper, Monte Carlo simulation method is used to study the pricing of snowball options, and the theoretical value model of snowball options is obtained. MATLAB software is used to simulate the solution process, and variance convergence analysis is carried out. With the increase of the number of simulation paths, the variance becomes smaller and smaller, which verifies the effectiveness of the model; At the same time, it briefly discusses the impact of the underlying asset return volatility, knock in bid and product term on the pricing of snowball option. In

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

addition to knock out price and product price are negatively correlated, other factors are positively correlated with product price. Then it puts forward the risk hedging measures that investors should sell a certain number of underlying assets and issuers should buy a certain number of underlying assets, and puts forward suggestions on the design of snowball option capital preservation structure from two aspects of modifying the income rules and adding a product to form a product portfolio. Finally, this paper puts forward the prospect of further research from the analytical solution of snowball option pricing, product structure design and risk management.

Keywords： Snowball option,Monte Carlo,Product Pricing

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

目 录

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

插图索引

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

附表索引

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

第1章 绪论

1.1 研究背景及意义

1.1.1 研究背景

随着经济全球化的发展，各国经济贸易往来更加密切，资源配置效率不断提高，时刻变化的市场使得所有的市场参与者处于价格变化的风险之中。为了规避价格变动的风险，许多金融衍生工具油然而生。这些金融衍生工具可以通过风险转移，风险转换和风险对冲等措施来规避实物资产的价格变动风险，根据交易方式的不同，目前市场上最主要的金融衍生工具分别为期货、期权、远期、互换等四种类型，其中，期权因其成本较低在金融衍生产品的交易市场中表现得较为活跃。期权是一种合约权利，它赋予合约购买者在合约有效期前或者到期日向合约出售方以约定价格购买或者出售某种资产的权利，为了获得这个权利，合约购买者需要向合约出售方支付一笔费用，称之为期权费，合约购买方无必须行使期权的义务，合约出售方有履行合约的义务。

在期权的发展历史中，最早出现的是场外期权，距今有上千年的时间了，基于当时的社会经济发展现状，期权发展一直不太顺利，中间多次遭遇夭折，直到1973 年，芝加哥期权交易所成立，开始了标准化的场内期权交易，期权的发展正式步入轨道。随后期权交易日渐频繁，期权市场得到壮大发展，期权标的资产也由股票拓展到外汇，股票指数，期货和利率等，交易场所也由场内交易发展到了场外交易。根据是否在交易所内进行交易，期权可以分为场内期权和场外期权。场内期权是指在交易所进行挂牌交易的标准化合约，合约条款都由交易所事先设定；场外期权则是指在非集中的场所进行交易的非标准化合约，合约条款可以根据投资者的需求进行设定，灵活性较高。

近年来，伴随着金融创新的激励，场外期权的交易规模持续增加，逐渐成为金融衍生产品交易市场的主要产品类型。场外期权基于其灵活性，合约条款可以根据投资者的需求进行个性化设计，相较于场内期权受到的监管也较为宽松，越来越受到投资者的追捧，从 1980 年开始，场外期权交易市场越来越活跃，特别是我国进入 WTO 以后，随着国家不断开放，金融创新政策的不断实施和推进，创新型场外期权产品也推陈出新，对金融市场的稳定发展起着非常重要的作用。

我国的场外期权市场相较于欧美地区存在起步较晚，规模较小，相关规章制度还不完善，处于探索期等特征。2012 年 12 月，中国证券业协会出台了场外衍生品交易的相关文件政策，正式开启了我国场外衍生品交易试点工作。根据证券

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

业协会数据显示，2020 年，境内证券公司场外金融衍生品业务新增名义本金累计 4.76 万亿元，累计交易高达 11 万笔。其中，收益互换 2020 年累计新增名义本金 2.16 万亿元，场外期权 2020 年累计新增名义本金 2.6 万亿元。发展场外期权交易市场，不仅可以丰富投资者的金融投资工具，还有助于加快我国金融市场的创新发展，改善资本市场体系。但随着金融市场的发展，金融机构创造了很多新的非标准化期权产品，称之为奇异期权。奇异期权的合约条款灵活多变，增加了对其定价的难度，因此奇异期权的定价研究是一个持续更新的问题。

本文研究的雪球式期权是奇异期权的一种，是财富管理行业应对低利率的创新产品设计，在标的价格没有明显变化趋势，处于盘整阶段时表现出独特的优势，且深受投资者喜爱。而雪球式期权的标的、期限、票息，敲入价和敲出价等要素灵活多变增加了期权定价的难度，因此对雪球式期权进行定价分析是一个亟待解决的问题。

1.1.2 研究意义

随着我国的社会经济发展，市场经济规模不断扩大，金融产品的种类和数量日益增多，越来越多的投资者进行套期保值和投机套利的交易操作，市场交易日渐频繁。然而我国金融市场发展起步较晚，相关规章制度还不完善，目前在交易所挂牌交易的期权只有两种：一种是上证 50ETF 期权，属于金融期权，是我国第一个期权产品；另一种是商品期权，我国正在挂牌交易的商品期权有白糖期权、铜期权和豆粕期权三种。我国现有的场内期权种类和数量都比较少，针对投资者日益变换的多样化需求，2013 年我国正式开展场外衍生品业务，以丰富金融产品种类，满足众多投资者的个性化需求。随着金融创新政策的激励，各大金融机构积极设计和推出各种金融产品，场外衍生品市场规模正在逐步扩大。基于场内期权合约的标准化限制，场外期权在合约条款上可以根据投资者需求进行相应设计，产品种类更加丰富，各类产品差异可大可小，复杂多变。目前全球的场外期权大多数是采取双边清算制度，因此如何科学合理地对场外期权进行定价已经成为金融机构，监管者和众多学者共同关注的问题。本文研究的雪球式期权，是一种新型的场外期权，期权合约中的各要素可以根据投资者的需求进行个性化设计。在市场多变的环境下，对雪球式期权的定价研究，在对场外期权的理论分析和实践应用上都具有重要的意义。

理论分析上，本文研究的期权产品是一种新的场外期权，个性化程度较高，在结构上不同于现有大多数产品的单一性，在标的资产选择、利率、期限和交易方式等具有多变性，有着更加复杂的收益结构。由于我国金融市场发展起步较晚，现有研究主要是对标准化的产品进行定价分析，且大多数采用传统的 B-S 模型，对于收益结构复杂多变的场外期权定价研究相对较少，还在起步阶段。本文在总

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

结已有研究的基础上，运用蒙特卡罗定价方法对雪球式期权进行定价研究，以丰富现有障碍期权产品的理论体系，为障碍期权产品在现实中的应用提供了理论依据。

实践应用上，本文研究的产品不同于传统产品的静态收益结构，其具备的不确定生命周期，使得产品具有动态的收益结构，对投资者具有较大的吸引力。近年来，国家大力支持金融机构创新金融产品，主张以金融创新支持实体经济，雪球式期权产品的创设给其他金融机构提供了一种创新金融产品的新思路。同时，雪球式期权产品是一种应对经济环境表现为低利率的创新产品设计，本质上是一种做空波动率的产品，给投资者提供了一种做空波动率的工具。目前我国场外期权市场扔处于发展初期，从总体上看，场外期权市场发展稳中有序，规模增长平稳，期权的风险对冲和套期保值功能逐渐显现。雪球式期权产品的创设丰富了我国金融产品体系，促进我国场外期权市场的健康平稳发展，对我国场外障碍期权产品的研发具有重要参考意义。

1.2 文献综述

随着金融经济学理论的发展以及计算机技术的应用，期权定价理论取得了巨大的进展。本节分别从标准期权定价，奇异期权定价，影响期权定价因素等方面陈述国内外学者关于期权定价研究的现状，并对当前已有的研究成果进行总体分析和评价。

1.2.1 国外研究现状

国外关于期权定价系统性的研究最早是在 1973 年，Black 和 Scholes[1]联合发表的论文《期权定价与公司负债》中提出了未考虑红利影响的欧式期权定价模型，同年 Merton[2][3]根据实际金融市场的表现，发现股票价格变动偶尔会出现服从对数正态分布的跳跃，股票价格变化过程分为随机过程和跳跃过程两部分，因此结合红利和期权价格跳跃的影响，将 B-S 模型推广为 B-S-M 模型，而该模型是在假设利率是不变的前提下提出的，这往往与实际情况不相符，且也不能说明波动率微笑和波动率聚集等现象。1976 年，Cox 和 Ross[4]提出利用二叉树模型来解决期权定价，虽然通过二叉树模型计算的期权价格精确度较高，但是计算过程复杂，计算量大，成本太高。之后他们又提出了 CEV 模型，该模型是研究标的资产价格与期权价格关系的一种特殊扩散模型，同样也没有考虑波动率随机变化给期权价格带来的影响。为了解决这个缺陷，Hull 和 White（1987）[5]利用泰勒展开的方法首次提出了欧式期权的随机波动率定价模型。随后 Heston（1993）[6]引入随机波动理论对 B-S 模型进一步优化，提出了一个可以使随机波动率保持为正数的随机波动率模型。之后学者们开始对随机波动率模型开展深入研究，形成了时间序

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

列随机波动率模型理论，例如广义自回归条件异方差模型(Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity model，简称 GARCH 模型，Duan(1995)[7]运用广义自回归条件异方差模型对欧式期权进行了定价研究，之后 Kallsen 和 Taqqu (1998)[8]将离散时间推广到连续时间的情形，发现在期权定价上，离散时间模型与连续时间模型具有一致性。在随机波动率模型下，更多的期权定价研究可以参考 Carr 和 Sun（2007）[9]、Muhle-Karbe（2012）[10]、Fonseca 和 Martini（2016）[11]和 Huang（2019）[12]等。

普通期权各要素标准化程度高，不能满足投资者个性化需求。各大金融机构迎合市场需求，对普通期权的某些要素做出一定改变，由此衍生出复杂的奇异期权。奇异期权拥有灵活的收益结构，可以挂钩多种标的资产，其定价模型相对于普通期权更加复杂多变。在对奇异期权的定价上，许多学者针对各类型的奇异期权价值给出了特定条件下的解析公式，例如：Merton（1973）[2]研究了欧式向下敲出看涨障碍期权的封闭解，Brennan（1977）[13]首次使用有限差分法研究美式期权的定价问题，Goldman（1979）[14]运用 Levy 公式求出了路径依赖期权的定价公式，Cox 和 Robinstein（1985）[15]也提出了向上敲出看涨期权的定价公式等。之后各位学者开始在已有研究的基础上考虑各种数值方法、要素条件对定价模型的影响，求得相应解析公式，例如：Rubinstein 和 Reiner（1991）[16]利用期望方法对 Merton 给出的定价公式做了进一步研究，给出了欧式标准障碍期权所有八种组合的解析解。Ballestra et.al（2007）[17]在考虑 Heston 随机波动率模型的基础上对符合欧式路径依赖的奇异期权进行定价，给出了期权的封闭式积分解，最后利用建立在方差缩减技术上的 Monte Carlo 模拟方法求出数值近似解。Skipper 和 Buchen（2009）[18]发表了多资产多到期日期权定价的一般模型，对障碍期权、亚式期权、数字期权、回望期权等奇异期权的定价给出了一般化的模型。

在各种奇异期权中，障碍期权较为受投资者青睐，且更加复杂多变，成为大多数学者在奇异期权定价研究中的重点关注对象。在障碍期权定价的早期研究中，主要是对单边障碍期权的定价研究，例如：Merton（1973）[2]求解了欧式向下敲出看涨期权的定价公式，Rubinstein 和 Reiner（1991）[16]给出了几种单边看涨和单边看跌障碍期权的定价公式。随后逐渐开始对双边障碍期权进行定价研究，例如：Pelsser [23]采用拉普拉斯变换和围线积分的方法，最终求得双边障碍期权的价值。Heynen 和 Kat [19]对部分双边障碍期权进行了研究，并以二元正态分布的形式表示了该类期权的解析公式。国外其他关于双边障碍期权的定价研究可以参考 Kunitomo 和 Ikeda[21]、 Geman 和 Yor [22]、 Rich [20]的论文等文献。

随着障碍期权的收益结构愈加复杂，越来越难求出定价模型，许多学者提出了利用树方法，蒙特卡洛方法等数值方法来求解定价模型。例如：Ritchken（1995）[24]运用一种严格的三叉树模型定价障碍期权。Zvan,Vetzal 和 Forsyth（2000）[25]

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

利用偏微分方程定价障碍期权。Pelsser（2000）[26]通过 Laplace 变换定价障碍期权。Panini 和 Srivastav（2004）[27]基于 Mellin 变换方法定价障碍期权，相对于 Laplace 变换有很多优点。Gaudenzi 和 Zanette（2009）[28]运用树方法写出了普通香草期权和障碍期权的价格公式，并结合奇点方法和插值技术克服了障碍期权定价的算法问题。Shevchenko、Moral（2016）[29]利用序列 Monte Carlo 模拟方法解决了离散障碍期权的定价问题。此外专家学者们也将数值算法和其他方法结合起来求解期权定价模型，例如：Jeon et.al（2016）[30]使用渐进分析和梅林变换技术求出了双重障碍期权的定价公式；Park 和 Kim[31]则利用同伦分析方法解决了随机波动率下的欧式障碍期权的定价问题。Z.B.Z（2013）[32]利用随机控制理论来定价障碍期权，在不确定环境下利用效用函数来做决定。Sobhani（2018）[33]研究了一种离散双障碍期权定价的快速算法。Zhang[34]提出利用总体最小二乘拟蒙特卡罗方法来求解美式障碍期权问题。Takayuki 和 Yuji [35]利用拉普拉斯变换和同伦分析方法得到了欧式向下敲出看涨期权的定价模型。Chan 和 Zhu [36]也基于同伦分析方法，研究了一类满足马尔科夫性质的欧式障碍期权的定价问题。

1.2.2 国内研究现状

国内期权定价研究起步较晚，大多数学者都是 B-S 模型的基础上，把各种特定性因素融入模型，并结合各种数值方法，进行深入研究。例如：薛红（2000）[37]运用了秩方法，研究了不确定的执行价格欧式期权的定价模型。牟旷凝（2010）[38]运用 Monte Carlo 方法与拟 Monte Carlo 方法，通过实证分析，发现在高位衍生金融产品的价格计算中，后者方法比前者方法更加符合实际，且相对加快了计算效率，计算结果的准确性也更高。周玉琴、朱福敏（2016）[39]研究了在标的物价格服从 HIS 以及 Weibull 分布的情况下上证 50ETF 期权的定价问题，并运用机器学习方法来修正参数模型误差。方艳、张元玺和乔明哲（2017）[40]则分别运用 B-S-M 模型和 Monte Carlo 模型对上证 50ETF 期权进行定价研究，发现当模拟次数越多，Monte Carlo 模型的定价精确度要高于 B-S-M 模型。乐胜杰（2019）[41]在非完备市场下脆弱欧式期权价格的研究中，探讨了资产波动率的时变性、标的资产价格跳跃，抵押资产以及标的资产和违约风险的共同跳跃风险对脆弱欧式期权价格模型的影响。张献迅（2019）[42]针对期权定价模型在机器学习方法的应用中遇到了过拟合和模型表现不一致的情况，引入了 RMDN 模型有效解决了异方差问题，提高了定价效果。薛广明和林福宁（2020）[43]运用两点 G-J 法和三点 G-J 法，对百慕大期权的跳扩散随机波动率模型进行离散化处理，得出了美式障碍期权的定价模型。李庆和张虎（2020）[44]通过用变量转化方法，把影响期权价格的多个指标转换为一个综合指标，从而得到一个关于期权价格的单指标模型，运用

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

降维简化了模型计算。陈聪和唐亚勇（2020）[45]运用蒙特卡洛法和矩近似解析法对半亚式期权进行了定价研究．并利用了对偶变量技术减少了计算时间。

随着期权定价理论的发展，国内许多学者也开始对各种障碍期权进行定价分析。在实际应用上，障碍期权不仅可以作为单独的金融产品，也可以某个结构化产品一部分，嵌在其中。例如：在障碍期权作为单独金融产品的定价研究中，王杨（2009）[46]将双障碍期权定价问题分解为两个单障碍期权定价问题或者一个双边敲出期权和一个单障碍期权定价问题。胡文伟、李湛（2012）[47]利用二叉树方法分析了影响障碍期权与标准期权之间的价差因素，从比较结果中可以得出，障碍期权的价值低于对应的标准期权。张利花、张卫国、许文坤（2013）[48 使用总体最小二乘拟蒙特卡罗方法（TLSFM）研究了美式障碍期权跳扩散模型的定价问题，通过不同方法下的定价结果比较分析，发现基于 TLSFM 的美式障碍期权的定价结果更稳定，时效性更强。游桂云（2014）[49]等将保险精算方法与期权定价相结合，将保险合约视为一种向上敲出的看涨期权，通过非参数核密度估计方法估计损失分布情况，推导出基于非参数方法的障碍期权定价模型。苏建燕（2015）[50]提出用 Copula 函数对障碍期权进行定价分析，研究发现在用 Copula 函数对障碍期权进行定价分析时，Copula 函数的选择非常关键，必须清楚资产的分布及不同资产之间的相关性，才能对障碍期权进行精准定价。吴阿龙（2018）[51]运用产品分解技术，将多条件障碍期权产品分解为一定数量的 M-binary 期权，并使用蒙特卡洛方法对分解期权进行定价分析，再通过合成每一分解部分期权价值，得到产品的理论定价。繆宗钰（2019）[52]采用了快速傅里叶变换方法和基于 CONV 方法的分数傅里叶变换法等两种傅里叶变换法对美式障碍期权的定价模型进行求解，相较于有限差分法和多期二叉树模型计算结果精度较高。杨莹（2019）[53]采用控制变量 Monte-Carlo 模拟法，以向上敲出看涨欧式障碍期权为例，得出了随机波动率模型的近似解，探讨了各个参数对障碍期权价格的影响。

同时，对于嵌有障碍期权的结构化产品定价分析，国内学者也做了大量的研究。例如：陈金龙、任敏（2011）[54]根据股票挂钩结构化产品的特点，提出了利用乔莱斯基分解法处理资产价格之间的相关性问题，再利用 Monte Carlo 模拟方法对期权进行定价。马莹（2012）[55]采用 Monte Carlo 模拟方法，以光大银行股票挂钩型理财产品为研究对象，对其进行数值定价分析，得出该产品的定价偏高、产品的实际收益率偏低的结论。孙桂平（2015）[56]以挂钩沪深 300 指数的国信证券结构化产品为例，分别计算了产品在双障碍期权和欧式标准化期权两种收益结构下的价格，通过比较发现双障碍敲出期权的价格明显相对更小。

1.2.3 研究述评

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

从上述文献中可以得知，国内外学者都是从简单期权定价分析再到深入研究复杂期权定价，标准期权的定价模型主要在传统的 B-S 模型基础上加以改进，使用的数值分析方法主要为蒙特卡罗方法。随着金融市场规模的增大，投资者的个性化需求越来越旺盛，许多创新型金融产品开始在场外金融市场中流通。对于期权类创新型金融产品，由于其收益结构和要素条件不同于普通标准期权，不适合用传统 B-S 模型对其进行定价分析，从已有研究中可以看出，许多研究者主要运用数值分析方法对期权类创新型金融产品进行定价分析。本文研究的雪球式期权是一种期权类创新型金融产品，拟运用蒙特卡洛数值方法对其进行定价研究，并进行方差收敛性分析，为后人对其精确定价分析提供一些研究思路参考。

1.3 研究基本思路、研究内容及研究方法

1.3.1 研究基本思路

本论文主要是对雪球式期权的价格进行研究。首先通过查阅文献，了解关于奇异期权定价的已有研究，总结已有研究的思路和方法，介绍期权定价的相关理论和方法；接着介绍雪球式期权的基本情况；然后运用蒙特卡罗模拟方法进行建模，对雪球式期权进行定价，并进行方差收敛性分析；最后从产品设计和风险对冲两方面提出相应建议。

具体的研究路线见图 1.1。

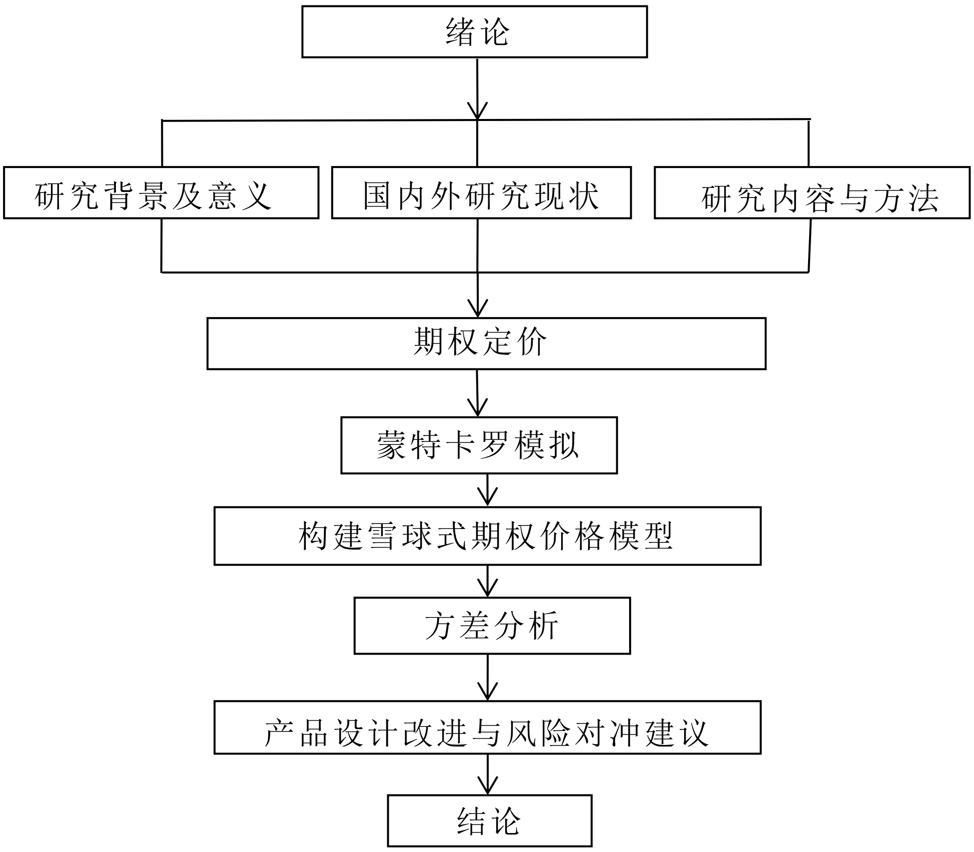

图 1.1 技术路线图

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

1.3.2 研究内容

本文共分 6 个章节。

第一章是绪论。介绍了本文选题的背景和意义，对于研究奇异期权，蒙特卡罗模拟方法等数值方法的国内外文献进行了综述，并给出了论文的总体思路和文章构架

第二章是相关理论基础。概述期权定价的相关理论和方法，主要介绍了蒙特卡罗模拟方法的定义及应用，同时引入布朗运动和伊藤引理。

第三章是雪球式期权的介绍。主要介绍雪球式期权的概念、结构特征、收益情况以及主要风险。

第四章是雪球式期权价格模型建立及求解。运用蒙特卡罗方法对雪球式期权进行定价研究，然后求出期权价格模型，运用 MATLAB 软件求出模拟解，简要探讨产品要素对产品定价的影响，并进行方差收敛性分析。

第五章是根据研究结果提出建议。分别从产品设计和风险对冲两方面向发行人提出相应的建议，并进行相应的总结。

第六章是总结与展望。整理并概括本文的主要研究内容及结论，并提出未来可研究方向的展望。

1.3.3 研究方法

（1）文献研读法

全面搜集有关文献资料，经过归纳整理、分析鉴别，对一定时期内该领域的研究成果和进展进行系统、全面的叙述和评论。对于相关期权定价和蒙特卡罗模型的研究成果进行梳理，并对研究成果。

（2）定量分析法

运用蒙特卡罗方法定量地计算雪球式期权的价格模型，运用 MATLAB 软件进行模拟运算，并进行方差收敛性分析。

1.4 研究创新点

雪球式期权是障碍期权中的一种，在市场走势不明显，处于盘整时期，相较于其他类型的期权，雪球式期权更受投资者喜爱。作为金融创新的产物，国内关于其定价的研究相对较少，本文运用蒙特卡罗模拟方法对雪球式期权进行定价研究，并进行方差收敛性分析，为之后的相关期权定价研究提供一定参考；同时针对该种特殊收益结构产品的弱点，提出相应的收益结构设计建议，为之后研究者进行产品研发，结构设计等方面提供一些方向。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

第2章 相关理论基础

2.1 期权定价理论基础

2.1.1 维纳过程

维纳过程是一种连续时间随机过程，得名于诺伯特·维纳。它描述的是某个标的变量的当前值与未来的预测有关，而变量的历史值以及变量从过去到现在的演变方式与未来的预测无关的一个特殊类型的随机过程，且该变量每年增量服从均值为 0，方差为 1 的正态分布。

运用正规的表达方式，随机过程$X(t)$具有以下三个性质时可以称之为维纳过程。

性质 1：X(t)，$t \geq 0$，是一个关于 t 的连续函数，他的路径是固定一条的，$X(t) \to X(s)$是满足依概率收敛的。

性质 2：在一小段时间区间Δt内的变化量ΔX

$$\Delta X = \varepsilon\sqrt{\Delta t}. \tag{2.1}$$

其中$\varepsilon \sim N$（0,1）

性质 3：在任何两个不相重叠的Δt时间区间内，变化量ΔX之间相互独立。

第一个性质说明维纳过程描述的是一个连续时间的随机过程。

第二个性质说明ΔX本身服从正态分布，并且

$$\Delta X\ 的均值 = 0.$$

$$\Delta X\ 的标准差 = \sqrt{\Delta t}.$$

第三个性质说明随机过程$X(t)$服从马尔科夫过程。马尔科夫过程指的是变量预测值与当前值有关系，与历史值和从过去到未来的演变方式没有关系的一类特殊的随机过程。因此，维纳过程是一种特殊的马尔科夫过程。

在一段较长的时间区间 T 内的$X(t)$的变化量，可以表达为$X(T) - X(0)$，这一变化量可以被看成是在 N 个长度为Δt时间区间内ΔX的总和。其中

$$N = \frac{T}{\Delta t}.$$

因此

$$X(T) - X(0) = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_{i\sqrt{\Delta t}}. \tag{2.2}$$

其中$\varepsilon_i(i = 1,2,3 \cdots, N)$均服从$N(0,1)$的正态分布。

由维纳过程的性质可知$X(T) - X(0)$也服从正态分布，其中

$$X(T) - X(0)的均值 = 0.$$

$$X(T) - X(0)的标准差 = \sqrt{T}.$$

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

在随机过程中，变量在每单位时间内均值的变化被称为变量的漂移率，在每单位时间内的方差被称为变量的方差率。广义维纳过程 Y(t)可以通过 dx 定义为

$$dY = adt + bdx. \quad (2.3)$$

其中 a 和 b 为常数项，等式右边 adt 说明变量 X 的单位时间漂移率为 a，bdx 项可以看作是附加在变量 Y 路径上的噪声或扰动，其幅度为维纳过程的 b 倍。维纳过程的方差率为 1，所以 b 倍维纳过程在单位时间内的方差率为b^2。因此，广义维纳过程描述了在单位时间内漂移率为 a，方差为b^2的正态分布变量的变化过程。

维纳过程描述了资产价格的变动形式，为其衍生产品的价值分析提供了数学表达式，在一定程度上推动了证券市场的发展，并给证券市场其他理论的研究和分析提供了基础。本文研究的产品挂钩的标的资产价格变化均是在假设完全服从维纳过程中进行。

2.1.2 伊藤引理

伊藤过程是更为广义的维纳过程，由广义维纳过程表达式可以得出伊藤过程的表达式为

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz. \quad (2.4)$$

其中 a 和 b 为变量 x 和时间 t 的函数，过程中期望漂移率和方差率均会随时间变化。而在很小的时间区间Δt内，变化量为Δx，按照极限思想，在很小的时间区间Δt里，变量的漂移率和方差率都是常数，且都等于在 t 时刻的值，因此 x 的变化只依赖于 x 在 t 时刻的值，与历史取值无关，所以这个过程具有马尔科夫性质。

衍生产品的价格是标的股票价格和时间的函数，也可以说任意一种衍生产品的价格都是某些标的随机变量和时间的函数。在这个领域中的一个重要结论是数学家伊藤清在 1951 年发现的伊藤引理。

假设变量 x 的值服从一下伊藤过程

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz. \quad (2.5)$$

其中 dz 是维纳过程，a 和 b 为 x 和 t 的函数。变量 x 的漂移率为 a，方差率为b^2。伊藤引理说明一个 x 和 t 的函数 G 服从以下过程

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x}\alpha + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}b^2\right)dt + \frac{\partial G}{\partial x}bdZ. \quad (2.6)$$

其中 dz 是维纳过程，因此 G 也服从伊藤过程，其漂移率为

$$\frac{\partial G}{\partial x}\alpha + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 G}{\partial x^2}b^2.$$

方差率为

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)^2 b^2.$$

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

伊藤引理是一种由变量本身所服从随机过程来计算该变量的函数所服从随机过程的方法。该引理的关键是原始变量随机过程中的维纳过程与变量函数随机过程中的维纳过程中的维纳过程是一样的，即两个随机过程具有相同对的不确定性来源。

2.1.3 风险中性定价理论

风险中性定价原理是约翰•考克斯和斯蒂芬•罗斯于 1976 年推到期权定价公式时建立的。它表明市场上不存在任何套利机会，衍生产品的价格与投资者的风险态度无关，投资者不要求任何风险补偿，衍生产品的期望报酬率就是无风险利率，其未来收益经无风险利率贴现后等于当前的价格。当然现实世界不是风险中性的，大多数情况是投资者所承受的风险越大，他们所要求的汇报也会越高。但是在风险中性情况得出的衍生产品价格在现实世界里也适用，这种定价方式巧妙地避开了对衍生产品买方和卖方的风险厌恶程度的测量。

风险中性世界的两个特点可以简化对衍生产品的定价：（1）投资的期望收益率就是无风险利率；（2）对证券期望收益进行贴现的利率也是无风险利率。假设某只股票价格上涨的概率为 p，其对应的期权价值为f_u，股票价格下降的概率为 1-p，其对应的期权价值为f_d，在风险中性世界里，期权的价格应为

$$f=\frac{\mathrm{p}f_u+(1-p)f_d}{1+r}. \tag{2.7}$$

运用风险中性定价理论关键在于找到一个概率测度，使得证券及衍生产品的未来期望收益在无风险利率下的贴现值等于当前价值，这个概率测度也叫做风险中性测度。在数学上，利用无风险利率对资产价格进行贴现的过程称为鞅，因此风险中性定价方法也称为鞅定价方法。

本文建立的模型均是基于风险中性测度，对模型的参数也是在风险中性下分析。

2.2 蒙特卡罗模型的定义及原理

2.2.1 蒙特卡罗模型的定义

蒙特卡罗模拟算法又称为随机性模拟算法，是通过计算机仿真来解决问题的算法，同时通过模拟可以来检验自己模型的正确性。它起源于布丰计算 π 估计值的投针实验，由物理学家诺依曼和乌拉木发展并沿用至今。蒙特卡罗方法的基础是概率论和统计学，该方法是将问题转换为一个概率模型，并通过计算机随机模拟，最终得到结果。传统的算法往往不能呈现真实的变化过程，很难得到精确的结果，而蒙特卡罗算法已经近似模拟真实的变化过程，根据大数法则和中心极限

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

定理，随着模拟次数的增加，模拟估计值越收敛于真实值，即使在有限次模拟下得出的估计值，其偏差也是可计量的，故可以得到与现实相符的结果。

在金融经济学的应用上，股票价格，利率，汇率等变量变化具有不确定性，大多数情况服从随机过程，蒙特卡罗模拟利用随机数对衍生产品标的变量在风险中性世界里的不同路径进行模拟，对于每一条路径，我们均可以得出衍生产品收益的贴现值，贴现值的算术平均值即衍生产品价格的近似值。虽然蒙特卡罗模型计算的结果精确度较高，但是这种算法的精确度与时间成正比关系，标准差和模拟路径数的平方根成反比，如果要增加准确程度，就要增加模拟次数，从而导致运算缓慢。

2.2.2 蒙特卡罗模型的原理

蒙特卡罗模型的基本原理是当研究的问题是一个概率问题，其要求得的解是某个事件出现的概率，或者是某个随机变量的期望值时，可以通过多次重复模拟事件发生的方法，得到这种事件出现的频率，或者这个随机变量的平均值，以频率近似表示概率，以平均值近似表示期望值作为所要求得的解。

求解蒙特卡罗模型可以归结为以下几个步骤：

（1）构造或描述问题的概率过程；

对于本身具有随机性质的问题，例如简单掷骰子问题，只需要正确地描述并模拟这个概率过程。对于不是随机性质的确定性问题，比如求解线性方程组，如用蒙特卡罗方法求解，须将其构造为一个人为的概率过程。

（2）从已知概率分布中进行抽样；

确定好概率过程后，为了将概率过程进行数学模型转换，要求能够从已知的概率分布中进行随机抽样。以掷骰子为例，要想得到积分 h 的估计值h_N，关键在于得到每次掷骰子的点数 x 的序列：$x_1,x_2,\cdots,x_N$,从而得到$\mathrm{h}\left(x_1\right),h\left(x_1\right),\cdots,h(x_N)$。但 x 的产生是由玩家掷出点数的分布密度函数 f(x)决定的，这是由玩家之前掷骰子的历史经验总结的规律，因此上述 x 的序列必须遵从分布律 f(x)。这种根据已知分布律产生的随机变量序列$x_1,x_2,\cdots,x_N$，称为分布律 f(x)的一个子样，x_k为子样的一个元素。

（3）建立各种统计量的估计。

构造了概率模型并能从中抽样后，即能实现数字模拟试验后，我们就要确定一个随机变量，作为问题解的数字估计量。如果这个随机变量的数学期望正好是所求问题的解，我们称这种估计量为无偏估计。

用蒙特卡罗来定价衍生品通常需要模拟随机过程的路径，这些随机过程是用来描述标的资产价格、利率等模型参数以及其他相关因子的演变。在计算期权价

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

格时，蒙特卡罗模拟法利用了风险中性定价理论，我们首先在风险中性世界里随机产生标的资产价格的路径，并由此取得收益的期望值，然后再对其按无风险利率贴现，计算所有路径下的平均值。关于蒙特卡罗模型的更多应用，可以参考论文 Paul Glasser -man（2003）[63]孙春燕（2003）[57]；易艳春等（2009）[58]；张秀芝（2010）[59]。

2.3 本章小结

本章主要介绍了期权定价的理论和相关模型，包括维纳过程，伊藤引理和风险中性定价理论，以及蒙特卡罗定价方法，并简单地描述了一下蒙特卡罗方法建立价格模型的步骤，为后文雪球式期权定价研究提供理论基础与方法指导。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

第3章 雪球式期权的基本介绍

3.1 雪球式期权的概念及特征

3.1.1 雪球式期权的概念

雪球式期权产品本身就是一个障碍期权，国外研究者称为“sell barrier put”，是一个“带触发条件的看跌期权”，具有敲入、敲出条件：敲出是指达到某条件后，期权合约提前结束；敲入是指达到某个约定的条件后，触发合约的某个条款；一般而言，雪球式期权的敲出条件是每月观察，而敲入条件则是每日观察。其结构表达是的一种在提供一定程度下跌保护的同时温和看涨的市场观点，只要其挂钩的标的资产价格不发生大跌，持有期限越长获利越大，就像滚雪球一样，只要路面不出现较大的坑洼，雪球会越滚越大，故该种期权产品称为雪球式期权。

雪球式期权需要挂钩某个标的物，该标的物可以是个股也可以是指数，收益与标的资产走势挂钩，大多数雪球式期权产品采用保证金交易制度，产品要素主要包括标的物，期限，敲入价，敲出价，票息，观察日等，下面将作简要说明：

（1）期限：这个期权是指可能存续的最长时间，并不表示投资者实际投资的时间。比如：产品为 12 个月的期限，若在第 4 个月触发了敲出条件，合约结束，投资者的实际投资期限即为 4 个月。

（2）挂钩标的：以单只或多只股票、指数等流动性标的为主，目前国内主要是单一标的，国外一个结构中会有同时挂钩多个标的产品；

（3）敲出价格：一般为期初价格的 100%-110%不等，又称提前终止价格，即如果在敲出观察日，挂钩标的价格大于等于敲出价格的，合约将提前终止；

（4）观察日或频率：敲入和敲出观察日可以自由设定，每周、每月、每季度、每半年、每年等均可，一般而言敲出观察日大多数选择每个月一次，由合同约定，通常情况为初始交易日后每月的对应日期，相邻观察日之间的时段即为观察期，而敲入观察日则大多数为每日观察；

（5）敲入价格：触发保本终止的价格，又称风险价格，一般都低于挂钩标的期初价格，常设为标的期初价格的 70%-80%的区间；

（6）票息：雪球式期权对于投资者来说是卖出了一个看跌期权，所以票息是指产品发行机构向客户支付的期权费，一般按年化方式定价，支付方式有每观察日支付或到期支付的方式，具体表现为产品在有效期限的收益率。一般而言根据所选标的资产的波动率不同，收益率也会不同，波动率越大，票息收益率相对也越高。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

雪球式期权本质上是卖出带触发条件的看跌期权，期权的买方可以理解为，卖出一个有激活条件的看跌期权，如果行权条件没有激活，那么你获得的就是期权的权利金；一旦行权条件被激活，那么期权的属性就被激活。反之雪球式期权的卖方则可以理解为买入一个有激活条件的看跌期权。

3.1.2 雪球式期权的特征

雪球结构期权的重要特征之一就是路径依赖，简单来说，雪球结构为获得不同的收益需要其标的资产价格走势满足一定条件。除此之外，雪球式期权与其他理财产品相比还具有以下特征：

（1）收益不依赖于市场上涨，雪球结构提供带风险缓冲的收益结构，只要标的资产价格不发生大幅下跌，投资者都可以获得较高的票息收入；

（2）雪球结构本质上是做空隐含波动率。历史数据表明；长期做空隐含波动率所得的收益要高于直接做多股市本身。雪球结构为投资者提供了一种方便的做空隐含波动率的工具；

(3)满足投资者定制的需求,需求结构可以依据投资者的需求进行深度定制，通过在要素上进行优化，例如调整障碍价格水平、观察期的约定，来调整本金损失的发生概率。

（4）雪球式期权的触发规则给投资者在产品期限内一次翻盘机会。即使雪球式期权标的资产价格下跌幅度触发了敲入机制，只要在之后的期权期限内的任意一个敲出观察日触发敲出机制，投资者仍然可以获得投资收益。

（5）雪球式期权采用保证金模式进行交易，参与雪球式期权交易的买卖双方通常不需要交纳任何期权费用，即期权费为零，若投资者想认购该产品只需要交纳一定的保证金即可。

（6）雪球式期权通常是在给定敲入价、敲出价和产品期限条件下以预期收益率进行报价，也可以先设定预期收益率和期限，再以敲入价和敲出价进行报价。

3.2 雪球式期权的收益结构

在投资者认为标的资产价格下跌空间有限，雪球式期权产品可提供具有市场竞争力的年化预期收益，随着标的资产价格变化，雪球式期权总体收益情况如下图所示：

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

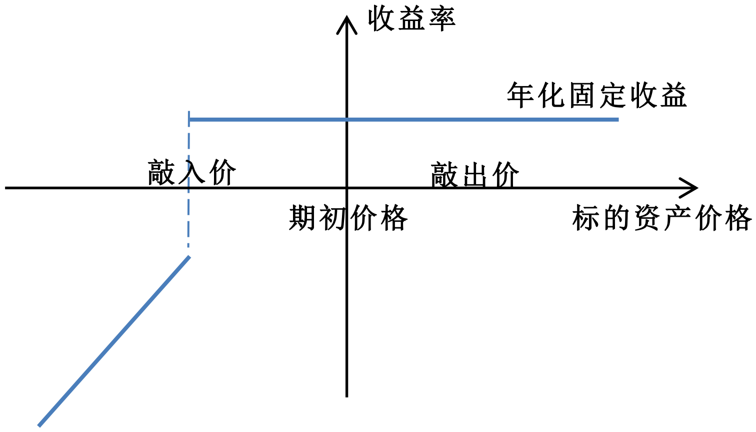

图 3.1 雪球式期权的总损益结构图

假设某个雪球式期权的期限为T，挂钩标的为国内某股票指数，敲出价格为为期初价格的110%，敲出观察日为初始交易日的每月对应日期，敲入价格为期初价格的80%，票息为r，到期一次性支付。下面按五种情形具体分析雪球式期权的收益结构。

（1）情形一：标的资产价格未触及敲入价，在T/2敲出观察日敲出，合同提前终止，投资者按产品实际存续期限获得的投资收益=r/2，收益图如下：

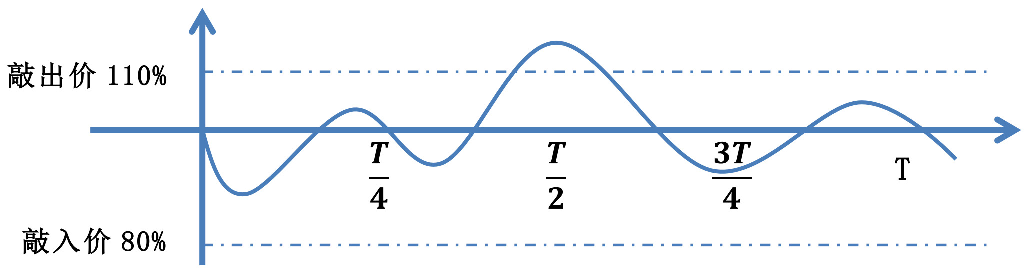

图 3.2 雪球式期权收益结构图（一）

（2）情形二：标的资产价格在产品存续期间发生敲入，之后在3T/4敲出观察日敲出，合同提前终止，投资者按产品实际存续期限获得的投资收益=3r/4，收益图如下：

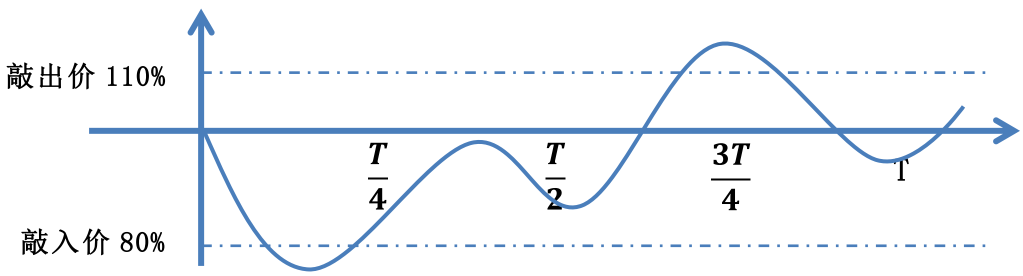

图 3.3 雪球式期权收益结构图（二）

（3）情形三：标的资产价格在期权产品期限内既未触及敲出价，也未触及敲入价，合同到期终止，投资者按产品期限获得的投资收益=r，收益图如下：

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

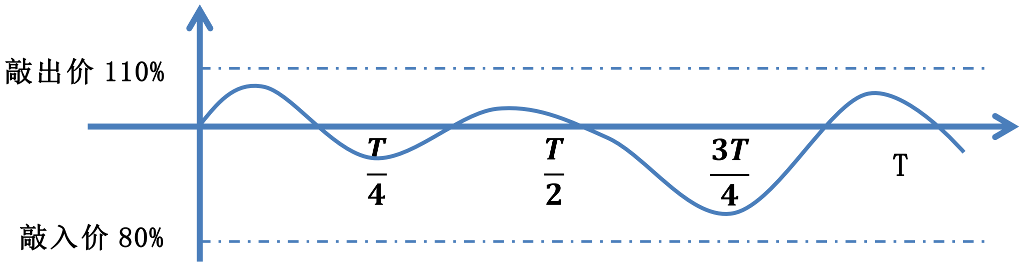

图 3.4 雪球式期权产品收益结构图（三）

（4）情形四：标的资产价格在期权产品期限内未触及敲出价，但发生敲入，且标的资产到期价格大于或等于期初价格，则投资者的投资收益=0，收益图如下：

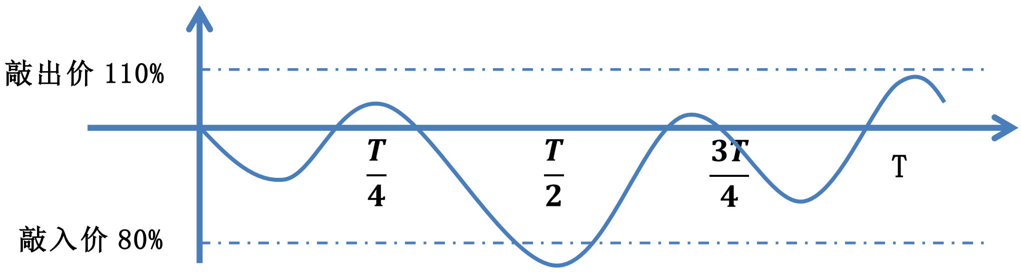

图 3.5 雪球式期权产品收益结构图（四）

（5）情形五：标的资产价格在期权产品期限内未触及敲出价，但发生敲入，且标的资产到期价格小于期初价格，跌幅为10%，则投资者将遭受损失，投资损失=10%，收益图如下：

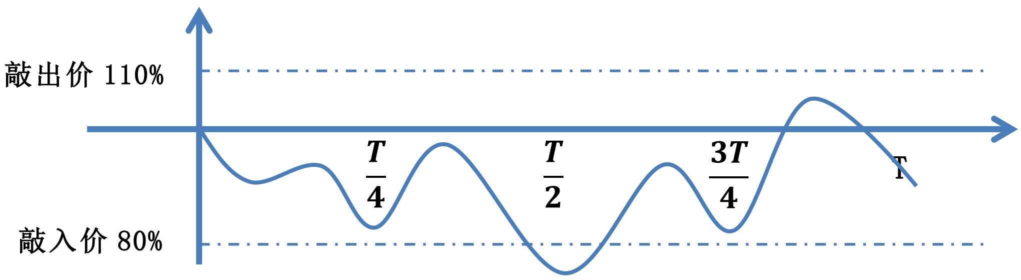

图 3.6 雪球式期权产品收益结构图（五）

由以上收益结构分析可知，雪球式期权在标的资产价格处于盘整或小幅下跌阶段时可以获得最大收益。从期权买卖双方的角度分析，标的资产价格下降幅度越低，期权买方行权的概率也越低，期权卖方的出现损失的可能性也就越低。由此可见，雪球式期权产品适合那些对市场价格持有低迷的态度且不会出现加大的波动幅度的投资者

3.3 雪球式期权的主要风险

正所谓收益越高，风险越大，雪球式期权产品相对于其他理财产品，能够提供投资者具有市场竞争力的收益率，从上文的分析可知，投资雪球式期权产品本

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

质上就是卖空一个看跌期权从而获得期权费收益，而卖空看跌期权将要承受标的资产价格下跌带来的巨大风险。结合上文对雪球式期权的特征和收益结构分析，本节将从市场风险，流动性风险、操作风险和政策风险等方面分析雪球式期权产品的主要风险。

（1）市场风险

雪球式期权主要适用于标的资产下跌的可能性不大，但是上涨几率也较小，资产价格处于盘整行情，由此，投资者可以获得比较高的年化预期收益。一旦，投资者对市场走势的判断出现错误，标的资产价格触及敲入价，在产品期限内未触及敲出价，资产价格大幅下跌，且到期价格低于期初价格，此时，投资者将要承担本金损失风险，损益数额为到期价格相对于期初价格的跌幅乘以名义本金，最大损失为全部名义本金。由此可知雪球式期权的主要风险就是在标的资产价格下降时，触及敲入条件后在期权期限内未发生敲出，投资者将承担标的资产相应跌幅损失的风险。

（2）流动性风险

雪球式期权产品采用的是保证金交易制度，投资者购买一定份额的雪球式期权产品，需要交纳一定的保证金。在产品期限内，未发生敲出事件，则到期前不能提前平仓，终止期权合约；且在产品期限内，当标的资产收盘价相对期初价格下跌幅度超过一定比例时，投资者需要及时补充保证金。因此投资雪球式期权产品对投资者的资金流动性有一定的限制，需要投资者有一定的闲余资金。

（3）操作风险

雪球式期权产品是金融机构发行的产品，产品运作均由金融机构内部工作人员负责，在产品业绩表现为正收益时，投资者的投资收益也由机构提供保证。产品运作过程中可能存在由于人员经验不足，金融机构内部风险管理不到位以及金融机构自身经营状况恶化不能兑付投资者的投资收益，致使投资者遭受损失的风险，比如中行“原油宝”事件以及包商银行破产。因此投资者在投资雪球式期权产品时应选择有实力，有经验的大型金融机构发行的产品。

（4）政策风险

基于我国特殊的国情，金融市场发展起步较晚，监管机构对金融衍生品交易的规章制度时刻在更新完善。雪球式期权产品是金融创新政策激励下的产物，目前非常受投资者喜爱，市场热度较高，一旦出现不利的情况，影响金融市场的稳定，监管机构将会采取措施干预金融市场，维护市场秩序。我国金融市场处于初

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

级阶段，正在一边探索一边前进，所有流通的金融产品都须符合国家最新政策的要求，不能与相应的规章制度相悖。

3.4 本章小结

本章主要介绍了雪球式期权的概念、特征，收益结构和主要风险。雪球式期权是财富管理行业应对低利率的创新产品设计，伴随市场理财收益率下行，对于可承担特定场景下本金亏损的投资者，本产品旨在提供具有市场竞争力的年化预期收益，并有助于维护金融市场的稳定性。雪球式期权最大的特征就是路径依赖，收益与标的资产价格走势挂钩，基于雪球式期权的本质特性，该产品提供了投资者做空波动率的机会。在收益分析方面，本章从标的资产价格变化的五种情形分析了雪球式期权的损益情况，在标的资产价格不发生大幅下跌时，投资者可获得最大收益。最后分析了雪球式期权的主要风险，由于期权产品收益情况与标的资产价格走势挂钩，一旦标的资产价格大幅下跌，投资者将有本金亏损的风险。

总之，雪球式期权主要适用于以下投资情形：（1）不能确定挂钩标的资产价格未来是否上涨，但是可以确定目前价格已经达到了估值底部，继续下跌的可能性极小；（2）对标的资产价格的未来走势看涨，但是不能找到进场时机，担心标的资产价格回调，如果当前不买入又担心错过了最佳时机；（3）市场整体行情处于震荡阶段，标的资产价格既不上涨也不下跌。在以上三种行情下，投资雪球式期权产品大概率能获得正收益。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

第4章 基于蒙特卡罗方法的雪球式期权定价研究

雪球式期权是一种特殊的期权产品，设有敲入、敲出双障碍条件，其收益主要依赖于标的资产价格走势。当标的资产价格在敲出观察日触及敲出价，无论之前是否触及敲入，期权合同都将提前终止，投资者将获得期权实际存续期限对应的年化收益率；当标的资产价格在产品期限内既不触及敲出价，也不触及敲入价，则期权自然到期，投资者可获得期权产品预期年化收益；当标的资产价格在产品期限内触及敲入价，在敲出观察日没有触及敲出价，若产品到期价格低于期初价格，投资者将要承担本金损失，若产品到期价格高于期初价格，则投资者既无亏损也无收益。下面将运用两种定价方法对雪球式期权的定价建立数学表达式。

4.1 雪球式期权价格模型建立

蒙特卡罗方法是基于概率和容量之间类比的一种统计模拟方法，其利用数学测度论，可以把直观的概率表现具体化，将事件和一个集合的结果联系在一起并将事件的概率定义为其容量与事件所有可能结果的比率。蒙特卡罗模型反过来用这种对等关系，即通过将容量解释为概率来计算一个集合的容量[64]。

在风险中性条件下利用蒙特卡罗方法对衍生证券进行定价研究的通常思路如下：比如某个衍生证券，在 T 时刻的损益可以表示为标的资产价格的函数 f；为了研究衍生证券的价格，在风险中性条件下对标的资产的动态变化过程建模，以保证贴现后的资产价格等于当前价格，即鞅过程。于是衍生证券的价格可以表示为$\mathrm{E}[e^{-rT}f(S(T))]$。为了估计这个期望，在时间间隔[0，T]内，根据风险中性特征来模拟标的资产价格的变化路径，在每一条路径上计算贴现收益$e^{-rT}f(S(T))$，各个路径求得的贴现收益均值就是对衍生证券价格的估计。

设某个雪球式期权的主要要素条件如下：标的资产期初价格为$\mathrm{S}(0)$，产品期限为 T，敲出价为$S(0)u$（$\mathrm{u}>1$），每隔$\tau=\frac{T}{M}$时间观察一次标的资产价格是否触及敲出价，敲出观察期 M 个，敲入价为$S(0)d$（$\mathrm{d}<1$），每日观察是否触及敲入，则产品期限所有的观察日期为$t_{i,j}$（$\mathrm{i}=1,2,\cdots,\mathrm{M}$；$\mathrm{j}=1,2,\cdots,\tau$），意思表示为第 i 个观察期内的第 j 天，因此产品在所有观察日下的标的资产价格为$\mathrm{S}(t_{ij})$（$\mathrm{i}=1,2,\cdots,\mathrm{M}$；$\mathrm{j}=1,2,\cdots,\tau$），产品到期预期收益为 R，无风险利率为 r。

根据雪球式期权的观察规则，可以将观察情况分为三种；

情形一A_1：在$t_{i,\tau}$（$\mathrm{i}=1,2,\cdots,\mathrm{M}$）敲出观察日，标的资产价格触及了敲出价$S(t_{i\tau})\gg S(0)u$，期权合同提前终止，期权收益$F_1=\mathrm{R}\times\frac{\mathrm{i}\times\tau}{T}$，即$F_1=\mathrm{R}\times\frac{\mathrm{i}}{M}$。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

情形二A_2：在产品期限的所有的观察日期为$t_{i,j}$（$\mathrm{i}=1,2,\cdots,\mathrm{M}$；$\mathrm{j}=1,2,\cdots,\tau$），标的资产价格既未触及敲出价，也未触及敲入价，$S(0)\mathrm{d}<S(t_{ij})<S(0)u$，则期权收益为$F_2=\mathrm{R}$。

情形三A_3：在$t_{i,\tau}$（$\mathrm{i}=1,2,\cdots,\mathrm{M}$）敲出观察日，标的资产价格没有触及敲出价$S(t_{i\tau})<S(0)u$，且在某一个观察日$t_{i,j}$（$\mathrm{i}=1,2,\cdots,\mathrm{M}$；$\mathrm{j}=1,2,\cdots,\tau$），标的资产价格触及敲入价$\mathrm{S}(t_{ij})<S(0)d$，若到期价格$S(T)\geq S(0)$，则投资收益为$F_{31}=0$；若到期价格$S(T)<S(0)$，则有本金损失，投资损失为$F_{32}=\frac{S(T)-S(0)}{S(0)}$，因此情形三的收益情况可以表示为$F_3=\min(0,\ \frac{S(T)}{S(0)}-1)$。

设到期价格$\mathrm{S}(T)\geq S(0)$为事件B_1，到期价格$S(T)<S(0)$为事件B_2，则事件B_1与事件B_2为互斥事件。标的资产价格变动服从维纳过程，标的资产当前值与历史值没有关系，因此事件A_1，A_2，A_3与事件B_1，B_2相互独立。

$$\mathrm{P}(A_1)+P(A_2)+P(A_3)=1. \tag{4.1}$$

$$\mathrm{P}(B_1)+P(B_2)=1. \tag{4.2}$$

根据雪球式期权要素设定，通常情况下初始期权费为零，期权买卖双方没有交易成本，采用预期年化收益率进行报价。按照鞅定理，资产未来价值的期望贴现值就等于当前价值，也就是雪球式期权未来的收益与损失的期望均值之和应当等于零，因此雪球式期权的预期期望收益

$$\mathrm{E}(\bar{\mathrm{F}})=\mathrm{P}(A_1)F_1+\mathrm{P}(A_2)F_2+\mathrm{P}(A_3)P(B_1)F_{31}+P(A_3)P(B_2)F_{32}=0. \tag{4.3}$$

为了求出各种损益情形的概率函数，需要模拟标的资产价格变化路径。基于前面的假设，标的资产价格变化服从维纳过程，标的资产价格 $S(T)$的动态过程可以通过随机微分方程表示为

$$\mathrm{d}S(t)=\mu(S(t),t)S_t dt+\sigma(S(t),t)S_t dW(t). \tag{4.4}$$

其中，W 是一个标准布朗运动，参数σ代表标的资产价格的变动率，取决于标的资产价格 S 的即期水平，dt 的系数μ是标的资产回报率的均值，基于风险中性假设，将（4.4）中的漂移项μ替换为无风险利率 r，因此标的资产价格的动态过程可以改写为

$$dS(t)=rS(t)dt+\sigma(S(t),t)S(t)dW(t). \tag{4.5}$$

为了使得问题简化，我们假设收益波动率 σ 为一个常数，则随机微分方程的解为

$$S(t)=S(0)\exp\{\left[r-\frac{1}{2}\sigma^2\right]\mathrm{t}+\sigma\mathrm{W(t)}\}. \tag{4.6}$$

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

其中$S(0)$为标的资产期初价格，随机变量$\mathrm{W(t)}$服从均值为0，方差为t的正态分布；设一个Z服从一个均值为0，方差为1的标准正态分布，那么$\mathrm{W(t)}$的分布就是$\sqrt{t}Z$的分布，因此可以将式（4.6）改写为

$$S(t)=S(0)\exp\{\left[r-\frac{1}{2}\sigma^{2}\right]\mathrm{t}+\sqrt{t}Z\}. \tag{4.7}$$

雪球式期权产品的收益既取决于标的资产的最终价格，也取决于中间时刻的价格，我们需要模拟标的资产价格的路径。在这种情况下，可以将时间区间[0,T]分为n个长度为$\Delta\mathrm{t}=\mathrm{T}/n$的子区间，然后在每一个时间区间[t,t+Δt]上，用如下公式对公式（4.4）的Euler离散近似来模拟一次变换

$$S(t+\Delta t)=S(t)+\mathrm{r}S(t)\Delta t+\sigma(S(t),t)S(t)\sqrt{\Delta t}Z. \tag{4.8}$$

其中Z是一个标准正态随机变量，基于$\mathrm{W(t+\Delta t)-W(t)}$的均值为0，标准差为$\sqrt{\Delta t}$的事实。对于模拟的每一步，我们将从正态分布中独立抽取样本，如此重复n步，使得标的资产价格S的分布近似地接近于其真实分布，随着n的增大，样本S的近似分布就越接近于其真实分布。

由式（4.7）可知，可用给定的$S(0)$来模拟$S(\mathrm{t})$, 那么由$S(t_{ij})$模拟出$\mathrm{S}(t_{i(j+1)})$也是一样的方法。

$$\mathrm{S}(t_{i(j+1)})=S(t_{ij})\exp\{\left[r-\frac{1}{2}\sigma^{2}\right]\left(t_{i(j+1)}-t_{ij}\right)+\sigma\sqrt{t_{i(j+1)}-t_{ij}}Z\left(t_{i(J+1)}\right)\}. \tag{4.9}$$

这里的$Z_{1},\cdots,Z_{n}$是独立的标准正态分布随机变量，标准的正态分布密度函数为

$$\varphi(\mathrm{x})=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^{2}}{2}},-\infty<x<+\infty. \tag{4.10}$$

其累积分布函数为

$$\Phi(\mathrm{x})=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{u^{2}}{2}}du. \tag{4.11}$$

更一般地，均值为μ且方差为σ^{2}的正态分布密度函数为

$$\varphi(\mathrm{x})=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^{2}}{2\sigma^{2}}}. \tag{4.12}$$

且累积分布函数为

$$\Phi(\mathrm{x})=\Phi(\frac{x-\mu}{\sigma}). \tag{4.13}$$

用$Z_{k}(t_{ij})$表示沿着第k条路径从正态分布变量中在t_{ij}时刻抽取得到的变量，同时$\{Z_{k}(t_{ij})\}$之间相互独立。对于$\mathrm{k}=1,\cdots,\mathrm{n}$，生成数列$Z_{k}(t_{ij})$。

$$S_{\mathrm{k}}(t_{\mathrm{ij}})=S_{\mathrm{k}}(t_{i(j-1)})\exp\{\left[r-\frac{1}{2}\sigma^{2}\right]\left(t_{\mathrm{ij}}-t_{i(j-1)}\right)+\sigma\sqrt{t_{ij}-t_{i(j-1)}}Z_{k}(t_{ij})\}. \tag{4.14}$$

其中收益波动率常数σ可以通过历史交易数据，运用公式（4.15）估计得出

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\frac{1}{T_1-T_2}\sum_{j=0}^{m-i}[\log\frac{S(t_{j+1})}{S(t_j)}]^2 \approx \sigma^2. \tag{4.15}$$

对于每一条标的资产价格变化路径$S_{\mathrm{k}}(t_{\mathrm{ij}})$，雪球式期权产品都对应一个损益$f_k$，在模拟 n 次时，雪球式期权的平均收益即为

$$\hat{E}(f_k) = \frac{f_1+,\cdots+f_n}{n}. \tag{4.16}$$

由式（4.3）可得，雪球式期权的贴现收益应为

$$\mathrm{E}(\bar{\mathrm{F}}) = e^{-rT}[\mathrm{P}(A_1)F_1 + \mathrm{P}(A_2)F_2 + \mathrm{P}(A_3)P(B_1)F_{31} + P(A_3)P(B_2)F_{32}]. \tag{4.17}$$

其中

$$\mathrm{P}(A_1) = P(S(t_{ij}) \gg S(0)u).$$
$$\mathrm{P}(A_2) = P(S(0)d < S(t_{ij}) < S(0)u).$$
$$\mathrm{P}(A_3) = P(S(t_{ij}) < S(0)d).$$
$$\mathrm{P}(B_1) = P(S(T) \gg S(0)).$$
$$\mathrm{P}(B_2) = P(S(T) < S(0)).$$

根据上文分析可知，情形二对应损益情况为$F_2 = \mathrm{R}$，情形三对应损益情况为$F_3 = \min(0，\frac{S(T)}{S(0)} - 1)$, 为了更加具体地描述雪球式期权产品在不同路径下的损益情况，我们将情形一A_1细分为A_{11}至A_{1M}，A_{1i}表示在第 i 个敲出观察日标的资产价格首次发生敲出，其对应的损益为$F_{1i} = R \times i/M$，每种情形发生的概率 P 可以通过模拟路径中出现的频率近似估计，因为式（4.17）可以写成

$$E(\bar{F}) = e^{-rT}[P(A_{11})\frac{R}{M} + \cdots + P(A_{1M})R + P(A_2)R$$

$$+P(A_3)E[min\left(0，\frac{S(T)}{S(0)} - 1\right)]]. \tag{4.18}$$

在初始期权费为零的情况下，即$E(F) = 0$，式（4.18）可以写成

$$P(A_{11})\frac{R}{M} + \cdots + P(A_{1M})R + P(A_2)R = -P(A_3)E[min\left(0，\frac{S(T)}{S(0)} - 1\right)]. \tag{4.19}$$

$$P(A_{11})\frac{R}{M} + \cdots + P(A_{1M})R + P(A_2)R = P(A_3)E[max\left(0，1 - \frac{S(T)}{S(0)}\right)]. \tag{4.20}$$

进一步化简得

$$R = \frac{P(A_3)E[max\left(0，1-\frac{S(T)}{S(0)}\right)]}{P(A_{11})\frac{1}{M}+\cdots+P(A_{1M})\frac{M}{M}+P(A_2)}. \tag{4.21}$$

当以预期年化收益作为雪球式期权产品的报价时，式（4.21）即为雪球式期权的定价模型。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

4.2 雪球式期权价格模型数值算例

根据雪球式期权的特征，雪球式期权通常是期权费为零，在给定敲入价和敲出价的条件下，以预期年化收益率作为报价，因此除了雪球式期权产品的年化收益率，其他要素条件都给定时，式（4.18）是一个关于年化收益率 R 的函数，而我们需要求解的是使得函数$E(\bar{F})$等于零的 R 值。

上文中通过计算化简，我们求得了雪球式期权年化预期收益 R 的计算公式，但是公式中的相应情形的概率计算比较麻烦，给求出 R 的值造成了一定困难。通常情况下可以通过预设 R 的值，求出相应的期望收益，当预设的两个 R 值其所对应的期望收益为一正一负时，利用插值法即可求出使得期望收益为零时的 R 值。

为了更加具体地描述求解过程，我们以一个具体的雪球式期权产品为例描述蒙特卡罗算法的求解过程。假设某雪球式期权产品挂钩国内某股票指数，期限为 6 个月，敲出观察日为每两周的最后一个交易日（如遇节假日顺延至下一个交易日），敲出观察频率为每半个月一次，敲入观察日则为每周最后一个交易日，敲出价为标的资产期初价格的 105%，敲入价为标的资产期初价格的 80%，名义本金为 Y，年化预期收益为 R，无风险利率可以国债报价利率为参考标准，标的资产初始价格可以合约起始日标的资产结算价为准，收益波动率可以通过标的资产历史交易数据，运用公式（4.15）估计得出。为了计算方便，本文设无风险利率为 5%，标的资产初始价格为 3000，收益波动率为 0.2，该雪球式期权其他各参数情况如下表：

表格 4.1 某雪球式期权合约表

要素	简介
标的资产	国内某股票指数
名义本金	Y
期限	6 个月
年化固定收益	R
观察日	敲出观察日为每两周的最后一个交易日，敲入观察日则为每周最后一个交易日
敲出价	标的资产期初价格的 105%
敲入价	敲入价为标的资产期初价格的 80%。

根据蒙特卡罗算法原理，首先将问题描述为一个概率过程，然后从已知概率分布中抽样，最后估计统计量。本文设定标的资产价格服从对数正态分布，雪球式期权价值受标的资产价格变化，符合蒙特卡罗算法条件。为了简洁地说明运用蒙特卡罗求解雪球式期权价格的过程，本文从正态分布中抽取了 1000000 个随机数，运用蒙特卡罗算法模拟 1000000 次得到标的资产价格变化路径图如下：

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

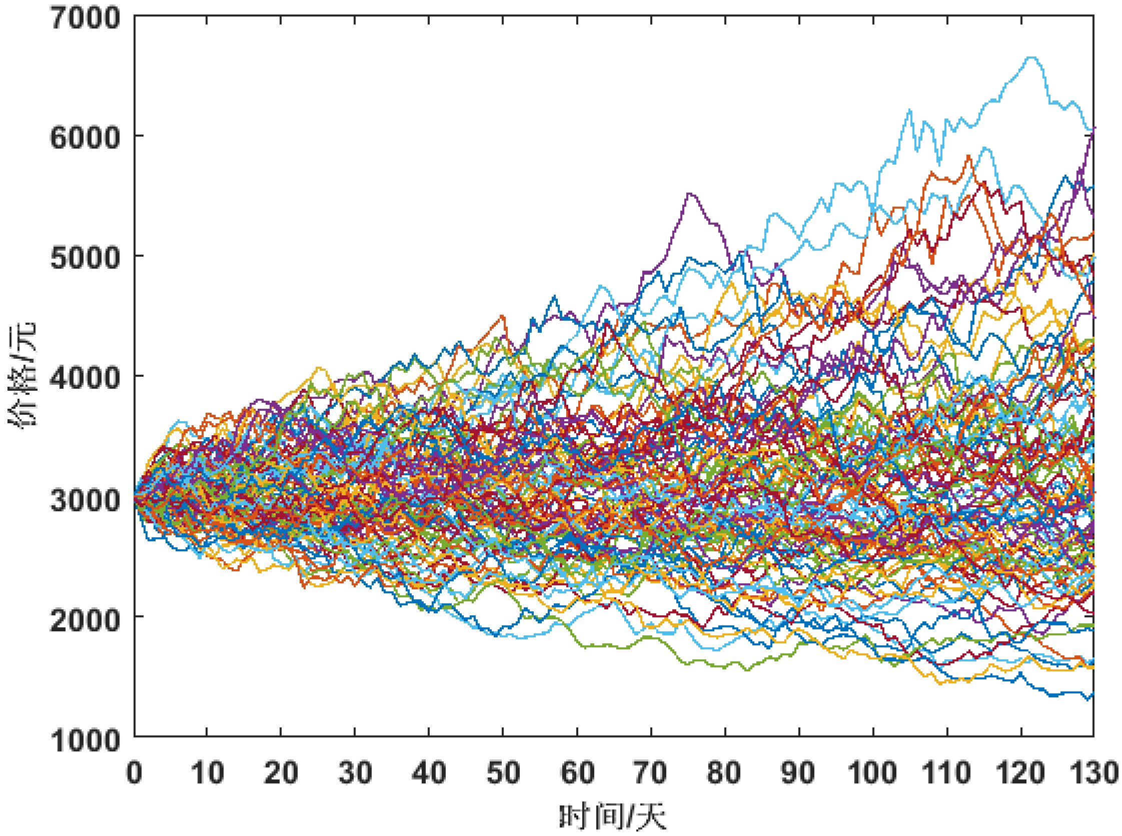

图 4.1 标的资产价格变化路径图

在求解使得雪球式期权期望收益为零的过程中，可以利用插值法，即先令预期收益率为两个不同的值，使其对应的期望收益率刚好一正一负时，即可求得使期望收益率为零的报价利率，本文选取 R 等于 10%和 20%，刚好符合要求。以下是运行一次计算得出的结果：

当 R=10%时，雪球式期权的期望收益率为-1.31%

当 R=20%时，雪球式期权的期望收益率为 0.41%

利用插值法

$$\frac{x-10\%}{20\%-10\%}=\frac{0-(-1.31\%)}{0.41\%-(-1.31\%)}.$$

求得

$$\mathrm{x}=17.62\%.$$

即雪球式期权的报价收益率：

$$\mathrm{R}=17.62\%.$$

上述计算结果是在特定参数设置下求解取得，在实际运用过程中，只需要根据实际情况对参数进行修改，可以使用附录 A 中的程序代码进行求解取得。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

4.3 产品要素对雪球式期权定价的影响分析

由上文对雪球式期权产品结构的分析可知，雪球式期权产品主要要素有挂钩的标的资产，敲入敲出价，期限等，下文将逐一简单分析各要素对雪球式期权定价的影响。

4.3.1 标的资产对雪球式期权定价的影响

雪球式期权的收益主要挂钩于标的资产的价格变化，标的资产价格的走向不同，雪球式期权的收益也就不同，与挂钩的标的资产性质无关，无论挂钩的标的资产是中证 500 股票指数，还是贵州茅台等个股，本质上无差别，因此只需关注标的资产的未来价格走势。而收益波动率是体现标的资产未来价格走势的指标，挂钩不同标的资产等同于挂钩不同收益波动率，探究标的资产对雪球式期权的定价影响，即探究收益波动率对雪球式期权的定价影响。

继续以上节中的雪球式期权产品为例，保持其他要素条件，将收益波动率σ取 0.15、0.2、0.25、0.3、0.35 等五个不同的数值，分别计算不同收益波动率下雪球式期权的价格，结果如下表

表格 4.2 不同收益波动率下雪球式期权的价格

σ值	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35
R 值	7.16%	14.01%	31.82%	47.05%	61.65%

由上表结果可知，随着收益波动率的增大，雪球式期权的报价也会增大，通过计算可知雪球式期权价格对标的资产收益波动率的敏感系数越来越大，即波动率增大 1%使得雪球式期权价格调增的幅度越来越大，由此可知收益波动率对雪球式期权价格的影响较大。波动率越大说明市场越不稳定，上述结果进而证明了雪球式期权主要适用于未来标的资产价格波动不大，市场行情处于整顿的情形，若未来市场变化幅度较大，持有长期看涨或持续看跌的情形，则雪球式期权的报价也需要相应提高，因此投资者应该认真考虑未来收益波动率与产品报价是否相适应。

4.3.2 敲入敲出价对雪球式期权定价的影响

雪球式期权的主要特征之一就是设置了敲入敲出的障碍价格，敲入价一般小于初始价格，敲出价一般大于等于初始价格。雪球式期权的敲入敲出规则直接决定该产品的收益情况，同样以上节中的雪球式期权产品为例，假设其他要素条件不变，将敲出价设定 100%、102%、105%、108%、110%等五个值，分别求出其相应的雪球式期权价格，结果如下表：

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表格 4.3 不同敲出价下雪球式期权的价格

敲出价	100%	102%	105%	108%	110%
R 值	14.23%	14.15%	14.01%	11.66%	10.10%

由上表可知，随着敲出价的增大，雪球式期权的报价越小，通过计算可知雪球式期权价格对敲出价的敏感系数的主要趋势也是越来越大，即敲出价增大 1%使得雪球式期权价格调减的幅度越来越大。

同理将敲入价设定 95%、90%、85%、80%、75%等五个值，分别求出其相应的雪球式期权价格，结果如下表：

表格 4.4 不同敲入价下雪球式期权的价格

敲入价	95%	90%	85%	80%	75%
R 值	35.61%	32.13%	22.93%	14.01%	10.06%

由上表可知，随着敲入价的减小，雪球式期权的报价也越来越小，通过计算可知雪球式期权价格对敲入价的敏感系数的主要趋势是越来越小，即敲入价减小 1%使得雪球式期权价格调减的幅度越来越大。

通过比较可以发现，敲出价与雪球式期权价格是负相关关系，敲入价与雪球式期权价格是正相关关系。随着敲出价增大，标的资产触及敲出条件的概率就越小，持有雪球式期权到期的概率反而越大，获得的收益也就会越大，券商等产品发行机构为了防止自身亏损，将会把报价 R 值调得越低；同理，随着敲入价的增大，标的资产越容易触及敲入条件，雪球式期权到期亏损的概率增大，券商等产品发行机构为了吸引投资购买该产品，则会相应地提高报价 R 值。

4.3.3 期限对雪球式期权定价的影响

雪球式期权的期限通常为半年，也有三个月，九个月和一年期的产品。期限越长，增加了获取高收益的机会，同时也增加了承担未来标的资产价格走向不确定性的风险。本文仍然以上文中的雪球式期权为例，保持其他要素不变，将期限取三个月、六个月、九个月、一年期等四个值，分别求出其相应的雪球式期权价格，结果如下表

表格 4.5 不同期限的雪球式期权价格

期限	3 个月	6 个月	9 个月	12 个月
R 值	12.59%	14.01%	19.66%	27.06%

由上表可知，随着期限的增加，雪球式期权的价格也在不断增加，说明期限对雪球式期权价格具有正向影响。从理论上分析，产品期限增加的同时，该产品的收益与损失的概率也在同步增加，期限变化对整体期望收益的影响较小，而雪球式期权的交易规则规定投资者自买入产品起，除非发生敲出事件，在产品到期前不能提前终止合约，这就是意味着投资者等同于买入了一款定期存款产品，随

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

着产品期限的增加，投资者投入该产品的机会成本和流动性风险同时增大，需要更高的收益率来弥补这种损失和风险，因此随着雪球式期权产品期限的增加，雪球式期权的报价也会逐渐增加。

4.4 模型有效性——方差收敛性分析

使用一种模型对衍生产品进行定价分析时，通常应考虑该模型计算结果的有效性。在分析蒙特卡罗模拟估计有效性时，大多数研究者使用计算时间和方差等指标均衡来判断有效性，本文则主要选择方差来判断模拟估计有效性。

4.4.1 收敛概念

在概率空间$(\Omega, \mathrm{F}, \mathrm{P})$中的随机变量$\{X_n, \mathrm{n}=1,2,\cdots\}$几乎必然地收敛于随机变量X，如果

$$\mathrm{P}\left(\lim_{n\to\infty} X_n = X\right) = 1.$$

成立，更精准地，意味着集合

$$\{\omega \in \Omega: \lim_{n\to\infty} X_n(\omega) = \mathrm{X}(\omega)\}.$$

有 P-概率 1，若对于所有$\epsilon > 0$，当$\mathrm{n} \to \infty$有

$$\mathrm{P}(|X_n - X| > \epsilon) \to 0.$$

那么称收敛在概率上成立。如果所有X_n和 X 都有有限的 p 阶矩阵且

$$\mathrm{E}[|X_n - X|^p] \to 0.$$

我们则称收敛在 p-范数下成立，$0 < \mathrm{p} < \infty$.

几乎必然收敛蕴含概率上收敛。概率上收敛导出存在一个确定性子序列的$\{n_k, k=1,2,\cdots\}$，有X_{n_k}几乎必然收敛到 X。p-范数下的收敛一定会在概率上收敛，几乎必然收敛和 p-范数收敛之间不能互相导出。

对于随机向量，概率上收敛、p-范数收敛或几乎必然收敛等同于向量的每个成分有相应的收敛。

如果$\widetilde{\theta}_n$在概率上收敛到θ，那么估计量序列$\left\{\widetilde{\theta}_n, n \geq 1\right\}$对于参数$\theta$是一致的，当收敛以概率 1 成立时，我们称序列是强一致的。

4.4.2 估计量有效性分析

在数理统计中，初级的中心极限定理描述如下：如果X_1，X_2，$\cdots$是独立同分布的，且有期望μ和方差$\sigma^2, 0 < \sigma < \infty$，那么样本均值

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i.$$

满足

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\frac{\bar{X}_n-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \Rightarrow N(0,1).$$

其中$N(0,1)$表示标准正态分布，这可以通过左边表达式的特征函数收敛到标准正态函数的特征而证明

设定$\widetilde{R}_n=(R_1+R_2+\cdots+R_n)/\mathrm{n}$，对任意的大于或等于 1 的 n，所以$\widetilde{R}_n$是无偏的，由于估计量$\widetilde{R}_n$的期望等于 R，

$$\mathrm{E}\left[\widetilde{R}_n\right]=R.$$

这个估计值是强一致的，意即，随着$\mathrm{n}\to\infty$, 有$\widetilde{R}_n$以概率 1 收敛于 R。对于有限但至少中等大小的 n，我们能对点估计$\widetilde{R}_n$提供一个置信区间，令

$$S_R=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{I=1}^{n}(R_i-\widetilde{R}_n)^2}.$$

表示R_1，$R_2\cdots,R_n$的样本标准差，令z_δ表示标准正态分布的$1-\delta$分位点的值（即$\Phi(z_\delta)=1-\delta$），那么

$$\widetilde{R}_n \pm z_{\delta/2}\frac{s_R}{\sqrt{n}}.$$

是 R 的渐近$(\mathrm{n}\to\infty)$有效的$1-\delta$置信区间。因为标准差是需要估计的而非已知的，我们可以用 n-1 个自由度下的 t 分布分位点来代替$z_{\delta/2}$, 这导致置信区间稍微变宽。

此估计量有效性分析的方法是基于中心极限定理，依赖于估计量为无偏重复试验的条件，在其无偏的情况下，估计量的方差和计算时间是两个最重要的考虑因素。

4.4.3 方差收敛性分析

在上述的分析中可知，计算估计量的方差和计算时间能有效判断定价模型的有效性的，而计算时间针对的是定价模型的成本问题，估计量的方差则是判断模型有效性的有力指标。大多数模糊估计量对于所有有限的样本大小都是有偏的，但随着重复试验的次数增大，就逐渐地趋于无偏了，即随着模拟次数的增加，估计量的方差值会逐渐缩小，直至收敛于一个固定值。为验证蒙特卡罗方法对雪球式期权定价的有效性，本文以上述产品为例，分析不同路径数目下估计量 R 值的方差变化情况。

通过实验发现，在路径数为 100 时，当运行次数达到 30 次及以上是，取得的样本方差基本稳定，因此本文主要分析了 5 种不同路径数目下 30 个样本估计量 R 值的方差变化情况，结果如下表：

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表格 4.6 估计量的方差变化

路径数	100	1000	10000	100000	1000000
方差(%)	0.22	0.021	0.003	0.0004	0.00003
计算时间(s)	0.091	0.136	0.59	5.59	60.10

从上述结果来看，随着模拟路径的增加，估计量的方差值在逐渐减小，方差呈现收敛性，由此可以推断，随着模拟路径数的增加，直至大数级别，方差极大可能性收敛于一个固定值，因此运用蒙特卡罗方法对雪球式期权的定价求得估计值是有效的。但是随着模拟路径数的增加，计算时间越来越长，计算成本也会增加，因此在实际运用时，并不是模拟路径数越大越好，应当权衡可接受偏差与计算时间，选择一个合适模拟路径数目进行求解。

4.5 本章小结

本章主要研究了雪球式期权的定价模型，主要使用了蒙特卡罗方法对雪球式期权进行了定价研究，并由此得出期权理论价值模型。首先在使用蒙特卡罗方法时，假设标的资产价格变化服从布朗运动的随机过程，从标准正态分布中获取随机数以模拟标的资产价格变化路径，求得每条路径上的期权收益，经过无数次的反复模拟，求得期权收益的平均值，以该均值的贴现值作为期权价值的估计值，并经过公式推导得到雪球式期权定价的理论模型。

其次以特定的雪球式期权产品为例，对该产品进行了模拟定价计算。由于雪球式期权是以使得期权初始价值为零的预期收益 R 进行报价，本文运用插值法求解：通过预先设定预期收益 R 的值，得出一正一负两个期权收益均值，进而可以得出使得期权价值为零的预期收益 R。另外简单地探讨了标的资产收益波动率、敲入敲出价和产品期限对雪球式期权产品定价的影响,发现标的资产收益波动率、敲入价和产品期限与雪球式期权价格成正相关关系，敲出价与雪球式期权价格成负相关关系。

最后，为验证运用蒙特卡罗方法求得的雪球式期权定价估计值的有效性，本文进行了不同模拟路径数下方差变化分析，发现随着模拟路径数目的增加，估计量的方差值在逐渐减小，呈现收敛状态，说明运用蒙特卡罗方法求得期权定价估计值在一定程度上是有效的。但是我们同时可以发现，随着模拟路径数目的增加，计算时间也在迅速增加，因此在实际运用时，研究员应该权衡可接受偏差和计算时间，选择一个合适的模拟路径数目进行计算。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

第5章 雪球式期权产品风险对冲与结构设计改进

5.1 雪球式期权产品的风险对冲

对于一家从事金融衍生品交易的金融机构而言，其所面临的市场风险与其所从事的业务有密切的关系。当一家金融机构提供金融衍生品相关的风险管理服务或财富管理服务，或者为了做市，或者为了自有资金管理而主动进行金融衍生品的交易，就有可能承担相应的风险。该风险的来源，取决于该金融机构所提供的的服务、所发行的财富管理产品以及其交易的市场，通常包括股票价格及其指数、利率、汇率和信用利率、波动率、大宗商品期货和现货价格等多种风险因子中的一个或者多个。明确风险因子变化导致金融资产价值变化的过程并根据实际金融资产头寸计算出变化的大小和概率，这就是金融机构风险度量工具的主要内容和关键点。在有些情况下，风险因子与资产组合收益之间有着明确的数学关系，从而可以比较精确地刻画风险的大小;在大多数情况下,二者之间的联系并不明确，需要建立合适的数学模型，甚至做出限制条件较强的假设，使得风险度量的精确性下降。

金融机构和投资者通常使用希腊值管理金融衍生产品的市场风险，希腊值是期权定价公式的一个“副产品”，主要包括 delta 值、gamma 值、theta 值、vega 值以及 rho 值，描述的是金融衍生品价值与标的资产，利率，期限等各参数之间的变动变动关系，对衡量和控制风险具有重要作用。对于一个标准期权，其希腊值可以通过 BS 模型求解出来；而对于奇异期权，求解其希腊值只能从定义从发。雪球式期权属于金融衍生产品，本文将简单分析一下其 delta 值及 delta 对冲操作。

Delta 是金融衍生品价格关于标的资产价格的一阶偏导数，它提供了关于价格敏感性的因素，一般情况下金融衍生产品价格变化与标的资产价格变化的比率表示：

$$\Delta=\frac{\Delta F}{\Delta S}. \qquad (5.1)$$

其中ΔF表示金融衍生产品价格变化量，在这里也可以理解为雪球式期权价格变化量。

Delta 对冲简单来说就是买入或者卖出Δ份标的资产使得整个资产组合的 delta 值为 0，即标的资产价格的变化量与金融衍生产品的价格变化量相抵消。

$$\Delta\times(\Delta \mathrm{S})+\Delta \mathrm{F}=0. \qquad (5.2)$$

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

比如某个投资者持有一份看涨期权多头，因为看涨期权价格与标的资产价格成正相关关系，其 delta 值为正值，因此可以通过卖出一定数量的标的资产使得整个资产组合的 delta 值为 0。雪球式期权产品本质上是一个看跌期权，投资者投资该产品等价于卖出了一个看跌期权，其 delta 值为正，因此投资者可以卖出一定数量的标的资产，以使整个资产的 delta 值为 0。若从产品发行机构分析，其发行雪球式期权等价于向投资者购买一份看跌期权，其资产 delta 值为负，为了对冲支付给投资者的期权费，机构可以买入一定数量的标的资产，使得资产组合 delta 值为 0。在实际运用中，买入或卖出的标的资产数量并不是一成不变，它根据资产价格变化进行相应的调整，但是总的原则上不变就是使得 delta 值尽可能地接近零，实现风险对冲。

5.2 雪球式期权产品的结构设计改进

上文已详细分析了雪球式期权产品的结构特征，在其结构特征中有一个比较影响交易量的结构设计就是存在本金亏损的风险。根据理性经济人假设，大多数人都是风险厌恶者，如果将雪球式结构稍作改变，使其具有保本收益的特征，将会更有吸引力，更受投资者喜爱。

目前市场上流通的保本型收益凭证主要分为固定收益型凭证和浮动收益型凭证。固定收益型凭证到期按照合约约定提供投资者固定收益，比如固定收益债券。浮动收益凭证则在合约中约定收益与特定资产表现挂钩，且浮动保本收益凭证主要是固收加期权的结构。从目前市场上流通的两种保本结构来看，我们可以从参数条款设计和附加其他产品组合等两种方式上对雪球式期权结构进行改进设计。

回顾一下目前雪球式期权的收益结构

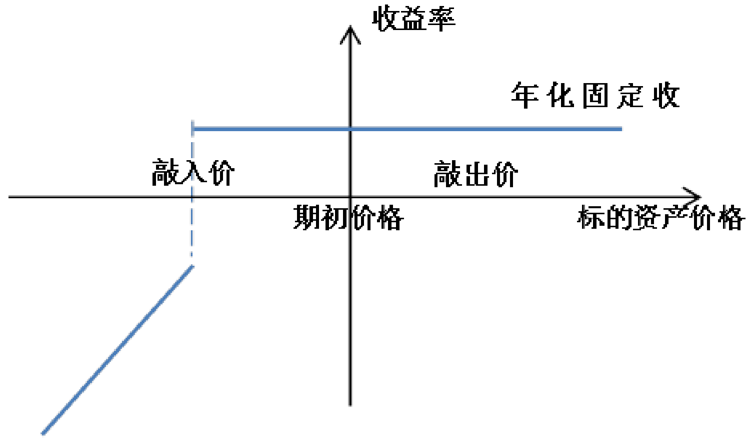

图 5.1 雪球式期权收益结构

雪球式期权目前收益情形主要分为三种：第一种是标的资产触及敲出价格，期权合约提前结束，投资者获得产品存续期限对应的收益；第二种是标的资产触及敲入价格，如果期末价格低于期初价格，将承担损失，反之不承担损失也不获

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

得收益；第三种是标的资产价格既不触及敲出价格，也不触及敲入价格，投资者获得到期预期收益。为了使得该期权产品具有保本收益，则只需修改一下第二种情形的收益规则或者附加一个产品使得其收益能弥补第二种亏损。

1. 修改收益规则。目前雪球式期权在标的资产触及敲入价时，收益规则是如果未来敲出观察日为触及敲出价且到期价格小于期初价格时将要承担跌价损失。若将此条规则改为：若标的资产触及敲入价，投资者将只能获得较低利率年化收益，直至产品到期。那么此时雪球期权的收益结构图如下

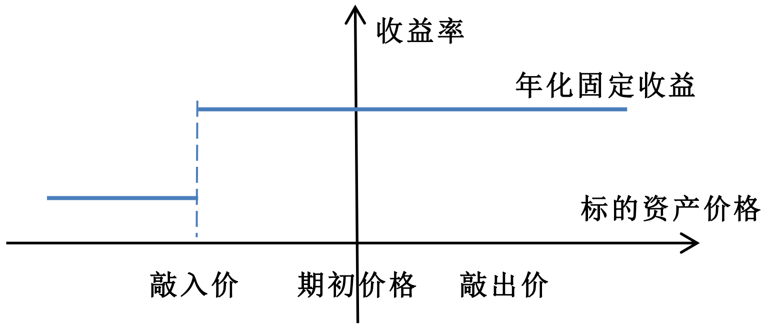

图 5.2 雪球式期权设计改进收益图（一）

此时雪球式期权产品在产品期限总能获得最低收益。在实际设计时，金融机构可以将这个产品的敲入价相对于原始雪球式期权的敲入价适当调高一些，将未敲入前的年化收益利率适当调低，这样也可以提高机构自身盈利的概率。

该新产品在进行定价研究时与雪球式期权的定价有所不同，由于收益结构的变化，新产品在期限内总能获得收益，不会承担本金损失，券商等发行机构在发行此类产品时可能会设置买入费率，因此投资者在投资初始期会有初始投入成本。至于设置多少的买入费率，券商等发行机构会根据产品的未来期望收益与对冲收益情况进行设置，投资者可以估计买入该新产品的未来期望收益来判断是否买入，当未来期望收益大于买入费率时，建议买入。

2. 附加一个产品组成产品组合。这个产品主要作用是弥补或者挽救当雪球式期权标的资产价格触及敲入价时将带来的损失，这样的产品有很多，比如附加一个固收证券，或者另一个期权产品，这里我们分析附加一个期权产品的情形。

附加的期权产品不同于一般期权产品，这是一个带触发条件的利率转换期权。当雪球式期权标的资产价格触及敲入价后，投资者的利率转换期权即将生效，投资者可以根据自己对后市的判断是否行权，若相信标的资产价格会回升触及敲出价重新获得高利率收益，则可以不行权；若认为标的资产价格回升触及敲出价的几率较小，则可以行权，转换为低利率基础收益。此时，雪球式期权收益图如下：

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

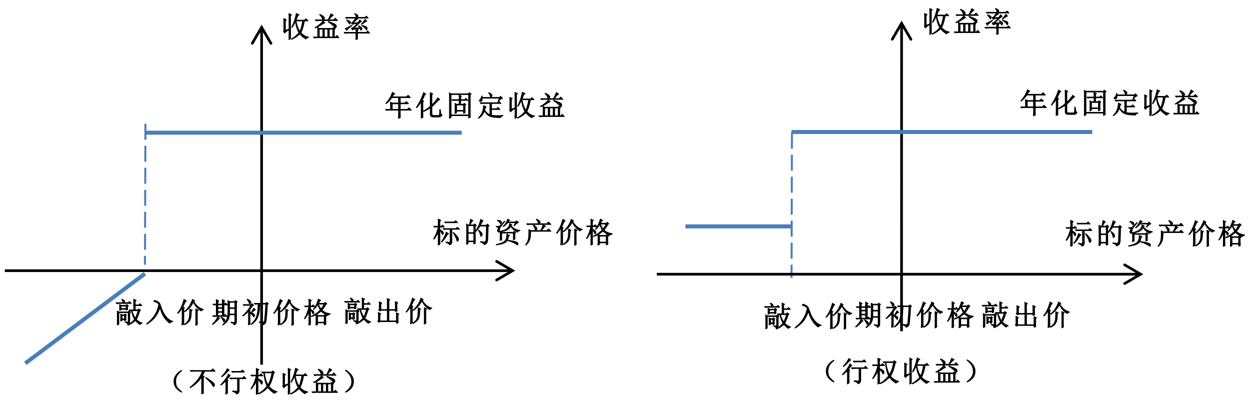

图 5.3 雪球式期权设计改进收益图（二）

在实际设计时，此种雪球式期权可能存在一定初始期权费用，当然机构也可以通过将相应利率，敲出价，观察日期，期限等参数做出使得调整，以增大自身盈利的几率。在定价方面，该新产品定价可以采用分离产品方法，将两种产品分别定价，然后再结合两种的价格进行综合报价。

5.3 本章小结

本章主要分析了雪球式期权的风险对冲以及对雪球式期权结构设计提出了自己一点改进建议。在雪球式期权风险对冲部分，本文主要分析了期权 delta 对冲操作，投资者如要对冲价格风险，则应卖出一定数量的标的资产，金融机构则反之。在雪球式期权结构设计改进部分，本文分别从修改产品收益规则和附加一个产品两种方面对原始雪球式期权本金损失这一结构进行修改。收益规则方面本文提出当标的资产价格触及敲入价则利率转换为低利率固收产品，这样就实现保本收益。附加产品方面，本文提出附加一个带触发条件的利率转换期权，如果标的资产价格触及敲入价，投资者可以自行决定是否行权，若行权则只能获取低利率的基础收益，若不行权则继续承担价格变动风险，未来可能会敲出获得较高收益或者不会敲出不能获得收益甚至将承担本金损失。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

结 论

近年来，我国金融市场逐渐发展，相应的规章制度正在不断完善，伴随着金融创新政策的激励，金融产品的种类和数量也在不断增加，其中场外金融产品因其个性化定制，深受投资者追捧，市场规模迅速扩大。但是场外金融产品各要素条款个性化程度较高，不似标准的金融产品定价简便，加之近几年场外金融产品推陈出新的速度越来越快，场外金融产品的定价是一个持续更新的问题。本文研究的雪球式期权产品就是一款场外金融衍生产品，相对于投资者来说，其本质是卖了一个带触发条件的看跌期权，其收益依赖于标的资产的价格变化路径，设有敲入价和敲出价，一旦标的资产价格触及敲出价，该期权产品就提前终止，若标的价格只触及敲入价，将无法获得收益，甚至需要承担一定损失。

在对雪球式期权产品的定价研究中，本文主要采用了蒙特卡罗方法对其进行定价分析。在蒙特卡罗模型中，我们首先通过构造标的资产价格变化路径，根据雪球式期权收益的规则分析不同路径下的收益，并建立雪球式期权价值模型，然后运用 MATLAB 软件计算特定参数设置条件下期望收益，利用插值法求解使得期望收益为零的年化预期收益率 R，即雪球式期权产品的报价；同时简要探讨了标的资产收益波动率，敲入敲出价和产品期限等产品要素对雪球式期权产品定价的影响，除了敲出价与产品价格成负相关关系，其他要素与产品价格成正相关关系。为验证运用蒙特卡罗方法求得的雪球式期权定价估计值的有效性，本文分析了不同路径数目下的方差变化，发现随着模拟路径数增加，估计量的方差值越来越小，呈现一定地收敛性，说明运用蒙特卡罗方法计算的雪球式期权定价估计值在一定程度上是有效的,但是随着模拟路径数目的增加,计算时间也在迅速增加，在实际运用时，研究者应当权衡一下可接受偏差值和计算时间，选择一个合适的模拟路径数目进行计算。

最后本文简要分别分析了投资者和发行机构的风险对冲措施，得出了投资者应当卖出一定数量的标的资产，发行机构应当买入一定数量的标的资产的结论。另外分别从修改收益规则和附加一个产品组成产品组合两个角度对雪球式期权产品的结构进行修改，使其成为保本型产品。

雪球式期权产品是金融创新政策激励下的产物，针对的是市场行情低迷处于盘整阶段的情况，是市场低利率行情的创新设计。本文通过深入分析雪球式期权的收益结构，采用蒙特卡罗方法对其进行定价研究，由于本人学识阅历有限，未求得其定价模型的解析解，在风险对冲和结构设计方面也未做深入研究，在此提出几点展望：（一）当前对雪球式期权的定价研究较少，可以继续对雪球式期权价格模型进行深入研究，以求得解析解；（二）2020 年上半年中行“原油宝”事

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

件的发生说明发行机构对理财产品的风险管理措施不周全，因此加强对自行研发销售的理财产品风险管理迫在眉睫，基于我国金融市场发展情况，机构在评估投资者的风险承受能力和控制自身产品的损益变化等方面都应作出革新，以防此类事件再次发生；（三）我国场外金融产品市场规模在持续扩大，市场需求也在时刻变化，机构在设计产品的时候应充分考虑投资者需求和当前行情等重要条件，种类丰富的金融产品对金融市场的发展有一定促进作用，同时也能更好地服务实体经济。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

参考文献

[1] Black, Scholes. The Pricing of Options and Corporate Liabilities[J]. Journal of Political Economy, 1973,5(5):37-59.

[2] Merton R C. Theory of Rational Option Pricing [J]. Bell Journal of Economics, 1973,4(1):141-183.

[3] Merton R C.Option Pricing When Underlying Stock Returns Are Discontinuous [J]. Journal of Financial Economics，1976,125-144.

[4] Cox J C, Ross S A. The valuation of options for alternative stochastic processes [J].Journal of Financial Economics, 1976(3):145-166.

[5] Hull J C, White A. The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatility[J]. Journal of Finance, 1987,42:281-300.

[6] Heston S L. A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options[J]. The Review of Financial Studies, 1993(6):327-343.

[7] Duan J C.The GARCH Option Pricing Model[J].Mathematical Finance, 1995(5): 13-32.

[8] Kallsen J,Taqqu M S. Option pricing in ARCH-type models[J]. Mathematical Finance, 1998(8):13-26.

[9] Carr P, Sun J. A new approach for option pricing under stochastic volatility[J]. Review of Derivatives Research, 2007,10(2):87-150.

[10] Muhle-Karbe J，Pfaffel O，Stelzer R.Option pricing in multivariate stochastic volatility models of OU type[J].SIAM Journal on Financial Mathematics, 2012,3(1):66-94.

[11] Da Fonseca J，Martini C.The α-hypergeometric stochastic volatility model[J]. Stochastic Processes and their Applications, 2016,126(5):1472-1502.

[12] Huang Z, Tong C, Wang T. VIX term structure and VIX futures pricing with realized volatility. Journal of Futures Markets, 2019,39(1):72-93.

[13] Merton R C，Brennan M J，Schwartz E S. The valuation of American put options[J]. The Journal of Finance,1977,32(2):449-462.

[14] Goldman. Path Dependent Options: Buy at the Low, Sell at the High[J]. Finanee,1979,34:111-127.

[15] Cox, Rubinstein. Options Markets[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

[16] Rubinstein M and Reiner E. Breaking down the barriers[J]. American Journal of Art Therapy,1991,30;59-60.

[17] Luca Vincenzo Ballestra, Graziella Pacelli, Francesco Zirilli. A numerical method to price exotic path-dependent options on an underlying described by the Heston stochastic volatility model[J]. Journal of Banking and Finance, 2007, 31(11).

[18] Max Skipper, Peter Buchen. A Valuation Formula for Muli-asset, Muli-period Binaries in a Black-Scholes economy [J]. Australian Mathematical Society, 2009.

[19] Heynen P, Kat H. Crossing Barriers[J]. Risk, 1994,7:46-51.

[20] Rich D.The mathematical foundations of barrier option-pricing theory[J]. Ad-vances in Futures and Options Research, 1994,7:267-311.

[21] Kunitomo N, I Keda M. Pricing options with curved boundaries[J].Mathe-matical Finance, 1992,2(4):275-298.

[22] German H, Yor M. Pricing and hedging double-barrier options: a probabilis-tic approach[J]. Mathematical Finance, 1996,4(6):365-378.

[23] Pelsser.Pricing double-barrier options using laplace transforms[J].Finance Stochast, 2000,(4):95-104.

[24] Peter Ritchken.On Pricing Barrier Options[J].The Journal of Derivatives, 1995,(3):19-28.

[25] Zvan R, Vetzal K R, and Forsyth P A. PDE methods for pricing barrier options [J].Economic Dynamics and Control,2000,24:1563-1590.

[26] Pelsser A. Pricing Double Barrier Options Using Laplace Transforms[J].Finance and Stochastics,2000,4;95-104.

[27] Srivastav R P and Panini R. Option pricing with Mellin Transform[J]. Mathematical and Computer Modelling,2004,40;43-56.

[28] Gaudenzi M，Zanette A. Pricing American barrier options with discrete dividends by binomial trees[J]. Decisions Economic Financial，2009,32(2):129-148.

[29] P. Shevchenko, P. Del Moral. Valuation of barrier options using sequential Monte Carlo[J]. The Journal of Computational Finance, 2016,20(4):107-135.

[30] Junkee Jeon, Ji-Hun Yoon, Chang-Rae Park. An analytic expansion method for the valuation of double-barrier options under a stochastic volatility model[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2016.

[31] Park S H, Kim J H. Homotopy analysis method for option pricing unders-tochastic volatility[J]. Applied Mathematics Letters, 2011, 24(10):1740-1744.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

[32] Zhai Y F, Bi X C and Zhang S G. Pricing barrier option under stochastic volatility framework[J].J Syst, Sci Complex,2013,26:609-618.

[33] Sobhani，Miley A，Mariyan. A numerical method for pricing discrete double barrier option by legendre multiwavelet[J].Journal of Computational and Applied Mathematics，2018,328:355-364.

[34] Zhang L H, Zhang W G, Xu W J, et al.A modified least-squares simulation approach to value American barrier options[J].Computations Economics, 2014,44:489-506.

[35] Sakuma T, Yamada Y. Application of homotopy analysis method to option pricing under levy process[J]. Asia-Pacific Financial Markets, 2013,21(1):1-14.

[36] Chan L, Zhu S P. An explicit analytic formula for pricing barrier options with regime swithching[J]. Mathematics and Financial Economics, 2014,9(1):29–37.

[37] 薛红，彭玉成．鞅在未定权益定价中的应用[J].工程数学学报，2000,23(3):135-138.

[38] 牟旷凝.蒙特卡洛方法和拟蒙特卡洛方法在期权定价中应用的比较研究[J].科学技术与工程,2010(8):1925-1928.

[39] 周玉琴，朱福敏.大数据背景下我国上证 50ETF 期权定价研究[J].东北农业大学学报（社会科学版）,2016,14(3):20-31.

[40] 方艳、张元玺、乔明哲．上证 50ETF 期权定价有效性的研究：基于 B-S-M 模型和蒙特卡罗模拟[J].运筹与管理,2017,26(8):158-166.

[41] 乐胜杰，非完备金融市场下的脆弱欧式期权定价研究[D].长沙，湖南大学，2019.

[42] 张献迅，基于 RMDN 的欧式期权定价[D].济南，山东大学，2019.

[43] 薛广明，林福宁.带跳随机波动率模型美式期权及美式障碍期权定价[J].吉林大学学报（理学版），2020.05:1119-1129.

[44] 李庆，张虎.单指标非参数期权定价——改进的非参数定价方法[J].中国管理科学，2020.10:43-53.

[45] 陈聪，唐亚勇.算术平均半亚式期权的快速定价算法[J].四川大学学报（自然科学版），2020.06:1061-1066.

[46] 王杨，张寄洲，傅毅．双障碍期权的定价问题[J]．上海师范大学学报（自然科学版），2009，38(4): 347-354.

[47] 胡文伟，李湛.基于二叉树方法的障碍期权与标准期权价差分析模型[J].上海交通大学学报, 2012, 46(05):825-831.

[48] 张利花、张卫国、许文坤．美式障碍期权定价的总体最小二乘拟蒙特卡罗模型方法[J]．数理统计与管理，2013,05:923-930.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

[49] 游桂云、冯晶.基于非参数方法的保险产品障碍期权定价研究[J].统计与决策，2014,24:156-159.
[50] 苏建燕，基于 Copula 的障碍期权定价[D].天津，天津大学，2015.
[51] 吴阿龙，多条件障碍期权产品的定价分析——以中金公司“凤凰型自动可赎回”产品为例[D].广州，暨南大学，2018.
[52] 繆宗钰，基于分数阶傅里叶变换的美式双重障碍期权定价[D]，南京，东南大学，2019.
[53] 杨莹，基于 CIR 随机波动率模型的障碍期权定价[D].哈尔滨，哈尔滨师范大学，2019.
[54] 陈金龙，任敏.多资产的股票挂钩保本型理财产品定价研究[J].管理科学学报，2011, 14(11):63-70.
[55] 马莹.股票挂钩结构性理财产品的定价探析——基于蒙特卡洛模拟法[J].市场经济与价格, 2012.3.
[56] 孙桂平.结构化产品的定价及风险分析——以挂钩股票的保本产品为例[J].技术经济与管理研究, 2015.6.
[57] 孙春燕，陈耀辉．基于最小二乘法的美式期权定价的最优停时分析［Ｊ］．系统工程，2003(6):104-108.
[58] 易艳春，吴雄韬．对美式期权定价的蒙特卡洛模拟方法的研究[J].时代金融，2009(7):73-74.
[59] 张秀芝.美式期权的定价方法介绍与比较[D]济南，山东大学，2012.
[60] 林丽.基于二叉树模型的美式期权定价研究[J].江苏科技信息，2010(12):71-72.
[61] 金少涵，朱秋分.基于二叉树的美式期权定价研究[J].现代商业，2015(21):170-171.
[62] 冯晶晶，樊亚云，邢瑞芳.二叉树从二期模型到 n 期模型的扩展[J].重庆理工大学学报（自然科学）,2016(10):181-184.
[63] Paul Glasserman. Monte Carlo Methods in Financial Engineering[M]. Springer，2003.
[64] 李政.路径依赖含权债券的 OAS 分析[D].成都，西南财经大学，2016.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

附录 A 雪球式期权定价蒙特卡罗算法程序代码

```
clear all;
close all;
clc

TT=1000000

S0=3000*ones(1,TT);
t=[0:1/130:1];
dt=1/130;
r=0.05;
theat=0.2;
%
for L=1:130
 Z(L,:)=normrnd(0,1,1,TT);
end
% % save suijishu1  Z
% load suijishu1  Z

for k=1:130
        S(k,:)=S0.*exp((r-1/2*theat^2)*dt+theat*sqrt(dt).*Z(k,:));
%       S(k,:)=S0+r.*S0*dt+theat*S0.*Z(k,:)*sqrt(dt);
        S0=S(k,:);
end

for j=1:TT
     for k=1:130
          if rem(k,5)==0
               if S(k,j)<=2400  %发生敲入
                    Qr(j)=k;
               end
               if rem(k,10)==0
                    if S(k,j)>=3150
```


(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

```
                    Qc(j)=k;
                    Qr(j)=0;
                    break
                end
            end
        end
    end
end
Qrr=sum(sum(Qr~=0));
Qcc=sum(sum(Qc~=0));

% AA(1,:)=3000*ones(1,100000);
% AA(2:131,:)=S;
% plot(t*130,AA)
% xlabel('时间/天');
% ylabel('价格/元');
% axis([0 130 1000 7000]);

R=0.1;
R1=0.2;
I=find(Qr~=0);
J=find(Qc~=0);

FF=zeros(1,TT);
FF2=zeros(1,TT);

for m=1:length(I)
    if S(130,I(m))<3000
        FF(I(m))=(S(130,I(m))-3000)/3000;
        FF1(I(m))=(S(130,I(m))-3000)/3000;
    else
        FF(I(m))=0;
        FF1(I(m))=0;
    end
end
```


(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.   http://www.cnki.net

```
for n=1:length(J)
    FF(J(n))=1/2*Qc(J(n))/130*R;
    FF1(J(n))=1/2*Qc(J(n))/130*R1;
end
ZZ=TT-Qrr-Qcc;
ff=1/2*ZZ*R;
ff1=1/2*ZZ*R1;
F=(sum(FF)+ff)/TT
F2=(sum(FF1)+ff1)/TT
```


(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

致 谢

行文至此，标志着论文的完成，也标志着两年的研究生生活即将结束。回首在湖南大学的学习时光，思绪万千，获益匪浅。通过这两年的学习，我的专业知识，个人素养和人际社交能力等各方面都有了质的提升。在此，我要向所有在学习和生活中帮助过我的老师、同学、朋友、家人致以最真诚的感谢。

首先，感谢我的导师马勇老师。马勇老师是我研究生阶段的导师，本文是在他的指导下完成的，从论文的选题、构思、撰写到最后的定稿都离不开马勇老师的悉心指导。在论文写作过程中马勇老师凭借其丰富的专业知识储备和敏锐的洞察力指出我的论文中的各种不足之处，不厌其烦地指导我修改论文。他严谨求真的学术精神和仔细负责的学术态度更是深深地影响了我，使我受益匪浅。同时马勇老师也是我生活中的榜样和好友，感谢他开导我乐观面对学习和生活中每一个困难，感谢他在我伤心无助时给予的关心和温暖，感谢他教会我如何更好的处理人际关系。总之非常感谢马勇老师对我的谆谆教诲，马勇老师既是我的恩师亦是我的挚友！

其次，感谢湖南大学给了我继续深造的机会，感谢金统院所有授课老师在讲台上诲人不倦的传授知识，感谢金统院所有行政老师为学院的教学活动提供支持辅助，感谢我研究生同学们的陪伴与鼓励，感谢我的室友们带来的各色各样校园新闻，感谢你们使我枯燥的研究生生活变得丰富多彩，感谢你们给我的学习生活带来了更多的快乐。

再次，感谢我的挚友刘欣，感谢他在我的论文算法编程中提供的巨大帮助。当我在朋友圈求助是否有人会蒙特卡罗算法编程时，是他第一时间主动联系我，一句“我会”给还在论文写作困境中的我送来了曙光；特别是在运算结果不理想时，不断改进论文模型需要重新编程计算时，感谢他不厌其烦地帮助我一次又一次地编程计算，本文能够顺利完成离不开他的帮助！

最后，感谢我的父母，谢谢你们这 20 多年的辛勤培育和默默支持，用辛勤的汗水给予我不断学习深造的机会，是你们在精神上和物质上的无私支持，坚定了我追求人生理想的信念，你们的理解和支持是我前进的动力！

回顾我十九年的学习生活，一路走来，我很庆幸曾成为过老师眼中的优等生，邻居眼中的别人家小孩，谢谢你们让我变得更加自信和乐观。“天生我材必有用，千金散尽还复来”这是我少年时最喜欢的诗句，希望在未来生活中我能历尽千帆，归来仍是少年，也祝所有老师和同学未来的生活更美好！

郑聪　2021.04

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net