

Unidad 3: FUNCIONES

Una función es una relación entre dos variables, una llamada variable independiente (x) y la otra llamada variable dependiente (y), que cumple la condición que a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente, lo que expresamos simbólicamente así:

$$f : A \rightarrow B / y = f(x)$$

Se dice que f es función o aplicación de A en B , si **a todo elemento** del conjunto A le corresponde por f **un único** elemento del conjunto B

$\forall x \in A, \exists!y \in B / y = f(x)$ (para todo x perteneciente a A , tiene que existir aunque sea un y perteneciente a B , tal que y es función).

EXISTENCIA: $\forall x \in A, \exists y \in B / (x, y) \in f$

UNICIDAD: $(x, y) \in f \wedge (x, z) \in f \rightarrow y = z$

Una función f puede definirse por extensión o por comprensión, enunciando propiedades o características de los elementos de f .

REPRESENTACION GRAFICA DE FUNCIONES:

como las funciones son relaciones, también pueden hacerse una representación cartesiana de ellas, cuando el dominio de la función es un conjunto infinito, se dibujan algunos elementos y se "completa" el resto.

Analizar los gráficos de las funciones contantes, identidad, cubica y de las relaciones que no son funciones en la página 60 y 61.

CLASIFICACION DE UNA FUNCION:

Clasificación de Funciones:

La función es inyectiva si a elementos diferentes de A le corresponden imágenes diferentes.

$$\forall x_1, x_2 : x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

La función es Suryectiva o sobreyectiva si todo elemento de B es imagen de algún elemento de A.

$$\forall y \in B, \exists x \in A / y = f(x)$$

La función es Biyectiva si es inyectiva y suryectiva.

$$\forall y \in B, \exists! x \in A / y = f(x)$$

FUNCIÓN LINEAL

Una función de la forma:

$f: R \rightarrow R / f(x) = ax + b$ donde $a, b \in R$, se denomina función lineal.

Su gráfica es una recta.

El valor a se llama pendiente de la recta y representa la tangente trigonométrica del ángulo positivo que la recta determina con el semieje positivo de las abscisas.

El valor b se llama ordenada al origen y es la ordenada del punto en que la recta intersecta al eje de las ordenadas.

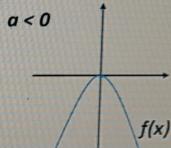
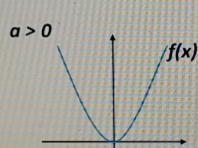
FUNCION CUADRATICA:

Una función de la forma $f: R \rightarrow R / f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a, b, c \in R$ y $a \neq 0$ se denomina función cuadrática. Su gráfica es una parábola.

Función Cuadrática

Sea $f: R \rightarrow R / f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$

Si $b = 0 \wedge c = 0 \Rightarrow f(x) = ax^2$

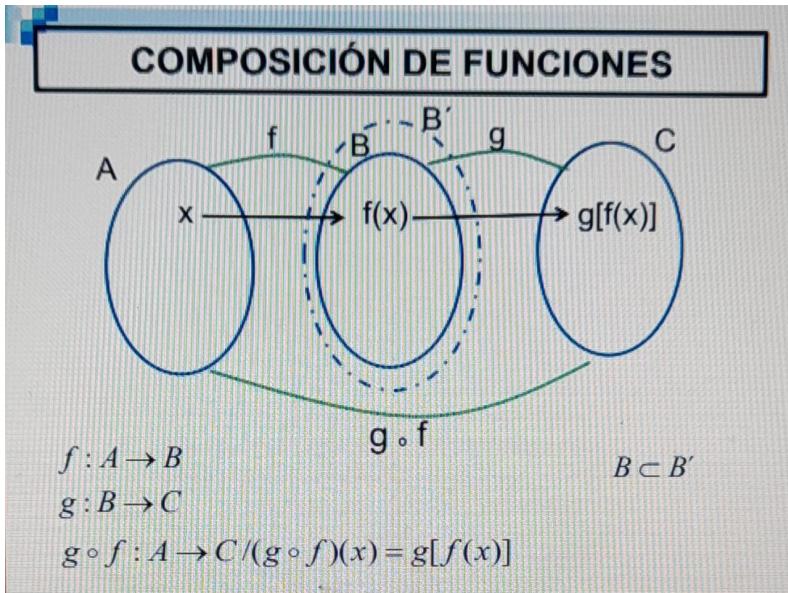


de a va a depender si la parábola va para arriba o para abajo.

de b va a depender si esta en la izquierda o la derecha (positiva o negativa)

de c depende el eje vertical, osea donde choca en y

COMPOSICIÓN DE FUNCIONES:



Satisface la condición de existencia y unicidad.

(ejemplo para comprenden como funciona para graficar en la pagina 68).

Si f y g son inyectivas, entonces g composición f es inyectiva.

La composición es asociativa para resolver.

FUNCIONES INVERSAS:

Una función admite inversa si y solo si es biyectiva. Únicamente se da vuelta los pares ordenados, (b,a).

$$f : A \rightarrow B / y = f(x) \rightarrow f^{-1} : B \rightarrow A / x = f^{-1}(y)$$

FUNCION PARTE ENTERA

Se llama **parte entera por defecto** de un número real x, al menor número entero entre los cuales está comprendido si x no es un número entero y al mismo número entero si x es entero.

$$f : R \rightarrow Z / f(x) = \text{ent}(x)$$
$$f : R \rightarrow Z / f(x) = [x]$$

También se conoce con el nombre de función parte entera por defecto o función suelo

$$f : R \rightarrow Z / f(x) = \lfloor x \rfloor$$

Se llama **parte entera por exceso** de un número real x, al mayor número entero entre los cuales está comprendido si x no es un número entero y al mismo número entero si x es entero.

$$f : R \rightarrow Z / f(x) = \lceil x \rceil$$

FUNCION FACTORIAL

La Función Factorial es una función con dominio en los enteros no negativos y con imagen en los números naturales:

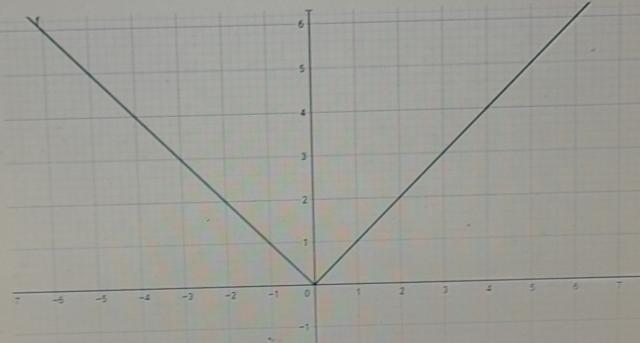
Por ejemplo:

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$11! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \cdot 11 = 39.916.800$$

FUNCIÓN MÓDULO

$$f : R \rightarrow R_0^+ / f(x) = |x| \quad |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



FUNCIÓN CARACTERÍSTICA

Sea $A \subset X$

$$f : X \rightarrow \{0,1\} / f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$