Modelo de Examen de Libre de ALG LSI

jueves, 27 de julio de 2023 17:57

1)- $-[(p \wedge q) \vee -q] \Rightarrow (r \vee s)$

$-[(F \wedge F) \vee V] \Rightarrow V/F$

$-[F \vee V] \Rightarrow V/F$

$-[V] \Rightarrow V/F$

$F \Rightarrow V/F$

$\boxed{V}$

$-p \wedge -q \equiv V$

$-p \equiv V \Rightarrow \boxed{p \equiv F}$

$-q \equiv V \Rightarrow \boxed{q \equiv F}$

Repaso del Marco Teórico:

		Conjunción	Disyunción	Implicación	Doble implicación
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

Directa: $p \Rightarrow q$ Contraria: $-p \Rightarrow -q$

Recíproca: $q \Rightarrow p$ Contrarecíproca: $-q \Rightarrow -p$.

p: 4 es par q: 2+1 es menor que 2. $p \equiv V$ $q \equiv F$

$p: 2|4$ $q: 2+1 < 2$

Esto quiere decir que "2 divide a 4 " o bien que "4 es divisible por 2"

$p \Rightarrow q$: Si $2|4$ entonces $2+1 < 2$.

$-p \Rightarrow -q$: Si $2 \nmid 4$ entonces $2+1 \geq 2$.

$q \Rightarrow p$: Si $2+1<2$ entonces $2|4$.

$-q \Rightarrow -p$: Si $2+1 \geq 2$ entonces $2 \nmid 4$.

	NEGACIÓN
$<$	$\geq$
$>$	$\leq$
$=$	$\neq$
$\leq$	$>$
$\geq$	$<$

Leyes de DeMorgan

$-(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee -q$ Negación de una conjunción

$-$	p	$\wedge$	q	$\Leftrightarrow$	$\neg p$	$\vee$	$-q$
F	V	V	V	V	F	F	F
V	V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	V	F
V	F	F	F	V	V	V	V

$-(p \vee q) \Leftrightarrow -p \wedge -q$ Negación de una disyunción

Se demuestra que es tautología de manera análoga que en la ley anterior.

2) $U = \{x \in \mathbb{Z} / -2 \leq x \leq 5\} = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$A = \{x \in U / x \leq 1\} = \{-2, -1, 0, 1\}$

$B = \{0, 1, 2, 3\} = \{x \in U / 0 \leq x \leq 3\}$

$C = \{0, 2, 4\} = \{x \in U / x \text{ es par } \wedge x \geq 0\}$
ó $x \neq -2$

i) $(B \cap A)^c - C = \{0, 1\}^c - \{0, 2, 4\} = \{-2, -1, \cancel{2}, 3, \cancel{4}, 5\} - \{0, 2, 4\} =$

$= \boxed{\{-2, -1, 3, 5\}}$

ii) $(A - B) \cup (C \cap B) =$

$= [\{-2, -1, \cancel{0}, \cancel{1}\} - \{0, 1, 2, 3\}] \cup [\{0, 2, 4\} \cap \{0, 1, 2, 3\}] =$

$\{-2, -1\} \cup \{0, 2\} = \boxed{\{-2, -1, 0, 2\}}$

4) $V^n_5 - V^n_4 = 15 \cdot V^n_3$

$V^n_m = \dfrac{n!}{(n-m)!}$ Variación o arreglo simple

$\dfrac{n!}{(n-5)!} - \dfrac{n!}{(n-4)!} = 15 \cdot \dfrac{n!}{(n-3)!}$

$n! = n \cdot (n-1)(n-2) \ldots$

$\dfrac{n \cdot (n-1)(n-2)(n-3)(n-4) \cdot \cancel{(n-5)!}}{\cancel{(n-5)!}} - \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)\cancel{(n-4)!}}{\cancel{(n-4)!}} = 15 \cdot \dfrac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)\cancel{(n-3)!}}{\cancel{(n-3)!}}$

$n \cdot (n-1) \cdot (n-2)(n-3)(n-4) - [n \cdot (n-1) \cdot (n-2)(n-3)] = 15 \cdot n \cdot (n-1)(n-2)$

$\cancel{n} \cdot \cancel{(n-1)}\cancel{(n-2)}(n-3) \cdot [(n-4) - 1] = 15 \cdot \cancel{n} \cdot \cancel{(n-1)} \cdot \cancel{(n-2)}$

$(n-3) \cdot (n-5) = 15.$

$n^2 - 5n - 3n + 15 = 15$

$n^2 - 8n + \cancel{15} - \cancel{15} = 0$

$n^2 - 8n = 0$

$n \cdot (n-8) = 0$

$n = 0$ ó $n - 8 = 0$

$n = 0$ ó $n = 8$

La solución es x = 8 ya que no tiene sentido que x =0 porque serían 0 elementos.

5) $P(x) = x^4 + ax^3 - x^2 + b$

1) P sea divisible por $x + 4$. $m = -4$

2) $R = -18$ al dividirlo por $x - 2$. $m = 2$

$P(-4) = 0$

$P(2) = -18$.

1) P sea divisible por x + 4. $m = -4$ $P(-4) = 0$
2) $R = -18$ al dividirlo por $x - 2$. $\boxed{m = 2}$ $P(2) = -18$.

$$P(-4) = (-4)^4 + a\cdot(-4)^3 - (-4)^2 + b = 0$$
$$P(2) = 2^4 + a \cdot 2^3 - 2^2 + b = -18$$

$$\begin{cases} 256 - 64a - 16 + b = 0 \\ 16 + 8a - 4 + b = -18 \end{cases} \qquad \begin{cases} 240 - 64a + b = 0 \quad (1) \\ 12 + 8a + b = -18 \quad (2) \end{cases}$$

(1) $240 - 64a + b = 0$

$$\boxed{b = -240 + 64a}$$

$$12 + 8a - 240 + 64a = -18$$
$$72a = -18 - 12 + 240$$
$$72a = 210$$
$$\boxed{a = \frac{210}{72} = \frac{35}{12}}$$

$$b = -240 + 64 \cdot \left(\frac{35}{12}\right) =$$

$$\boxed{b = -\frac{160}{3}}$$

8) $P(n): \forall n \in \mathbb{N}, \quad \sum_{i=1}^{n} 3i = \frac{3n(n+1)}{2}$

1) $P(1)$ es VERDADERA.

$$P(1): \sum_{i=1}^{1} 3i = \frac{3 \cdot 1 \cdot (1+1)}{2}$$

$$3 \cdot 1 = \frac{3 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}}$$

$$3 = 3$$

$\boxed{\therefore P(1) \text{ es VERDADERA.}}$

2) $P(m)$ es VERDADERA $\Rightarrow$ $P(m+1)$ es VERDADERA.

Hipótesis Inductiva

Tesis Inductiva

H. I $\quad P(m): \sum_{i=1}^{m} 3i = \frac{3m\cdot(m+1)}{2}$

T. I: $\sum_{i=1}^{m+1} 3i = \frac{3(m+1)\cdot(m+2)}{2}$

Es lo que tenemos que demostrar usando la H. I

DEMOSTRACIÓN:

$$\sum_{i=1}^{m+1} 3i = \sum_{i=1}^{m} 3i + 3(m+1) \overset{HI}{=} \frac{3m\cdot(m+1)}{2} + \frac{3(m+1)}{1} = \frac{3 \cdot m \cdot (m+1) + \overset{3\cdot 2}{6}(m+1)}{2} =$$

$$= \boxed{\frac{3(m+1)\cdot(m+2)}{2}}$$

$\therefore P(m+1)$ es Verdadera

$$= \boxed{\frac{3(n+1)\cdot(n+2)}{2}}$$

$\therefore$ P(n+1) es verdadera

De 1) y 2) se prueba que P(n) es VERDADERA.

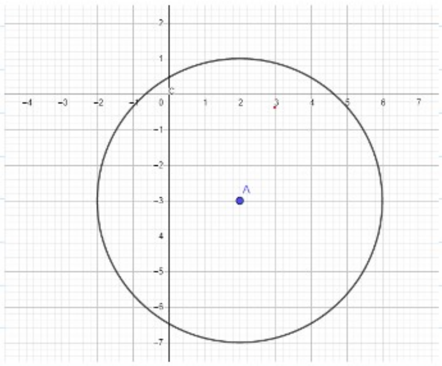
9) $(x-2)^2+(y+3)^2-5=11$ $\quad = 11+5$

$C(2,-3)$

$16 = r^2$

$\sqrt{16} = r$

$4 = r$



$C(0,0)$ r: radio.

$$x^2+y^2=r^2$$

$C(a,b)$ r: radio.

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

$x^2+y^2-12x-4y+39=0$ GENERAL $\quad (x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

$(x^2+2(-6)x+(-6)^2)+(y^2+2(-2)y+(-2)^2)+39-36-4=0$ $\quad \boxed{(x+y)^2=x^2+2xy+y^2}$

$(x-6)^2+(y-2)^2-1=0$

$(x-6)^2+(y-2)^2=1$ $\quad C(6,2)$ $r=1$

$r^2=1$

$r=\sqrt{1}=1$