TRABAJO PRÁCTICO Nº 3

APLICACIONES DE LAS DERIVADAS

1. Halle las ecuaciones de la rectas tangente (T) y normal (N), así como las longitudes de los segmentos subtangente (St) , subnormal (Sn) , tangente (T) y normal (N) en cada una de las siguientes funciones:

a) $y = x^3 - 3x$ en $x_0 = 2$ b) $y = x^2 + 2x$ en $x_0 = 1$

2. a) Determine los puntos de la curva $y = x^3 - x^2 - x + 1$ en que la tangente es horizontal.

b) Encuentre las coordenadas del punto de la curva $y = (x-2)^2$ en el que la tangente es perpendicular a la recta $2x - y + 2 = 0$.

c) Determine las ecuaciones de las tangentes a la curva $y = \frac{x-1}{x+1}$ que son paralelas a la recta $x - 2y = 1$.

3. Dadas las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 5$

b) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1$

c) $f(x) = (x+1)^2 . (2-x)$

d) $f(x) = x^3 . (x+2)^2$

i) Determine:

- Puntos críticos.
- Intervalos donde la función es creciente e intervalos donde es decreciente.
- Máximos y mínimos.
- Intervalos donde la función es cóncava positiva y donde es cóncava negativa.
- Puntos de inflexión.

ii) Represente gráficamente cada una de las funciones dadas, teniendo en cuenta la información obtenida anteriormente.

4. ¿Para qué valores de *a* y *b* la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ tiene un máximo local cuando $x = -3$ y un mínimo local cuando $x = -1$?

5. Encuentre las ecuaciones de las rectas tangentes en los puntos de inflexión de la función $g(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 3x + 1$.

Problemas

1. Suponga que se arroja una pelota hacia arriba desde lo alto de un edificio de 160 pies de altura con una velocidad inicial de 64 pies por segundo.

a) ¿Cuándo alcanza la altura máxima?

b) ¿Cuál es la altura máxima?

c) ¿Cuándo llega al piso?

d) ¿Con qué velocidad llega al piso?

e) ¿Cuál es su aceleración al momento t = 2?

2. Se desea construir una caja rectangular con una pieza de cartulina de 24 cm de largo por 9 cm de ancho, cortando cuadrados idénticos en las cuatro esquinas y doblando los lados. Encuentre las dimensiones de la caja de máximo volumen. ¿Cuál es ese volumen?.

Límites Indeterminados. Regla de L'Hópital.

I) Indeterminación 0/0:

$$a)\lim_{x\to 0}\left(\frac{2x}{e^x-1}\right)= \quad b)\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2+x-6}{x^2-3x+2}\right)= \quad c)\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^{2x}-e^{-2x}-4x}{x-sen\,x}\right)= \quad d)\lim_{x\to \pi/2}\left(\frac{\cos x}{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2}\right)=$$

II) Indeterminación ∞/∞:

$$a)\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2-3x+11}{5x^2-x-4}\right)= \quad b)\lim_{x\to\infty}\left(\frac{e^x-1}{x^3+4x}\right)= \quad c)\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{e^x}\right)= \quad d)\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\ln x}{e^x}\right)=$$

III) Indeterminación ∞^0:

$$a)\lim_{x\to\infty}(3x+9)^{1/x}= \qquad b)\lim_{x\to \pi/2}(\mathrm{tg}\,x)^{\cos x}=$$

IV) Indeterminación $\infty.0$:

$$a)\lim_{x\to\infty}\left(x.\mathrm{sen}\,\frac{1}{x}\right)= \qquad b)\lim_{x\to \pi/4}\left[\sec(2x).(1-\mathrm{tg}\,x)\right]=$$

V) Indeterminación 0^0:

$$a)\lim_{x\to 0}\left(2x^2+x\right)^x= \qquad b)\lim_{x\to 0}(\mathrm{sen}\,x)^{\mathrm{tg}\,x}=$$

VI) Indeterminación 1^∞:

$$a)\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{2x}\right)^x= \qquad b)\lim_{x\to 1}x^{\frac{1}{1-x}}=$$

VII) Indeterminación $\infty-\infty$:

$$a)\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{\ln x}\right)= \qquad b)\lim_{x\to \pi/2}\left(\frac{x}{\mathrm{cotg}\,x}-\frac{\pi}{2.\cos x}\right)=$$