Éxito

Definiciones Algebra:

Proposiciones: oracion declarativa susceptible de ser considerada verdadera o falsa. La veracidad o falsedad de la misma se denomina el valor de verdad de una proposición. Las mismas pueden modificarse o combinarse, estas se realizan a travez de conectivos logicos.

Conectivos Logicos: operacion para construir nuevas proposiciones a travez de proposiciones mas simples.

1. **NEGACION**: conectivo logico unitario que cambia el valor de verdad de la proposicion original ($\neg p$).
   p = los perros tienen 4 patas.
   $\neg p$ = los perros no tienen 4 patas.
2. **CONJUNCION**: operador logico binario porque relaciona dos proposiciones. Diremos que es verdadera solo cuando ambos lo son. ($p \wedge q$).
   · 4 es un numero par y 10 es div. por 2.
3. **DISYUNCION**: expresa dos afirmaciones no excluyentes. Es un op. logico binario pq relaciona dos proposiciones. Se denota $p \vee q$ y es falsa solo cuando p y q sean falsos.
   · Los gatos son felinos o dos es un num. par.
4. **DISYUNCION EXCLUSIVA**: dos afirmaciones pero no ocurren de manera simultanea. Op. logico binario q relaciona dos proposiciones. Se denota $p \veebar q$ (pe o cu). Es verdadera solo cuando p y q tengan valores de verdad distintos
   · O $2<1$ o el rio parana es un rio de Arg.
5. **IMPLICACION**: frases sujetas al cumplimiento de una condi

cion. Ordenador log. binario pq relaciona dos proposiciones. Se denota $p \to q$. Cuando p es verdadero y q falso solo ahí es falso.

p = antecedente / q = consecuente.

⑥ DOBLE IMPLICACION: Op. Logico binario . . . Se denota $p \leftrightarrow q$. Esta definida como una proposicion compuesta Su valor de verdad es verdadero solo cuando los valores de verdad de p y q son iguales.

$$\underbrace{\underbrace{1+1=2}_{V} \text{ si y solo si } \underbrace{1=0}_{F}}_{F}$$

PROPIEDADES DE LOS CON. LOGICOS: dos proposiciones son logicamente equivalentes si tienen el mismo valor de verdad independientemente del valor de verd. de las proposiciones involucradas. (simbolo $\equiv$).

Diremos que una proposicion es una TAUTOLOGIA (contradiccion) si es siempre verdadera (falsa) independientemente del valor de verdad de las proposiciones que la componen. Llamaremos contingencia a lo que no es ni una ni otra

Conmutotiva de la
- conjuncion $p \wedge q \equiv q \wedge p$.
- disyuncion $p \vee q \equiv q \vee p$

Asociativa de la
- conjuncion $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$.
- disyuncion. $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

Idempotencia de la

conjuncion $p \wedge q \equiv p$.

disyuncion $p \vee q \equiv p$.

doble negacion. $\neg(\neg p) \equiv p$

distributiva de la

conj. respecto a la disy. $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge q)$

disy. respecto a la conj. $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee q)$

Ley de Morgan negacion de una

conjuncion $\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p) \vee (\neg q)$.

disyuncion $\neg(p \vee q) \equiv (\neg p) \wedge (\neg q)$

Contrareciproca de la implicacion $p \rightarrow q \equiv (\neg q) \rightarrow (\neg p)$

condicional como disyuncion $p \rightarrow q \equiv (\neg p) \vee q$

negacion del condicional $\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge (\neg q)$

CONJUNTOS: coleccion de objetos de cualquier naturaleza. ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$).

definir un conjunto es describir cuales son los elementos de ese conjunto. Se puede definir por extension, listando los elementos uno por uno, separado por comas, sin importar el orden, encerrandolos en llaves, o por comprension indican do las propiedades que satisfacen sus elementos.

$\cdot A = \{1, 2, 3\}$

$\cdot A = \{x \in \mathbb{N} : x + 1 > 2\}$.

Conjunto vacio: conj. que no posee elementos. ($\emptyset$)

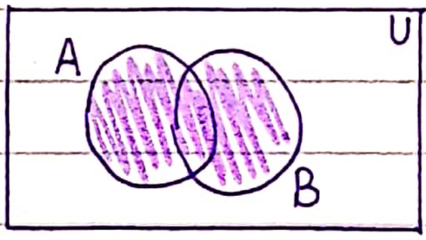
Subconjuntos: diremos que un conjunto A es un subconjunto de B si cada elemento de A es un elemento de B. Se denota $A \subset B$ (incluido).

Diremos que dos conjuntos son **iguales** si tienen los mismos elementos, **disjuntos** si no comparten ninguno.

CONJUNTO UNIVERSAL: todos los conjuntos son subconjuntos de este (U)

Operaciones entre conjuntos

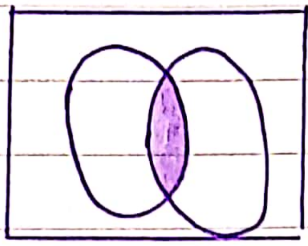
UNION ($A \cup B$): dados A y B dos conj., el conj. $A \cup B$ es un nuevo conj cuyos elementos pertenecen a A o a B. (relacionada al conect. logico $\vee$).



$$A \cup B = \{x \in U : x \in A \vee x \in B\}$$

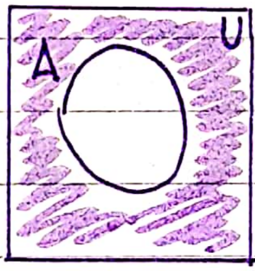
INTERSECCION: El conjunto $A \cap B$, es un nuevo conj. cuyos elementos pertenecen a A y a B. (relacionado a $\wedge$).

$$A \cap B = \{x \in U : x \in A \wedge x \in B\}$$



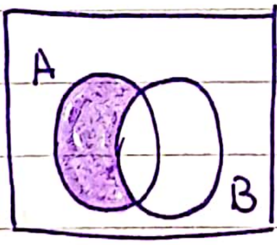
Cuando A y B son disjuntos; $A \cap B = \emptyset$

COMPLEMENTO: dado un conj. A, incluido en U, el conj A^c es el conj. cuyos elementos pertenecen a U pero no estan en A. (relacionado a $\neg$).



$$A^c = \{x \in U : x \in A\}.$$

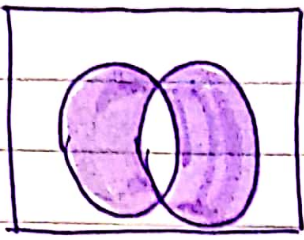
DIFERENCIA: dados A y B dos conj, el conj. A−B es un nuevo conjunto cuyos elementos pertenecen a A pero no a B.



$$A - B = \{x \in U : x \in A \wedge x \notin B\}$$

DIFERENCIA SIMETRICA: dados A y B dos conjuntos, el conjunto $A \Delta B$ es un nuevo conj. definido por:

$$A \Delta B = \{x \in U : x \in A \underline{\vee} x \in B\}$$



Los que no comparten.

PROPIEDADES DE OPERACIONES:

commutativa de la → interseccion $A \cap B = B \cap A$
→ union $A \cup B = B \cup A$

asociativa de la → interseccion $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.
→ union $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.

idempotencia de la → interseccion $A \cap A = A$
→ union $A \cup A = A$.

doble complemento: $(A^c)^c = A$

prop. distrib. de la → interseccion respecto union $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
→ union respecto interseccion: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

Ley de Morgan (complemento de la... → interseccion $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
→ union $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

relacion entre complemento e inclusion: $A \subset B \rightarrow B^c \subset A^c$

Absorcion: $A \cap (A \cup B) = A$
$A \cup (A \cap B) = A$.

+ 32p

Éxito

producto cartesiano: dos elementos dados en cierto orden forman un par ordenado, tales se representan entre parentesis y separados por comas [dados dos conjuntos A y B, el producto cartesiano entre A y B, denotado por A x B, es el conj. de todos los pares ordenados tales que el primer miembro del par ordenado es un elemento de A y el segundo miembro es un elemento de B]

$A = \{a, b, c\} \quad B = \{1, 2, 3\}$

$A \times B = \{(a,1), (a,2), (a,3), (c,1), (b,1) \ldots\}$.

Funciones proposicionales: es una proposicion cuyo valor de verdad depende de una variable. se representan con mayusculas, y entre parentesis se coloca la variable.

$P(x)$: X es un animal.

Cuantificadores: un cuantificador existencial particulariza una funcion proposicional.

$\exists x \in A : P(x)$ existe un x perteneciente a A...

$\exists! x \in A : P(x)$ existe un unico.

Un cuantificador universal generaliza una funcion proposicional.

$\forall x \in A,\ P(x)$ (para cada x en A se cumple...).

Proposicion	Verdadera	Falsa
$\exists x \in A : P(x)$.	Hallar un $x \in A$ q cumpla $P(x)$ (requiere ejemplo).	mostrar que cada $x \in A$ no cumple $P(x)$. (requiere demostrar)
$\forall x \in A, P(x)$	Mostra que cada $x \in A$ cumple $P(x)$. (demostracion)	Hallar un $x \in A$ que no cumpla $P(x)$. (contraejemplo)

$$\left.\begin{array}{l} \neg(\exists x \in A : P(x)) \equiv \forall x \in A, \neg P(x). \\ \neg(\forall x \in A, P(x)) \equiv \exists x \in A : \neg(Px) \end{array}\right\} \text{equivalentes.}$$

Partes de un conjunto: dado un conj. A, se llama conj. de partes de A, denotado $P(A)$, al conj. formados por todos los subconjuntos de A.

$$P(A) = \{B : B \subset A\}$$

notar que los elementos de $P(A)$, no son elementos de A, sino subconjuntos de A).

$A = \{1,2,3\}$ $\quad P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$

Sean A y B conjuntos. Se satisfacen las sig. propiedades:

- $A \subset B \rightarrow P(A) \subset P(B)$.
- $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$.
- $P(A) \cup P(B) \subset P(A \cup B)$

UNIDAD 2: relaciones:

Relacion: dados dos conjuntos A y B, una relacion R entre A y B es un subconjunto del producto carteciano AxB. Si un par ordenado (a,b) esta en R, se suele decir que los elementos a y b estan relacionados y se denota $a \sim b$.

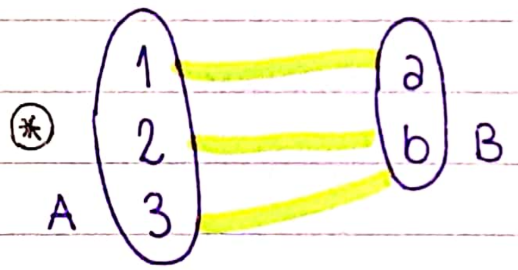
Se las puede definir por **extension** o **comprension**.

$A = \{1,2,3\}$ $\quad$ $B = \{a,b\}$

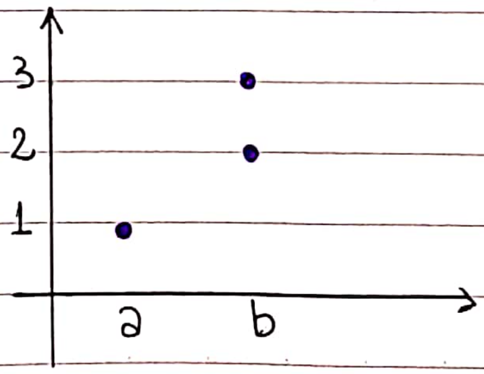
(*) $R = \{(1,a),(2,b),(3,b)\}$; $\quad R \subset A \times B$.

Representacion grafica: utilizando diagrama de Venn; graficando A y B y uniendo con flechas los elementos que se relacionan

(*)



Otra manera es **representando en cartesianos**: dibujando dos rectas perpendiculares, ubicando los elementos de A en el eje horizontal y los elementos B en el eje vertical marcando un punto en los elementos pertenecientes a la relacion.



Dominio: conjunto formado por los primeros componentes de los pares ordenados definidos en la relacion. (elementos desde donde sale la flecha). Se denota Dom (R)

$$Dom(R) = \{a \in A : \exists a \in B \text{ tal que } (a,b) \in R\}$$

Imagen: conjunto formado por los segundos componentes de los pares ordenados definidos en la relacion. (elementos donde llegan las flechas). Se denota Im(R)

$$Im(R) = \{b \in B : \exists a \in A \text{ tal que } (a,b) \in R\}$$

relacion inversa: es un subconjunto de $A \times B$ cuyos elementos son pares ordenados "invertidos". Se denota R^{-1}.

$$R^{-1} = \{(b,a) : (a,b) \in R\}.$$

Composicion: Sean A B y C conjuntos, si tenemos dos relaciones $R \subset A \times B$ $S \subset B \times C$, se puede definir una nueva relacion entre A y C llamada composicion entre R y S denotada por $R \circ S$.

$$S \circ R = \{(a,c) : \exists b \in B \text{ tal que } (a,b) \in R \text{ y } (b,c) \in S\}$$

CLASIFICACION de las relaciones en un conjunto

reflexiva $\forall a \in A,\ (a,a) \in R$ $(1,1)\ (2,2)$.

Arreflexiva $\forall a \in A,\ (a,a) \notin R$

No reflexiva $\exists a \in A,\ (a,a) \in R$

Simetrica $\forall a,b \in A,\ (a,b) \in R \rightarrow (b,a) \in R$ $(2,3)\ (3,2)$.

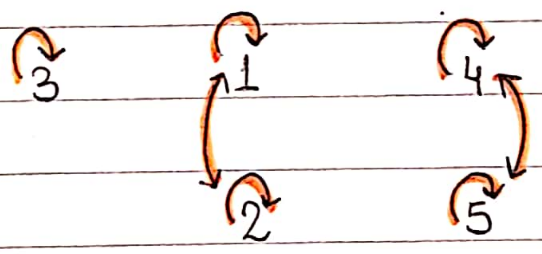
Asimetrica $\forall a,b \in A,\ (a,b) \in R \rightarrow (b,a) \notin R$.

Antisimetrica $\forall a,b \in A,\ a \neq b \wedge (a,b) \in R \rightarrow (b,a) \notin R$

Transitiva $\forall a,b,c \in A,\ (a,b) \in R \wedge (b,c) \in R \rightarrow (a,c) \in R$

No transitiva $\forall a,b,c \in A,\ (a,b) \in R \wedge (b,c) \in R \rightarrow (a,c) \notin R$.

relaciones de equivalencia: diremos que R es una relacion de equivalencia si es **reflexiva, simetrica y transitiva**



relaciones de orden: Sea A un conj. y R una relacion sobre A. diremos que R es una relacion de:

orden amplio: reflexiva, antisimetrica y transitiva.

orden estricto: arreflexiva, asimetrica y transitivo.