TUTORIA DE LÓGICA Y MATEMATICA COMPUTACIONAL

Preparándonos para el primer parcial

La guía propone diferentes ejercicios integradores de los contenidos matemáticos que serán evaluados en el primer parcial.

Lógica y matemática computacional

1- Dada la fórmula: $\theta = \neg[(\neg q \vee r) \vee \neg p] \Leftrightarrow [p \Rightarrow \neg(q \wedge \neg r)]$

a) Reescribir la fórmula θ eliminando los auxiliares redundantes según la regla de prioridad.
b) Hallar si es posible dos interpretaciones que satisfagan y dos que no satisfagan a θ.
c) Construir el circuito lógico asociado a la siguiente expresión. $p \wedge q \Rightarrow \sim (r \wedge s)$

2- Dada la fórmula: $\theta = \left[p \Rightarrow \backsim (q \wedge \sim r)\right] \Rightarrow [(q \vee r) \wedge \sim p]$

a)Reescribir la fórmula θ eliminando los auxiliares redundantes según la regla de prioridad.
b)Hallar si es posible dos interpretaciones que satisfagan y dos que no satisfagan a θ.
c)Construir el circuito lógico asociado a la siguiente expresión. $r \wedge q \Rightarrow (p \wedge \sim q)$

3- a) Determinar si el conjunto de fórmulas S satisfacen a φ, justificando tus respuestas.

$$\{p \vee q; p \to q \vee s; s \vee r \leftrightarrow q\} \models s \to r \wedge q$$

b) Construir el circuito lógico asociado a la siguiente expresión. $p \wedge r \Leftrightarrow \neg(q \wedge s)$

4- a) Determinar si el conjunto de fórmulas S satisfacen a φ, justificando tus respuestas.

$$\{p \vee q; p \to q \vee s; s \vee r \leftrightarrow q\} \models (r \wedge q) \Rightarrow s$$

b) Construir el circuito lógico asociado a la siguiente expresión. $p \wedge q \Leftrightarrow \sim (r \wedge s)$

Ecuaciones de recurrencia

1- Dadas las siguientes sucesiones definidas por recurrencia:

$i)\begin{cases} a_0 = 1,\ a_1 = 2 \\ a_n = 4.a_{n-1} - 4a_{n-2};\ n \geq 2 \end{cases}$ $\quad ii)\begin{cases} a_1 = 1, \\ a_n = a_{n-1} + 2;\ n \geq 1 \end{cases}$

a) Hallar los 5 primeros términos de cada una de ellas.
b) Resolver la ecuación de recurrencia asociada a la sucesión dada en i).
c) Encontrar una expresión no recursiva de la sucesión ii).

2- Dadas las siguientes sucesiones definidas por recurrencia:

$i)\begin{cases} a_0 = 6,\ a_1 = 3 \\ a_n = a_{n-1} - \frac{1}{4}a_{n-2};\ n \geq 2 \end{cases}$ $ii)\begin{cases} a_0 = 9, \\ a_n = a_{n-1} + n;\ si\ n \geq 1 \end{cases}$

a) Hallar los 5 primeros términos de cada una de ellas.
b) Resolver la ecuación de recurrencia asociada a la sucesión dada en i).
c)Encontrar una expresión no recursiva de la sucesión dada en ii) sabiendo que:

$$\forall n \in N;\ \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n.(n+1)}{2}$$

3- Dada la siguiente sucesión definida por recurrencia:

$$\begin{cases} a_0 = 0, \quad a_1 = 4, \quad a_2 = 24 \\ a_n = 6a_{n-1} - 12a_{n-2} + 8a_{n-3} \quad si \quad n \geq 3 \end{cases}$$

a) Hallar los 6 primeros términos de la sucesión.
b) Resolver la ecuación de recurrencia asociada a la sucesión dada.

4- Dadas la siguiente sucesión definida por recurrencia:

$i)\begin{cases} a_0 = 0\ \ a_1 = 2\ a_2 = 3 \\ a_n = 3.a_{n-1} - 3a_{n-2} + a_{n-3}\ ;\ n \geq 3 \end{cases}$

a) Hallar los 6 primeros términos de la sucesión.
b) Resolver la ecuación de recurrencia asociada a la sucesión dada.

Estructuras algebraicas

1-Determinar la estructura algebraica del par (A , +) justificando cada paso, siendo:
la operación + y el producto ordinario.

$$A=\{x= 4^k, k\in Z\}$$

2- Determinar la estructura algebraica del par (A ,+) justificando cada paso, siendo A = Z y la operación "+" definida: $a+b = 2a+b$

3- Determinar la estructura algebraica del par (A ,+) justificando cada paso, siendo:
$A = \{x / x = 3^k, k \in Z\}$ y la operación "+" definida: $x + y = 4.x.y$

4-Determinar la estructura algebraica del par (A ,+) justificando cada paso, siendo $A=\{x= 2^k, k\in Z\}$:
y la operación "+" definida: $x + y = 4.x.y$

5- Determinar la estructura algebraica del par (A ,+) justificando cada paso, siendo:
$A = \{x / x = 3^k, k \in Z\}$ y la operación "+" definida: $x + y = 3.x.y$

Álgebra de Boole

1-La tabla 1 corresponde a una función booleana $f: B^4 \to \{0,1\}$

x	y	z	u	f
1	1	1	1	0
1	1	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	0	0	0
1	0	1	1	1
1	0	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	1	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	0	0	1
0	0	1	1	0
0	0	1	0	1
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1

	xy	xy’	x’y’	x'y
zu				
zu'				
z'u’				
z'u				

a) Determinar su FND

b) Simplificar la función hallada en a, utilizando un mapa de Karnaugh

c) Construir el diagrama de compuertas de la función simplificada.

2- Dada la siguiente tabla de verdad:

x	y	z	u	f
1	1	1	1	1
1	1	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	0	0	0
1	0	1	1	0
1	0	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	1	1	1	1
0	1	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	0	0	0
0	0	1	1	0
0	0	1	0	1
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1

a) Hallar la expresión de la función booleana de $f: B^4 \to \{0,1\}$ en su FND.

b) Simplificar usando mapas de Karnaugh.

c) Construir el diagrama de compuertas de la función simplificada

3- Sea $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ un álgebra de Boole. Hallar:

$[(a' \cdot b' + c \cdot d).(c \cdot (c' + d))]' \quad con \quad a, b, c, d \in B$. Justificar cada paso.

4- Dado el siguiente mapa de Karnaugh:

a) Escribir la función booleana que lo define en su FND.
b) Expresar en su forma más simple posible (usando el mapa dado).
c) Construir el diagrama de compuertas de la función simplificada.

5- Sea $(B,+,\cdot,',0,1)$ un álgebra de Boole. Hallar:

$\left[(x'.y' + z.w).(z.(z' + w))\right]'$ con $x, y, z, w \in$ B. Justificar cada paso.

	xy	xy’	x’y’	x'y
zu	1		1	1
zu'		1		1
z'u’		1		1
z'u	1		1	1

6- Dado el siguiente mapa de Karnaugh:

	xy	xy´	x´y´	x´y
zu	1			1
zu´		1	1	
z´u´	1			
z´u	1	1	1	1

a) Escribir la función booleana que lo define en su FND.
b) Expresar en su forma más simple posible (usando el mapa dado).
c) Construir el diagrama de compuertas de la función simplificada.