6ta mesa Examen Libre de Calculo Diferencial e Integral - 30/07/2025

1) Dada la función:

$$F: R \rightarrow R / F(x) = \begin{cases} x \ si \ x \leq 0 \\ 2^x \ si \ 0 < x < 2 \\ -x^2 + 8 \ si \ x \geq 2 \end{cases}$$

a. Represéntala gráficamente.
b. De ser posible, determine su dominio e imagen.
c. Analice la continuidad de f, en $x_0 = 0$ y $x_1 = 2$

2) Calcule los siguientes límites:

   a. $\lim_{x \to 1} \left(\frac{3}{3-3x^2} - \frac{2}{1-x^4} \right)$ (aplicando recursos algebraicos)
   b. $\lim_{x \to 2} (\frac{x}{2})^{\frac{1}{x-2}}$ (aplicando regla de L'Hopital)

3)

   a. $f(x) = x^3 + ax + b$ $determine\ a, b \in R, tangente\ a$ f (x) sea m =5 en el Punto (1,3).
   b. $Dada\ f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$
      i. Determine: Máximos y mínimos. Puntos de inflexión. Intervalos de crecimiento y de decrecimiento
      ii. Con la información obtenida, bosqueje la gráfica de la función

4)

   a. Resuelva la siguiente integral indefinida: $\int x^2 . e^x dx$
   b. Calcule el área encerrada por curvas de $f(x) = x^4 - 3x \ y \ g(x) = 5x$. Grafique.
   c. Resuelva la siguiente integral: $\int_0^1 \int_0^{3y} (y + 3x) dxdy$ (ilustrativo)

5) Dada la función: $f(x; y) = \begin{cases} \frac{2x^3 - 3y^3}{x^2 + y^2} & si\ (x; y) \neq (0; 0) \\ -2 & si\ (x; y) \neq (0; 0) \end{cases}$ (ilustrativo)

   Estudie la continuidad en el punto P = (0;0). Justifique su respuesta.

6)

   a. Halle:
      i. $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}, siendo\ f(x, y) = xe^{-3y} + sen(2x - 5y)$ (ilustrativo)
      ii. $f_{xx}, f_{xy}, f_{yy}, f_{yx} \left(\frac{5}{2}, 1 \right)$ (ilustrativo)
   b. Halle la longitud de arco de la curva $y = 3x^{\frac{3}{2}}, desde\ x_0 = 0\ hasta\ x_1 = 1$ (ilustrativo).

7) Determine los extremos locales y puntos de ensilladura, si existen, de la función:

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 12y - 15x \text{ (ilustrativo)}$$

8) Utilizando la regla de la cadena, determinar derivada:

   $\frac{du}{dt}$ $, siendo\ U = f(x, y) = e^x \operatorname{sen} y, siendo\ x = st^2, y = ts^2$ (ilustrativo)