→ **CONCEPTO** → una proposición es una oración declarativa susceptible de ser considerada verdadera o falsa. La veracidad o falsedad de una prop. se denomina valor de verdad de la proposición. Las proposiciones que enuncian una sola propiedad de un sujeto se llaman simples. A partir de dos o más prop. simples se pueden realizar ciertas operaciones, usando conectivos lógicos, obteniendo así otras proposiciones llamadas compuestas.

→ **TABLAS DE VERDAD** → en una tabla de verdad se muestran los valores de verdad de una prop. compuesta en función de los valores de verdad de las prop. simples que la componen.

→ $\boxed{\text{CONECTIVO LÓGICO}}$ → es una operación para construir nuevas proposiciones a partir de proposiciones más simples.

→ **NEGACIÓN**: es un conectivo lógico unitario. Cambia el valor de verdad de la prop. original.

p	¬p
V	F
F	V

→ **CONJUNCIÓN**: es un operador lógico binario. Diremos que $p \wedge q$ es V sólo cuando p y q sean V, en los tres casos restantes $p \wedge q$ será F.

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

→ **DISYUNCIÓN** (o disyunción inclusiva): es un operador lógico binario. Diremos que $p \vee q$ es F sólo cuando p y q sean F, en los tres casos restantes $p \vee q$ será V.

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

→ **DISYUNCIÓN EXCLUSIVA**: es un operador lógico binario. Diremos que $p \veebar q$ es V sólo cuando p y q tengan valores de verdad distintos. En los dos casos restantes (cuando p y q tienen el mismo valor de verdad) $p \veebar q$ será F.

p	q	$p \veebar q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

→ **CONDICIONAL O IMPLICACIÓN**: es un operador lógico binario. La proposición p es el antecedente y q el consecuente. Diremos que $p \Rightarrow q$ es F sólo cuando el antecedente p es V y el consecuente q es F. En los tres casos restantes, $p \Rightarrow q$ es V.

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

→ **BICONDICIONAL O DOBLE IMPLICACIÓN**: es un operador lógico binario. La doble implicación está definida como la prop. compuesta $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$. Diremos que $p \Leftrightarrow q$ es V sólo cuando p y q tengan el mismo valor de verdad. En los dos casos restantes (cuando p y q tienen distintos valores de verdad) $p \Leftrightarrow q$ es F.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

PROPOSICIONES

PROPIEDADES DE LOS CONECTIVOS LÓGICOS

- **TAUTOLOGÍA**: una proposición compuesta es una tautología si es siempre verdadera, independientemente del valor de verdad de las proposiciones simples que la componen.
- **CONTRADICCIÓN**: una proposición compuesta es una contradicción si es siempre falsa, independientemente del valor de verdad de las proposiciones simples que la componen.
- **CONTINGENCIA**: llamaremos contingencia a una proposición compuesta que no es tautología ni contradicción.

⊛ todas las propiedades se demuestran haciendo tabla de verdad, y obteniendo taut.

- CONMUTATIVIDAD DE LA CONJUNCIÓN: $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$
- CONMUTATIVIDAD DE LA DISYUNCIÓN: $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$
- ASOCIATIVIDAD DE LA CONJUNCIÓN: $(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$
- ASOCIATIVIDAD DE LA DISYUNCIÓN: $(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$
- IDEMPOTENCIA DE LA CONJUNCIÓN: $p \wedge p \Leftrightarrow p$
- IDEMPOTENCIA DE LA DISYUNCIÓN: $p \vee p \Leftrightarrow p$
- INVOLUTIVA: $\neg(\neg p) = p$
- DISTRIBUTIVIDAD DE LA CONJ. RESPECTO A LA DISY.: $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
- DISTRIBUTIVIDAD DE LA DISY. RESPECTO A LA CONJ.: $(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$
- LEY DE DE MORGAN (NEGACIÓN DE UNA CONJUNCIÓN): $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$
- LEY DE DE MORGAN (NEGACIÓN DE UNA DISYUNCIÓN): $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$
- CONTRARRECÍPROCA DE LA IMPLICACIÓN: $p \Rightarrow q \Leftrightarrow (\neg q) \Rightarrow (\neg p)$
- CONDICIONAL COMO DISYUNCIÓN: $p \Rightarrow q \Leftrightarrow (\neg p) \vee q$
- NEGACIÓN DEL CONDICIONAL: $\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$
- MODUS PONENS: $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q \Leftrightarrow V$
- SILOGISMO HIPOTÉTICO: $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r) \Leftrightarrow V$
- ABSORCIÓN: $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$; $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$
- PRINCIPIO DE CONTRADICCIÓN: $p \wedge (\neg p) \Leftrightarrow F$
- PRINCIPIO DEL TERCERO EXCLUÍDO: $p \vee (\neg p) \Leftrightarrow V$
- DOMINANCIA DE LA CONJUNCIÓN: $p \wedge F \Leftrightarrow F$
- DOMINANCIA DE LA DISYUNCIÓN: $p \vee V \Leftrightarrow V$
- IDENTIDAD DE LA CONJUNCIÓN: $p \wedge V \Leftrightarrow p$
- IDENTIDAD DE LA DISYUNCIÓN: $p \vee F \Leftrightarrow p$

REGLAS DE PRECEDENCIA

orden de mayor a menor → $\boxed{\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow}$

IMPLICACIONES ASOCIADAS

- DIRECTA: $p \Rightarrow q$
- RECÍPROCA: $q \Rightarrow p$
- CONTRARIA: $\neg p \Rightarrow \neg q$
- CONTRARRECÍPROCA: $\neg q \Rightarrow \neg p$

CONDICIONES

- **CONDICIÓN NECESARIA O SUFICIENTE**: si $p \Rightarrow q$ es Ⓥ, p es cond. suficiente para q, y q es cond. necesaria para p.
- **CONDICIÓN NECESARIA Y SUFICIENTE**: si $p \Leftrightarrow q$ es Ⓥ, p es cond. nec. y suf. para q, y q es cond. nec. y suf. para p.

FUNCIONES PROPOSICIONALES → una función prop. es una proposición cuyo valor de verdad depende de una variable. Cuando la variable se reemplaza por un objeto (instanciación de la variable), la función prop. asume un valor de verdad determ.

CUANTIFICADORES → los cuantificadores construyen otra prop. a partir de func. prop., ya sea generalizando (cuantif. universal) o particularizando (cuantif. existencial).

CUANTIFICADOR EXISTENCIAL → particulariza la función proposicional

$\exists x \in A / P(x)$ ← se lee "existe al menos un x en A que cumple P(x)"

PROPOSICIÓN	VERDADERA	FALSA
$\exists x \in A / P(x)$	hallar un $x \in A$ que cumpla P(x) (requiere ejemplo)	mostrar que cada $x \in A$ no cumple P(x) (requiere demostración)

→ **NEGACIÓN**: negar que existe un x en A que cumpla la propiedad P(x) equivale a decir que ningún $x \in A$ satisface P(x), es decir que todos los elementos de A no cumplen con la propiedad P(x).

$$\neg[\exists x \in A / P(x)] \Leftrightarrow \forall x \in A : \neg P(x)$$

Es decir, la negación de una función prop. cuantificada existencialmente es la prop. que se obtiene cambiando el cuantificador por el universal y negando la función proposicional.

CUANTIFICADOR UNIVERSAL → generaliza la func. proposicional

$\forall x \in A : P(x)$ ← se lee "para todo x en A se cumple P(x)"

PROPOSICIÓN	VERDADERA	FALSA
$\forall x \in A / P(x)$	mostrar que cada $x \in A$ cumple P(x) (requiere demostración)	hallar un $x \in A$ que no cumpla P(x) (requiere contraejemplo)

→ **NEGACIÓN**: negar que para todo x en A se cumple la propiedad P(x) equivale a decir que al menos un $x \in A$ no cumple con la propiedad P(x).

$$\neg[\forall x \in A : P(x)] \Leftrightarrow \exists x \in A / \neg P(x)$$

Es decir, la negación de una función prop. cuantificada universalmente es la prop. que se obtiene cambiando el cuantificador por el existencial y negando la función proposicional.

- **CONCEPTO** → un conjunto es una colección de objetos que podrían ser de cualquier naturaleza. Los objetos que forman un conjunto son llamados elementos. Si un elemento está en el conjunto A, pertenece a A ($a \in A$). En caso de no estar, no pertenece a A ($a \notin A$).
- **DEFINICIÓN** → definir un conjunto es describir de manera precisa cuales son sus elementos.
  - **POR EXTENSIÓN:** listando los elementos uno por uno, separados por comas, sin repetirlos, sin importar el orden.
  - **POR COMPRENSIÓN:** enunciando las propiedades que cumplen los elementos
- **CONJUNTO VACÍO:** conjunto que no posee elementos.
- **CONJUNTO UNITARIO:** conjunto que posee un único elemento.
- **SUBCONJUNTOS:** diremos que un conjunto A es un subconjunto del conjunto B si cada elemento de A es un elemento de B.

  $A \subset B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Rightarrow x \in B$
- **IGUALDAD DE CONJUNTOS:** diremos que dos conjuntos A y B son iguales si tienen los mismos elementos.

  $A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$
- **CONJUNTO UNIVERSAL ($\mathcal{U}$):** es el conjunto más grande en una discusión, y todos los demás conjuntos considerados son subconjuntos de éste.
- **DIAGRAMAS DE VENN:** los conjuntos pueden ser representados gráficamente utilizando diagramas de Venn. El conjunto universal se representa como un cuadrilátero, los conjuntos dentro del universal se representan con una línea cerrada, y los elementos son colocados dentro, señalándolos con puntos.

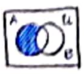
  
- **OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS**
  - **UNIÓN DE CONJUNTOS:** dados dos conjuntos A y B, el conjunto $A \cup B$ es un nuevo conjunto cuyos elementos pertenecen a A, a B, o a ambos.

    $A \cup B = \{x \in \mathcal{U} / x \in A \vee x \in B\}$
  - **INTERSECCIÓN DE CONJ:** dados dos conjuntos A y B, el conjunto $A \cap B$ es un nuevo conjunto cuyos elementos pertenecen a A y a B.

    $A \cap B = \{x \in \mathcal{U} / x \in A \wedge x \in B\}$
  - **DIFERENCIA DE CONJ:** dados dos conjuntos A y B, el conjunto $A - B$ es un nuevo conjunto cuyos elementos pertenecen a A, pero no a B.

    $A - B = \{x \in \mathcal{U} / x \in A \wedge x \notin B\}$

CONJUNTOS

→ DIFERENCIA SIMÉTRICA DE CONJ: dados dos conjuntos A y B, el conjunto $A \Delta B$ es un nuevo conjunto cuyos elementos pertenecen a A o a B, pero no a ambos.

$$A \Delta B = \{x \in \mathcal{U} / x \in A \veebar x \in B\} = (A-B) \cup (B-A)$$

→ COMPLEMENTO DE UN CONJ: dado un conjunto A incluido en un conjunto universal $\mathcal{U}$, el conjunto A^c es el conjunto cuyos elementos pertenecen a $\mathcal{U}$ pero no están en A.

$$A^c = \{x \in \mathcal{U} / x \notin A\}$$

PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

- → CONMUTATIVA DE LA INTERSECCIÓN: $A \cap B = B \cap A$
- → CONMUTATIVA DE LA UNIÓN: $A \cup B = B \cup A$
- → ASOCIATIVA DE LA INTERSECCIÓN: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- → ASOCIATIVA DE LA UNIÓN: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
- → IDEMPOTENCIA DE LA INTERSECCIÓN: $A \cap A = A$
- → IDEMPOTENCIA DE LA UNIÓN: $A \cup A = A$
- → DOBLE COMPLEMENTO (INVOLUTIVA): $(A^c)^c = A$
- → DISTRIBUTIVIDAD DE LA INTERS. RESPECTO A LA UNIÓN: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- → DISTRIBUTIVIDAD DE LA UNIÓN RESPECTO A LA INTERS: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- → LEY DE DE MORGAN (COMPLEMENTO DE LA INTERSECCIÓN): $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- → LEY DE DE MORGAN (COMPLEMENTO DE LA UNIÓN): $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
- → RELACIÓN ENTRE COMPLEMENTO E INCLUSIÓN: $A \subset B \Rightarrow B^c \subset A^c$
- → LEY DE COMPLEMENTO (PARA LA INTERSECCIÓN): $A \cap A^c = \emptyset$
- → LEY DE COMPLEMENTO (PARA LA UNIÓN): $A \cup A^c = \mathcal{U}$
- → DOMINANCIA DE LA INTERSECCIÓN: $A \cap \emptyset = \emptyset$
- → DOMINANCIA DE LA UNIÓN: $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$
- → IDENTIDAD DE LA INTERSECCIÓN: $A \cap \mathcal{U} = A$
- → IDENTIDAD DE LA UNIÓN: $A \cup \emptyset = A$
- → COMPLEMENTO DEL CONJUNTO VACÍO: $\emptyset^c = \mathcal{U}$
- → COMPLEMENTO DEL CONJUNTO UNIVERSAL: $\mathcal{U}^c = \emptyset$
- → EL CONJUNTO VACÍO ES SUBCONJUNTO DE TODO CONJUNTO: $\emptyset \subset A$

PARTES DE UN CONJUNTO → dado un conjunto A, se llama conjunto de partes de A, es decir P(A), al conjunto formado por todos los subconjuntos de A.

$\boxed{P(A) = \{B : B \subset A\}}$

Notar que los elementos de P(A) no son los elementos de A, sino que son subconjuntos de A.

Si el conjunto A tiene n elementos, entonces el conjunto de partes de A tiene 2^n elementos.

$\boxed{\# P(A) = 2^n}$

Recordar que el conjunto vacío está incluido en todos los conjuntos, por lo cual está en las partes de A.

PARTICIÓN DE UN CONJUNTO → dado un conjunto $A \neq \emptyset$ y los subconjuntos $A_1 \subset A, A_2 \subset A, \dots, A_n \subset A$. Decimos que el conjunto formado por los subconjuntos de A, es decir $\mathcal{F} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, constituyen una partición de A si y solo si se cumplen tres condiciones:

→ 1) Ninguno de los subconjuntos es el conjunto vacío.

$\boxed{A_i \neq \emptyset \quad \forall i \in \mathbb{N}}$

→ 2) La intersección entre dos cualesquiera de ellos es vacía.

$\boxed{A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i \neq j}$

→ 3) La unión de todos los subconjuntos es igual a A.

$\boxed{\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A}$

RELAC

→ **PAR ORDENADO:** dos elementos en cierto orden forman un par ordenado. Tales elementos se representan entre paréntesis, separados por una coma: (a,b).

→ **PRODUCTO CARTESIANO:** dados dos conjuntos A y B, el producto cartesiano entre A y B, es decir $A \times B$, es el conjunto de todos los pares ordenados tales que el primer miembro del par ordenado es un elemento de A y el segundo miembro es un elemento de B.

$$A \times B = \{(a,b) : a \in A \wedge b \in B\}$$

→ **CONCEPTO DE RELACIÓN** → dados dos conjuntos A y B, una relación R entre A y B es un subconjunto del producto cartesiano $A \times B$.

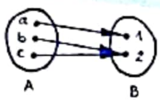
$$R : A \to B \Leftrightarrow R \subset A \times B$$

Una relación puede ser definida por extensión o por comprensión.

→ **REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS RELACIONES** → la relación $R \subset A \times B$ se puede representar con los siguientes métodos:

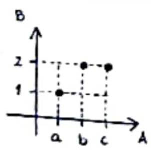
Ejemplo:
$A = \{a,b,c\}$ $B = \{1,2\}$ $R = \{(a,1);(b,2);(c,2)\}$

→ **DIAGRAMAS DE VENN:**



* graficando los conjuntos A y B con diagramas de Venn.
* uniendo con una flecha los elementos que están relacionados.

→ **REPRESENTACIÓN CARTESIANA:**



* dibujando un sistema de ejes (dos rectas perpendiculares).
* marcando los elementos de A en el eje horizontal y los de B en el eje vertical.
* marcando un punto en aquellos pares pertenecientes a la relación.

→ **MATRIZ DE ADYACENCIA:**

R	1	2
a	1	0
b	0	1
c	0	1

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

* se representa el conjunto A en la columna de la derecha, y el conjunto B en la fila de arriba.
* las intersecciones que sean pares ordenados pertenecientes a la relación se marcan con un 1, y si no pertenecen, con un 0.

→ **DOMINIO** → el dominio de la relación R es el subconjunto de elementos de A que están relacionados con algún elemento de B.

$$Dom(R) = \{a \in A : \exists b \in B / (a,b) \in R\}$$

→ **IMAGEN** → la imagen de la relación R es el subconjunto de elementos de B tales que algún elemento de A está relacionado a ellos.

$$Im(R) = \{b \in B : \exists a \in A / (a,b) \in R\}$$

→ **RELACIÓN INVERSA:** la relación inversa de R es una nueva relación entre B y A (es decir, un subconjunto de $B \times A$) definida por:

$$R^{-1} = \{(b,a) : (a,b) \in R\}$$

IONES

COMPOSICIÓN DE RELACIONES → sean A, B y C conjuntos. Si tenemos dos relaciones $R \subset A \times B$ y $S \subset B \times C$, se puede definir una nueva relación entre A y C, llamada composición entre R y S:

$$\boxed{S \circ R = \{(a,c) : \exists b \in B \,/\, (a,b) \in R \wedge (b,c) \in S\}}$$

CLASIFICACIÓN DE LAS RELACIONES → supongamos que tenemos $R \subset A \times A$ (es decir, es una relación entre elementos de un mismo conjunto)

- **REFLEXIVIDAD:** R es reflexiva en A si y sólo si $\forall a \in A : (a,a) \in R$
- **NO REFLEXIVIDAD:** R es no reflexiva en A si y sólo si $\exists a \in A \,/\, (a,a) \notin R$
- **ARREFLEXIVIDAD:** R es arreflexiva en A si y sólo si $\forall a \in A : (a,a) \notin R$
- **SIMETRÍA:** R es simétrica en A si y sólo si $\forall a,b \in A : (a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \in R$
- **ASIMETRÍA:** R es asimétrica en A si y sólo si $\forall a,b \in A : (a,b) \in R \Rightarrow (b,a) \notin R$
- **ANTISIMETRÍA:** R es antisimétrica en A si y sólo si $\forall a,b \in A : (a,b) \in R \wedge (b,a) \in R \Rightarrow a = b$
- **TRANSITIVIDAD:** R es transitiva en A si y sólo si
  $\forall a,b,c \in A : (a,b) \in R \wedge (b,c) \in R \Rightarrow (a,c) \in R$
- **NO TRANSITIVIDAD:** R es no transitiva en A si y sólo si
  $\exists a,b,c \in A \,/\, (a,b) \in R \wedge (b,c) \in R \Rightarrow (a,c) \notin R$
- **ATRANSITIVIDAD:** R es atransitiva en A si y sólo si
  $\forall a,b,c \in A : (a,b) \in R \wedge (b,c) \in R \Rightarrow (a,c) \notin R$

RELACIÓN DE EQUIVALENCIA → Sea un conjunto A y una relación $R \subset A \times A$. Diremos que R es una relación de equivalencia si es reflexiva, simétrica y transitiva.

RELACIONES DE ORDEN → Sea un conjunto A y una relación $R \subset A \times A$. Diremos que R es una relación de:

- **ORDEN AMPLIO:** si es reflexiva, antisimétrica y transitiva.
- **ORDEN ESTRICTO:** si es arreflexiva, asimétrica y transitiva.
- **ORDEN TOTAL:** si todos los elementos de A se relacionan entre sí.

FUNCIONES

CONCEPTO → Una función f de un conjunto A en un conjunto B es una relación entre A y B (es decir $f \subset A \times B$) que satisface:

* EXISTENCIA: $\forall a \in A : \exists b \in B / (a,b) \in f$
* UNICIDAD: $(a,b) \in f \wedge (a,c) \in f \Rightarrow b = c$

Es decir, todo elemento de A tiene un único correspondiente en B.

$\boxed{f : A \to B / b = f(a)}$ ← función de A en B

DOMINIO → El dominio de la función f es el subconjunto de elementos de A que están relacionados con algún elemento de B.

$\boxed{Dom(f) = \{a \in A : \exists b \in B / (a,b) \in f\} = A}$

Para el caso de las funciones, el dominio coincide con A. En los casos en que la función está definida por una fórmula y no se aclara quién es el conjunto A (es decir, el dominio), se suele sobreentender que el dominio está dado por el sub-conjunto más grande del universal en el que la fórmula se puede aplicar.

IMAGEN → La imagen de la función f es el subconjunto de elementos de B tales que algún elemento de A está relacionado a ellos.

$\boxed{Im(f) = \{b \in B : \exists a \in A / (a,b) \in f\} = \{f(a) : a \in A\}}$

CLASIFICACIÓN DE FUNCIONES

→ **INYECTIVIDAD**: diremos que $f : A \to B$ es una función inyectiva si a elementos diferentes de A le corresponden imágenes diferentes.

$\boxed{\forall x_1, x_2 \in A : x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)}$

→ **SOBREYECTIVIDAD**: diremos que $f : A \to B$ es una función sobreyectiva o suryectiva si todo elemento de B es imagen de algún elemento de A.

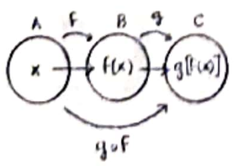
$\boxed{\forall Y \in B : \exists x \in A / Y = f(x)}$

→ **BIYECTIVIDAD**: diremos que $f : A \to B$ es una función biyectiva si satisface que es simultáneamente inyectiva y sobreyectiva.

FUNCIÓN INVERSA → Una función $f : A \to B$ admite inversa si y sólo si f es biyectiva.

$\boxed{f : A \to B / Y = f(x) \Rightarrow f^{-1} : B \to A / x = f^{-1}(Y)}$

COMPOSICIÓN DE FUNCIONES



Sean dos funciones $f : A \to B$ y $g : B \to C$.

La relación $g \circ f \subset A \times C$ es una función de A en C tal que:

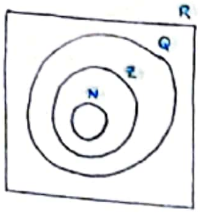
$\boxed{\forall a \in A, (g \circ f)(x) = g[f(x)]}$

$(g \circ f)$ será una función siempre que

$\boxed{Im(f) \subset Dom(g)}$

CONJUNTOS NUMÉRICOS

CONJUNTOS



$\mathbb{N}$: conjunto de los números naturales

$\mathbb{Z}$: conjunto de los número enteros

$\mathbb{Q}$: conjunto de los números racionales

$\mathbb{R}$: conjunto de los números reales

NÚMEROS NATURALES

→ el conjunto de los números naturales sirven para contar u ordenar. $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

PROPIEDADES DE $\mathbb{N}$

- El conjunto de los números naturales es infinito.
- Tiene primer elemento, pero no tiene último.
- Todo número natural tiene un sucesor o siguiente. Un número natural y su sucesor se dicen consecutivos.
- Todo número natural, excepto el uno, tiene un antecesor.
- Entre dos números naturales existe siempre un número finito de num. mat.

PROPIEDADES DE $(\mathbb{N}, +)$

- Ley de cierre: $\forall a, b \in \mathbb{N} : a + b \in \mathbb{N}$
- Propiedad asociativa: $\forall a, b, c \in \mathbb{N} : (a+b)+c = a+(b+c)$
- Propiedad conmutativa: $\forall a, b \in \mathbb{N} : a+b = b+a$

PROPIEDADES DE $(\mathbb{N}, \cdot)$

- Ley de cierre: $\forall a, b \in \mathbb{N} : a \cdot b \in \mathbb{N}$
- Propiedad asociativa: $\forall a, b, c \in \mathbb{N} : (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
- Propiedad conmutativa: $\forall a, b \in \mathbb{N} : a \cdot b = b \cdot a$
- Existencia del elemento neutro: $\forall a \in \mathbb{N} : a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
- Propiedad distributiva del producto con respecto a la suma:
  $\forall a, b, c \in \mathbb{N} : (a+b) \cdot c = (a \cdot c) + (b \cdot c)$

EL SÍMBOLO SUMATORIA

→ Si a_i es un número real que depende del índice i, podemos indicar de manera abreviada la siguiente suma:

$$\boxed{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i}$$

el índice i es variable de 1 a n, con $n \in \mathbb{N}$

EL SÍMBOLO PRODUCTORIA

→ Del mismo modo que se usa el símbolo sumatoria para indicar una suma, se utiliza el siguiente símbolo para indicar el producto:

$$\boxed{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n = \prod_{i=1}^{n} a_i}$$

PRINCIPIO DE INDUCCIÓN COMPLETA

→ Sea $P(n)$ una función proposicional con $n \in \mathbb{N}$, tal que:

- $P(1)$ es verdadera.
- Si $P(h)$ es verdadera (hipótesis inductiva), entonces $P(h+1)$ también es verdadera (tesis inductiva).

Entonces $\forall n \in \mathbb{N} : P(n)$ es verdadera.