

# Laborbericht 1

Tobias Mack, Georgios Gerontidis

April 2021, Konstanz

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Teil 1</b>	<b>4</b>
2.1	Motivation . . . . .	4
2.2	Messwerte . . . . .	5
2.3	Auswertung . . . . .	6
2.4	Interpretation . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Teil 2</b>	<b>8</b>
3.1	Motivation . . . . .	8
3.1.1	Beispiel . . . . .	8
3.1.2	Lineare Regression . . . . .	8
3.1.3	Rücksubstitution . . . . .	8
3.2	Auswertung . . . . .	9
3.3	Interpretation . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Teil 3</b>	<b>11</b>
4.1	Motivation . . . . .	11
4.1.1	Metrologie . . . . .	11
4.1.2	Fehlertypen . . . . .	11
4.2	Empirische Standardabweichung . . . . .	12
4.3	Messfehler . . . . .	12
4.3.1	Gaußverteilung . . . . .	12
4.4	Fehlerfortpflanzung . . . . .	12
4.4.1	Gaußsche Fehlerfortpflanzung . . . . .	12
4.4.2	Regeln . . . . .	13
4.4.3	Algorithmus . . . . .	13
4.4.4	Flächenmessung . . . . .	13
4.5	Auswertung . . . . .	14
4.5.1	Abstandsmessung . . . . .	14
4.5.2	Flächenmessung . . . . .	14
4.6	Interpretation . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Anhang: Messprotokolle</b>	<b>15</b>
<b>6</b>	<b>Quellen</b>	<b>17</b>

# **1 Introduction**

In dem folgenden Bericht wird ein Abstandssensor anhand von verschiedenen numerischen Berechnungen, u.a. der linearen Regression kalibriert. Dabei verwenden wir Bestimmte Techniken, die wir zuvor in der Vorlesung erlernt haben z.B. die Fehleranalyse und die Fehlerrechnung.

# Ermittlung der Kennlinie des Abstandssensors

## 2 Teil 1

### 2.1 Motivation

Im ersten Teil, unseres Versuch, verwenden wir ein Oszilloskop und einem Abstandssensor um die Ausgangsspannung des Sensors für 20 verschiedene Entfernungswerte im Bereich von 10 bis 70 cm zu messen (in unserem Fall wurden die Werte bereitgestellt, da es zur Zeit nicht möglich ist im Labor zu Forschen).

Als Orientierung für den Abstand haben wir einen Meterstab senkrecht zur Tischoberfläche benutzt, die ab dem Gehäuseende misst. Mit dem Oszilloskop können Zeitabhängige (insbesondere schnell veränderliche) Größen gemessen werden. Der Abstandssensor (basiert auf dem eingesetzten Abstandssensor *GP2Y0A21YK0F*) arbeitet nach dem Triangulationsprinzip (Sensortyp: PSD, position sensitiv detector).

Danach erstellen wir in Python eine Funktion in der die Daten aus der bereitgestellten Datei eingelesen werden. Dabei werden die ersten 1000 Werte übersprungen und aus den nächsten Werten (hier darf man eine beliebige Anzahl wählen) Mittelwert und Standardabweichung berechnet.

Da jeder Abstandswert einmal eingestellt wird, entstehen systematische Unterschätzungen des Messfehlers. Um das zu vermeiden müsste man in jeder Messung den Abstand mehrmals einstellen, um zu einer realistischen Fehlerschätzung zu kommen.

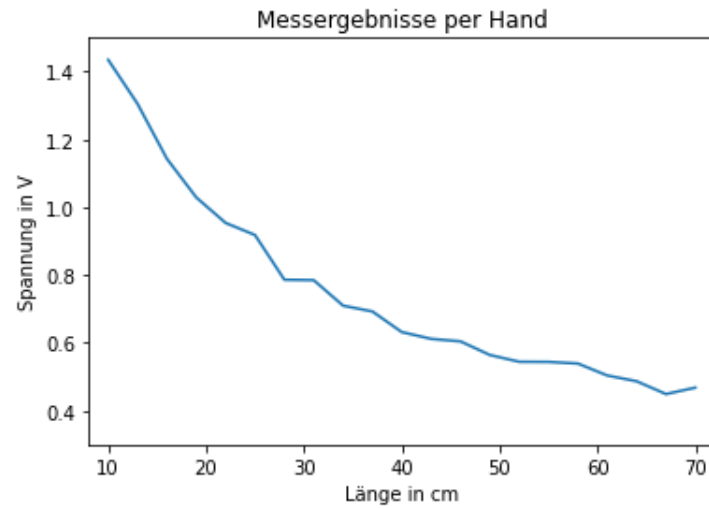
## 2.2 Messwerte

Bei der Abstandsmessung wurden folgende Messwerte in cm, mit einem Meterstab als Normal, festgehalten. Die dazugehörigen Mittelwerte in V wurden vom Oszilloskop aufgenommen und festgehalten.

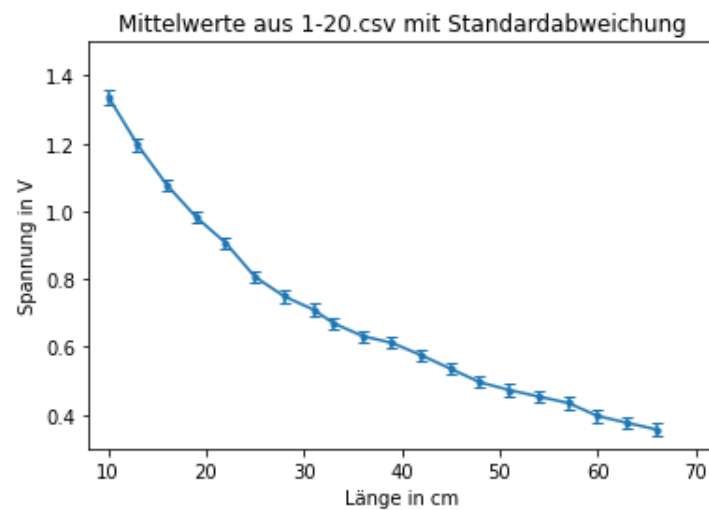
Abstand in cm	Mittelwert in V
10	1.435
13	1.305
16	1.143
19	1.029
22	0.9538
25	0.9182
28	0.7863
31	0.785
34	0.7098
37	0.6926
40	0.6318
43	0.6118
46	0.6044
49	0.5643
52	0.5442
55	0.5438
58	0.539
61	0.5037
64	0.4868
67	0.4489
70	0.4678

## 2.3 Auswertung

Die folgende Grafik zeigt die Kennlinie der gemessenen Werte.



Zum Vergleich nun die Kennlinie aus den festgehaltenen .csv files. Hierbei wurde, wie oben bereits angegeben, durch ein Überspringen der ersten 1200 Werte, der Einschwingvorgang vernachlässigt. In dem folgenden Plot sind die Mittelwerte aus 650 Werten mit deren Standardabweichung zu sehen.



## 2.4 Interpretation

In beiden Diagrammen ist deutlich zu erkennen, dass die Spannung mit zunehmenden Abstand, abnimmt. Die jeweiligen Wertepaare sind also anti-Proportional.

# Modellierung der Kennlinie durch lineare Regression

## 3 Teil 2

### 3.1 Motivation

Da wir den Sensor als Abstandssensor nutzen wollen, benötigen wir eine Umrechnungsvorschrift(nicht lineare Kennlinie). Mit dieser Funktion können wir die jeweiligen Spannungswerte, zu ihren jeweiligen Entfernungswerten, berechnen. Da die Lineare Regression nicht auf die Funktion anwendbar ist, da sie deutlich nicht linear ist ( $y = x^2$ ). Müssen wir zuerst Eingangs- und Ausgangswerte logarithmieren.

#### 3.1.1 Beispiel

$$y = x^a$$

Substitution:

$$w = \ln y$$

$$v = \ln x^a$$

$$w = \ln y = v = \ln x^a = a * \ln x = a * \ln e^v = a * v$$

#### 3.1.2 Lineare Regression

Die Lineare Regression dient dazu, die Übertragungsfunktion zu bestimmen. Dabei wird im Vorfeld annehmen, dass die Übertragungsfunktion linear ist (z.B.  $w = a * v + b$ ).

Die Konstante a(Sensitivität) und b(Offset) sind dabei unbekannt. Diese werden mithilfe eines Messgerätes aus Ein- und Ausgangswerten aufgenommen. Das Ziel der Linearen Regression ist eine Ausgleichsgerade zu finden. Um die ganzen Streuwerte, einer Messung, in einer einfachen Gerade darstellen zu können.

#### 3.1.3 Rücksubstitution

Nach der Anwendung der Lineare Regression haben wir  $w = a * v + b$  als Term. Nun müssen wir diesen Term Umkehren also wird aus:

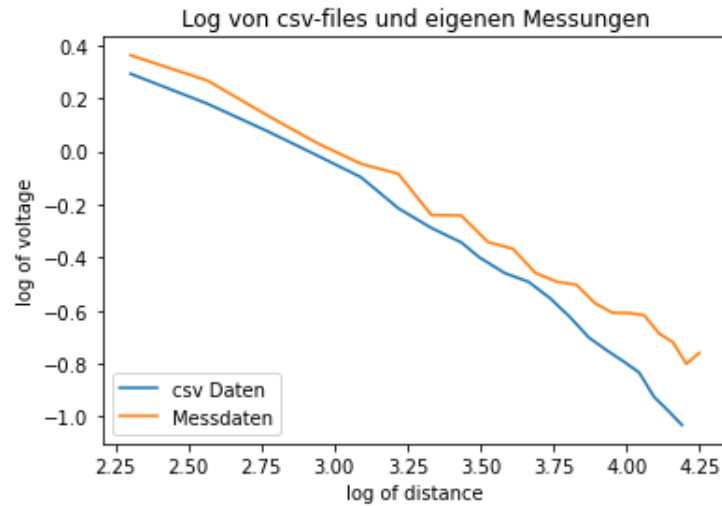
$$w = a * v + b \rightarrow y = \exp(a * \ln x + b) = e^b * x^a.$$

X stellt die Spannungsmessung und y die jeweilige Abstandsmessung dar. Somit haben wir die gesuchte Kennlinie gefunden.



### 3.2 Auswertung

Logarithmiert man beide Datensätze, so erhält man einen linearen Zusammenhang.



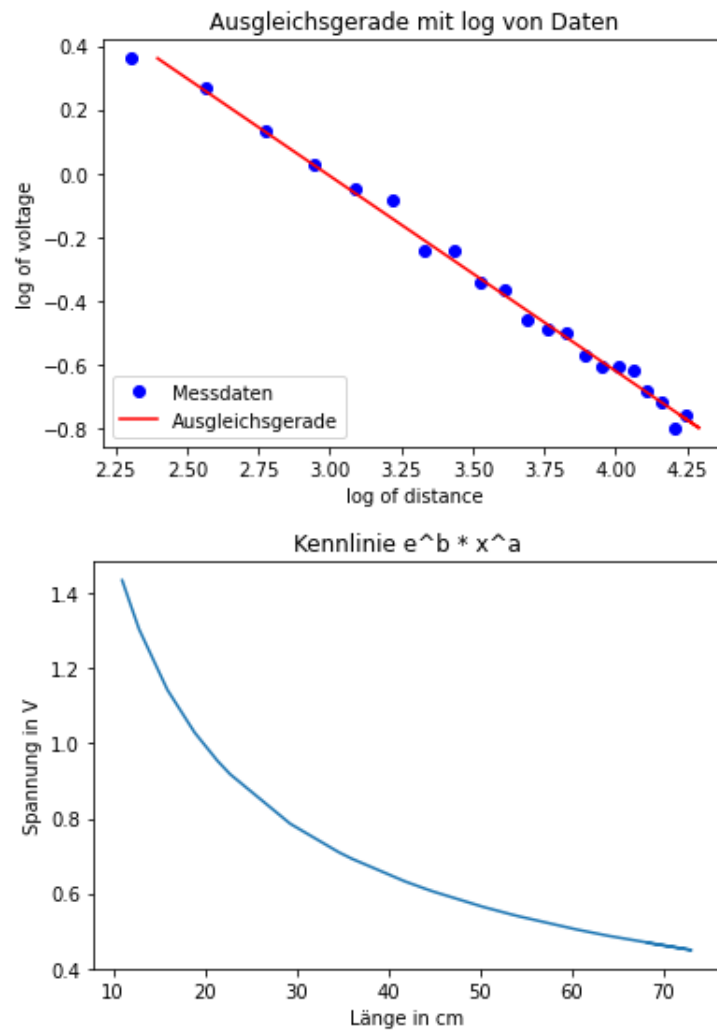
Um nun die Ausgleichsgerade zu berechnen, benötigen wir die Steigung  $a$  und den y-Achsenabschnitt  $b$ , um die Gerade mit

$$y = a * x + b \quad (1)$$

aufzustellen, wobei  $x$  hier einen logarithmierten Spannungswert darstellt. Die Berechnung von  $a$  und  $b$  ist wie folgt:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i * \bar{x}) * (y_i * \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i * \bar{x})^2} \quad (2)$$

$$b = \bar{y} - a * \bar{x} \quad (3)$$



### 3.3 Interpretation

Bei den ersten beiden Plots fällt bereits auf, dass durch die einmalige Messung der Abstände, Ungenauigkeiten dabei sind, die nun, nach der Logarithmierung, deutlich zu erkennen sind, da die Kennlinie sonst eher einer Geraden gleichen würde. Mit der Berechnung der Ausgleichsgerade lassen sich diese Unebenheiten bereinigen. Mit diesem linearen Zusammenhang lassen sich dann sehr einfach die Entfernungen, wenn sie im Bereich des Sensors liegen, feststellen. Über die e-Funktion lässt sich der logarithmierte Wert schnell zurückrechnen. So bekommen wir eine von Unebenheiten bereinigte Kennlinie wie in dem letzten Plot zu erkennen ist.

# Flächenmessung mit Fehlerrechnung

## 4 Teil 3

### 4.1 Motivation

Da unser Ziel ist, den Abstand eines Objektes zu messen. Und unsere Messeinrichtung (Kombination aus Sharp-Sensor und Oszilloskop) den Abstand nur indirekt ermittelt (über die Spannungsmessung).

Müssen wir davon ausgehen, dass es sich hier nicht um den exakt realen Wert handelt. Deswegen ist unsere Motivation im dritten Teil dieses Versuchs, den Messfehler des Abstandssensors zu ermitteln.

#### 4.1.1 Metrologie

Die Differenz zwischen Messwert und Referenzwert ergibt die eigentliche Messabweichung

#### 4.1.2 Fehlertypen

Parallaxenfehler: entsteht dadurch, dass der Blickwinkel auf Messgerät variiert

Anzeigefehler: aufgrund mehrerer Faktoren zeigt das Messinstrument nicht den wahren Messwert an (dieser Fehler wird vom Hersteller prozentual bezogen auf den Skalendenwert angegeben)

Absoluter Messfehler: Ist die Differenz zwischen dem wahren Wert  $x_w$  und dem gemessenen Wert  $x$  und wird mit folgender Formel beschrieben  $\rightarrow \Delta x = x - x_w$

Relativer Messfehler: beschreibt das Verhältnis zwischen dem absoluten Fehler und dem Messwert (in Prozent)  $\rightarrow \Delta x / x$

Systematischer Fehler: entsteht durch Abweichungen des Sensors  $\rightarrow E_s = \bar{x} - x_w$

Zufälliger Fehler: wird durch Rauschen (unvermeidbare und regellose Störungen) erzeugt  $\rightarrow E_{ai} = x_i - \bar{x}$

## 4.2 Empirische Standardabweichung

Zufällige Fehler der einzelnen Messwerte  $x_i$  um den Mittelwert lassen sich mit dieser Formel schätzen:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \quad (4)$$

die Standardabweichung verringert sich, wenn man den Mittelwert aus  $n$  Messungen bildet  $\rightarrow$

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

## 4.3 Messfehler

### 4.3.1 Gaußverteilung

Je mehr Einzelmessungen zu einer Messreihe hinzukommen, desto mehr gleicht die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Gaußverteilung der Breite  $s_{\bar{x}}$  (*Zentraler Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeit*).

Wenn  $\bar{x}$  gaußverteilt, bzw. wenn man davon ausgehen kann, so ergibt sich ein Vertrauensbereich von 68 Prozent bei  $\pm s_{\bar{x}}$  und ein Vertrauensbereich von 95 Prozent bei  $\pm 2s_{\bar{x}}$ . Dieser Vertrauensbereich bedeutet, dass mit großer Wahrscheinlichkeit der wahre Wert in dem entsprechenden Intervall liegt.

## 4.4 Fehlerfortpflanzung

Eine Ausgangsgröße wird über eine Funktion beschrieben, dabei hat die Funktion ein oder mehrere Eingangsgrößen.

Bei einer Eingangsgröße kann man die Funktion näherungsweise beschreiben  $\rightarrow \Delta y \approx f'(x) * \Delta x$

### 4.4.1 Gaußsche Fehlerfortpflanzung

Hängt die Ausgangsgröße von mehreren Eingangsgrößen ab,  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_m) = f(x)$

so benutzt man die Gaußsche Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial}{\partial x_i} f(x) * \Delta x_i \right)^2} \quad (6)$$

#### 4.4.2 Regeln

Regel 1: Der absolute Fehler von zwei Größen addiert sich, wenn man die Größen addieren oder subtrahieren will

Regel 2: Die relativen Fehler von zwei Größen addieren sich, wenn man die Größen multiplizieren oder dividieren will

#### 4.4.3 Algorithmus

Dabei wird jede Eingangsgröße von  $f(x)$  partiell Abgeleitet, mit  $f(x)$  und  $\Delta x_i$  multipliziert, danach wird dieser Teilterm quadriert und mit den restlichen Teiltermen addiert. Zum Schluss wird von der Summe der Teilterme die Wurzel gezogen.

#### 4.4.4 Flächenmessung

$$f(x_1, x_2) = f(x) = l * b = (x_1 \pm 1/1.96 * 0.018) * (x_2 \pm 1/1.96 * 0.017) \quad (7)$$

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left( \frac{\partial}{\partial x_i} f(x) * \Delta x_i \right)^2} \quad (8)$$

## 4.5 Auswertung

### 4.5.1 Abstandsmessung

Um den Vertrauensbereich anzugeben, müssen zuerst die Standardabweichung und der Mittelwert berechnet werden. Zusätzlich besteht die Gefahr der Unterschätzung des Fehlers, daher wird dieser noch mit dem Faktor  $t$  berücksichtigt.

$$x = \bar{x} + -t * s_{\bar{x}} \quad (9)$$

Daraus folgt für die Länge des Blattes mit  $t = 1,0$  (bei der Sicherheit 68,26%) bzw.  $t = 1,96$  (bei der Sicherheit 95%):

$$l = 0.73 \pm 1/1.96 * 0.018 \quad (10)$$

Und die Breite des Blattes:

$$b = 0.90 \pm 1/1.96 * 0.017 \quad (11)$$

Somit kommt man auf einen Längenbereich von 31.79 - 34.46 cm bei einer Sicherheit von 68,26%. Bei einer Sicherheit von 95% kommt man auf den Längenbereich 30.59 - 35.82cm. Die Breite liegt in dem Bereich 22.53 - 23.97 cm bei der Sicherheit 68,26%. Bei einer Sicherheit von 95% kommt man auf den Breitenbereich 21.88 - 24.72 cm. Die folgenden Werte wurden für die DinA4 Seite gemessen:

DINA4L	785.7mV
DINA4B	972.7mV

Somit ergibt sich für den gemessenen Durchschnittswert der Länge ein Bereich von 28.27 - 30.47 cm (Sicherheit 68,26%) und ein Bereich von 27.31 - 31.63 cm (Sicherheit 95%). Für den gemessenen Durchschnittswert der Breite ergibt sich ein Bereich von 20.13 - 21.33 cm (Sicherheit 68,26%) und 19.59 - 21.94 cm (Sicherheit 95%).

### 4.5.2 Flächenmessung

Aus den eben berechneten Wertebereichen ergeben sich durch  $A = l * b$  die Flächenbereiche von  $535 - 694 \text{ cm}^2$  (Sicherheit 95%) und  $569 - 650 \text{ cm}^2$  (Sicherheit 68,26%)

## 4.6 Interpretation

Aufgrund verschiedener Faktoren, kommt es bei Messungen dazu, dass der gemessene Wert nicht dem reellen Wert entspricht. Daraus folgt, dass man bei Messungen nicht den 100% Wert erhält. Das A4-Blatt hat die Maße 297 mm x 210 mm und den Flächeninhalt  $297 \text{ mm} \times 210 \text{ mm} = 62370 \text{ mm}^2$ . Die wahren Werte (laut Hersteller) der Breite und Länge sind somit in beiden angegebenen Vertrauensbereichen enthalten.

## 5 Anhang: Messprotokolle



500 mV  
CH1 200 mV  
100 mV  
M 1,00  $\mu$ s

d [mm]	U [V]	$\Delta U$ [mV]	Dati
100	1,35	100	m1.csv
130	1,20	56	m2.csv
160	1,08	64	m3.csv
190	0,986	64	m4.csv
220	0,910	56	m5.csv
250	0,810	56	m6.csv
280	0,750	56	m7.csv
310	0,711	56	m8.csv
330	0,672	56	m9.csv
360	0,636	64	m10.csv
390	0,616	56	m11.csv
420	0,582	52	m12.csv
450	0,545	52	m13.csv
480	0,499	56	m14.csv
510	0,478	52	m15.csv
540	0,458	56	m16.csv
570	0,439	56	m17.csv
600	0,402	52	m18.csv
630	0,383	56	m19.csv
660	0,365	56	m20.csv
Din A4 L	735 mV	64	dina4L.csv
Din A4 B	309 mV	64	dina4B.csv



## 6 Quellen

Prof. Franz Moodle Unterlagen

<https://de.wikipedia.org/wiki/Messabweichung>