

Institut für Experimentalphysik der Technischen Universität Graz

&

Institut für Physik der Universität Graz

LABORÜBUNGEN 2: ELEKTRIZITÄT, MAGNETISMUS, OPTIK

Übungstitel: TU6: Transformator

Betreuer: Lamprecht, Michael Günther

Gruppennummer: 4

Vorbereitung	Durchführung	Protokoll	Σ

Namen: Angermann, Leo

Gössl, Sebastian (Schriftführer)

Kennzahl: UF 033 678 Matrikelnummern: 11911449

11904703

Datum: 04.02.2021 Semester: 20WS

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung	3
2	Voraussetzungen & Grundlagen	3
2.1	Leerlauf	4
2.2	Belastung	5
2.3	Verluste im Transformator	7
3	Versuchsanordnung	9
4	Geräteliste	11
5	Versuchsdurchführung & Messergebnisse	11
6	Auswertung	13
6.1	Leistungsmaximum	13
6.2	Hauptaufgabe	14
6.3	Zusatzaufgabe	15
7	Diskussion	16
8	Zusammenfassung	17

Anmerkung

Das Titelblatt (vom Autor ausgefüllt) und die ersten beiden Kapitel (und das dritte teilweise) wurden bereitgestellt [**teachcenter2**].

1 Aufgabenstellung

Die Messungen werden mit der in Abb. 9 dargestellten Schaltung durchgeführt. Überlastungen des elektronischen Leistungsmessers sind zu vermeiden (siehe Bedienungsanleitung), richtigen Meßbereich für Strom und Spannung sind jeweils einzustellen.

1. Leerlauf ($U = 160 \text{ V}$): Messen Sie Primärstrom I_1 , Primärspannung U_1 , Wirkleistung P_1 und Sekundärspannung U_2 . Berechnen Sie die Größen aus Tab. 1, Fehlerrechnung. Oszillographische Darstellung von Primärstrom und Sekundärspannung mit passender Skalierung.
2. Ohm'sche Last sekundärseitig (ca. $I_2 < 1 \text{ A}$): Messen Sie Primärstrom, Primärspannung, Wirkleistung, Sekundärspannung und Sekundärstrom I_2 . Berechnen Sie die Größen aus Tab. 1, Fehlerrechnung. Oszillographische Darstellung von Primärstrom und Sekundärspannung mit passender Skalierung.
3. Ohm'sch-induktive Last: Aufnahme der Parameter wie unter Aufgabe 2 bei einer Serienschaltung von einer Spule $L \approx 0,1 \text{ H}$ mit einem regelbaren Lastwiderstand (0Ω - 45Ω , ca. 20 Meßwerte). Erstellung des Diagrammes Leistung über Lastwiderstand und Begründung des Auftretens eines Maximums der Wirkleistung. Oszillographisches Bild beim Maximum abzeichnen und skalieren!
4. ~~Ohm'sch-kapazitive Last [...]~~
5. Die Fehlerrechnung ist für einen der Punkte 3 ~~oder 4~~ durchzuführen.

Tabelle 1: Zu berechnende Größen für Aufgabe 1 und 2.

Scheinleistung primär	$S_1 = U_1 I_1$	Blindleistung primär	$Q_1 = \sqrt{S_1^2 - P_1^2}$
Leistungsfaktor	$\cos \phi = \frac{P_1}{S_1}$	Wirkleistung sekundär (bei ohm'scher Last)	$P_2 = U_2 I_2$
Verlustleistung gesamt	$P_V = P_1 - P_2$	Wirkungsgrad	$\eta = \frac{P_2}{P_1}$

2 Voraussetzungen & Grundlagen

Ist eine Wechselspannung U_1 vorhanden, deren Höhe für einen bestimmten Zweck ungeeignet ist, so wird ein Umspanner Abb. 1 verwendet.

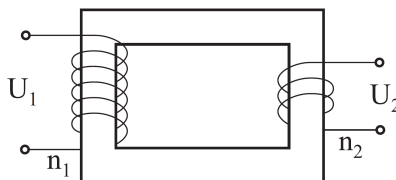


Abbildung 1: Umspanner, Transformator. [Eisenkern eines klassischen Transformators. Links mit der Primärspule, bestehend aus n_1 Windungen und gespeißt mit Spannung U_1 , und rechts mit der Sekundärspule, aus n_2 Windungen und einer induzierten Spannung U_2 .]

Die Netzspannung

$$U_1 = U_0 \sin \omega t \quad (1)$$

erzeugt einen Strom $I_1(t)$ im Primärkreis. Dieser Strom bewirkt einen magnetischen Fluß $\Phi(t)$ in der Spule. Die Flußänderung induziert eine Spannung U_L in der Spule.

$$U_L = -n_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (2)$$

Für den Primärkreis gilt also:

$$U_1 + U_L = 0 \quad (3)$$

$$U_0 \sin \omega t = n_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (4)$$

Damit ist der magnetische Fluß $\Phi(t)$ durch die Netzspannung $U_1(t)$ vorgegeben.

2.1 Leerlauf

$I_2 = 0$. Die Flußänderung induziert in der Sekundärspule eine Spannung U_2 :

$$U_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{n_2}{n_1} U_0 \sin \omega t \quad (5)$$

$$U_2 = -\frac{n_2}{n_1} U_1(t) \quad (6)$$

Das Verhältnis der Spannungen ist somit durch die Windungszahlen gegeben. Der Strom im Primärkreis wird nur durch das Magnetisierungsverhalten des Eisens festgelegt.

$$\Phi = BA = \mu\mu_0 H A = \mu\mu_0 \frac{A}{l} n_1 I_1 \quad (7)$$

Bei geradliniger Magnetisierungskurve des verwendeten Eisens (Abb. 2) ist der Strom dem von ihm hervorgerufenen Fluß proportional. Es wird daher auch die Stromwelle der angelegten Spannung um $\pi/2$ nacheilen. Die elektrische Leistung eines Gerätes ist durch das Produkt von Spannung und Strom gegeben. Die Leistung N an der Primärspule in Abhängigkeit von der Zeit bei Nacheilung des Stromes gegenüber der Spannung um $\pi/2$ zeigt Abb. 3. Man erkennt, daß das Vorzeichen der Leistung wechselt. Die aufgenommene Arbeit wird also stets wieder an das Netz zurückgegeben. Man nennt das Produkt $U_1 I_b$ im Falle einer Phasenverschiebung von $\pi/2$ Blindleistung Q_1 . Der aufgenommene Blindstrom I_b wird Magnetisierungsstrom genannt.

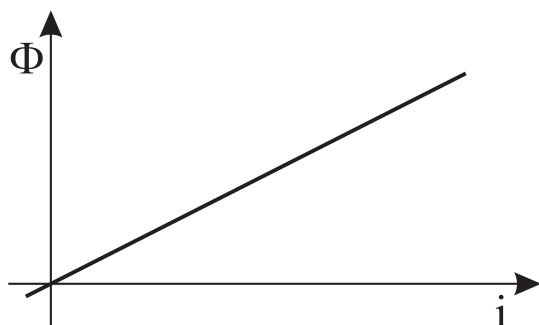


Abbildung 2: Eisen mit gerader Magnetisierungskurve. [i stellt den momentanen Strom dar, von welchem eine umwickelnde Spule durchflossen wird. Dadurch wird im Eisen ein momentaner, magnetischer Fluss Φ ausgebildet.]

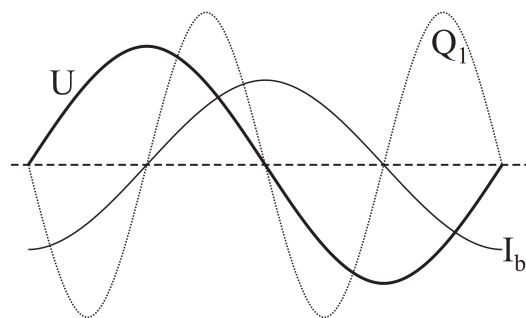


Abbildung 3: Blindleistung $Q_1 = UI_b$. [Verlauf über die Zeit der an einer Spule angelegten Spannung U und dem Magnetisierungsstrom I_b , welcher den Eisenkern in der Spule magnetisiert. Bei einem Magnetisierungsverhalten ohne Hysterese, wie z.B. in Abb. 2, pendelt eine reine Blindleistung Q_1 durch die Spule.]

Für den Fall, daß die Magnetisierungskurve $\Phi = \Phi(t)$ eine Hysterese aufweist, erhält man den Stromverlauf aus Abb. 4. Dem Netz wird in diesem Fall Leistung entzogen.

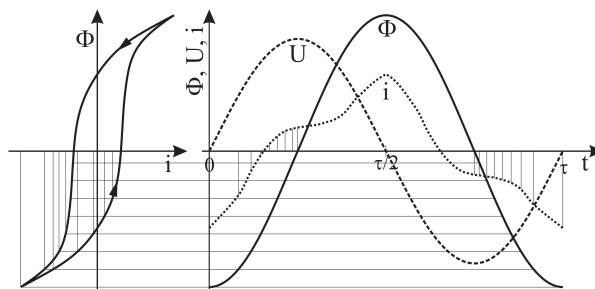


Abbildung 4: Spannung U , magnetischer Fluß Φ und Strom i bei Hysterese. [Wie Abb. 2 & 3, jedoch mit hysteresartigem Magnetisierungsverhalten.]

2.2 Belastung

Wird an die Sekundärspule ein Ohm'scher Widerstand R angeschlossen, so fließt auch durch die Sekundärspule ein Strom I_2

$$I_2 = \frac{U_2}{R} = -\frac{n_2}{n_1} \frac{1}{R} U_0 \sin \omega t \quad (8)$$

Jede stromdurchflossene Spule erzeugt ein Magnetfeld. Die stromdurchflossene Sekundärspule erzeugt einen von I_2 unabhängigen Zusatzfluß Φ_2 , der durch die Magnetisierungskurve bestimmt ist. Da der Fluß aber durch Gl. (5) wegen der eingepprägten Netzspannung festgelegt ist, muß Φ_2 kompensiert werden:

$$\Phi_2 + \Phi_1 = 0 \quad (9)$$

Diese Kompensation erfolgt durch einen in der Primärspule erzeugten Fluß Φ_1 , der durch einen Zusatzstrom I_{1z} zustande kommt. Mit

$$\Phi_2 = \mu\mu_0 \frac{A}{l} n_2 I_2 \quad (10)$$

und

$$\Phi_1 = \mu\mu_0 \frac{A}{l} n_1 I_{1z} \quad (11)$$

ergibt sich I_{1z} aus der Bedingung Gl. (9)

$$I_{1z} = -\frac{n_2}{n_1} I_2 \quad (12)$$

und wegen Gl. (8):

$$I_{1z} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \frac{1}{R} U_1 \quad (13)$$

Der primäre Zusatzstrom ist bei der angenommenen rein Ohm'schen Belastung in Phase mit der Netzspannung U_1 . Der durch rein Ohm'sche Belastung der Sekundärseite bewirkte primäre Zusatzstrom I_{1z} verursacht eine Wirkleistungsaufnahme. Das Produkt der U_1 - und I_{1z} -Wellen ist nämlich stets positiv. Selbstverständlich existieren die beiden Ströme I_b und I_{1z} nicht getrennt. Sie setzen sich zu einem Netzstrom I_1 zusammen. Dies geschieht, indem man die zu gleichen Zeiten gehörenden Momentanwerte addiert.

Eine Sinuswelle entsteht z.B. durch einen mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Zeiger, wenn man die Spitze des Zeigers in Abhängigkeit vom Winkel ωt beobachtet (Abb. 5).

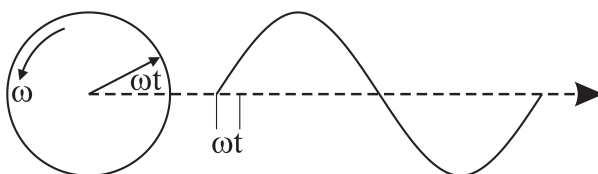


Abbildung 5: Zeigerdiagramm und Sinusschwingung. [Zeit t als Laufvariable und Winkelgeschwindigkeit ω , mit welcher sich der Zeiger dreht.]

Addiert man die Momentanwerte zweier mit gleicher Winkelgeschwindigkeit rotierender Größen, welche gegeneinander eine Phasenverschiebung haben, so setzen sich die Zeiger geometrisch zusammen (Abb. 6). Für den belasteten Transformator zeigt Abb. 7 die Lage der Zeiger. Die Phasenverschiebung φ zwischen dem Gesamtstrom I_1 (auch Scheinstrom genannt) und der Netzspannung ist nach Abb. 7 gegeben durch:

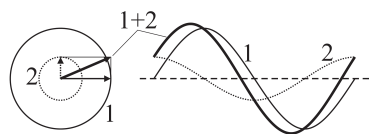


Abbildung 6: Addition zweier Sinusschwingungen. [Überlagerung zweier Wellen wie in Abb. 5 mit 90 deg Phasenverschiebung.]

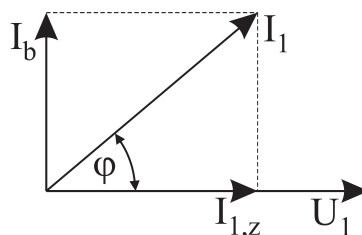


Abbildung 7: Zeigerdiagramm im belasteten Transformator. [U_1 ist die angelegte Primärspannung, I_1 der insgesamt vom Transformator benötigte Strom, bestehend aus dem zu übertragenden Zusatzstrom $I_{1,z}$ und dem Magnetisierungsstrom I_b .]

$$\tan \varphi = \frac{I_b}{I_{1,z}} \quad (14)$$

$$\cos \varphi = \frac{I_{1,z}}{I_1} \quad (15)$$

$$\sin \varphi = \frac{I_b}{I_1} \quad (16)$$

Da die Multiplikation der Zähler und Nenner mit U_1 an den Verhältnissen Gl. (14) nichts ändert, gilt auch:

$$\tan \varphi = \frac{Q_1}{P_1} \quad , \quad \cos \varphi = \frac{P_1}{S_1} \quad , \quad \sin \varphi = \frac{Q_1}{S_1} \quad (17)$$

Dabei ist $I_{1,z}U_1$ die Wirkleistung P_1 , I_bU_1 die Blindleistung Q_1 und I_1U_1 die Scheinleistung S_1 . Bei verlustlosem Transformator muß, damit der Energieerhaltungssatz gewahrt bleibt, die zugeführte Wirkleistung gleich der sekundär abgegebenen Wirkleistung sein:

$$I_{1,z}U_1 = P_1 = P_2 = U_2I_2 \quad (18)$$

2.3 Verluste im Transformator

Die Spulen des Transformators haben endliche Widerstände: R_{Sp1} und R_{Sp2} . Die an ihnen auftretende Wirkleistung

$$P_{Cu1} = R_{Sp1}I_1^2 \quad , \quad P_{Cu2} = R_{Sp2}I_2^2 \quad (19)$$

wird als Wärme frei. Ihre Summe P_{Cu} bezeichnet man als Kupferverluste des Transformators.

$$P_{Cu} = P_{Cu1} + P_{Cu2} \quad (20)$$

Außer den Kupferverlusten treten im Transformator auch sogenannte Eisenverluste auf. Sie setzen sich aus den Wirbelstromverlusten und den Hysteresisverlusten zusammen. Die Wirbelstromverluste entstehen durch die elektrische Leitfähigkeit des Eisens. Der Wechselstrom induziert auch im Eisen Spannungen, die sogenannte Wirbelströme hervorrufen, und eine Erwärmung des Eisens bewirken. Durch Unterteilung des Eisenkernes in dünne, gegenseitig isolierte Bleche, kann man das Auftreten von gut leitenden Stromkreisen im Eisen weitgehend verhindern. Die Hysteresisverluste entstehen durch die Abweichung der Eisenmagnetisierung von der Idealform in Abb. 2. Es zeigt sich nämlich, daß nach Zurückgehen des Stromes auf den Wert Null Restmagnetismus (Remanenz) vorhanden ist (Abb. 8). Wird nun in umgekehrter Richtung ein Magnetfeld aufgebracht, so muß erst Energie

aufgewendet werden, um das Restfeld abzubauen. Infolge der Transformatorverluste sinkt die Spannung U_2 an der Sekundärspule.

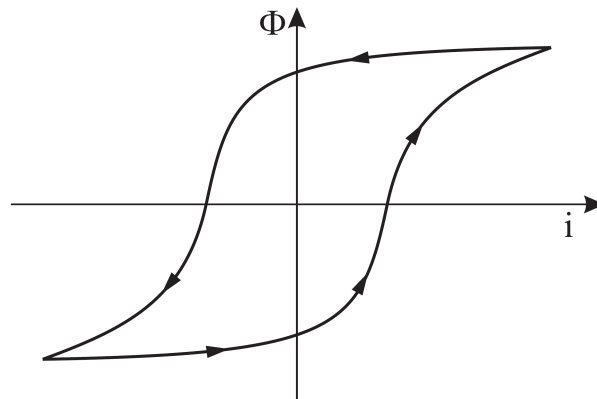


Abbildung 8: Hysteresisschleife. [Hystereseschleife wie sie bei realen Materialien wie Eisen vorkommt. i ist der Strom von welchem eine umliegende Spule durchflossen wird, Φ der magnetische Fluss innerhalb der Spule, im Material. Am Diagramm ist zu erkennen dass, wurde ein Strom angelegt und wieder abgebaut, ein Restfluss (die entsprechende magnetische Flussdichte B wird Remanenz genannt) bestehen bleibt. Um den Fluss Φ wieder vollständig auf 0 zu bringen, wird ein entgegengesetzter Strom benötigt (die entsprechende Feldstärke wird Koerzitivfeldstärke genannt).]

3 Versuchsanordnung

Ablesungen in Abhängigkeit vom Belastungswiderstand (Last) nach Abb. 9 erlauben es, folgende Größen zu berechnen:

- Abgegebene Wirkleistung: $P_2 = U_R I_2$
- Aufgenommene Scheinleistung: $S_1 = U_1 I_1$
- Phasenverschiebung an der Primärseite: $\cos P_1/S_1 = P_1/S_1$, $\varphi = \arccos P_1/S_1$
- Primärer Wirkstrom: $I_{1z} = I_1 \cos \varphi$
- Primärer Blindstrom: $I_b = I_1 \sin \varphi = I_1 \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$
- Primärer Blindleistung: $Q_1 = I_b U_1$
- Verlustleistung: $\Delta P = P_1 - P_2$ als Differenz der zugeführten und der abgegebenen elektrischen Leistung.
- Wirkungsgrad: $\eta = N_2/N_{1w} \cdot 100\%$ welcher angibt, wieviel Prozent der zugeführten Leistung als elektrische Energie sekundär zur Verfügung steht.

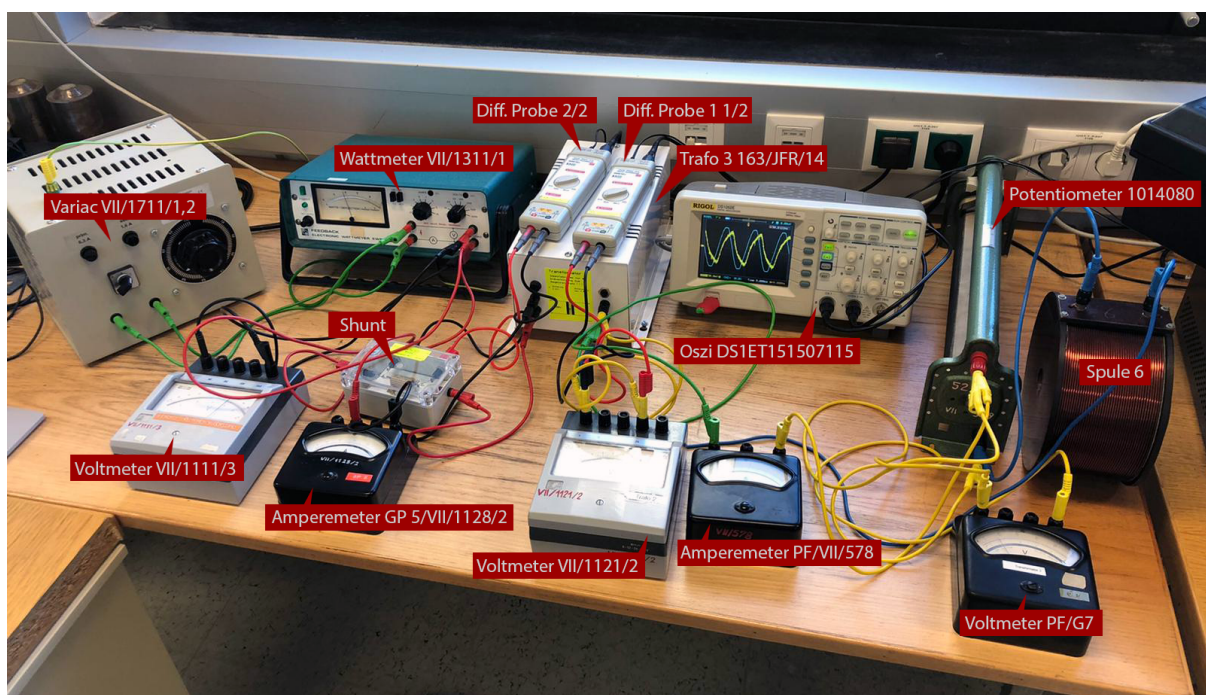


Abbildung 9: Versuchsaufbau - Schaltplan siehe Abb.10

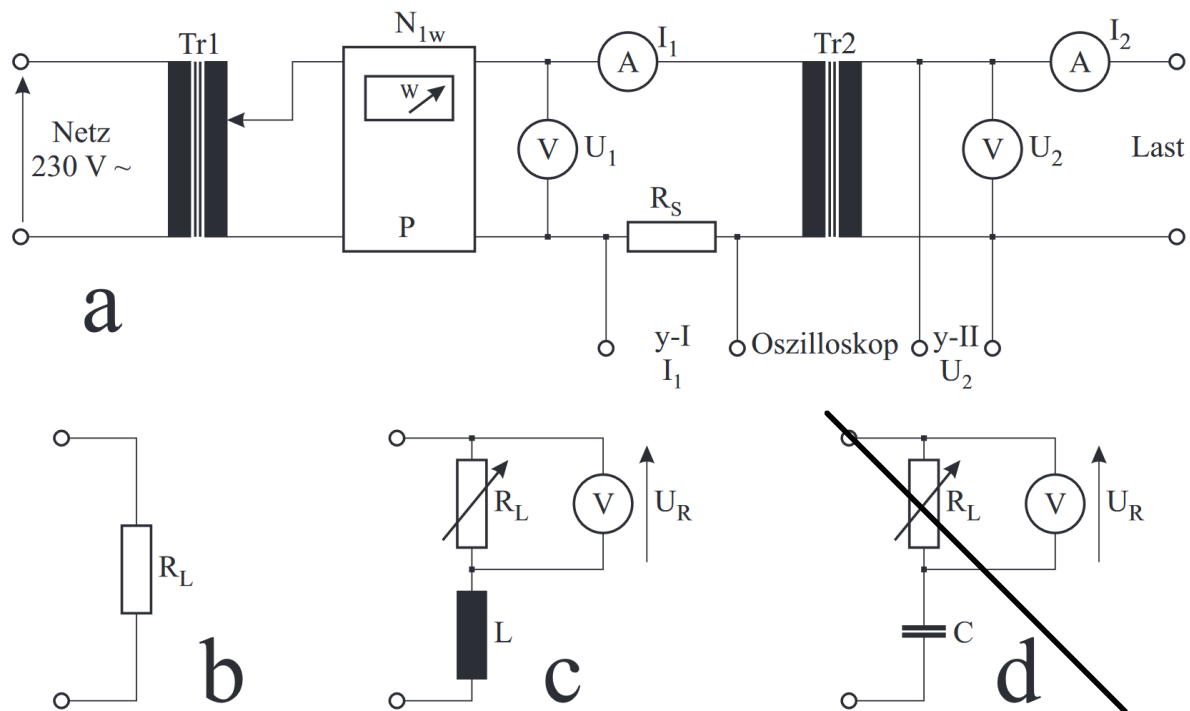


Abbildung 10: Meßanordnung zur Untersuchung des Transformators Tr2 für a) Leerlauf, b) ohm'sche Last, c) ohm'sche und induktive bzw. d) ohm'sche und kapazitive Last in Serie.

Tr1. . . Variac (RUHSTRAT-VII/1711/1,2)

Tr2. . . Transformator (163/JFR/14)

RS. . . Shunt (ca. 0.5 Ω)

RL. . . Potentiometer (1014080)

~~C. . . Kondensator~~

P. . . Wattmeter (VII/1311/1)

I1. . . Amperemeter (GP 5/VII/1128/2)

U1. . . Voltmeter (VII/111/3)

I2. . . Amperemeter (PF/VII/578)

U2. . . Voltmeter (VII/1121/2)

L. . . Spule

UR. . . Voltmeter an RL (G7)

- Kupferverluste:

- Primär: $P_{Cu1} = I_1^2 R_{Sp1}$

- Sekundär: $P_{Cu2} = I_2^2 R_{Sp2}$

- Insgesamt: $P_{Cu} = P_{Cu1} + P_{Cu2}$

- Eisenverluste: $P_{Fe} = \Delta P - P_{Cu}$

4 Geräteliste

Tabelle 2: Im Versuch verwendete Geräte und Utensilien.

Gerät	Typ	Gerätenummer	Unsicherheit	
Variac	RUHSTRAT	VII/1711/1,2		
Transformator	230V/27V	163/JFR/14		
Potentiometer	52 Ω /3 A	VII 599 52/3		
Spule		6		
Shunt	0,5 Ω			
Oszilloskop	Rigol DS1ET151507115			
Potentiometer	Lastwiderstand	1014080		
Wattmeter	Feedback EW604	VII/1311/1	5	%
Voltmeter		VII/111/3	0,5	%
		VII/1121/2	0,5	%
		G7	0,5	%
		GP 5/VII/1128/2	0,5	%
		PF/VII/578	1,5	%
Amperemeter				

5 Versuchsdurchführung & Messergebnisse

Die Experimentatoren führen deren Teile des Versuches (Angermann: Leerlauf & ohm'sche Last, Gössl: ohm'sch-induktive Last) aufgrund der zum Zeitpunkt der Durchführung geltenden Lockdown-Richtlinien zeitlich getrennt durch.

Alle komplexen Wechselstromgrößen sind in Effektivwerten angegeben.

Wenn nicht anderes angegeben werden die Messbereiche der Messgeräte zur bestmöglichen Genauigkeit eingestellt.

Tabelle 3: Die an den Messgeräten eingestellten Messbereiche zur Berechnung der absoluten Unsicherheiten.

Größe	P_1 / W	U_1 / V	I_1 / mA	U_2 / V	I_2 / mA	U_R / V
Leerlauf	40	240	120	24		
Ohm'sche Last	40	240	600	24	1000	
Ohm'sch-induktive Last	40	240	600	24	1000	30

Die Versuchsanordnung wird Abb. 10 a entsprechend aufgebaut, unter Spannung gesetzt und die Messwerte werden in Tab. 5 notiert.

Die ohm'sche Last R wird lt. Abb. 10 b in die Anordnung eingesetzt, welche wieder unter Spannung gesetzt wird und die Messwerte werden ebenfalls in Tab. 5 hinzugefügt.

Von Sebastian Gössl wird die bestehende Anordnung weiterverwendet und nur die Spule L lt. Abb. 10 c zur ohm'schen Last hinzugefügt. Der Aufbau wird unter Spannung gesetzt und das Potentiometer wird schrittweise verstellt, wobei jedes Mal der Sekundärstrom I_2 und der Spannungsabfall U_R am Widerstand R in Tab. 4 notiert wird.

Tabelle 4: Gemessener Sekundärstrom I_2 und der Spannungsabfall U_R bei unterschiedlichen Potentiometerstellungen. Die hervorgehobene Messung 12 zeigt die in Tab. 6 gefundene Potentiometerstellung mit der höchsten Wirkleistung P_2 .

$I_2 \dots$ Sekundärstrom $\Delta I_2 = 5 \text{ mA}$

$U_R \dots$ Spannungsabfall am Widerstand R $\Delta U_R = 0,15 \text{ V}$

Messung	I_2 / mA	U_R / V
1	330	17,00
2	340	16,75
3	350	16,50
4	360	16,25
5	360	16,25
6	370	16,00
7	380	15,75
8	380	15,50
9	390	15,25
10	400	15,00
11	410	14,75
12	420	14,50
13	430	14,00
14	440	13,50
15	450	13,00
16	460	12,75
17	480	12,00
18	490	11,75
19	500	11,00
20	510	10,75
21	530	10,00
22	540	9,25
23	560	8,25
24	570	7,50
25	580	7,00
26	590	6,00
27	600	5,50
28	600	4,50
29	620	4,00
30	620	3,50

Mit den Werten aus Tab. 4 wird die Potentiometerstellung, bei welcher die am Widerstand R verbrauchte Leistung P_2 (sekundäre Wirkleistung, ohm'scher Widerstand der Spule vernachlässigt) maximal wird, ermittelt. Diese Auswertung wird vor dem nächsten Schritt (Messung aller geforderten Werte) durchgeführt, aber erst im Kapitel Auswertung in Tab. 6 angeführt.

Das Maximum von P_2 befindet sich lt. Tab. 6 bei Messung 12 mit $R = (34,5 \pm 0,8) \Omega$, $P_2 = (6,09 \pm 0,14) \text{ W}$. Die Potentiometerstellung wird wieder gefunden indem es verschoben wird bis wieder gleiche Werte für $I_2 = (420 \pm 5) \text{ mA}$ und $U_R = (14,50 \pm 0,15) \text{ V}$ erreicht werden. Anschließend werden alle anderen Messwerte abgelesen und in Tab. 5 eingetragen.

Tabelle 5: Messwerte der Versuche. Die Unsicherheiten ergeben sich aus den relativen Unsicherheiten in Tab. 2 und den Messbereichen in Tab. 3.

U_1 ... Primärspannung

I_1 ... Primärstrom

P_1 ... Primärleistung

U_2 ... Sekundärspannung

I_2 ... Sekundärstrom

U_R ... Spannungsabfall am Widerstand

Versuch	U_1 / V		I_1 / mA		P_1 / W
Leerlauf	160,0	$\pm 1,2$	110,0	$\pm 1,8$	9,0 $\pm 2,0$
Ohm'sch	160,0	$\pm 1,2$	170	± 9	24,8 $\pm 2,0$
Ohm'sch-Induktiv	162,0	$\pm 1,2$	160	± 9	16,2 $\pm 2,0$
Versuch	U_2 / V		I_2 / mA		U_R / V
Leerlauf	21,20	$\pm 0,12$	0		
Ohm'sch	21,00	$\pm 0,12$	760	± 5	
Ohm'sch-Induktiv	21,40	$\pm 0,12$	420	± 5	14,50 $\pm 0,15$

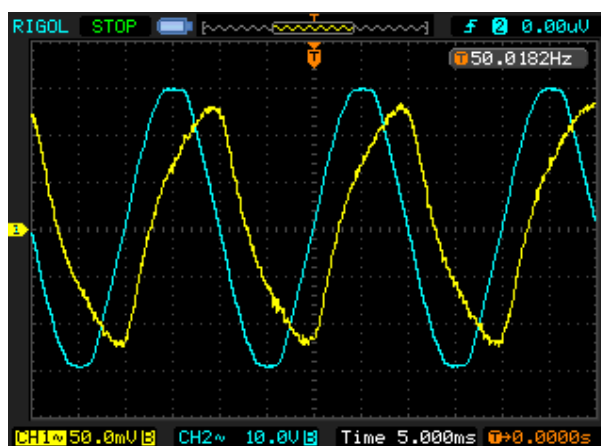


Abbildung 11: Oszilloskopaufnahme bei maximaler Leistung am Widerstand beim LR-Versuch. Kanal 1 (gelb): Spannungsabfall am Shunt \propto Primärstrom $i_1(t)$, Kanal 2 (blau): Sekundärspannung $u_2(t)$. Anschlossen wie in Abb. 10 eingezeichnet.

6 Auswertung

In der Auswertung werden zur erhöhten Genauigkeit durchgehend ungerundete Werte bis zu den Endergebnissen verwendet und nur zur Darstellung gerundet. Daher ist es erforderlich, dass dies auch bei einer erneuten Auswertung geschieht.

Zur Berechnung der Unsicherheiten wird, wenn nicht anders angegeben, die Größtunsicherheitsmethode verwendet.

6.1 Leistungsmaximum

Mit den Werten aus Tab. 4 wird der Widerstandswert R des Potentiometers R und die sekundäre Wirkleistung P_2 berechnet und sowohl in Tab. 6 als auch Abb. 12 gegeneinander

aufgeführt.

$$\begin{aligned} R &= \frac{U_R}{I_2} & \Delta R &= R \left(\frac{\Delta U_R}{U_R} + \frac{\Delta I_2}{I_2} \right) \\ P_2 &= U_R I_2 & \Delta P_2 &= P_2 \left(\frac{\Delta U_R}{U_R} + \frac{\Delta I_2}{I_2} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

Tabelle 6: Mit den Werten aus Tab. 4 berechneter Widerstandswert R des Potentiometers R und sekundäre Wirkleistung P_2 lt. Glg. 21, mit ihrem Maximum bei der hervorgehobenen Messung 12.

R ... Widerstandswert des Potentiometers R

P_2 ... sekundäre Wirkleistung

Messung	R / Ω	P_2 / W
1	$51,5 \pm 1,3$	$5,61 \pm 0,14$
2	$49,3 \pm 1,2$	$5,70 \pm 0,14$
3	$47,1 \pm 1,2$	$5,78 \pm 0,14$
4	$45,1 \pm 1,1$	$5,85 \pm 0,14$
5	$45,1 \pm 1,1$	$5,85 \pm 0,14$
6	$43,2 \pm 1,0$	$5,92 \pm 0,14$
7	$41,4 \pm 1,0$	$5,99 \pm 0,14$
8	$40,8 \pm 1,0$	$5,89 \pm 0,14$
9	$39,1 \pm 0,9$	$5,95 \pm 0,14$
10	$37,5 \pm 0,9$	$6,00 \pm 0,14$
11	$36,0 \pm 0,9$	$6,05 \pm 0,14$
12	$34,5 \pm 0,8$	$6,09 \pm 0,14$
13	$32,6 \pm 0,8$	$6,02 \pm 0,14$
14	$30,7 \pm 0,7$	$5,94 \pm 0,14$
15	$28,9 \pm 0,7$	$5,85 \pm 0,14$
16	$27,7 \pm 0,7$	$5,87 \pm 0,14$
17	$25,0 \pm 0,6$	$5,76 \pm 0,14$
18	$24,0 \pm 0,6$	$5,76 \pm 0,14$
19	$22,0 \pm 0,6$	$5,50 \pm 0,13$
20	$21,1 \pm 0,6$	$5,48 \pm 0,14$
21	$18,9 \pm 0,5$	$5,30 \pm 0,13$
22	$17,1 \pm 0,5$	$5,00 \pm 0,13$
23	$14,7 \pm 0,4$	$4,62 \pm 0,13$
24	$13,2 \pm 0,4$	$4,28 \pm 0,13$
25	$12,1 \pm 0,4$	$4,06 \pm 0,13$
26	$10,2 \pm 0,4$	$3,54 \pm 0,12$
27	$9,2 \pm 0,4$	$3,30 \pm 0,12$
28	$7,5 \pm 0,4$	$2,70 \pm 0,12$
29	$6,5 \pm 0,3$	$2,48 \pm 0,12$
30	$5,6 \pm 0,3$	$2,17 \pm 0,12$

6.2 Hauptaufgabe

Mit den gemessenen Werten in Tab. 5 werden die in Tab. 1 geforderten Werte (Formeln hier in Glg. 22 erneut mit Unsicherheitsberechnung angegeben) berechnet und in Tab.

7 aufgelistet. Bei der ohm'sch-induktiven Last muss darauf geachtet werden, dass für die Berechnung der sekundären Wirkleistung P_2 der Spannungsabfall am Widerstand R verwendet wird, da man ansonsten die sekundäre Scheinleistung S_2 erhalten würde.

$$\begin{aligned}
 S_1 &= U_1 I_1 & \Delta S_1 &= S_1 \left(\frac{\Delta U_1}{U_1} + \frac{\Delta I_1}{I_1} \right) \\
 Q_1 &= \sqrt{S_1^2 - P_1^2} & \Delta Q_1 &= \frac{1}{Q_1} (S_1 \Delta S_1 + P_1 \Delta P_1) \\
 \cos \phi &= \frac{P_1}{S_1} & \Delta \cos \phi &= \cos \phi \left(\frac{\Delta P_1}{P_1} + \frac{\Delta S_1}{S_1} \right) \\
 P_2 &= U_2 I_2 \text{ (bzw. } U_R I_2) & \Delta P_2 &= P_2 \left(\frac{\Delta U_2}{U_2} + \frac{\Delta I_2}{I_2} \right) \\
 P_V &= P_1 - P_2 & \Delta P_V &= \Delta P_1 + \Delta P_2 \\
 \eta &= \frac{P_2}{P_1} & \Delta \eta &= \eta \left(\frac{\Delta P_2}{P_2} + \frac{\Delta P_1}{P_1} \right)
 \end{aligned} \tag{22}$$

Tabelle 7: Mit den Werten aus Tab. 5 lt. Glg. 22 berechnete Werte.

Versuch	S_1 / VA	Q_1 / var	$\cos \phi$ / 1
Leerlauf	17,6 ±0,5	15,1 ±1,8	0,51 ±0,13
Ohm'sch	27,2 ±1,7	11 ±9	0,91 ±0,14
Ohm'sch-Induktiv	25,9 ±1,7	20 ±4	0,63 ±0,12
Versuch	P_2 / W	P_V / W	η / %
Leerlauf	0	9,0 ±2,0	0
Ohm'sch	15,96 ±0,20	8,8 ±2,2	0,64 ±0,06
Ohm'sch-Induktiv	6,09 ±0,11	10,1 ±2,2	0,38 ±0,06

6.3 Zusatzaufgabe

Für den, als Zusatzaufgabe geforderten, theoretischen Wirkleistungsverlauf P_2 werden die Gleichungen 21 kombiniert. Mit der Kirchhoffschen Maschenregel und dem Ohm'schen Gesetz (R und L in Serie: $U_2 = |\underline{Z}_{RL}| I_2 = \sqrt{R^2 + X_L^2} I_2$, bei Vernachlässigung der Kupferwiderstände der Spule L , wodurch deren Impedanz \underline{Z}_L sich nur mehr aus deren Reaktanz jX_L zusammensetzt, umgeformt auf I_2), kann $P_2 = U_R I_2 = R I_2^2$ in Abhängigkeit von R lt. Glg. 23 dargestellt werden.

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R + \frac{X_L^2}{R}} \quad \Delta P_2 = P_2 \left(\frac{2\Delta U_2}{U_2} + \frac{2X_L \Delta X_L}{R^2 + X_L^2} + \frac{R^2 - X_L^2}{R^2 + X_L^2} \frac{\Delta R}{R} \right) \tag{23}$$

Die hier eingeführte Reaktanz X_L der Spule L kann durch Umformung von Glg. 23 auf Glg. 24 und den bestehenden Datenpunkte in Tab. 6 gemittelt werden (U_2 konstant angenommen, da die geringe Last auf den massiv erscheinenden Transformator keine signifikante Rückwirkung haben sollte, und deshalb aus der einzigen Messung Tab. 5 genommen; resultierende Unsicherheiten werden ebenfalls gemittelt und die Standardabweichung $\sigma_{X_L} = 1,7 \Omega$ der Ergebnisse der verschiedenen Datenpunkte addiert).

$$\begin{aligned}
 X_L &= \text{Avg} \sqrt{\frac{U_2^2}{I_2^2} - R^2} & \Delta X_L &= \frac{1}{X_L} \text{Avg} \left(\frac{U_2}{I_2^2} \Delta U_2 + \frac{U_2^2}{I_2^3} \Delta I_2^2 + R \Delta R \right) + \sigma_{X_L} \\
 X_L &= (40 \pm 4) \Omega
 \end{aligned} \tag{24}$$

Dieser Wert liegt nahe an dem zu erwartenden Wert $X_L = 2\pi fL \approx 31 \Omega$ (Induktivität lt. Aufgabenstellung $L \approx 0,1 \text{ H}$, Netzfrequenz $f = 50 \text{ Hz}$); eine perfekte Übereinstimmung war jedoch nicht zu erwarten da die Impedanz nur grob gegeben ist (Ungefährzeichen, eine Stelle) und Kupferwiderstände vernachlässigt. Mit dieser Reaktanz X_L eingesetzt in Glg. 23 kann der theoretische sekundäre Wirkleistungsverlauf $P_2(R)$ mit den ermittelten Werten grafisch verglichen werden.

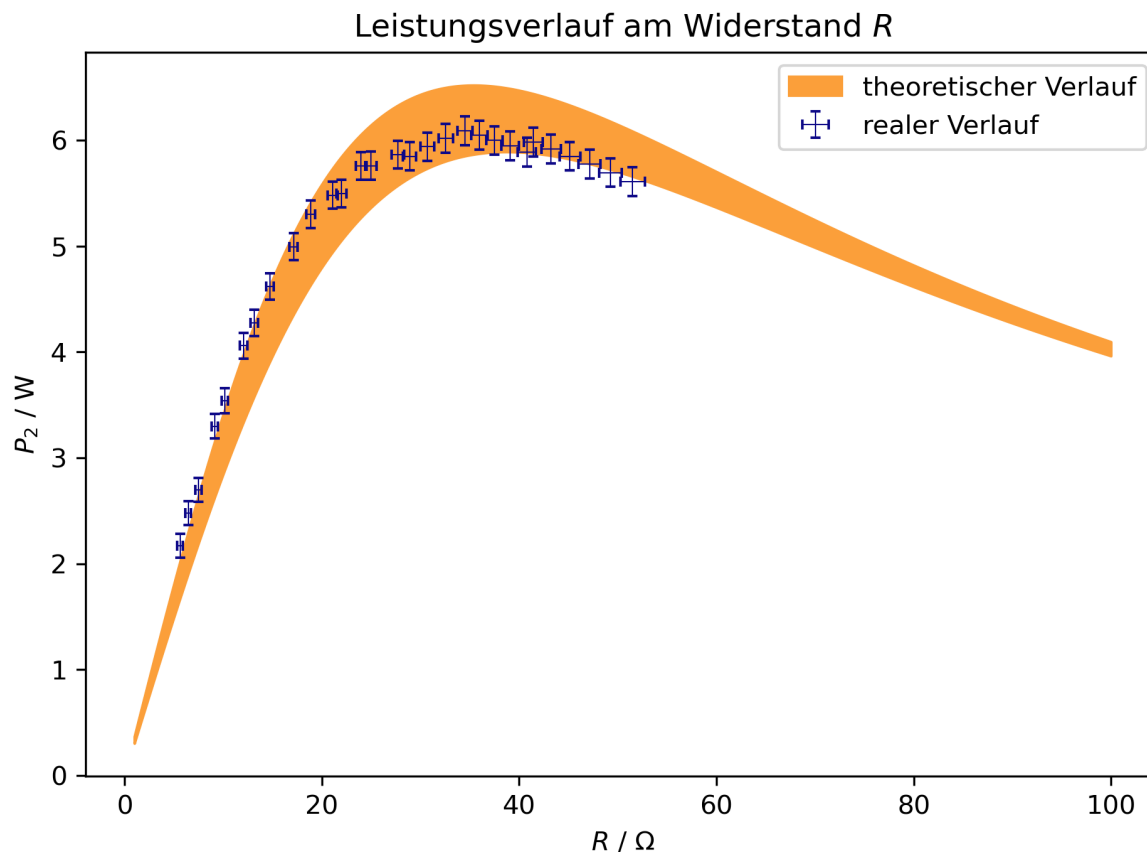


Abbildung 12: Sekundärleistungsverlauf P_2 in Abhängigkeit vom Widerstandswert R des Potentiometers R . Die realen Werte stammen aus Tab. 6 und, die theoretischen aus Glg. 23 und Glg. 24.

7 Diskussion

Die ermittelten Punkte der Wirkleistung P_2 und dem Widerstandswert R in Tab. 6 überlappen mit dem theoretisch zu erwartenden Verlauf, wie in Abb. 12 zu erkennen ist. Da dies trotz der Vernachlässigung der Kupferwiderstände der Spule L und der Wirkung der Last auf den Transformator der Falls ist, können diese Annahmen gerechtfertigt werden und weiters auf eine fehlerfreie Versuchsdurchführung und Auswertung geschlossen werden.

Bei einer erneuten Versuchsdurchführung sollte darauf geachtet werden ein genaueres Wattmeter zu verwenden, da dessen Unsicherheit eine Größenordnung über der Unsicherheit fast aller anderen Messgeräte liegt, und in vier der sechs gesuchten Ergebnisse

einfließt.

8 Zusammenfassung

Die in Tab. 1 geforderten Werte wurden berechnet.

Tabelle 8: Die in Tab. 1 geforderten Werte aus Tab. 7.

Versuch	S_1 / VA	Q_1 / var	$\cos \phi$ / 1
Leerlauf	17,6 ±0,5	15,1 ±1,8	0,51 ±0,13
Ohm'sch	27,2 ±1,7	11 ±9	0,91 ±0,14
Ohm'sch-Induktiv	25,9 ±1,7	20 ±4	0,63 ±0,12
Versuch	P_2 / W	P_V / W	η / %
Leerlauf	0	9,0 ±2,0	0
Ohm'sch	15,96 ±0,20	8,8 ±2,2	0,64 ±0,06
Ohm'sch-Induktiv	6,09 ±0,11	10,1 ±2,2	0,38 ±0,06