

Seminar Theoretische Informatik

NP-Vollständigkeit des Hamilton-Pfad-Problems und des SUBSET-SUM-Problems

Tobias Kalmes

Saarbrücken, 11. Juli 2013

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	ii
1 Einleitung	1
1.1 NP-Vollständigkeit	1
1.2 Polynomialzeitreduktion	1
1.3 Definition 3SAT	1
2 Hamilton-Pfad-Problem	3
2.1 Definition	3
2.2 Beweis	3
2.2.1 Gerichtet	3
2.2.2 Ungerichtet	7
3 SUBSET-SUM-Problem	8
3.1 Definition	8
3.2 Beweis	8

1 Einleitung

1.1 NP-Vollständigkeit

Eine Sprache B ist **NP-Vollständig** wenn gilt:

1. $B \in NP$
2. $\forall A \in NP : A \prec_p B$

Notiz:

$A \prec_p B : A$ ist polynomialzeitreduzierbar auf B

1.2 Polynomialzeitreduktion

Eine Sprache A ist polynomialzeitreduzierbar auf Sprache B , $A \prec_p B$, wenn eine in polynomialer Zeit berechenbare Funktion $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ existiert, für die gilt:

$$\forall w : w \in A \iff f(w) \in B$$

Die Funktion f heißt dann Polynomialzeitreduktion von A nach B .

1.3 Definition 3SAT

Spezialform des Erfüllbarkeitsproblems

- Symbol(literal):
 x oder \overline{x}
- Klausel(clause):
 $(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4)$
- CNF-Formel(cnf-formula - conjunctive normal form):
 $(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) \wedge (x_3 \vee \overline{x_5} \vee x_6) \wedge (x_3 \vee \overline{x_6})$
- 3CNF-Formel(3cnf-formula):
 $(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_3 \vee \overline{x_5} \vee x_6) \wedge (x_3 \vee \overline{x_6} \vee x_4) \wedge (x_4 \vee x_5 \vee x_6)$

$3SAT = \{ \langle \phi \rangle \mid \phi \text{ ist eine erfüllbare 3CNF-Formel} \}$

$\phi = 1 \iff \forall c_j: \text{mindestens ein Literal ist } true$

2 Hamilton-Pfad-Problem

2.1 Definition

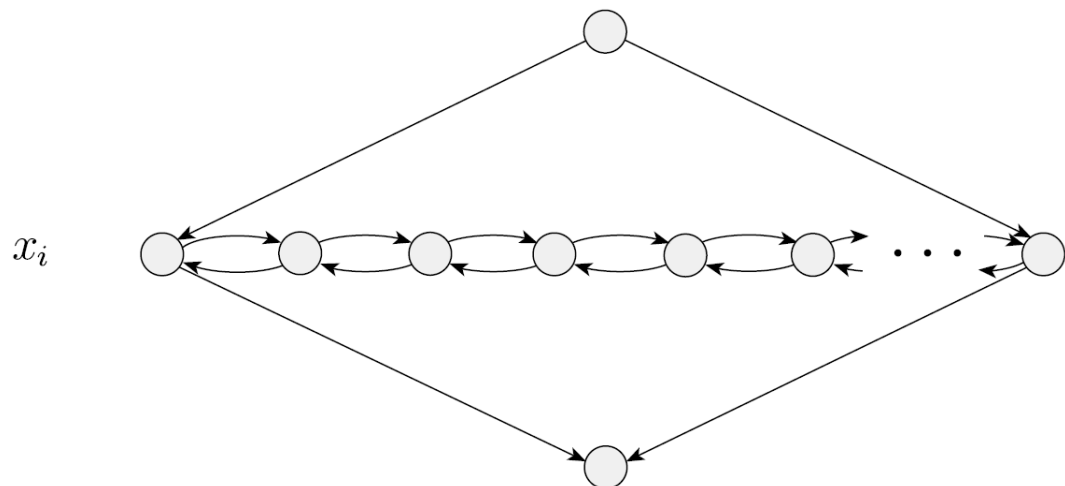
TODO: machen

2.2 Beweis

2.2.1 Gerichtet

$3\text{SAT} \preceq_p \text{HAMPATH}$

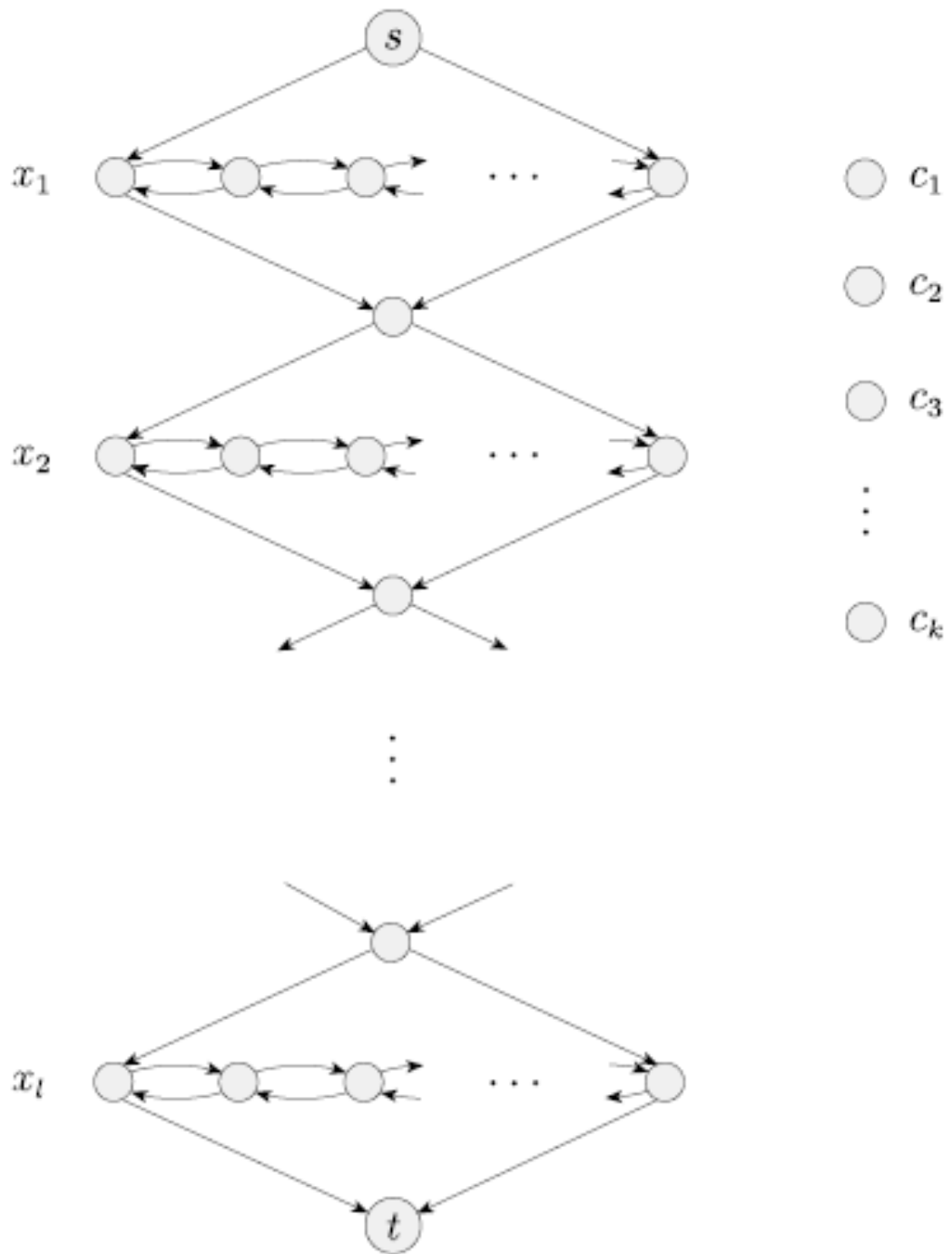
Darstellung x_i



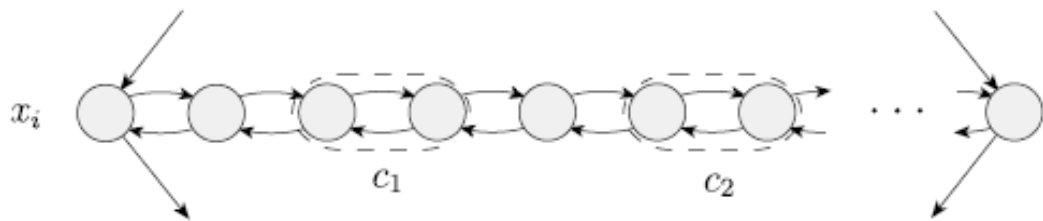
Darstellung c_j



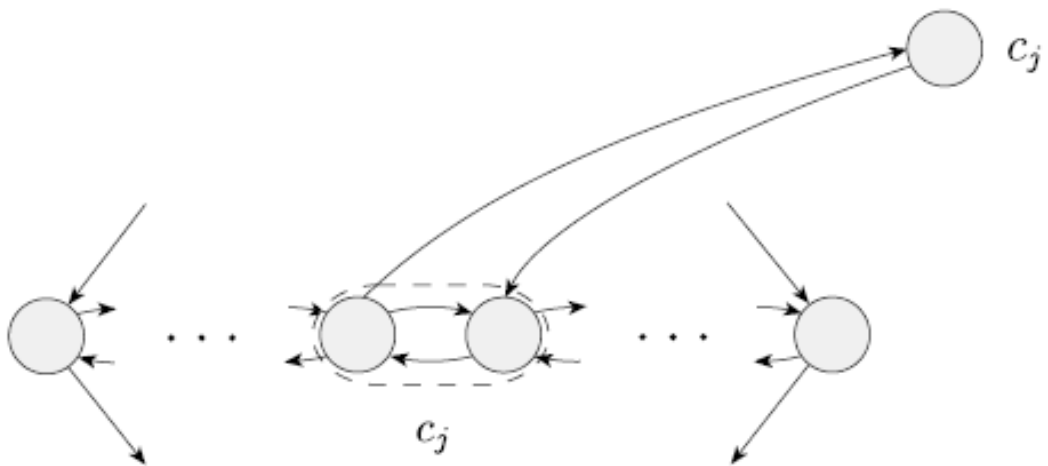
High-level structure of G



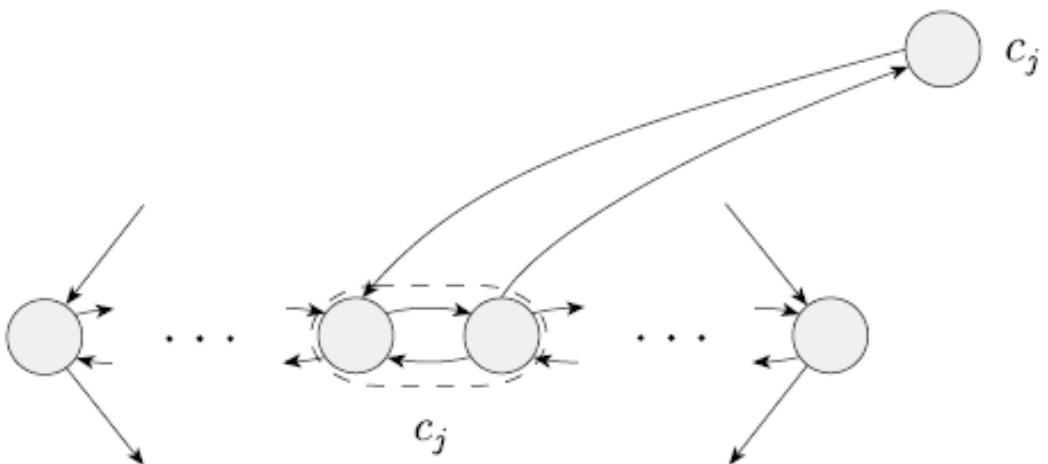
Horizontale Struktur im Diamond



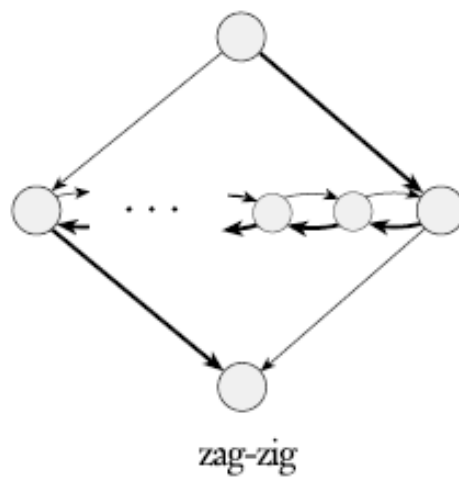
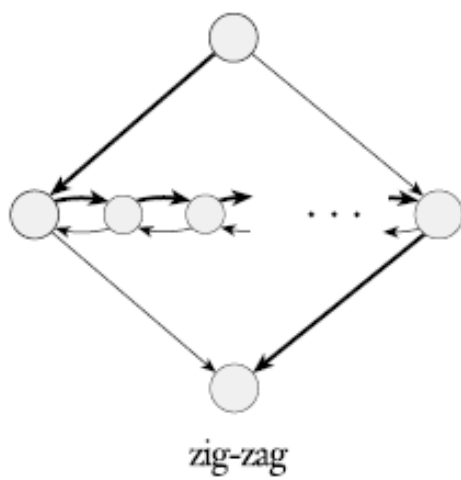
Zusätzliche Knoten wenn x_i in c_j ist



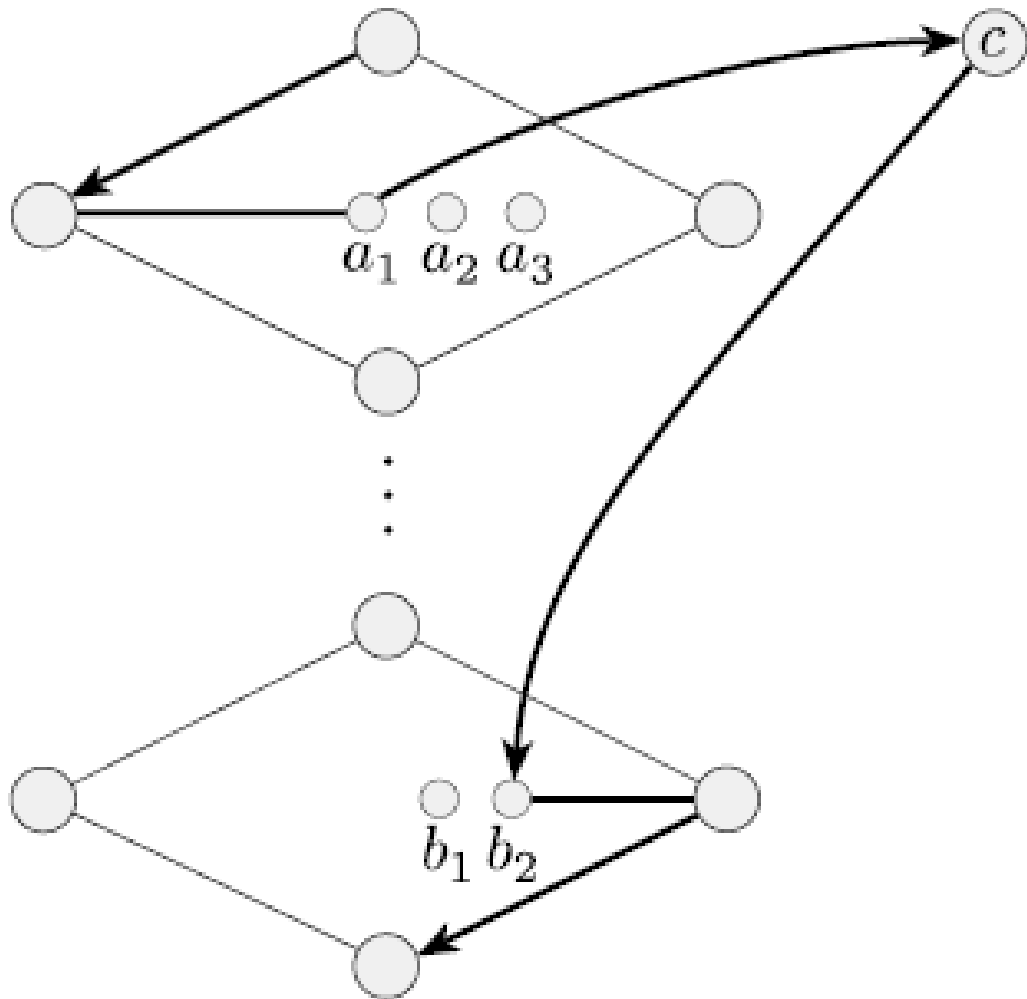
Zusätzliche Knoten wenn \bar{x}_i in c_j ist



Zig-zagging and Zag-zigging



This situation cannot occur



2.2.2 Ungerichtet

TODO: muss der auch rein?

3 SUBSET-SUM-Problem

3.1 Definition

TODO: machen

3.2 Beweis