Control de Motor DC

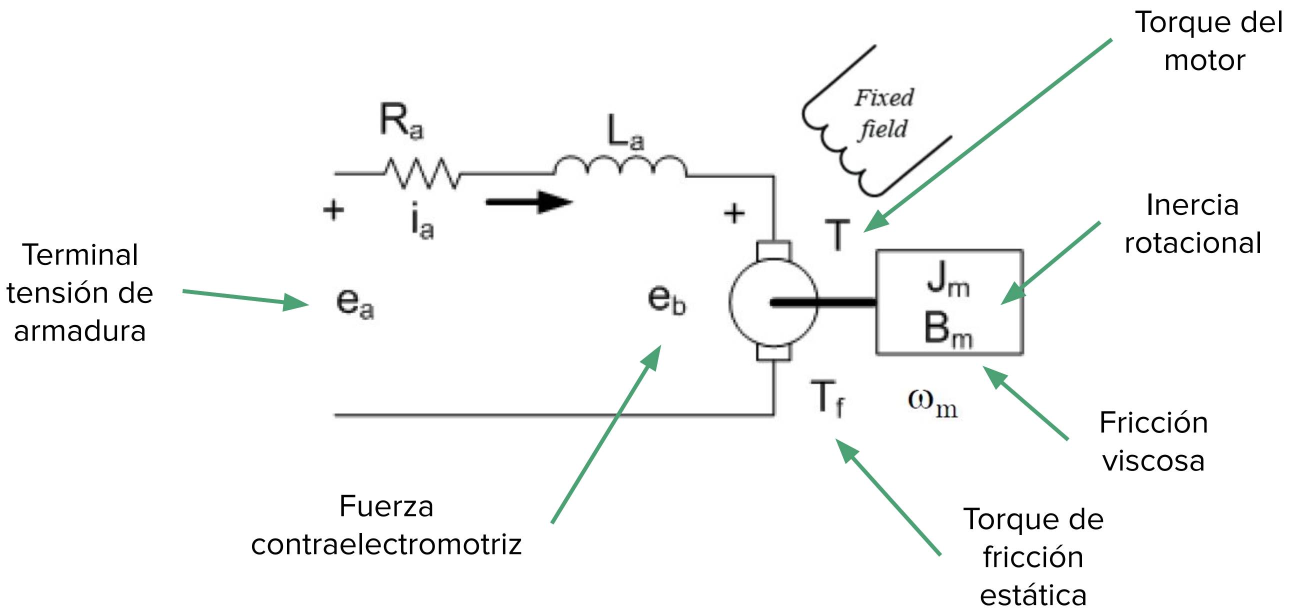
- Modelado del motor
- Función de transferencia

Control de Motor DC

En esta clase vamos a desarrollar los siguientes temas:

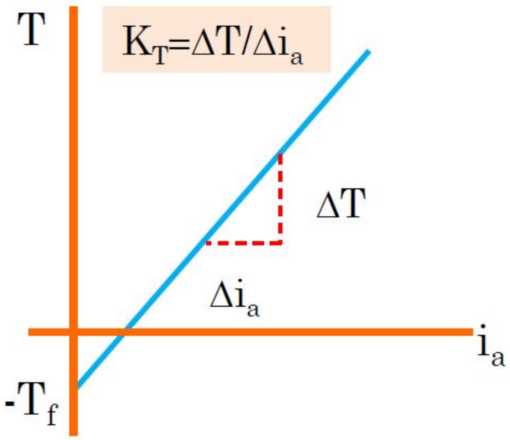
- Desarrollar el modelo de un motor DC con escobillas.
- Escribir la función de transferencia del motor con respecto a la tensión de entrada y la posición del eje.
- Representar la carga mecánica haciendo uso de un modelo matemático.
- Determinar como la realimentación negativa afecta a la performance del motor.

Motor DC - Modelo de estado estacionario

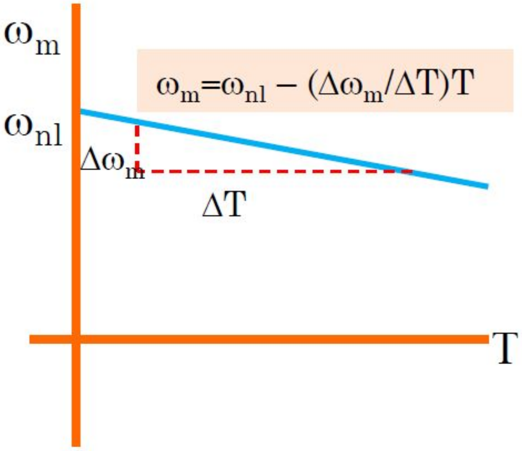


Motor DC - Modelo de estado estacionario

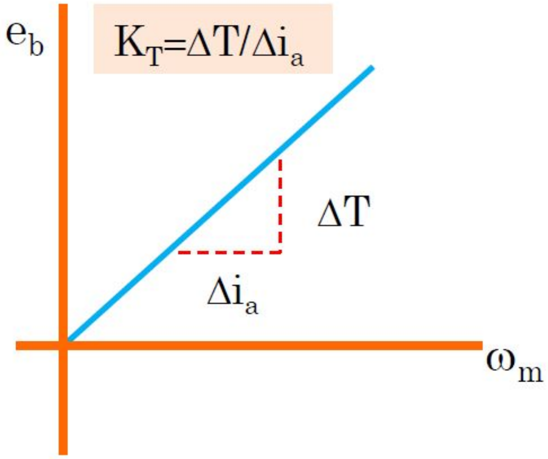
Curva Torque/Corriente



Curva Velocidad/Torque



Curva Fem/Velocidad



Motor DC - Modelo de estado estacionario

$$T = K_T * i_a - T_f [N.m]$$

Torque del motor

Circuito de armadura

$$e_a = i_a * R_a + e_b [V]$$

$$e_b = K_e * \omega_m [V]$$

Fuerza contraelectromotriz

Potencia en el eje

$$P = \omega_m * T [W]$$

Motor DC - Modelo de estado estacionario

$$\omega_m = \frac{K_T * e_a - (T + T_f) * R_a}{K_T * K_e}$$

$$\omega_{sinCarga} = \frac{K_T * e_a - T_f * R_a}{K_T * K_e}$$

En el caso de no tener torque de carga

$$\omega_m = \frac{e_a - i_a * R_a}{K_e}$$

Motor DC - Modelo de estado estacionario

Un motor posee las siguientes características:

$$T_f = 0.012[N.m], R_a = 1.2[\Omega] \quad K_T = 0.06[N.m/A], K_e = 0.06[V/rad/seg]$$

Tiene una corriente máxima de 2A con una velocidad máxima de 500 rad/s.

Encontrar:

- El torque máximo. (0.108 N.m)
- La potencia mecánica máxima. (54 W)
- La tensión de armadura máxima. (32.4 V)
- La velocidad sin carga a la tensión de armadura máxima. (536 rad/s)

Motor DC - Función de transferencia

Ahora vamos a armar las ecuaciones diferenciales tanto de la parte eléctrica como de mecánica.

$$e_a(t) = i_a(t) * R_a + L * \frac{\delta i_a(t)}{\delta t} + e_b(t)$$

$$T(t) = J_m * \frac{\delta \omega_m(t)}{\delta t} + B_m * \omega_m(t)$$

Para acoplar ambas ecuaciones utilizamos las siguientes relaciones electromecánicas

$$e_b(t) = K_e * \omega_m(t) \qquad T(t) = K_T * i_a(t)$$

Motor DC - Función de transferencia

Ahora vamos a armar las ecuaciones diferenciales tanto de la parte eléctrica como de mecánica.

$$e_a(t) = i_a(t) * R_a + L * \frac{\delta i_a(t)}{\delta t} + e_b(t)$$

$$T(t) = J_m * \frac{\delta \omega_m(t)}{\delta t} + B_m * \omega_m(t)$$

¿Cómo armamos la función de transferencia en base a éstas ecuaciones?

$$\frac{\Omega_m(s)}{E_a(s)} = ?$$

Para acoplar ambas ecuaciones utilizamos las siguientes relaciones electromecánicas

$$e_b(t) = K_e * \omega_m(t) \qquad T(t) = K_T * i_a(t)$$

Motor DC - Función de transferencia

Usando transformada de Laplace vamos a ir obteniendo las funciones de transferencia que integran el modelo del motor

$$e_a(t) = i_a(t) * R_a + L * \frac{\delta i_a(t)}{\delta t} + e_b(t)$$

$$E_a(s) = L * s * I_a + R_a * I_a(s) + E_b(s)$$

$$E_a(s) = (L * s + R_a) * I_a(s) + E_b(s)$$

$$E_a(s) - E_b(s) = (L * s + R_a) * I_a(s)$$

$$I_a(s) = [\frac{1}{L * s + R_a}][E_a(s) - E_b(s)]$$

Motor DC - Función de transferencia

Usando transformada de Laplace vamos a ir obteniendo las funciones de transferencia que integran el modelo del motor

$$T(t) = J_m * \frac{\delta \omega_m(t)}{\delta t} + B_m * \omega_m(t)$$

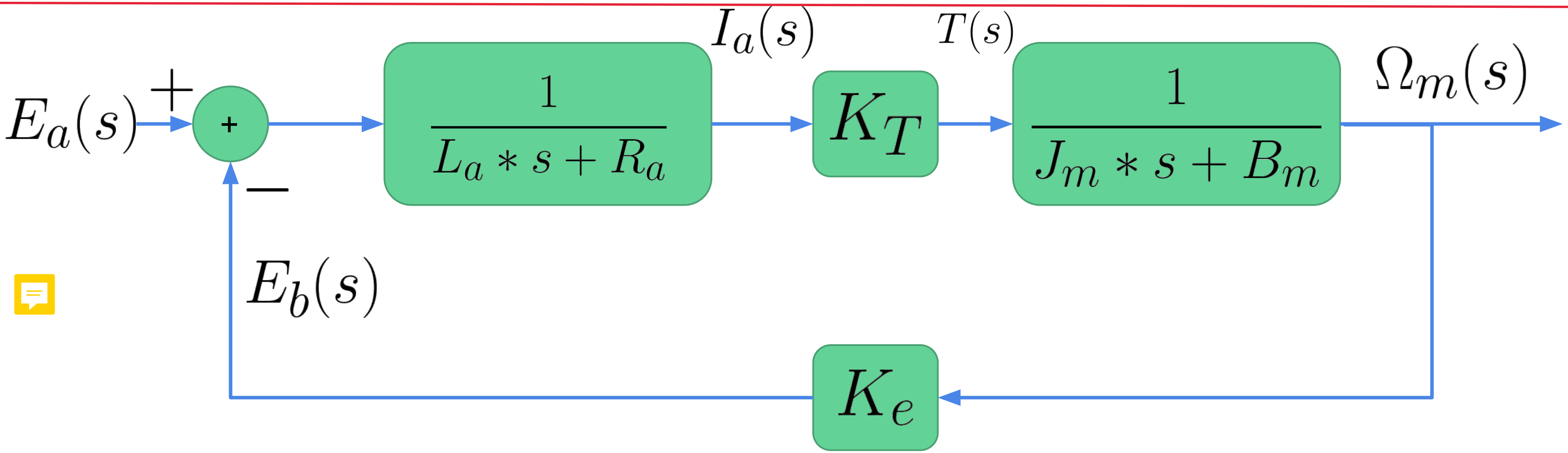
$$T(s) = J_m * s * \Omega_m(s) + B_m * \Omega_m(s)$$

$$T(s) = [J_m * s + B_m] * \Omega_m(s)$$

$$\Omega_m(s) = [\frac{1}{J_m * s + B_m}] * T(s)$$

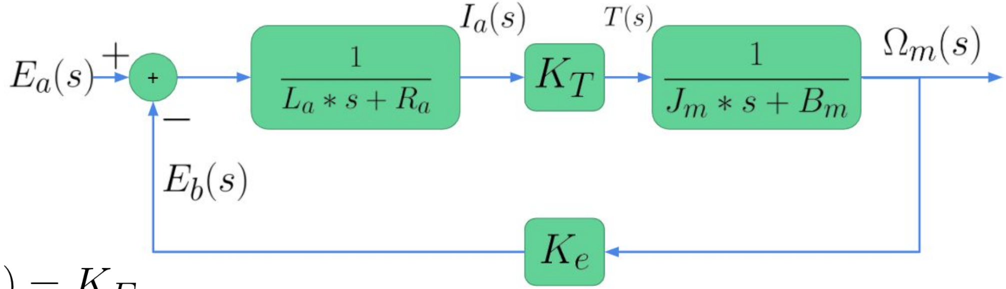
Motor DC - Función de transferencia

$$I_a(s) = [\frac{1}{L*s+R_a}][E_a(s) - E_b(s)] \qquad T(s) = K_T * I_a(s) \qquad \Omega_m(s) = [\frac{1}{J_m*s+B_m}] * T(s)$$



$$E_b(s) = K_e * \Omega_m(s)$$

Motor DC - Función de transferencia



$$\frac{\Omega_m(s)}{E_a(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) * H(s)}$$

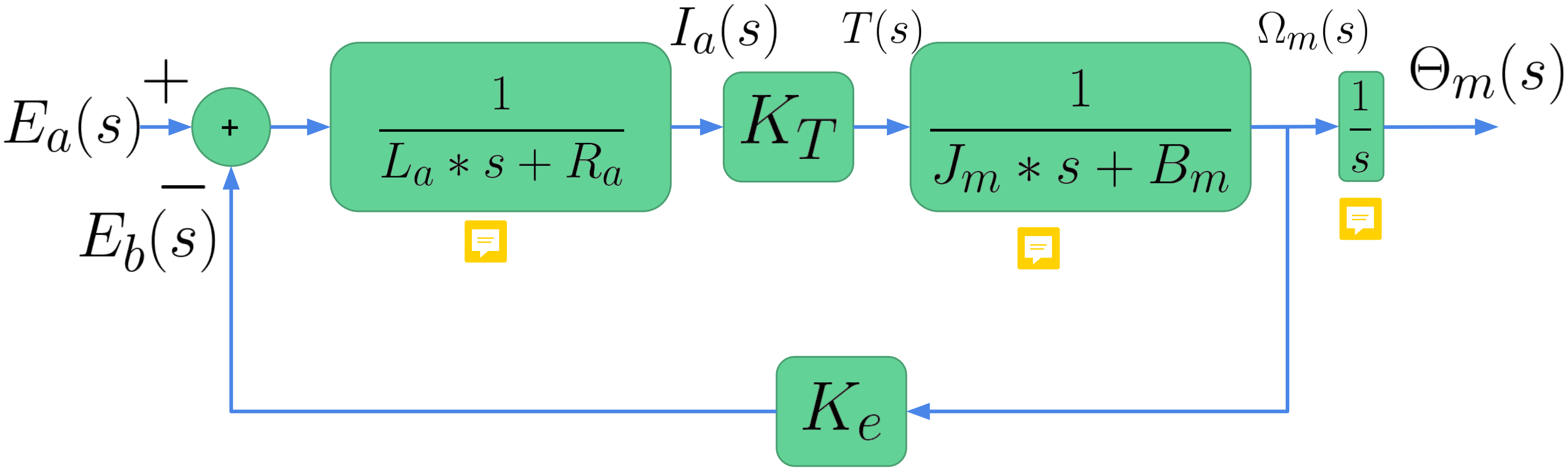
$$G(s) = K_T * [\frac{1}{L_a * s + R_a}] * [\frac{1}{J_m * s + B_m}] \qquad H(s) = K_E$$

$$\frac{\Omega_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_T * [\frac{1}{L_a*s+R_a}] * [\frac{1}{J_m*s+B_m}]}{1 + K_T * [\frac{1}{L_a*s+R_a}] * [\frac{1}{J_m*s+B_m}] * K_E}$$

$$\frac{\Omega_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_T}{(L_a * s + R_a)(J_m * s + B_m) + K_T * K_E}$$

$$\boxed{\frac{\Omega_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_T}{L_a * J_m * s^2 + (R_a * J_m + B_m * L_a) * s] + (K_T * K_E + R_a * B_m)}}$$

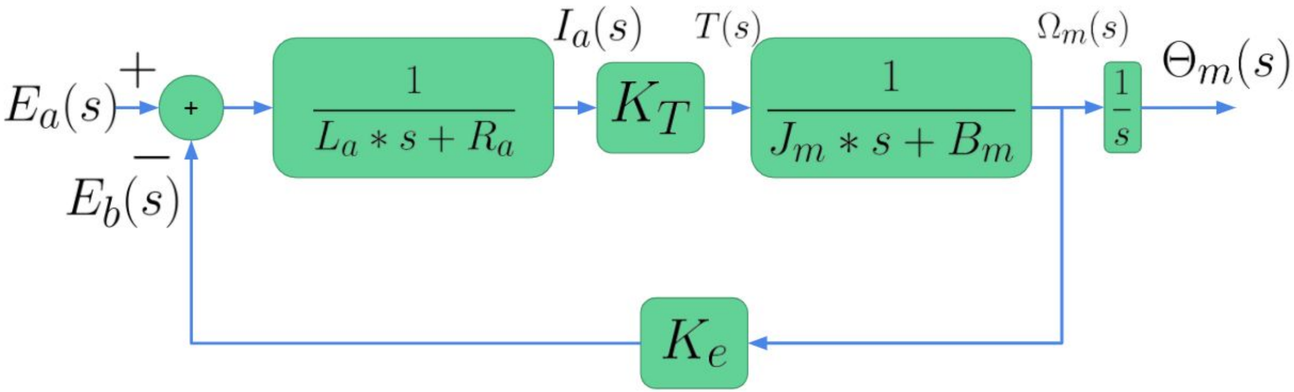
Motor DC - Función de transferencia Posición



$$\frac{\Theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_T}{L_a * J_m * s^3 + (R_a * J_m + B_m * L_a) * s^2 + (K_T * K_E + R_a * B_m) * s}$$

$$\frac{J_m}{B_m} = \tau_m \qquad \frac{L_a}{R_a} = \tau_e$$

Motor DC - Constantes de tiempo



$$\frac{L_a}{R_a} = \tau_e$$ → Constante de tiempo eléctrica

$$\frac{J_m}{B_m} = \tau_m$$ → Constante de tiempo mecánica

Como la constante de tiempo eléctrica es mucho más pequeña que la constante de tiempo mecánica en algunas ocasiones suele ser despreciada.

Motor DC - Con caja de engranajes

Consideremos un motor conectado una carga a través de un reductor de velocidad $N_1/N_2; N_1 < N_2$

La carga posee una inercia J_L y un rozamiento viscoso B_L.

La velocidad a la salida viene dada por:

$$\omega_L = [\frac{N_1}{N_2}] * \omega_m$$

El torque en la salida es igual a:

$$T_L = [\frac{N_2}{N_1}] * T_m$$

Se reduce la velocidad pero aumenta el torque

¿Qué sucede con respecto al B y J?

Motor DC - Con caja de engranajes

Consideremos un motor conectado una carga a través de un reductor de velocidad $N_1/N_2; N_1 < N_2$

La carga posee una inercia J_L y un rozamiento viscoso B_L.

Con acoplamiento directo

Fricción viscosa

Total Motor Carga

$$B_T = B_m + B_L$$

Inercia rotacional

Total Motor Carga

$$J_T = J_m + J_L$$

Con caja de engranajes

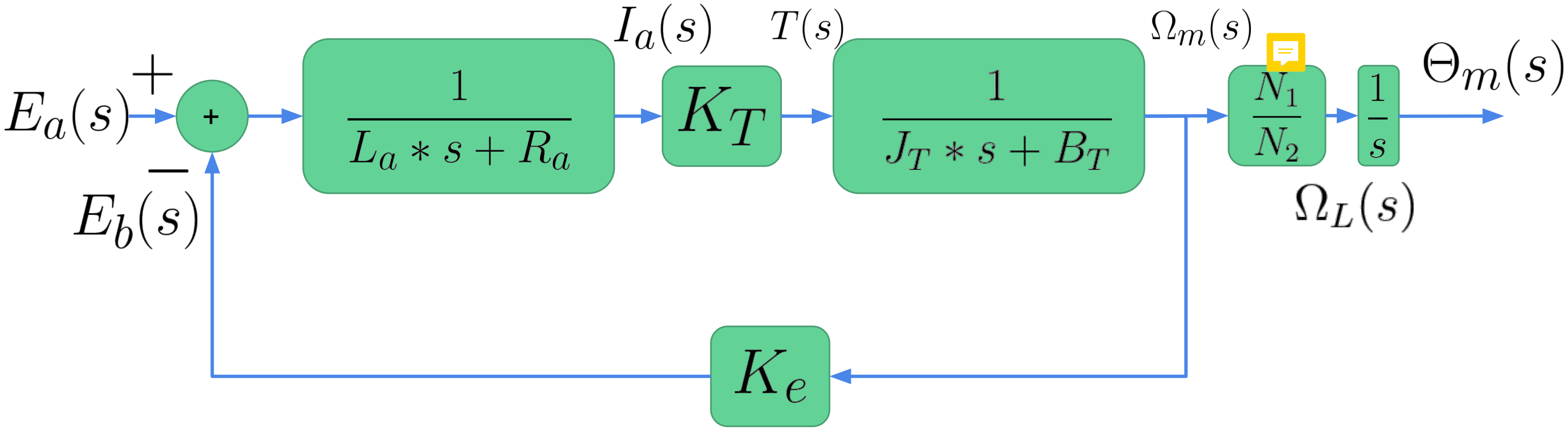
Total Motor Carga

$$B_T = B_m + [\frac{N_1}{N_2}]^2 * B_L$$

Total Motor Carga

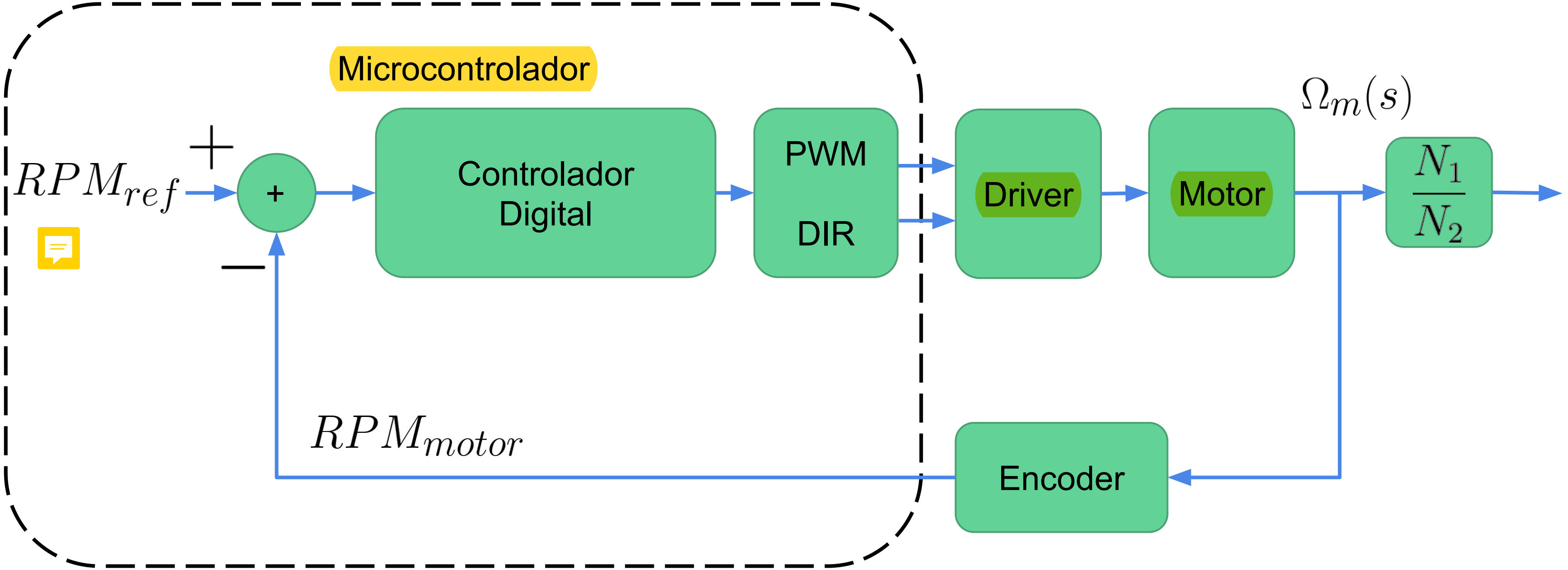
$$J_T = J_m + [\frac{N_1}{N_2}]^2 * J_L$$

Motor DC - Con caja de engranajes



$$\frac{\Theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_T * \frac{N_1}{N_2}}{L_a * J_T * s^3 + (R_a * J_T + B_T * L_a) * s^2 + (K_T * K_E + R_a * B_T) * s}$$

Motor DC - Diagrama en bloques TP3



Ver script de Matlab

Encoder

Dependiendo del modelo de motor que reciban van a encontrar encoders de 48 CPR o 64 CPR. Estos encoders son de efecto Hall y poseen dos salidas A y B que poseen una forma de onda cuadrada:

En el caso de detectar ambos flancos de las salidas A y B se logra obtener CPR especificados.

Para detectar el sentido de giro es necesario analizar **qué señal es recibida primero**.

Encoder

El conector del motor posee 4 pines para el encoder y dos para la alimentación propia del motor.

Color	Function
Red	motor power (connects to one motor terminal)
Black	motor power (connects to the other motor terminal)
Green	encoder GND
Blue	encoder Vcc (3.5 V to 20 V)
Yellow	encoder A output
White	encoder B output

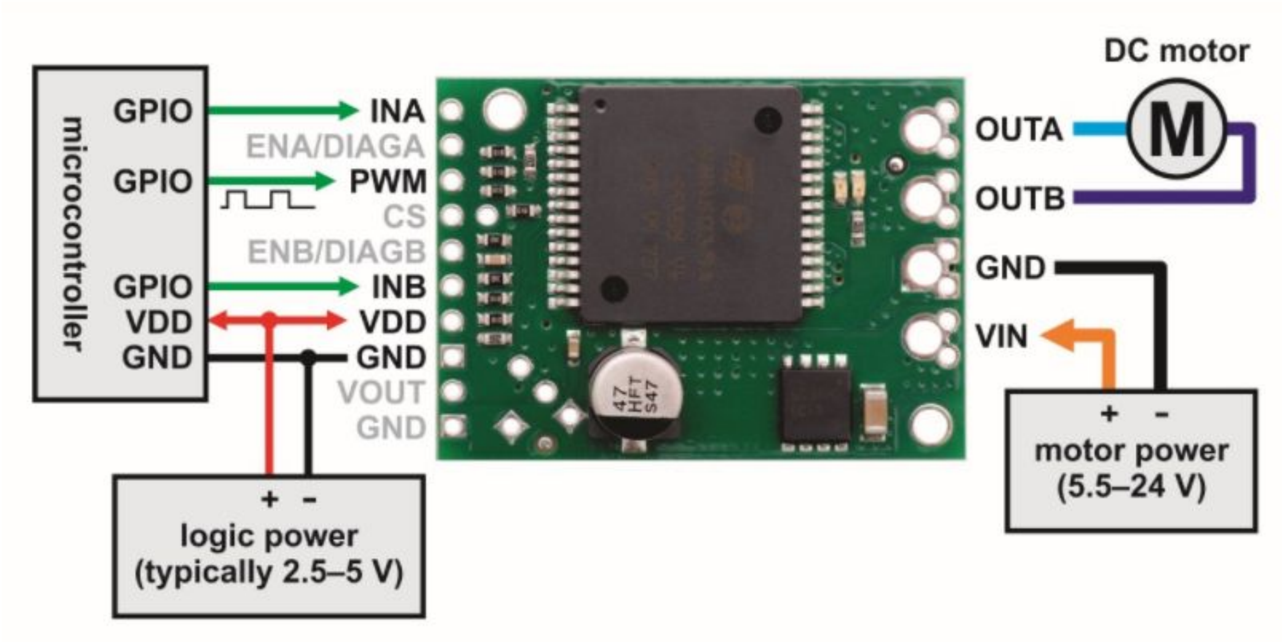
Tener en cuenta que la alimentación del **sólo puede ser alimentado con 5V** desde la placa de desarrollo.

Por lo cual las salidas A y B tendrán dicho **nivel de tensión que deben reducir para evitar dañar la placa de desarrollo.**

Driver - VNH5019

- Alimentación al motor: 5.5 - 24 V
- Corriente de salida: 12 A (30 A máx)
- Pines de entrada compatible 3V
- Opera con una frecuencia de PWM de hasta 20 KHz para reducir ruidos.
- Posee un sensor de corriente que provee un una tensión proporcional a la corriente (140 mV/A).
- Posee protección contra tensiones negativas, sobretensiones, apagado por sobretemperatura y protección contra cortocircuitos a tierra o vcc.

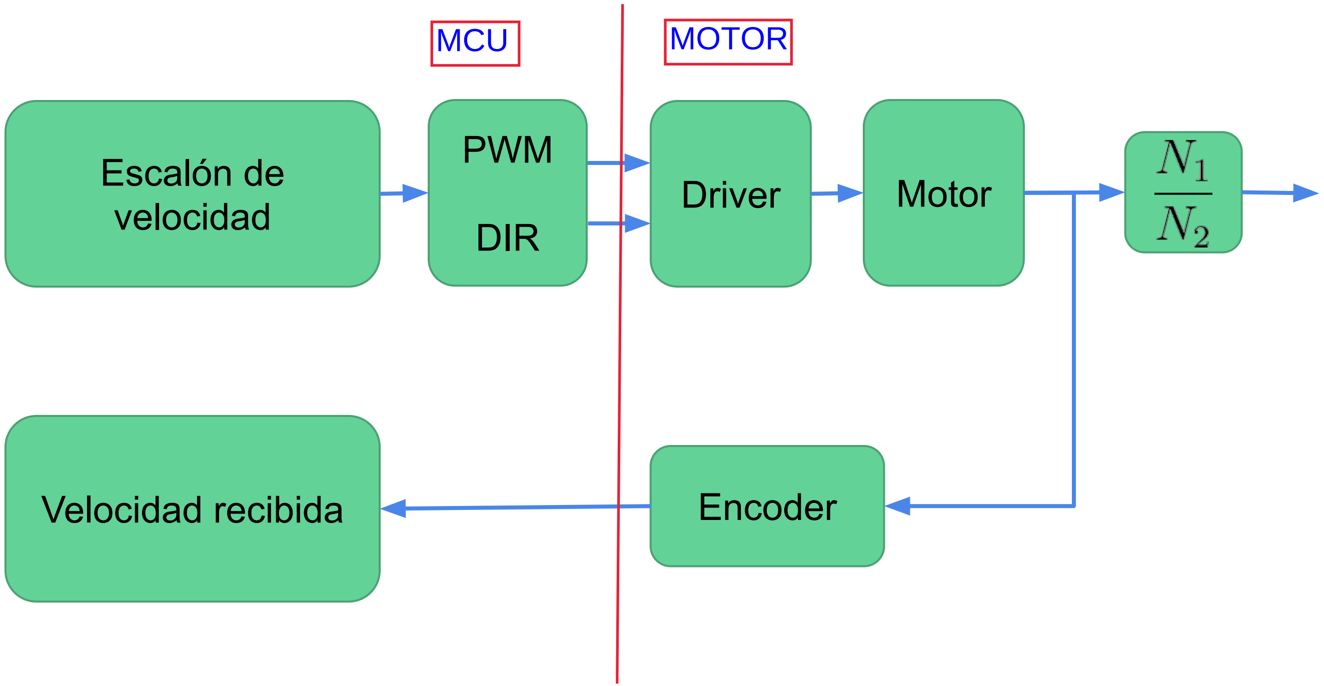
Driver - VNH5019



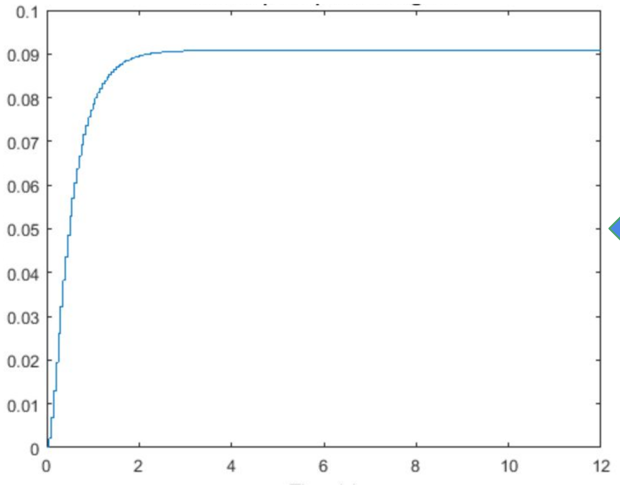
Link al driver

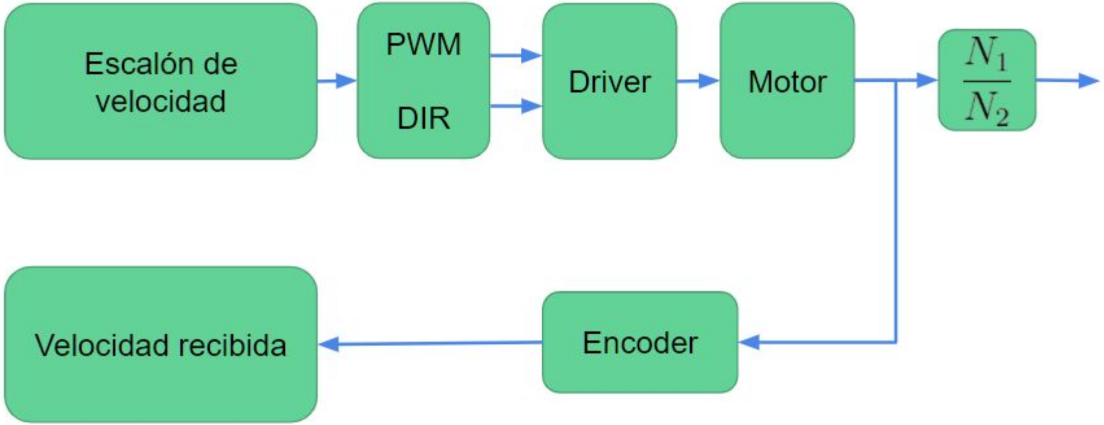
Link al datasheet

Motor DC - Respuesta al escalón

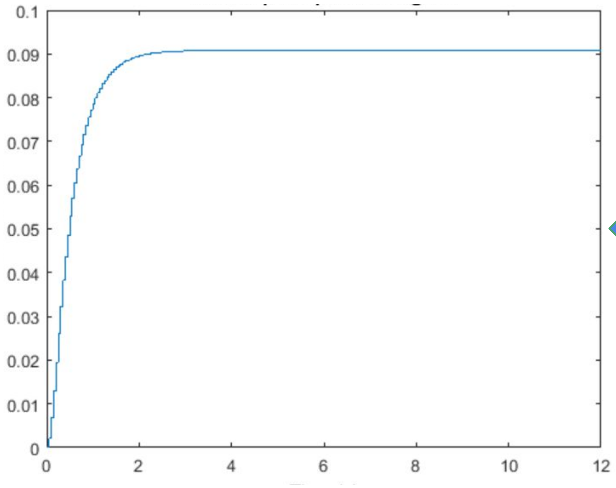


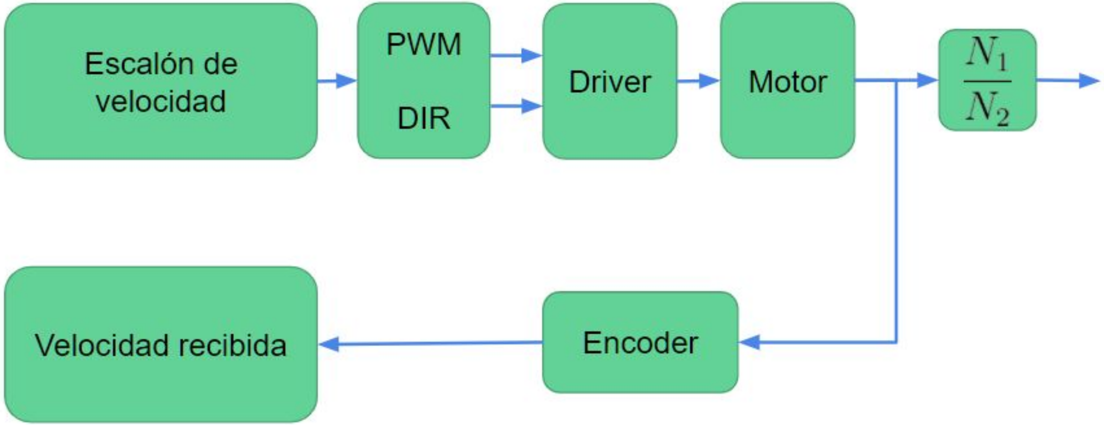
Motor DC - Respuesta al escalón





Motor DC - Respuesta al escalón





Analizar la curva obtenida y actualizar el modelo del motor