

Trabajo práctico final

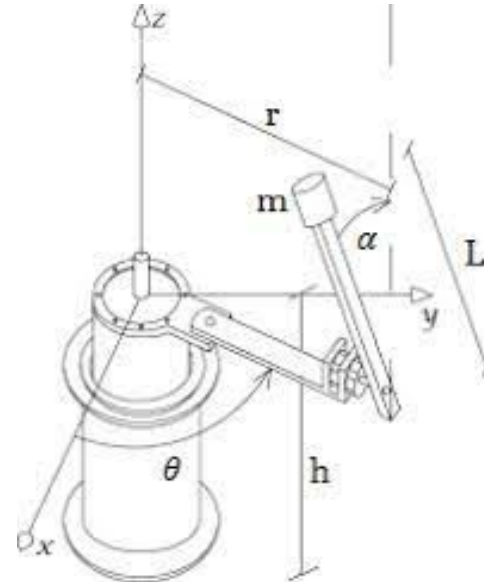
Péndulo invertido de Furuta

Tobias Scala - 55391

Guido Panaggio - 56214

Introducción

En el presente trabajo se desarrollarán sistemas de control cuyo propósito consiste en mantener el sistema Péndulo de Furuta (naturalmente inestable) en una posición de equilibrio en la que el péndulo se encuentra en posición vertical.



Sistema Péndulo de Furuta

Del paper "On the Dynamics of the Furuta Pendulum" (Benjamin Seth Cazzolato and Zebb Prime)

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{\left(\begin{bmatrix} -\hat{J}_2 b_1 \\ m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) b_2 \\ -\hat{J}_2^2 \sin(2\theta_2) \\ -(1/2) \hat{J}_2 m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \sin(2\theta_2) \\ \hat{J}_2 m_2 L_1 l_2 \sin(\theta_2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{J}_2 \\ -m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \\ (1/2) m_2^2 l_2^2 L_1 \sin(2\theta_2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ g \end{bmatrix} \right)}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 + \hat{J}_2^2 \sin^2(\theta_2) - m_2^2 L_1^2 l_2^2 \cos^2(\theta_2))}$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{\left(\begin{bmatrix} m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) b_1 \\ -b_2 (\hat{J}_0 + \hat{J}_2 \sin^2(\theta_2)) \\ m_2 L_1 l_2 \hat{J}_2 \cos(\theta_2) \sin(2\theta_2) \\ -(1/2) \sin(2\theta_2) [\hat{J}_0 \hat{J}_2 + \hat{J}_2^2 \sin^2(\theta_2)] \\ -(1/2) m_2^2 L_1^2 l_2^2 \sin(2\theta_2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m_2 L_1 l_2 \cos(\theta_2) \\ \hat{J}_0 + \hat{J}_2 \sin^2(\theta_2) \\ -m_2 l_2 \sin(\theta_2) (\hat{J}_0 + \hat{J}_2 \sin^2(\theta_2)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ g \end{bmatrix} \right)}{(\hat{J}_0 \hat{J}_2 + \hat{J}_2^2 \sin^2(\theta_2) - m_2^2 L_1^2 l_2^2 \cos^2(\theta_2))}$$

Sistema Péndulo de Furuta

Con los ensayos propuestos, se obtienen las incógnitas físicas: J_{z1} , L_1 , J_{z2} , l_2 , m_2 . Luego se linealiza el sistema en el punto de equilibrio: $\Theta_1=\alpha=0$, $d\Theta_1=d\alpha=0$, $\Theta_2=\beta=\pi$, $d\Theta_2=d\beta=0$. Y se obtiene la representación del sistema en espacio de estados y su función transferencia.

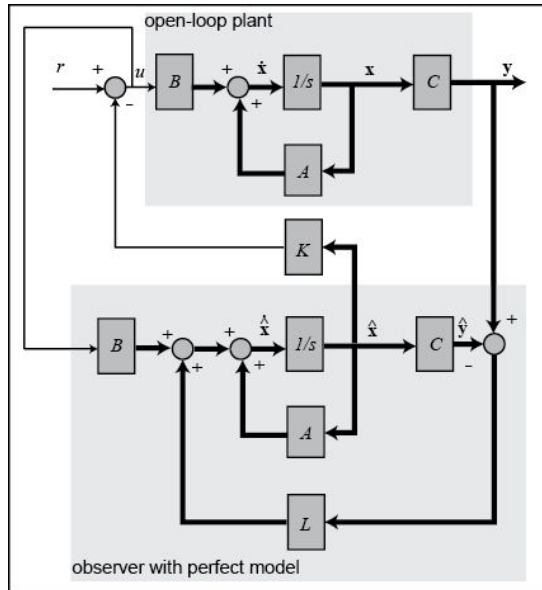
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 82.73 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 132.15 & 0 \end{pmatrix} \quad eig(A) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 11.4957 \\ -11.4957 \end{pmatrix}$$

$$P(s) = \frac{25.423}{(s - 11.5) \cdot (s + 11.5)}$$

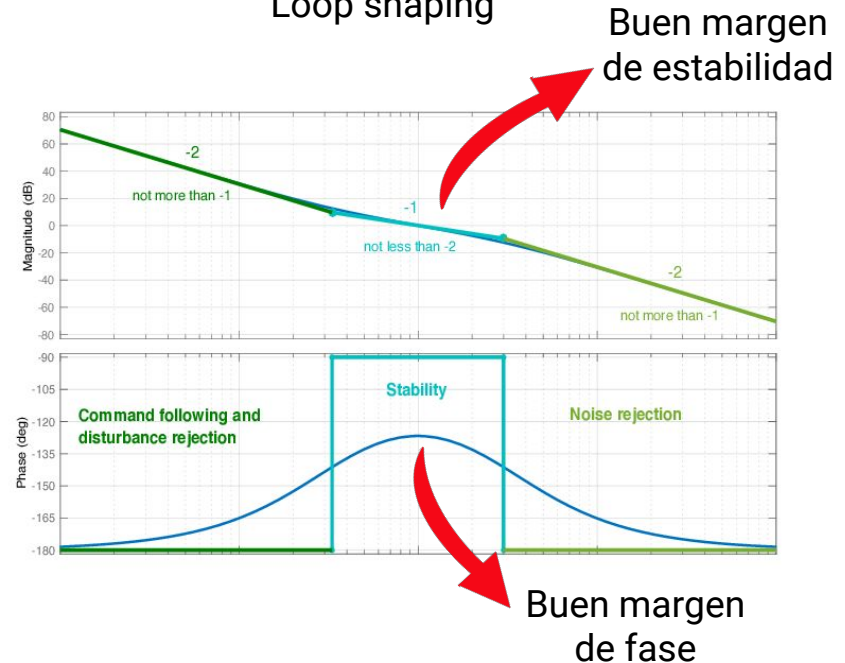
rank(Cm)=4 -> Sistema completamente controlable.
rank(Om)=2 -> Sistema no completamente observable.

Metodologías para el sistema de control

Feedback control

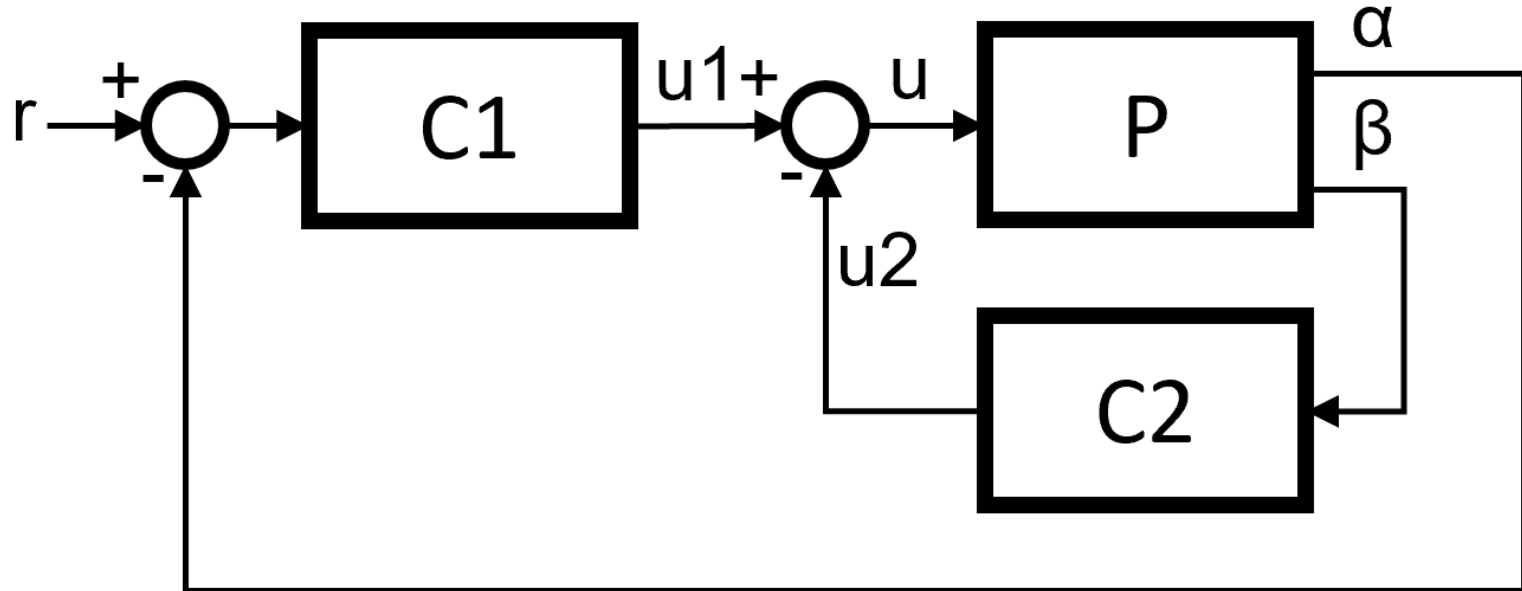


Loop shaping



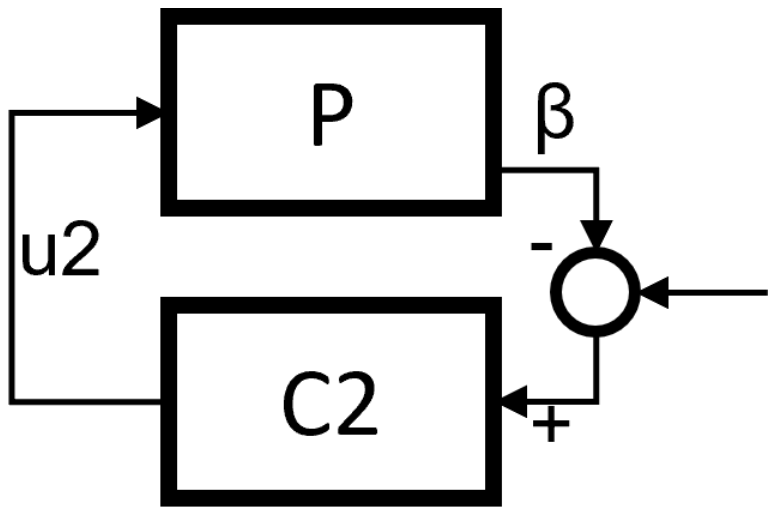
Control por Loop Shaping

Control por Loop Shaping con 2 realimentaciones.



Control por Loop Shaping: Lazo Secundario

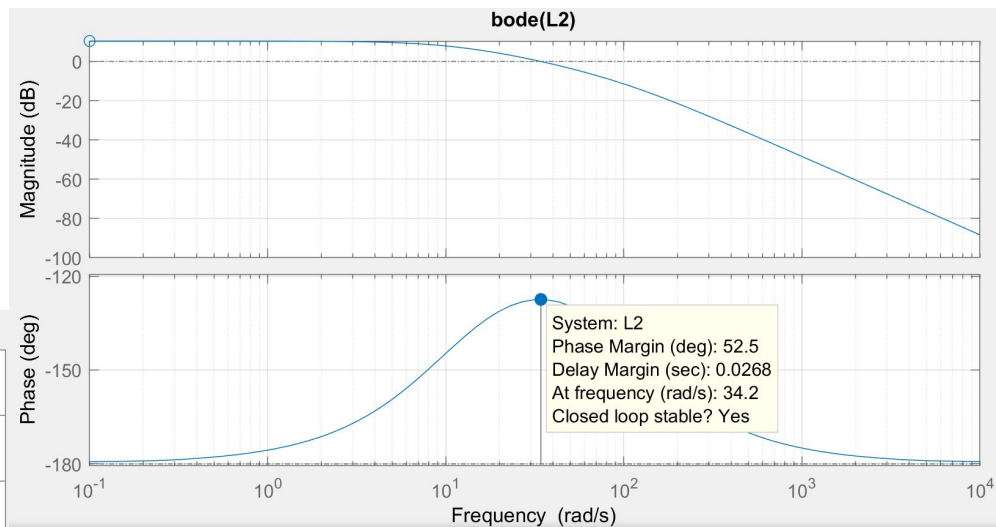
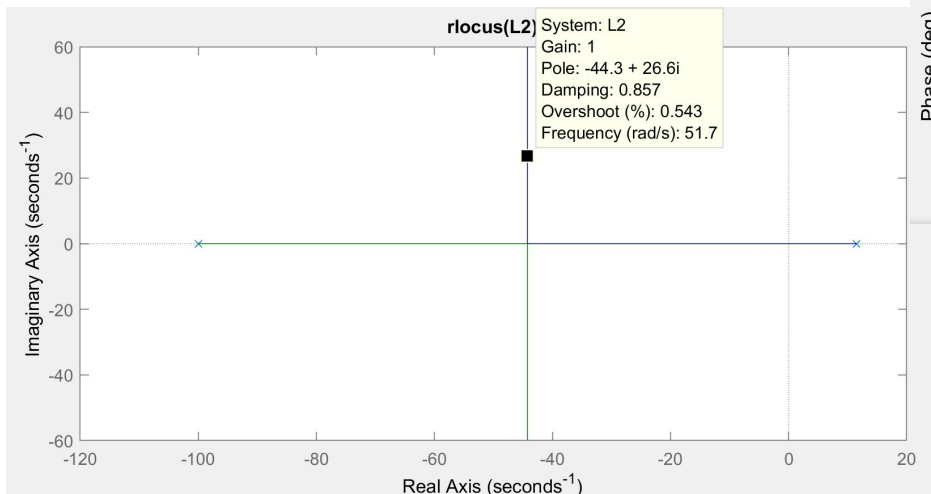
Se diseña un controlador PD.



$$C_2 = \frac{150 \cdot (s + 11.5)}{(s + 100)}$$

PRESENTAR SIGUIENTE DIAZ

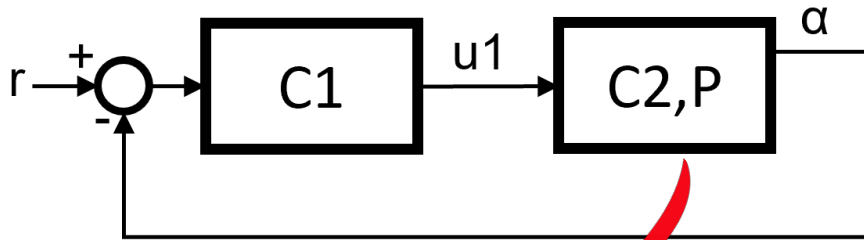
Control por Loop Shaping: Lazo Secundario



Control por Loop Shaping: Lazo Primario

Se diseña un controlador PID.

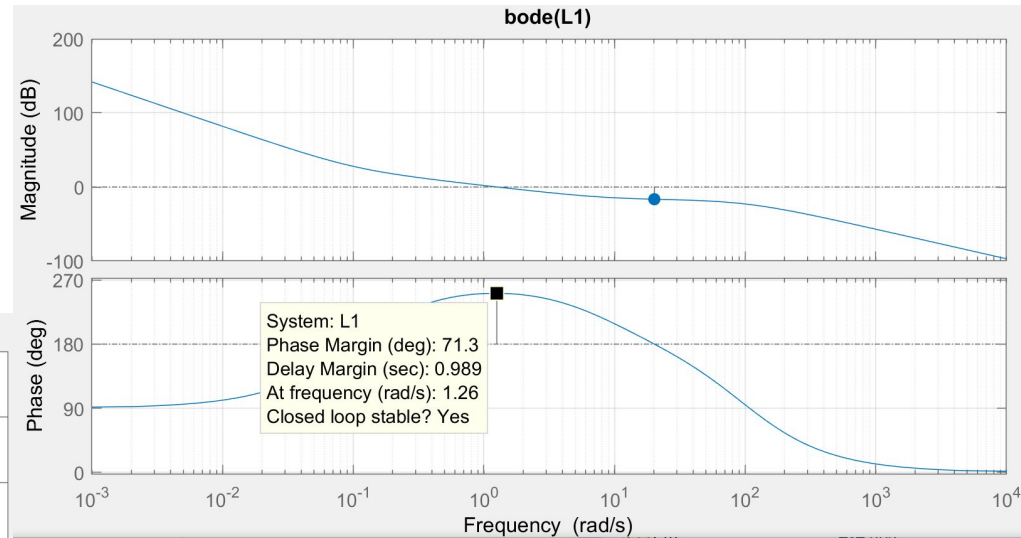
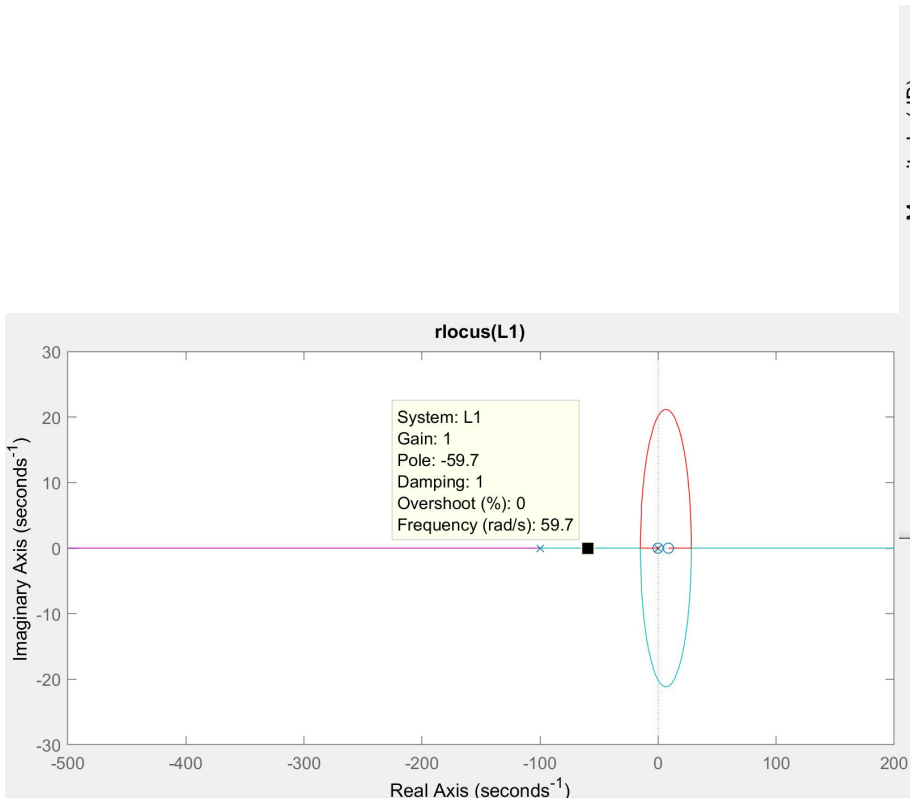
$$C_2 = \frac{-0.038 \cdot (s + 11.5) \cdot (s + 0.1)^2 \cdot (s^2 + 88.5s + 3.812 \cdot 10^6)}{s \cdot (s + 100)^3 \cdot (s + 8.71)}$$



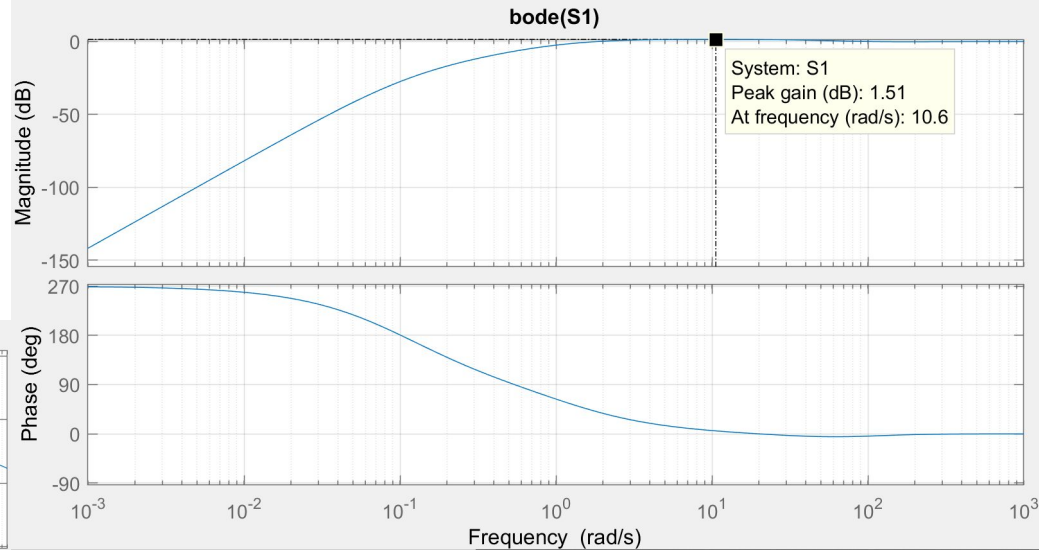
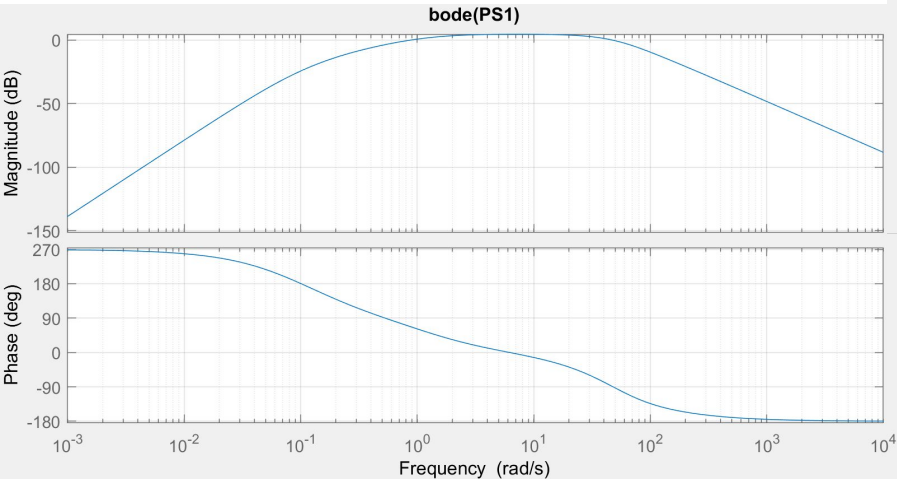
$$\begin{pmatrix} \dot{x}_P \\ \dot{x}_{C_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_P - B_P D_{C_2} C_P & -B_P C_{C_2} \\ B_{C_2} C_P & A_{C_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_P \\ x_{C_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_P \\ 0 \end{pmatrix} \cdot u_1$$

$$\alpha = (C'_P \quad 0) \cdot \begin{pmatrix} x_P \\ x_{C_2} \end{pmatrix} \quad C'_P = (1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$$

Control por Loop Shaping: Lazo Primario

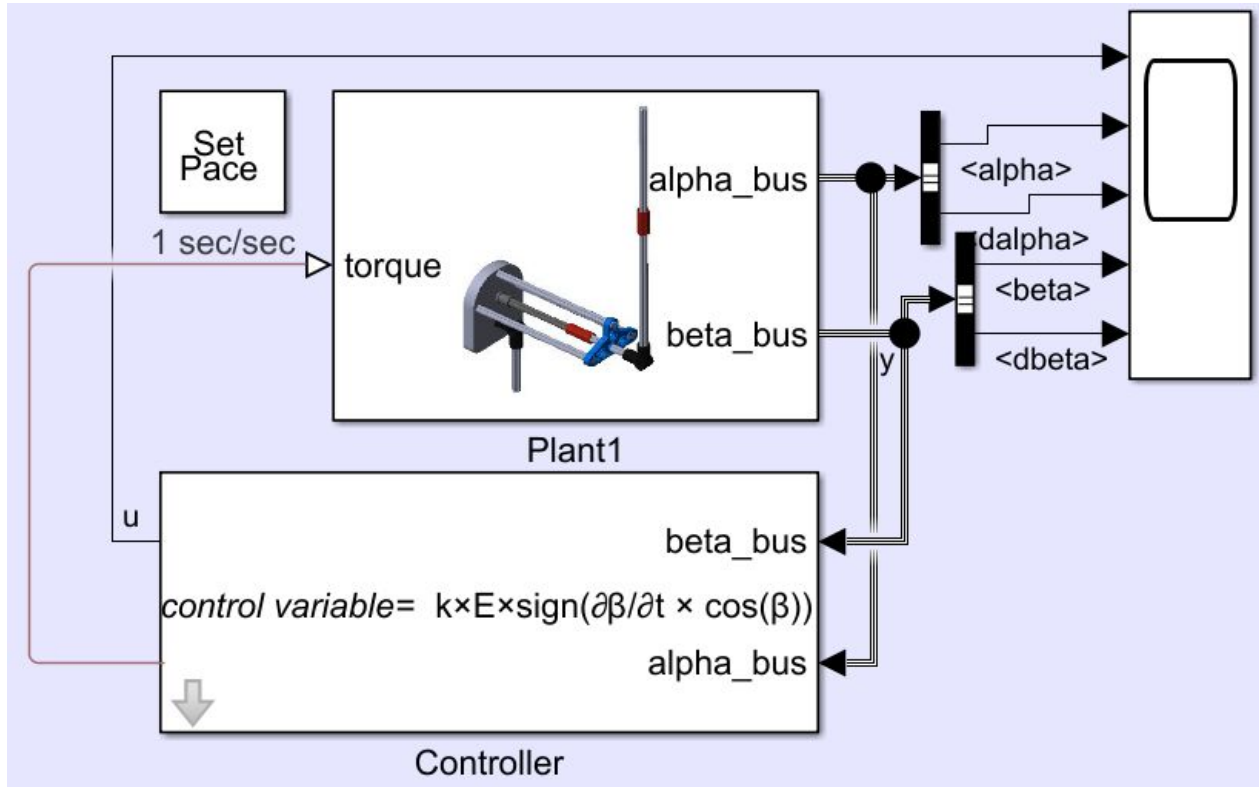


Control por Loop Shaping: Lazo Primario



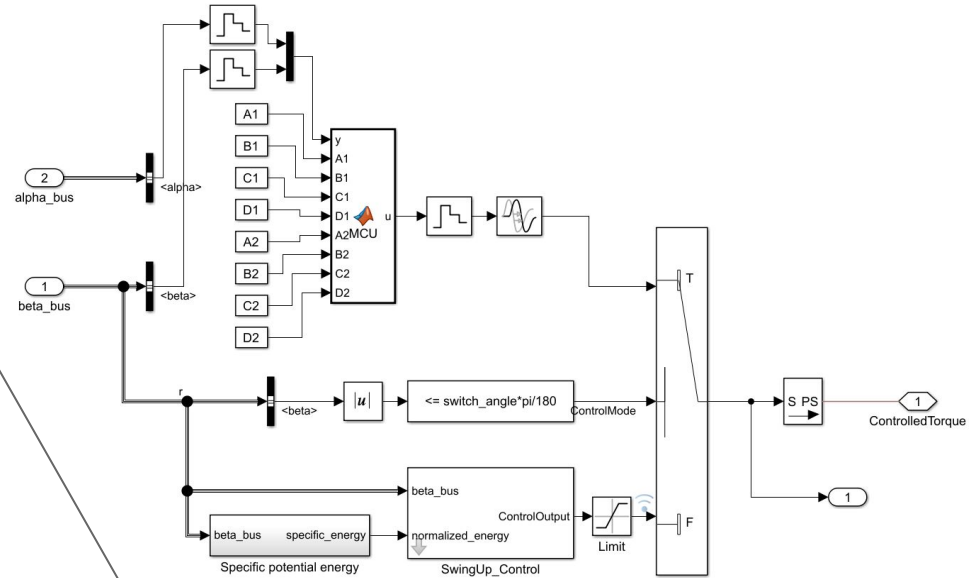
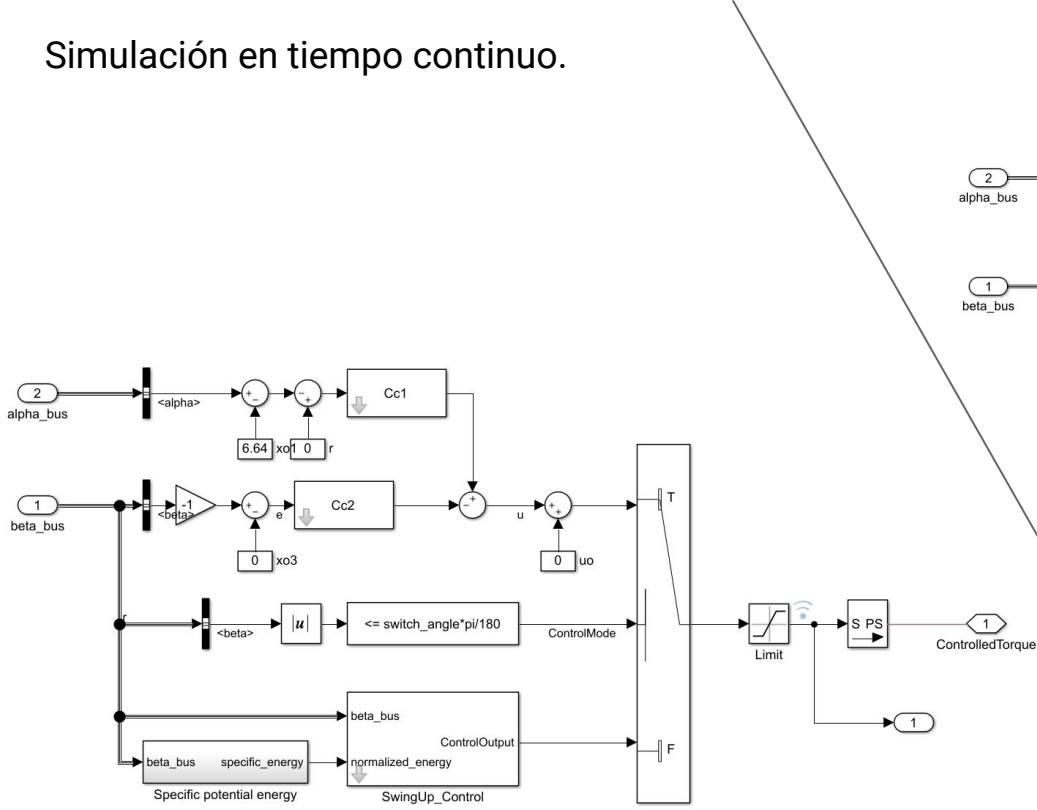
$$S_m = 10^{\frac{-1.51}{20}} = 0.84$$

Control por Loop Shaping: Simulación



Control por Loop Shaping: Simulación

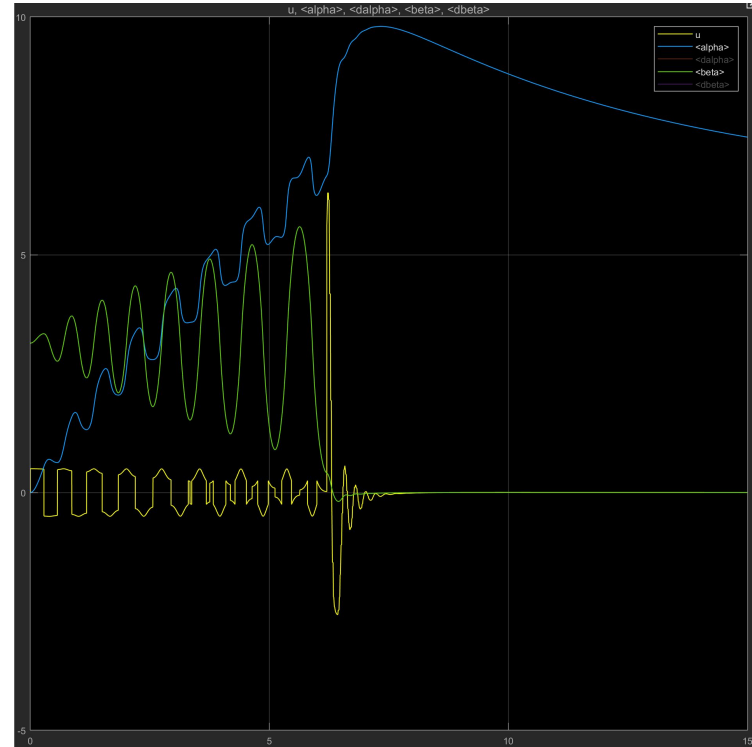
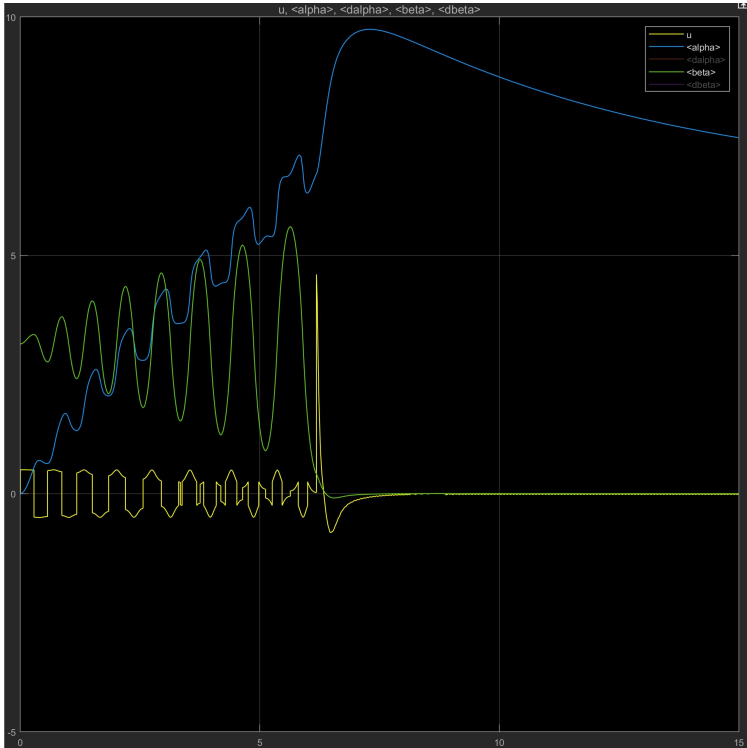
Simulación en tiempo continuo.



Simulación en tiempo discreto ($T_s=20\text{ms}$).

Control por Loop Shaping: Simulación

Simulación en tiempo continuo.



Simulación en tiempo discreto ($T_s=20$ ms).

Controlador por realimentación de estados



Para el diseño de este controlador se evaluaron distintas alternativas, se concluyó lo siguiente:

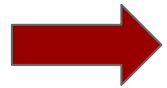
Utilizar un regulador LQR

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$



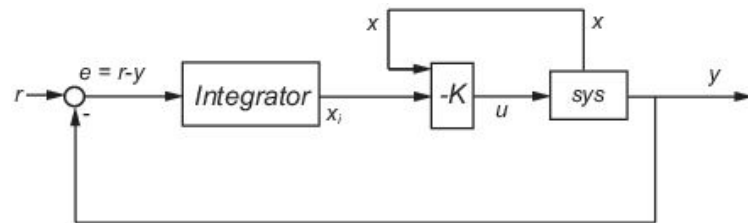
Esto nos permite asignar un peso conveniente a los diferentes estados del sistema, siendo los más significativos en ángulo α y su velocidad angular

$$Q = \text{diag}(\underbrace{5}_{\alpha}, \underbrace{1}_{\dot{\theta}}, \underbrace{5}_{\dot{\alpha}}, \underbrace{1}_{\dot{\theta}})$$



Debido a que se requiere una acción integral finalmente se un:

Regulador LQI



Diseño del observador



No es observable!!



Se implementa un observador de orden mínimo, para esto se siguen los lineamientos expuestos en el libro:

“Ingeniería de control moderna”

Autor: Katsuhiko Ogata

Se trabaja con los estados conocidos a la salida y el resto son estimados.



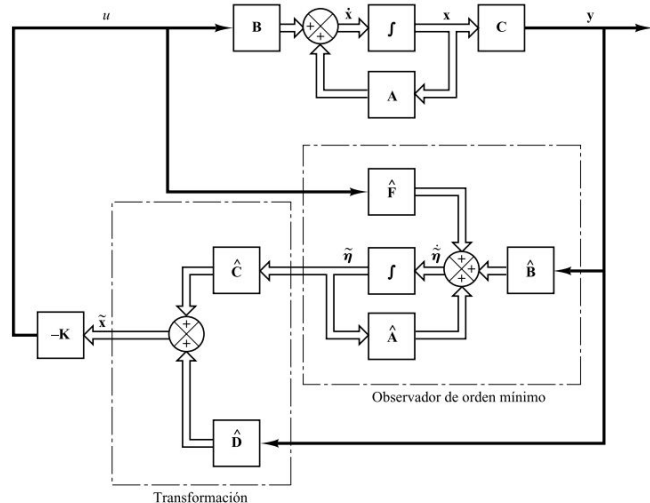
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{\hat{x}}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} \\ A_{ba} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ \hat{x}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_a \\ B_b \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_a \\ \hat{x}_b \end{bmatrix}$$

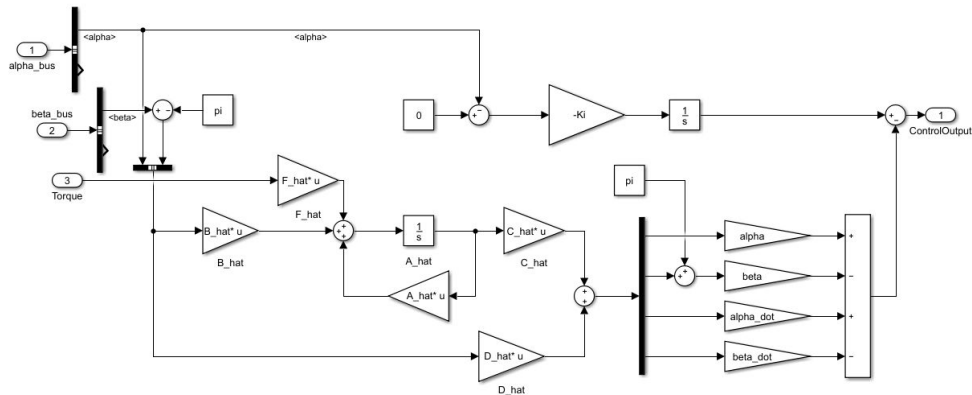
Control por Realimentación de estados: Simulación

Esquema propuesto por el autor Ogata

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{A}} &= \mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab} \\ \hat{\mathbf{B}} &= \hat{\mathbf{A}} \mathbf{K}_e + \mathbf{A}_{ba} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{aa} \\ \hat{\mathbf{F}} &= \mathbf{B}_b - \mathbf{K}_e \mathbf{B}_a\end{aligned}\quad \hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{K}_e \end{bmatrix}$$

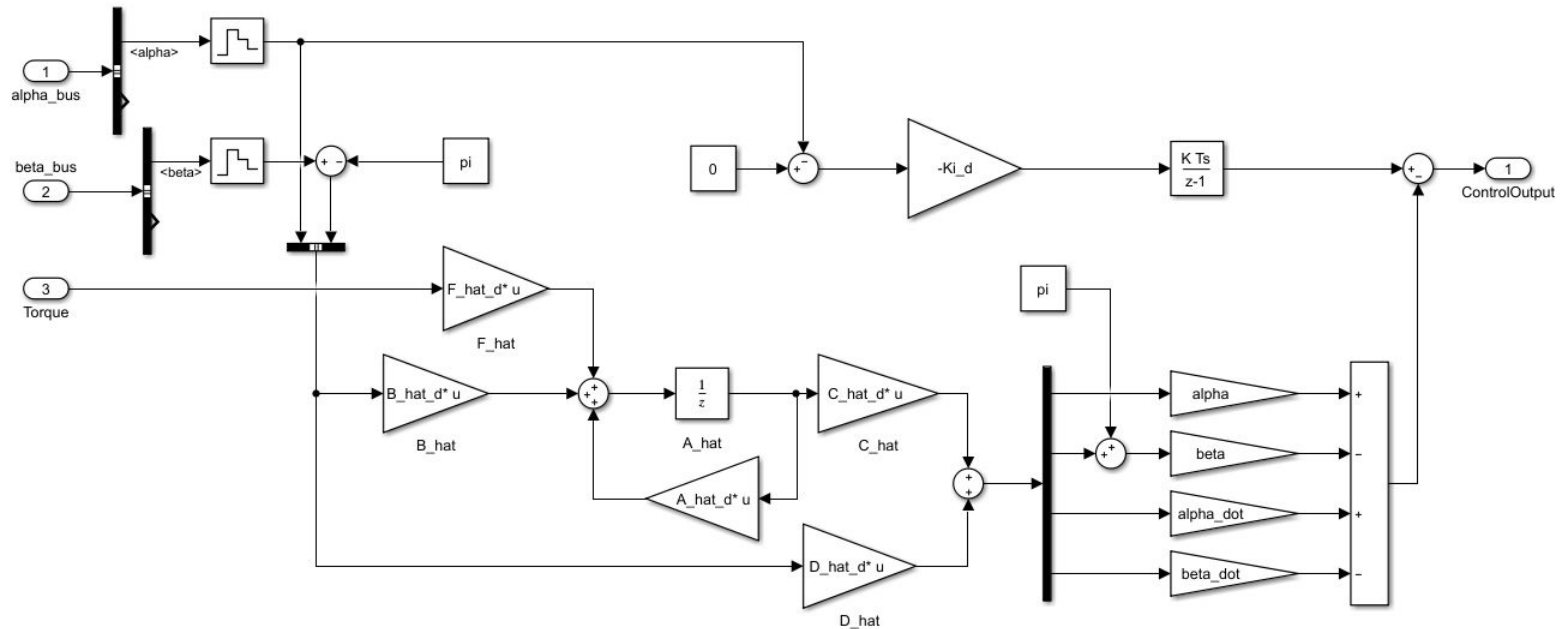


Simulación en tiempo continuo.

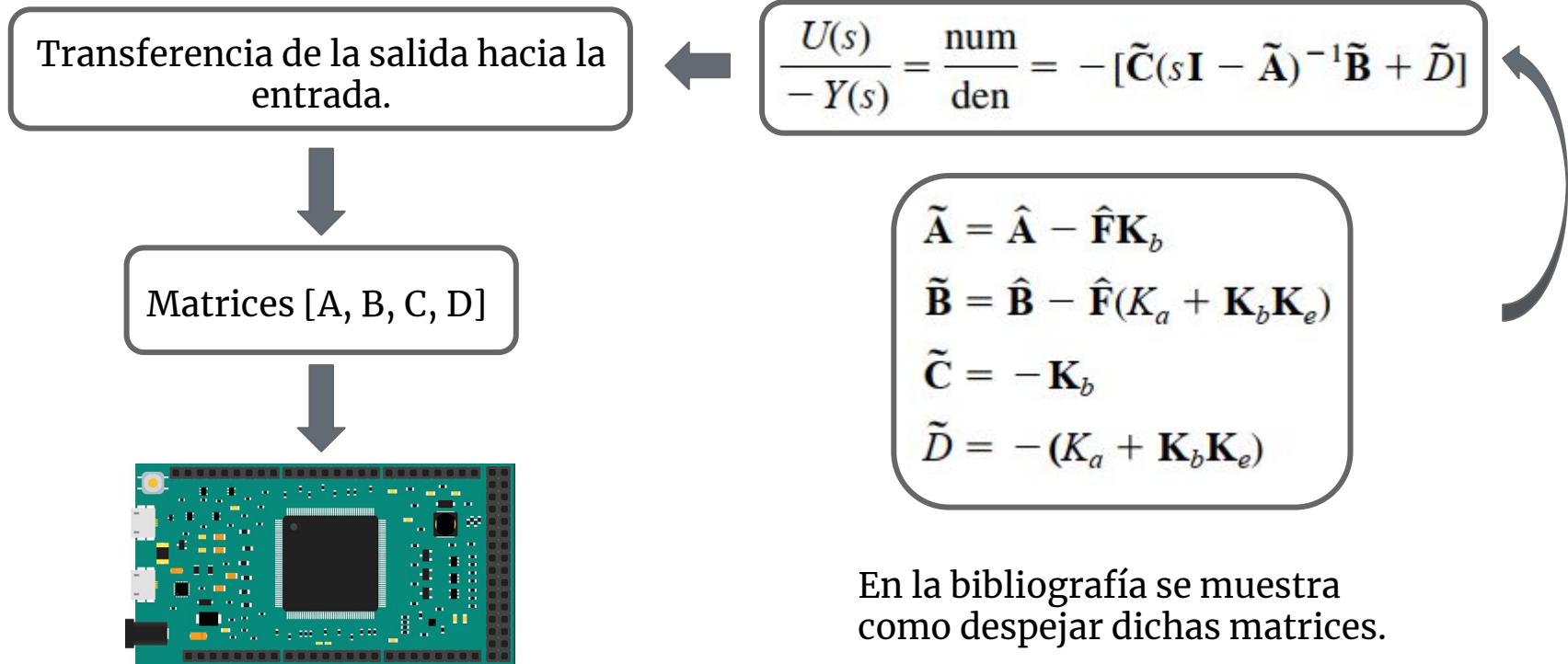


Control por realimentación de estados: Simulación

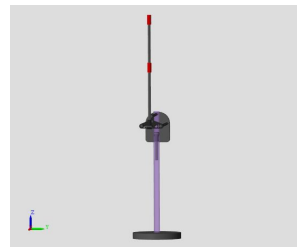
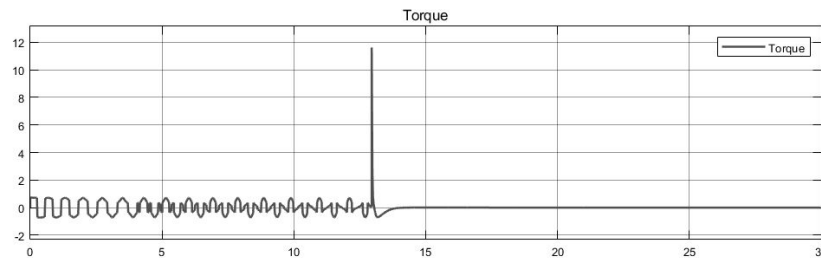
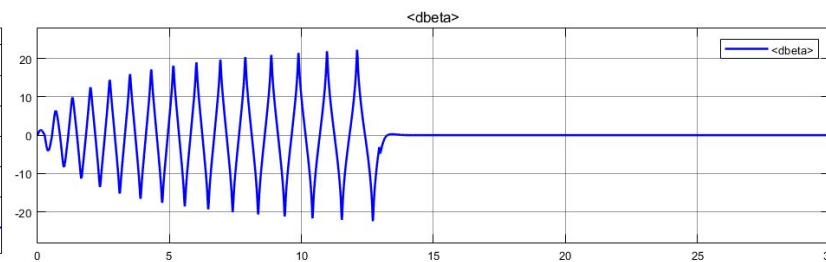
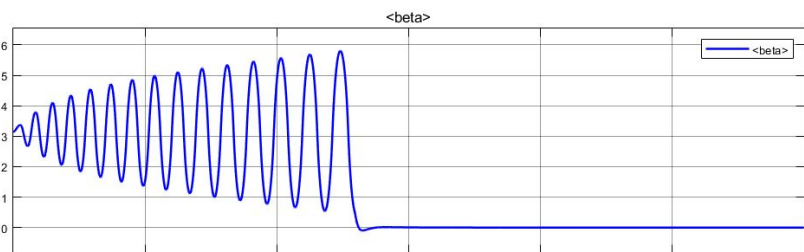
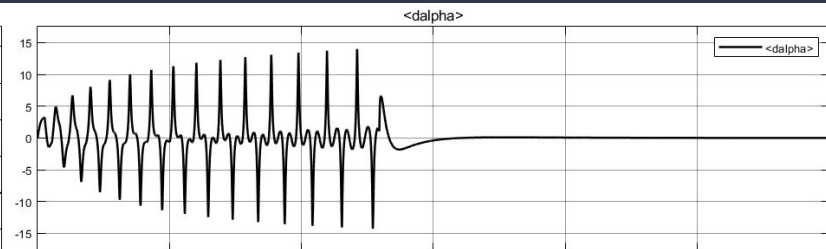
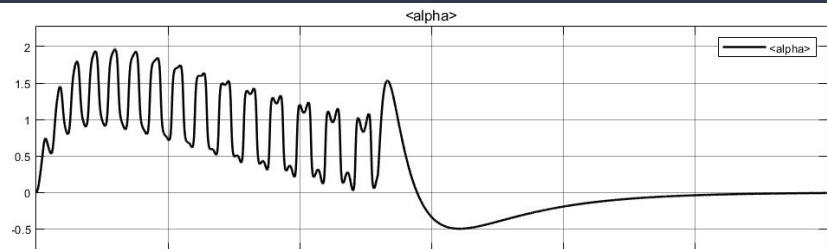
Simulación en tiempo discreto. (tiempo de sampling: 2.5ms)



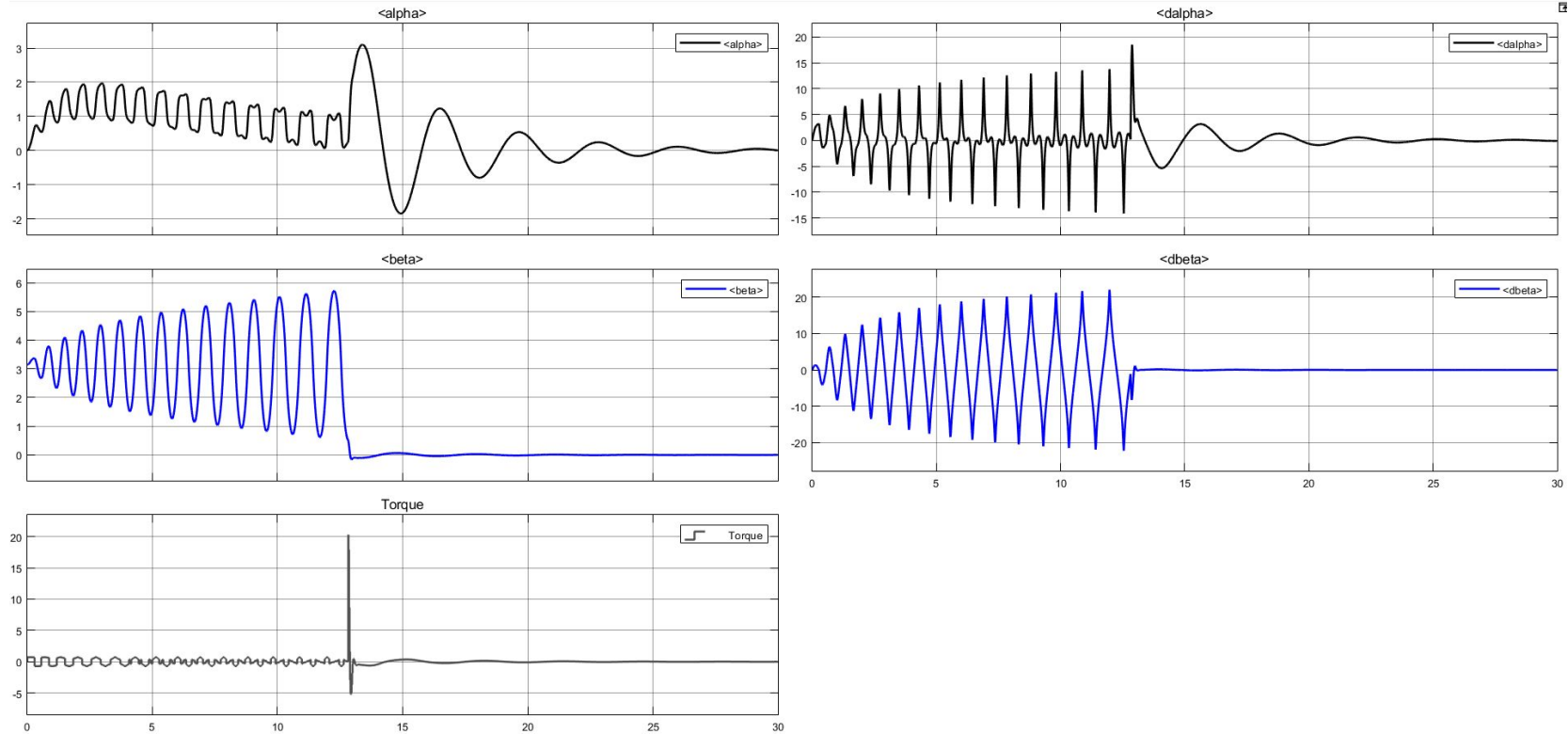
Implementación en micro



Resultados obtenidos. Tiempo continuo



Resultados obtenidos. Tiempo discreto



¡Gracias!

¿Alguna pregunta?

