

Trabajo Práctico de Investigación

Control Automático: Principio del Modelo Interno (IMP)

Estudiantes:

Scala, Tobias 55391

Panaggio, Guido 56214

Profesores:

Ghersin, Alejandro

Reurison Silva Rodrigues

Materia:

Control Automático 22.93

Facultad:

Instituto Tecnológico de Buenos Aires, ITBA

Introducción

En la cursada de la materia se ha estudiado sobre las propiedades y las posibilidades que ofrece implementar un lazo de realimentación a la planta así como también el diseño de los controladores segun distintas tecnicas como son la de LoopShaping en el lazo. En el presente estudio se hará un enfoque distinto centrándose en el uso de estructuras en cascada, o **feedforward**, las cuales ofrecen la posibilidad de atender otro tipo de problemáticas como son la compensación de ciertos tipos de señales de perturbación determinísticas y el **tracking** a ciertas señales a la entrada de referencia.

1 Modelados de las señales de perturbación y de referencia

Las señales que nos son de interés para este análisis son aquellas que puedan ser representadas como un sistema dinámico lineal el cual no posee entradas y cuya salida se encuentra determinada únicamente por sus condiciones iniciales. Generalizando esta idea se abarcarán todas las perturbaciones que puedan ser representadas por la siguiente fórmula:

$$\frac{\partial^q d_g(t)}{\partial t^q} + \sum_{i=0}^{q-1} \gamma_i \frac{\partial^i d_g(t)}{\partial t^i} \quad (1)$$

Siendo d_g a perturbación que se desea modelar. Realizando la transformada de LaPlace para la fórmula 1 se obtiene la siguiente expresión para la perturbación en el dominio s :

$$D_g(s) = \frac{N_d(s)x_d(0)}{\Gamma_d(s)} \quad (2)$$

En este punto el factor que nos es de interés será el término $\Gamma_d(s)$ el cual será el **polinomio generador de la perturbación** y está definido de la siguiente manera:

$$\Gamma_d(s) := s^q + \sum_{i=0}^{q-1} \gamma_i s^i \quad (3)$$

Para el caso de las señales de referencia estas también podrán ser caracterizadas de una forma similar a las perturbaciones, del mismo modo que las anteriores estarán modeladas por un sistema dinámico sin ninguna entrada y cuya salida estará dada por las condiciones iniciales con lo cual el desarrollo teórico de estas es analogo.

En la figura 1 se muestra el lazo de control para una perturbación generalizada:

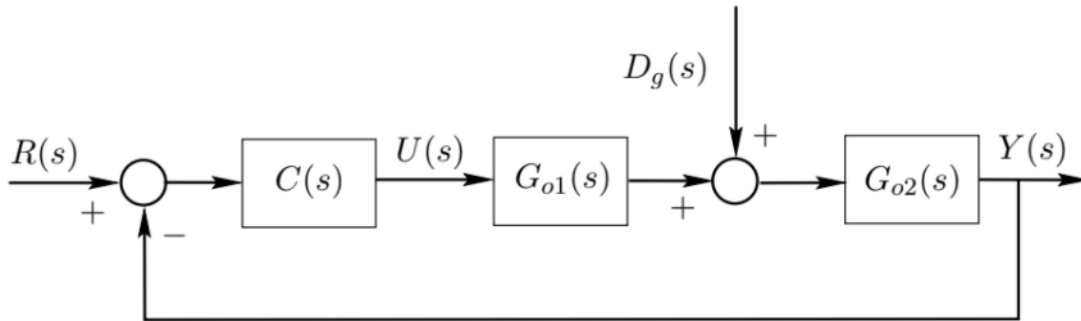


Figure 1: Modelo del sistema.

Siendo $G_o(s)$ la planta a controlar. Esta estará, en principio, dividida en 2 factores $D_{o1}(s)$ y $D_{o2}(s)$ los cuales se abordarán más adelante.

2 Principio de modelo interno para perturbaciones

En el curso de la materia se ha hecho una diferenciación entre las señales de perturbación a la entrada y a la salida del sistema. En este análisis se unifican ambos tipos de perturbaciones dividiendo la planta $G_o(s)$ en las secciones $G_{o1}(s)$ y $G_{o2}(s)$ planteadas anteriormente. La perturbación $D_g(s)$ se introducirá en un punto intermedio de la planta con lo cual la salida tomará la siguiente forma:

$$Y(s) = G_{o2}(s)(G_{o1}(s)U(s) + D_g(s)) \quad (4)$$

siendo:

$$G_o(s) = G_{o1}(s)G_{o2}(s) \quad (5)$$

A partir de aquí se puede plantear que una perturbación de entrada se dará cuando el término $G_{o1}(s)$ sea igual a 1 y una perturbación de salida cuando el término $G_{o2}(s)$ sea igual a 1. Se tendrá que la salida del sistema (ecuación 6) y la salida del controlador (ecuación 7) toman la siguiente forma para una dada perturbación:

$$Y(s) = S_o(s)G_{o2}(s)D_g(s) \quad (6)$$

$$U(s) = -S_{uo}G_{o2}(s)D_g(s) = \frac{T_o(s)}{G_{o1}}D_g(s) \quad (7)$$

Siendo $S_o(s)$ la función de sensibilidad nominal del sistema, a partir de las ecuaciones anteriores se tendrá que el efecto de la perturbación será anulado cuando se cumpla que:

- La perturbación en tiempo infinito sea nula, asumiendo estabilidad a lazo cerrado
- el polinomio $\Gamma_g(s)$ este contenido como factor en el numerador de $S_o(s)G_{o2}(s)$

El caso que nos es de interés para analizar es el segundo. Este requisito será cumplido cuando dicho polinomio $\Gamma_g(s)$ esté presente en el denominador del controlador $C(s)$ y/o en el denominador de G_{o1} . Esta es la modalidad que sigue el principio de modelo interno con lo cual se puede estipular lo siguiente:

El principio de modelo interno (IMP) es una técnica a través de la cual introduciendo el polinomio generador de la perturbación dentro del denominador del controlador se logrará la compensación de la señal de perturbación en estado estacionario.

Se debe tener en cuenta, sin embargo, que las raíces del polinomio generador, particularmente las inestables, generarán las mismas desventajas en la performance del sistema como si estas fueran pertenecientes a la planta.

El IMP puede ser implementado en el proceso de diseño, para eso se plantea lo siguiente. Teniendo una planta definida como:

$$G_o(s) = \frac{B_o(s)}{A_o(s)}$$

y un controlador definido como:

$$C(s) = \frac{P(s)}{L(s)}$$

La propiedad del principio de modelo interno puede ser introducida tomando el denominador del controlador y estableciendo este de la siguiente manera:

$$L(s) = \Gamma_d(s)\bar{L}(s)$$

Aquí queda en evidencia que un factor del denominador del controlador será el polinomio generador de la perturbación como se ha planteado. Por otro lado el polinomio característico del sistema a lazo cerrado quedará definido como sigue:

$$\lambda(s) = A_o(s)\Gamma_d(s)\bar{L}(s) + B_oP(s) \quad (8)$$

Si el grado de $A_o(s)$ es n , el polinomio característico $\lambda(s)$ podrá tomar una forma arbitraria siempre que su grado sea mayor o igual a $2n - 1 + q$ donde q es el grado de $L(s)$.

3 Ejemplo de Aplicación. Laminadores

Un área de aplicación donde se ha encontrado utilidad en el uso de controladores diseñados según el principio de modelo interno es en el control del grosor de las láminas al ser sometidas por laminadores.

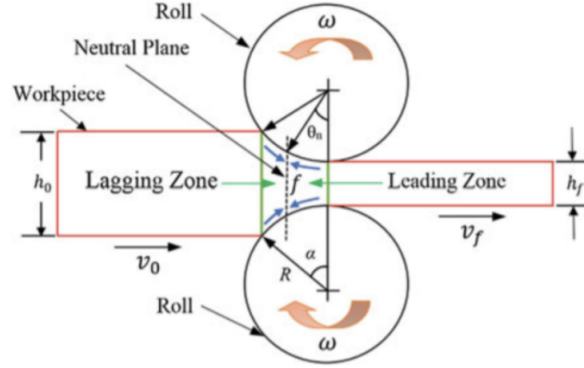


Figure 2: Laminador.

Un método utilizado para estimar el grosor de las láminas a la salida del sistema es procesando la fuerza a la que son sometidos los laminadores. Cuanto mayor sea esta fuerza mayor será el grosor de las láminas (separando los rodillos), no obstante estas mediciones se ven afectadas por la excentricidad de los rodillos ya que, por ejemplo, cuando la zona de mayor radio aplane las láminas se verá que la fuerza existente es mayor, sin embargo el grosor a la salida será menor (asumiendo que el grosor de la lamina entrante sea constante) con lo cual dicho procesamiento de la fuerza será interpretado erróneamente.

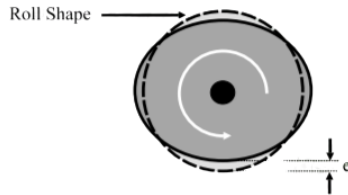


Figure 3: excentricidad de los rodillos.

Aquí es cuando toma lugar el uso de un controlador diseñado con el principio de modelo interno. Un método usual para modelar estas excentricidades es mediante funciones sinusoidales, esto es particularmente útil ya que es sabido que la transformada de Laplace para estas son:

$$\begin{aligned}\sin(at) &\rightarrow \frac{a}{s^2 + a^2} \\ \cos(at) &\rightarrow \frac{s}{s^2 + a^2}\end{aligned}$$

Con lo cual podemos obtener el polinomio generador de la perturbación propuesta, el cual será:

$$\Gamma_i(s) = s^2 + a_i^2$$

Es común para estas excentricidades utilizar una cantidad de armónicos m que rondan el entorno de 10 con lo cual nuestra señal de perturbación final será de la forma:

$$\Gamma_i(s) = \prod_{i=1}^m (s^2 + a_i^2) \quad (9)$$

Teniendo nuestro polinomio generador podemos proceder con el diseño del controlador el cual compensará las excentricidades de los rodillos.

4 Demostración Matemática en Espacio de Estados del IMP

La demostración matemática se desarrollará teniendo en cuenta un observador que estime tanto los estados de la planta como las perturbaciones de entrada ya que en la realidad, ciertas perturbaciones junto con algunos estados de la planta no son físicamente medibles. Además, para efectuar un proceso de control, se usará poleplacement (Figura 4).

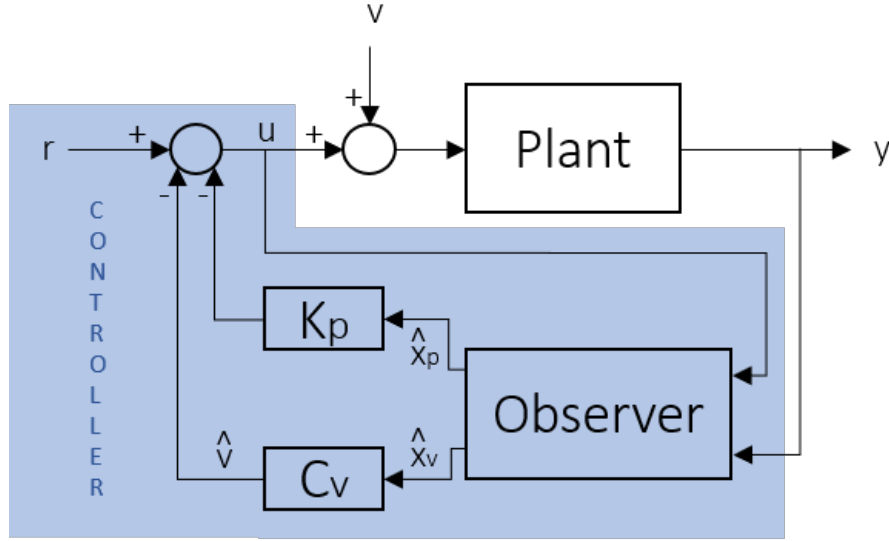


Figure 4: Diagrama en bloques del sistema.

Se demostrará que, a modo de rechazar las perturbaciones de entrada, el polinomio característico (generador) de las perturbaciones deben presentarse como factor en el denominador del controlador "C(s)". Es sabido que la representación en espacio de estados de una planta es el siguiente:

$$\begin{cases} \dot{x}_p = \mathbf{A}_p x_p + \mathbf{B}_p (u + v) \\ y = \mathbf{C}_p x_p \end{cases} \quad (10)$$

Debido a que las señales (perturbaciones o referencia) de interés son aquellas que no poseen entradas y que puedan ser representadas como un sistema dinámico lineal, entonces la representación en espacio de estados de las perturbaciones es como sigue:

$$\begin{cases} \dot{x}_v = \mathbf{A}_v x_v \\ v = \mathbf{C}_v x_p \end{cases} \quad (11)$$

Teniendo en cuenta que:

$$\dot{x}_p = \mathbf{A}_p x_p + \mathbf{B}_p (u + \mathbf{C}_v x_p) = \mathbf{A}_p x_p + \mathbf{B}_p \mathbf{C}_v x_v + \mathbf{B}_p u$$

Con las ecuaciones 10 y 11, la representación del sistema completo (planta y perturbación) es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p & \mathbf{B}_p \mathbf{C}_v \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u$$

Como el proceso de control es poleplacement y se tiene un observador, se definen las siguientes ganancias:

$$\mathbf{K} = [\mathbf{K}_p \quad \mathbf{C}_v] \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_p \\ \mathbf{J}_v \end{bmatrix}$$

Siendo \mathbf{K} las ganancias del controlador poleplacement y \mathbf{J} las ganancias del observador.

El observador de la planta tiene la siguiente representación en espacio de estados:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_p = \mathbf{A}_p \hat{x}_p + \mathbf{B}_p(u + \hat{v}) + \mathbf{J}_p(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = \mathbf{C}_p \hat{x}_p \end{cases} \quad (12)$$

Y el observador de la perturbación tiene la siguiente representación en espacio de estados:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_v = \mathbf{A}_v \hat{x}_v + \mathbf{J}_v(y - \hat{y}) \\ \hat{v} = \mathbf{C}_v \hat{x}_v \end{cases} \quad (13)$$

Además se sabe que:

$$u = r - \mathbf{K}_p \hat{x}_p - \hat{v} = r - \mathbf{K}_p \hat{x}_p - \mathbf{C}_v \hat{x}_v = r - \underbrace{[\mathbf{K}_p \quad \mathbf{C}_v]}_{\hat{\mathbf{K}}} \begin{bmatrix} \hat{x}_p \\ \hat{x}_v \end{bmatrix} = r - \mathbf{K} \hat{x} \quad (14)$$

Ahora se desarrolla la ecuación 12 como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_p &= \mathbf{A}_p \hat{x}_p + \mathbf{B}_p(u + \hat{v}) + \mathbf{J}_p(y - \hat{y}) \\ \dot{\hat{x}}_p &= \mathbf{A}_p \hat{x}_p + \mathbf{B}_p(r - \mathbf{K}_p \hat{x}_p - \mathbf{C}_v \hat{x}_v + \mathbf{C}_v \hat{x}_v) + \mathbf{J}_p(y - \mathbf{C}_p \hat{x}_p) \\ \dot{\hat{x}}_p &= (\mathbf{A}_p - \mathbf{B}_p \mathbf{K}_p - \mathbf{J}_p \mathbf{C}_p) \hat{x}_p + \mathbf{J}_p y + \mathbf{B}_p r \end{aligned} \quad (15)$$

También se desarrolla la ecuación 13 como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_v &= \mathbf{A}_v \hat{x}_v + \mathbf{J}_v(y - \hat{y}) \\ \dot{\hat{x}}_v &= \mathbf{A}_v \hat{x}_v + \mathbf{J}_v(y - \mathbf{C}_p \hat{x}_p) \\ \dot{\hat{x}}_v &= \mathbf{J}_v \mathbf{C}_p \hat{x}_p + \mathbf{A}_v \hat{x}_v + \mathbf{J}_v y \end{aligned} \quad (16)$$

Con las ecuaciones 15 y 16, la representación del observador del sistema completo (planta y perturbación) es la siguiente:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_p \\ \dot{\hat{x}}_v \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_p - \mathbf{B}_p \mathbf{K}_p - \mathbf{J}_p \mathbf{C}_p & \mathbf{0} \\ -\mathbf{J}_v \mathbf{C}_p & \mathbf{A}_v \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_o} \begin{bmatrix} \hat{x}_p \\ \hat{x}_v \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{J}_p \\ \mathbf{J}_v \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_o} y + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_o} r \\ \dot{\hat{x}} &= \mathbf{A}_o \hat{x} + \mathbf{J} y + \mathbf{B}_o r \end{aligned} \quad (17)$$

El siguiente paso es transformar las ecuaciones 14 y 17 con las transformadas de Laplace:

$$s\hat{X} = \mathbf{A}_o \hat{X} + \mathbf{J}Y + \mathbf{B}_o R \quad \rightarrow \quad \hat{X} = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_o)^{-1}(\mathbf{J}Y + \mathbf{B}_o R) \quad (18)$$

$$U = R - \mathbf{K} \hat{X} \quad (19)$$

Con las ecuaciones 18 y 19, la acción de control queda:

$$U = R - \mathbf{K}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_o)^{-1}(\mathbf{J}Y + \mathbf{B}_o R)$$

Como la referencia no es de interez en esta demostración, entonces $R=0$:

$$U = -\mathbf{K}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_o)^{-1}\mathbf{J}Y$$

Si ahora se representa el controlador poleplacement como un controlador en un lazo con realimentación unitaria como se muestra (Figura 5).

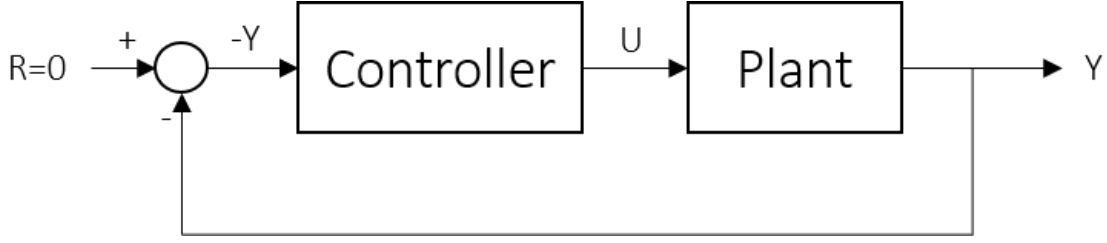


Figure 5: Controlador en un lazo de realimentación unitaria.

Entonces la transferencia del controlador es:

$$C(s) = \frac{U(s)}{-Y(s)} = \mathbf{K}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_o)^{-1}\mathbf{J} = \mathbf{K} \frac{(\text{adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_o))^T}{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_o)} \mathbf{J}$$

Entonces el denominador del controlador es:

$$D_C(s) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_o) = \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_p + \mathbf{B}_p\mathbf{K}_p + \mathbf{J}_p\mathbf{C}_p) \boxed{\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_v)} \quad (20)$$

Ahora, recordando la ecuación 11 y transformandola con la transformada de Laplace:

$$\begin{aligned} sX_v &= \mathbf{A}_v X_v \\ (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_v)X_v &= 0 \end{aligned}$$

Por lo tanto se tendrá que $\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_v) = 0$ para algunos valores de "s" (raíces). Entonces, $\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_v)$ es el polinomio característico (generador) de la perturbación. Finalmente se puede ver que este polinomio se encuentra como factor en la ecuación 20 es cual es el denominador del controlador.

4.1 Observación

Es evidente que habrá una cancelación entre el denominador del controlador y el polinomio generador de la perturbación. Entonces surge la duda si es posible cancelar polos que se encuentran en el semiplano derecho.

Para resolver esta duda, hay que recordar una una de las transferencias de estabilidad interna del sistema. Dicha trasferencia es:

$$\begin{aligned} PS(s) &= \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)} \\ Y(s) &= \frac{P(s)V(s)}{1 + C(s)P(s)} \end{aligned} \quad (21)$$

Sabiendo que:

$$P(s) = \frac{N_P(s)}{D_P(s)} \quad C(s) = \frac{N_C(s)}{D_C(s)} \quad V(s) = \frac{N_V(s)}{D_V(s)}$$

Entonces la ecuación 21 queda:

$$Y(s) = \frac{N_P(s)N_V(s)D_C(s)\cancel{D_P(s)}}{\cancel{D_P(s)}(D_C(s)D_P(s) + N_C(s)N_P(s))D_V(s)} = \frac{N_P(s)\boxed{D_C(s)}}{D_C(s)D_P(s) + N_C(s)N_P(s)} \frac{N_V(s)}{\boxed{D_V(s)}}$$

Queda en evidencia que, en caso haya que cancelar polos en el SPD para rechazar la perturbación de entrada, el polinomio característico del sistema a lazo cerrado no se ve afectado. Sin embargo, se debe asegurar que diseñar un controlador con polos en el SPD no genere polos inestables en el sistema a lazo cerrado.

5 Prototipo de Ejemplo, Diseño y Simulación

A fin de demostrar la eficiencia de un controlador diseñado utilizando IMP para rechazar perturbaciones de entrada, se decidió utilizar el siguiente prototipo como ejemplo (Figuras 6 y 7).

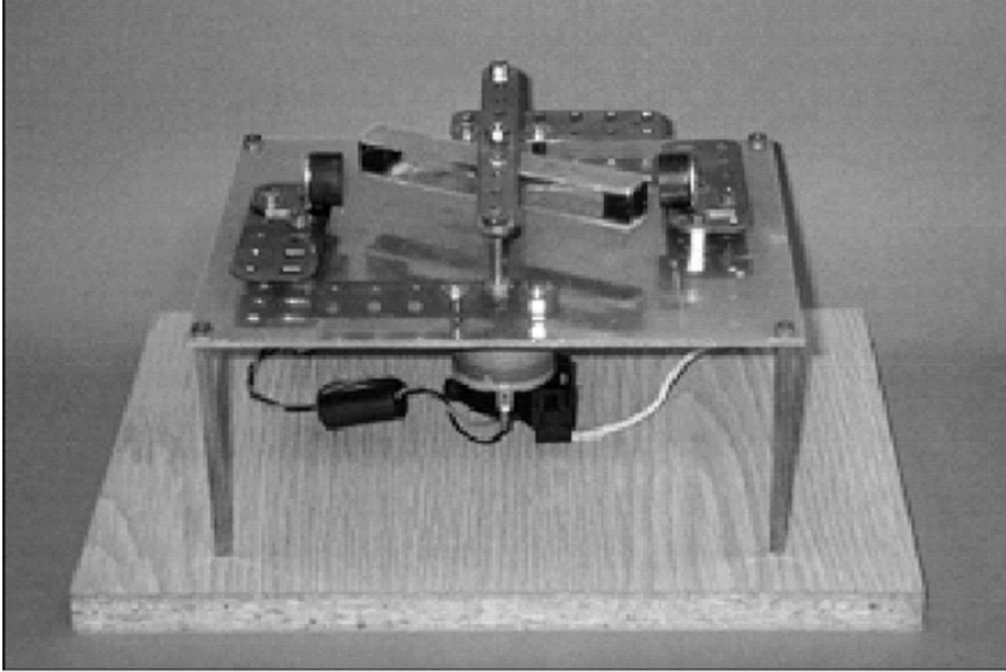


Figure 6: Prototipo utilizado para simular un controlador diseñado con IMP.

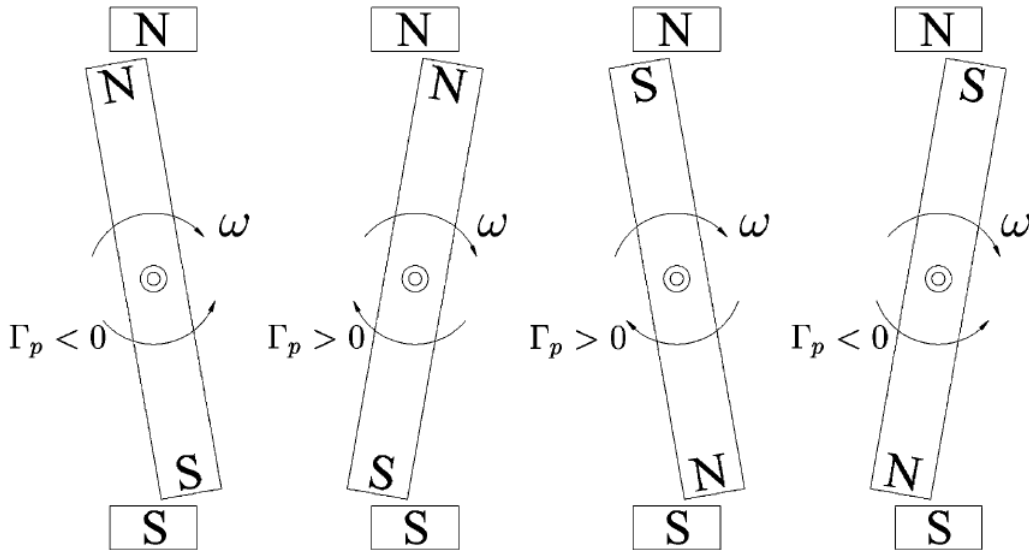


Figure 7: Interacción de los imanes en el prototipo utilizado.

El motor en el prototipo es un motor DC con encoder incluido para poder medir la velocidad del mismo y hacer posible una realimentación. Al girar el motor, los imanes interactúan entre sí generando

perturbaciones periódicas a la entrada.

Aprovechando que se ha utilizado un motor DC con encoder del fabricante "Pololu" en trabajos anteriores, se tiene la representación del mismo (planta) en transformada de LaPlace:

$$P(s) = \frac{2.62}{0.019s + 1}$$

Siendo la salida la velocidad en rad/s y la entrada la tensión eficaz con el cual se alimenta el motor.

Dicho motor tiene una velocidad máxima de 31.4 rad/s (300 RPM) y soporta una tensión de alimentación máxima de 12V. El objetivo es rechazar las perturbaciones de entrada manteniéndolo la velocidad lo más constante posible. Para ello es necesario tener un modelo de la perturbación. A modo de simplificar el diseño, se modeló la perturbación como una señal senoidal perfecta con una frecuencia del doble de la referencia puesto a que hay 2 imanes separados 180 grados entre sí. Cabe aclarar que, en realidad, la señal de la perturbación no es una senoidal perfecta y estará compuesto por más armónicos.

Entonces, para poder rechazar perturbaciones de tipo senoidal y, adicionalmente, de tipo escalón se diseñó el siguiente controlador:

$$C(s) = \frac{k(\frac{s}{8} + 1)^2(0.019s + 1)}{s(s^2 + (2 \cdot ref)^2)}$$

Siendo $k = 1500$ y la referencia (ref) = 7.33rad/s (70 RPM). A continuación se muestra el root locus de $L(s) = C(s)P(s)$ (Figuras 8 y 9):

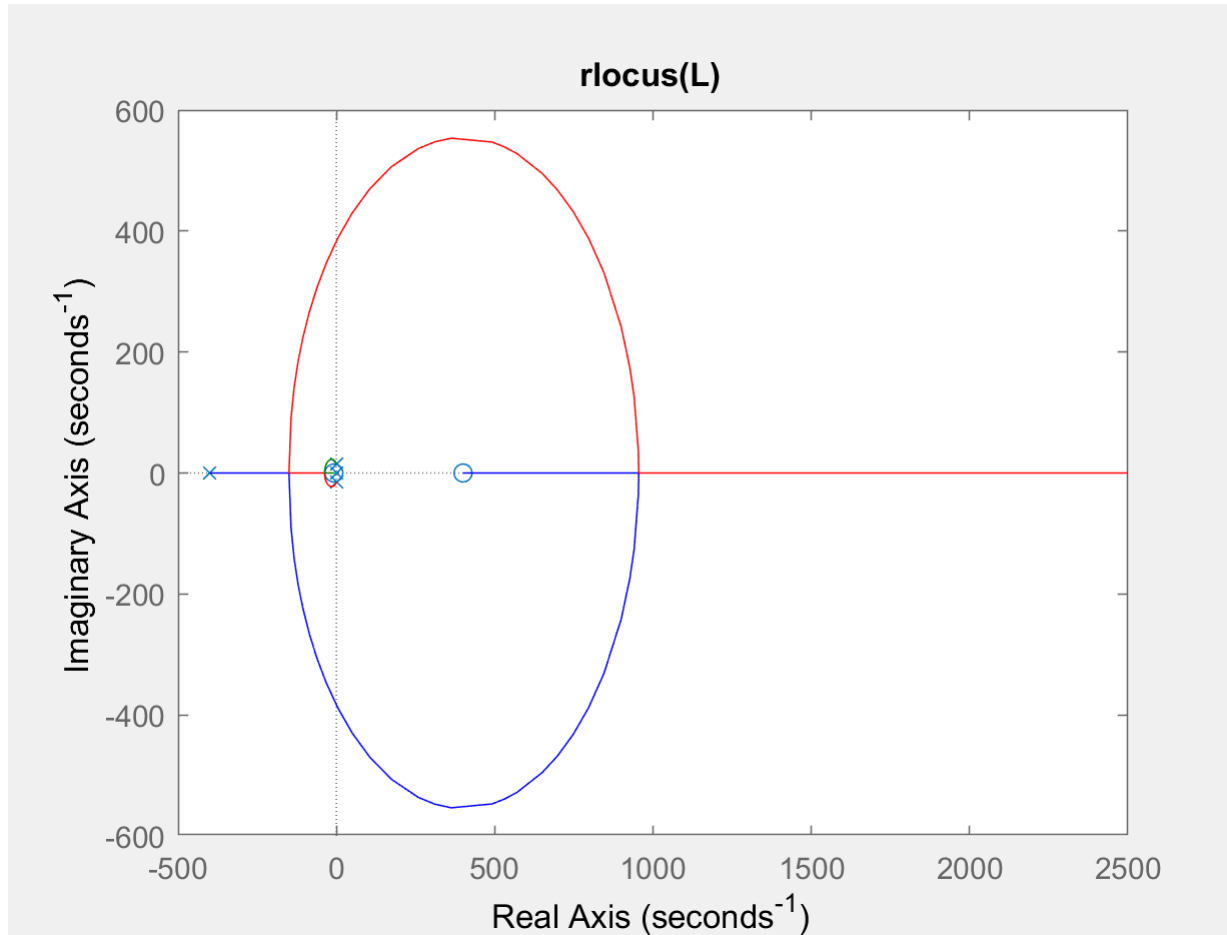


Figure 8: Root locus del sistema (planta y controlador) a lazo abierto.

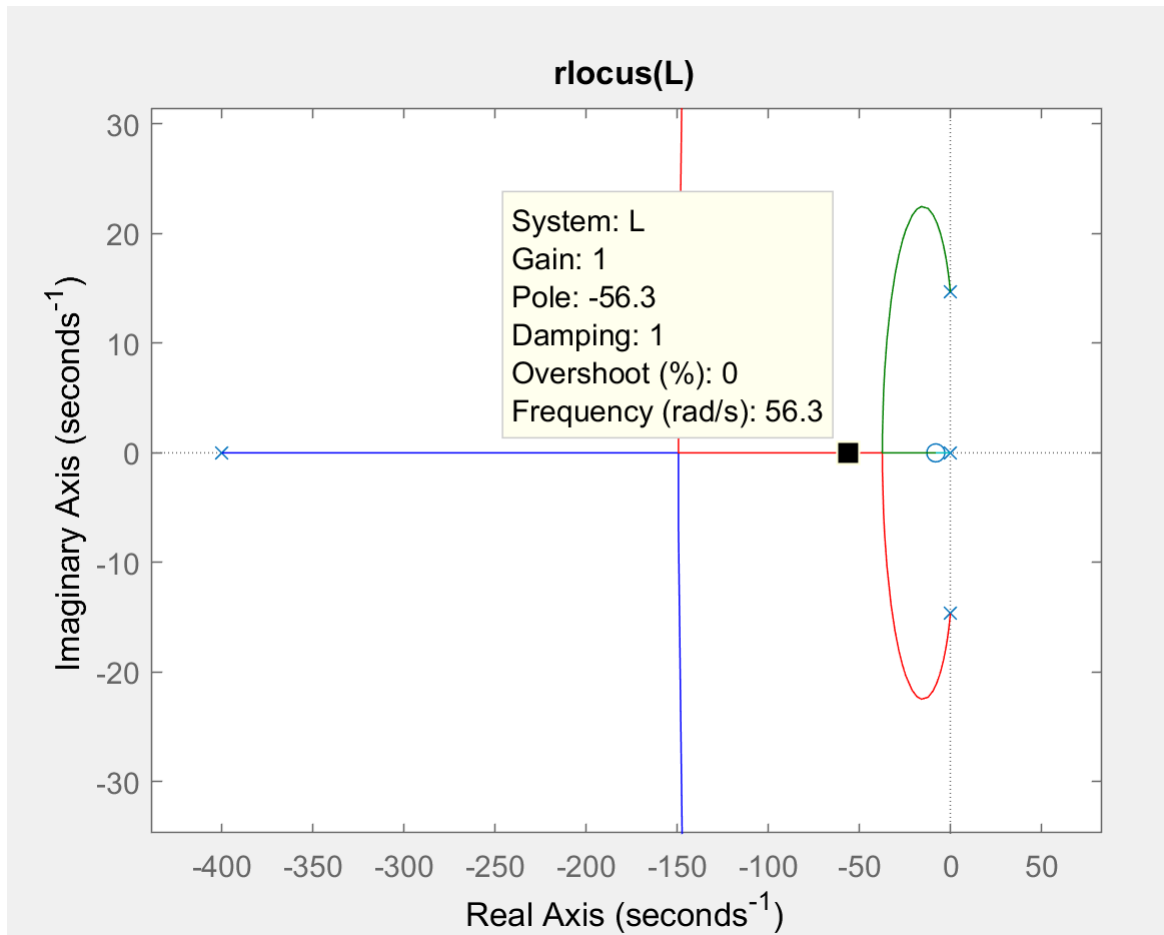


Figure 9: Root locus del sistema (planta y controlador) a lazo abierto con zoom.

Quedando el diagrama de bode del sistema a lazo abierto como se muestra a continuación (Figura 10):

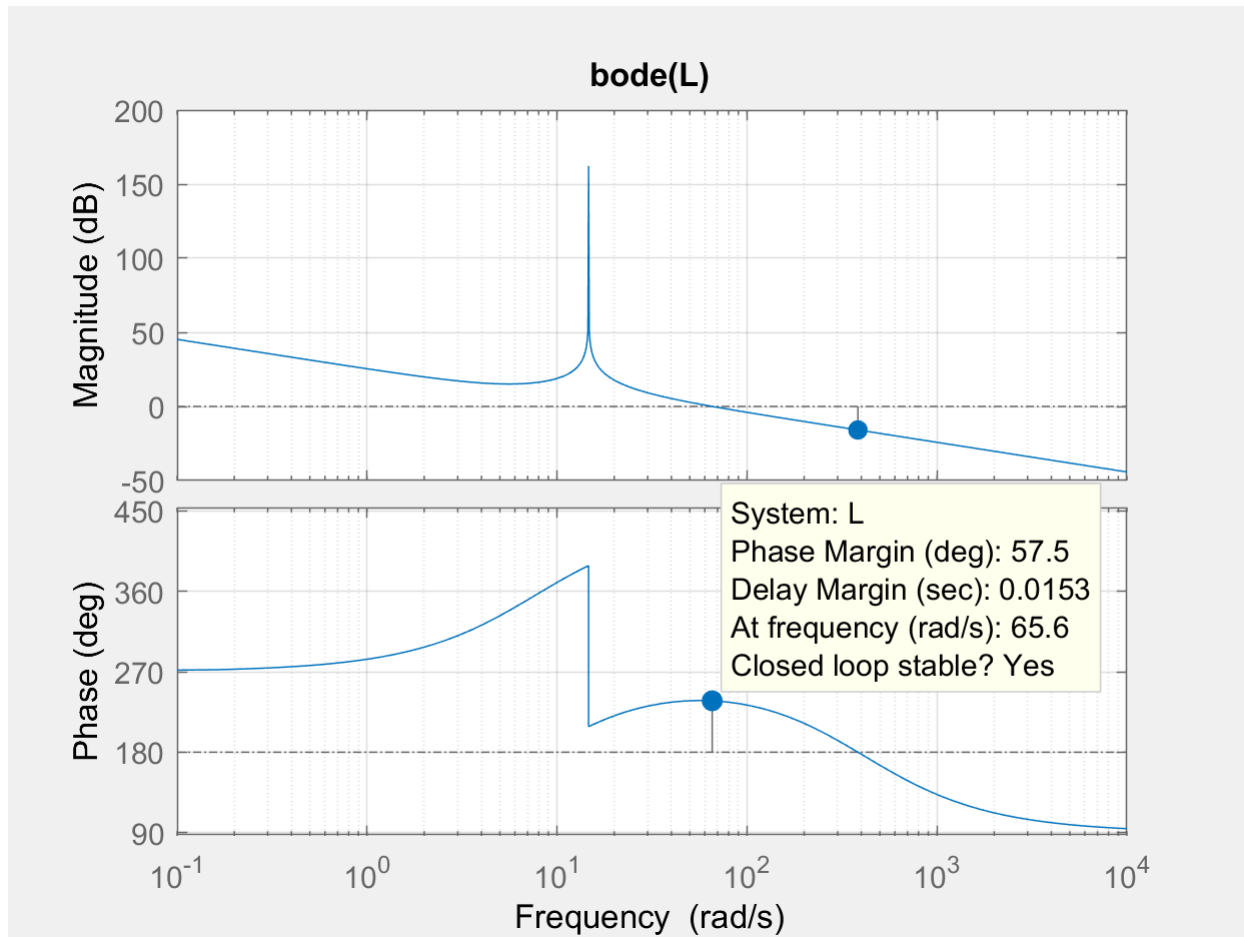


Figure 10: Root locus del sistema (planta y controlador) a lazo abierto.

A modo de observar la estabilidad y la robustez del sistema, a continuación se muestran las transfrecas de estabilidad interna (Figuras 11, 12 y 13).

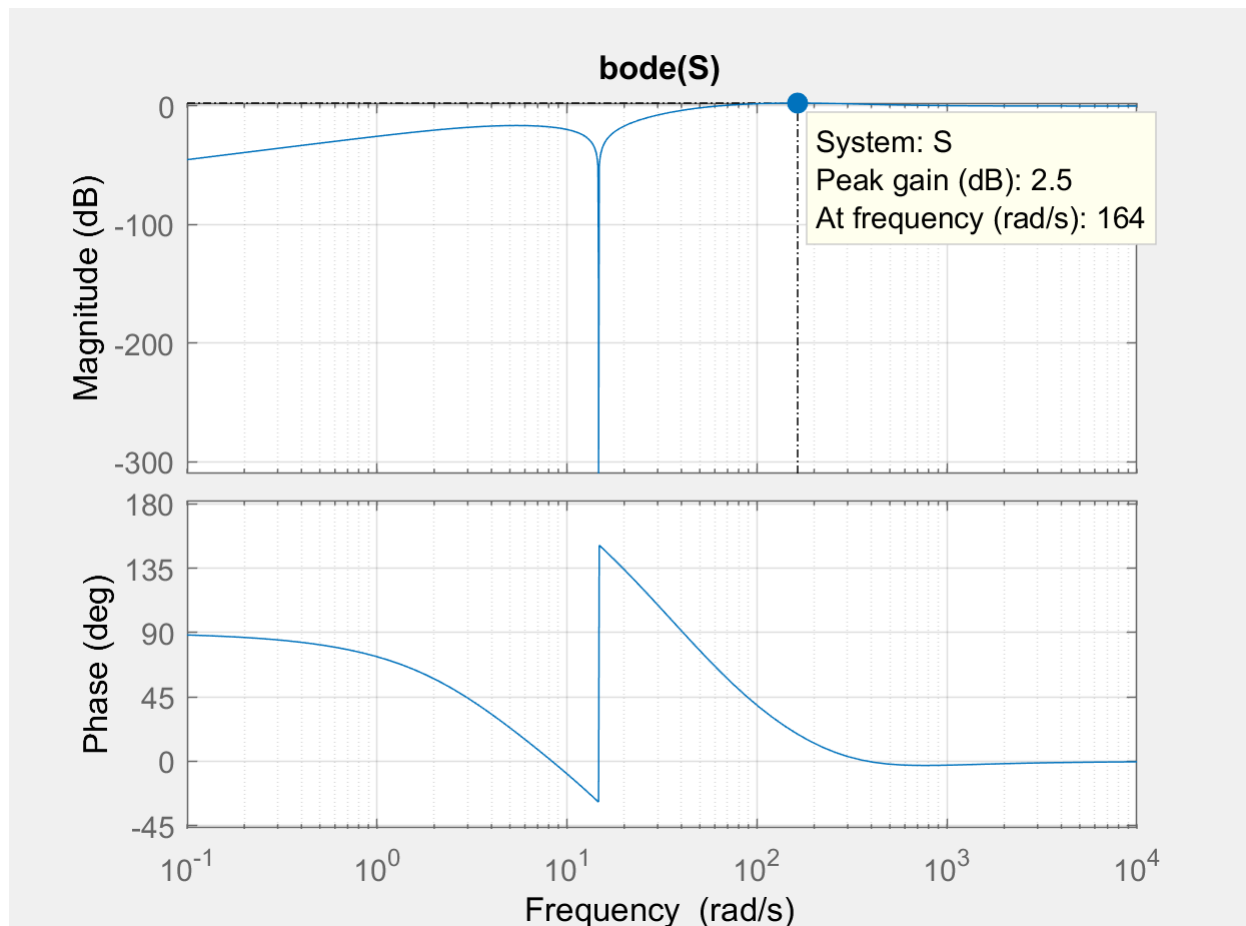


Figure 11: Diagrama de bode de la sensibilidad del sistema.

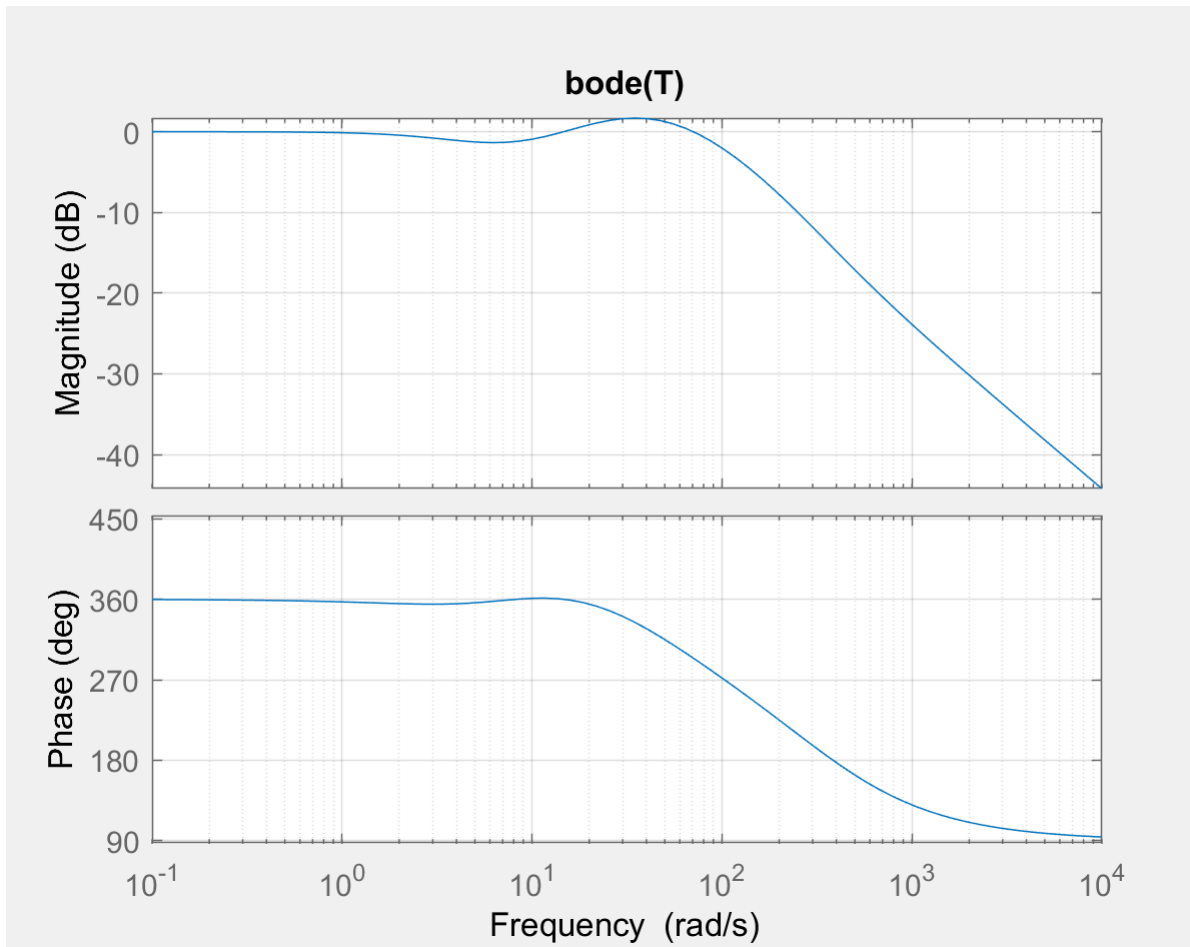


Figure 12: Diagrama de bode de la sensibilidad complementaria del sistema.

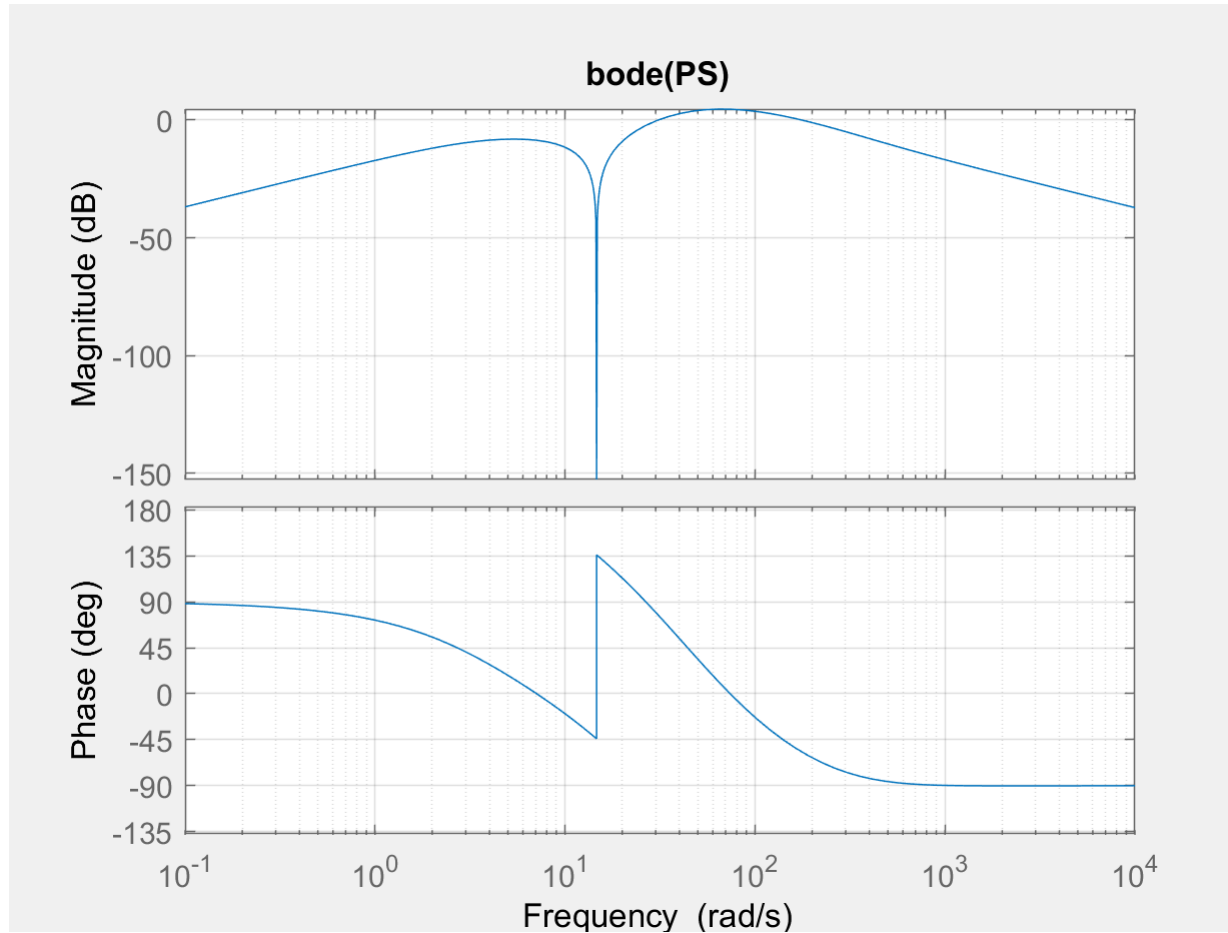


Figure 13: Diagrama de bode de la sensibilidad a la perturbación del sistema.

Como se puede ver en la figura 13, el sistema va a poder rechazar las perturbaciones de tipo escalón y de tipo senoidal, ya que la sensibilidad a la perturbación se aproxima a cero en continua y en la frecuencia $2 \cdot ref = 14.66 \text{ rad/s}$. Además, en esas mismas frecuencias la sensibilidad complementaria se aproxima a uno.

Se ha simulado el presente modelo en Simulink para poder ver si los resultados son satisfactorios tanto en tiempo continuo como en tiempo discreto con un tiempo de sample de 10 ms (Figuras 14 y 15).

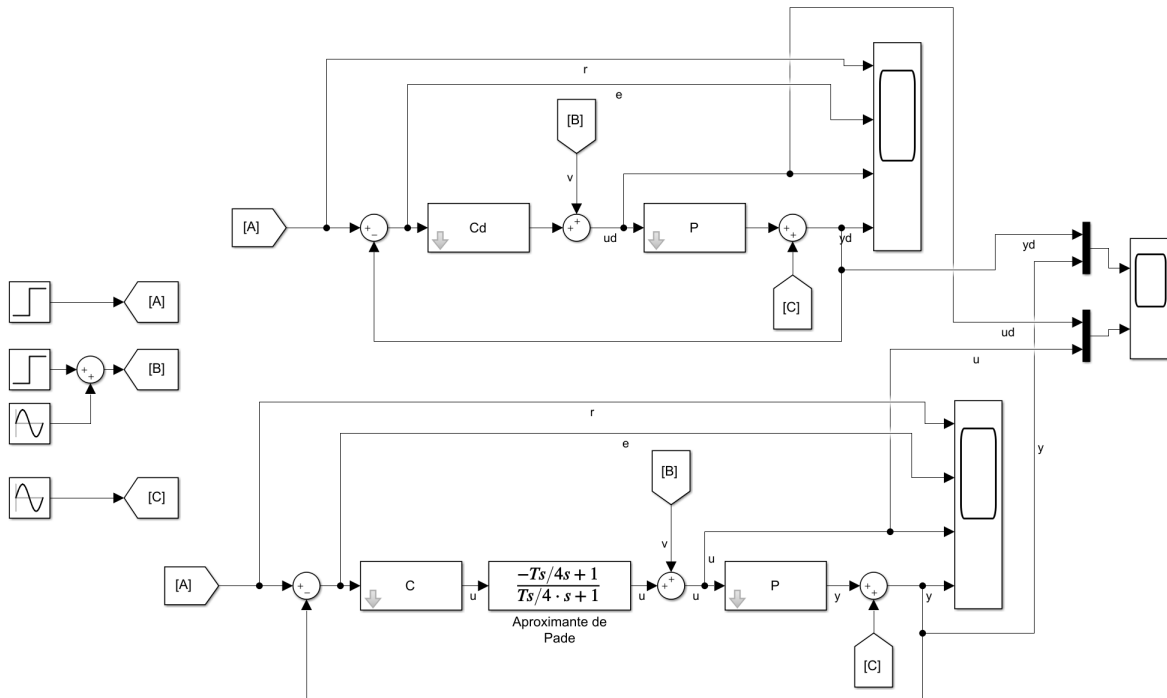


Figure 14: Diagrama en bloques del sistema a lazo cerrado.

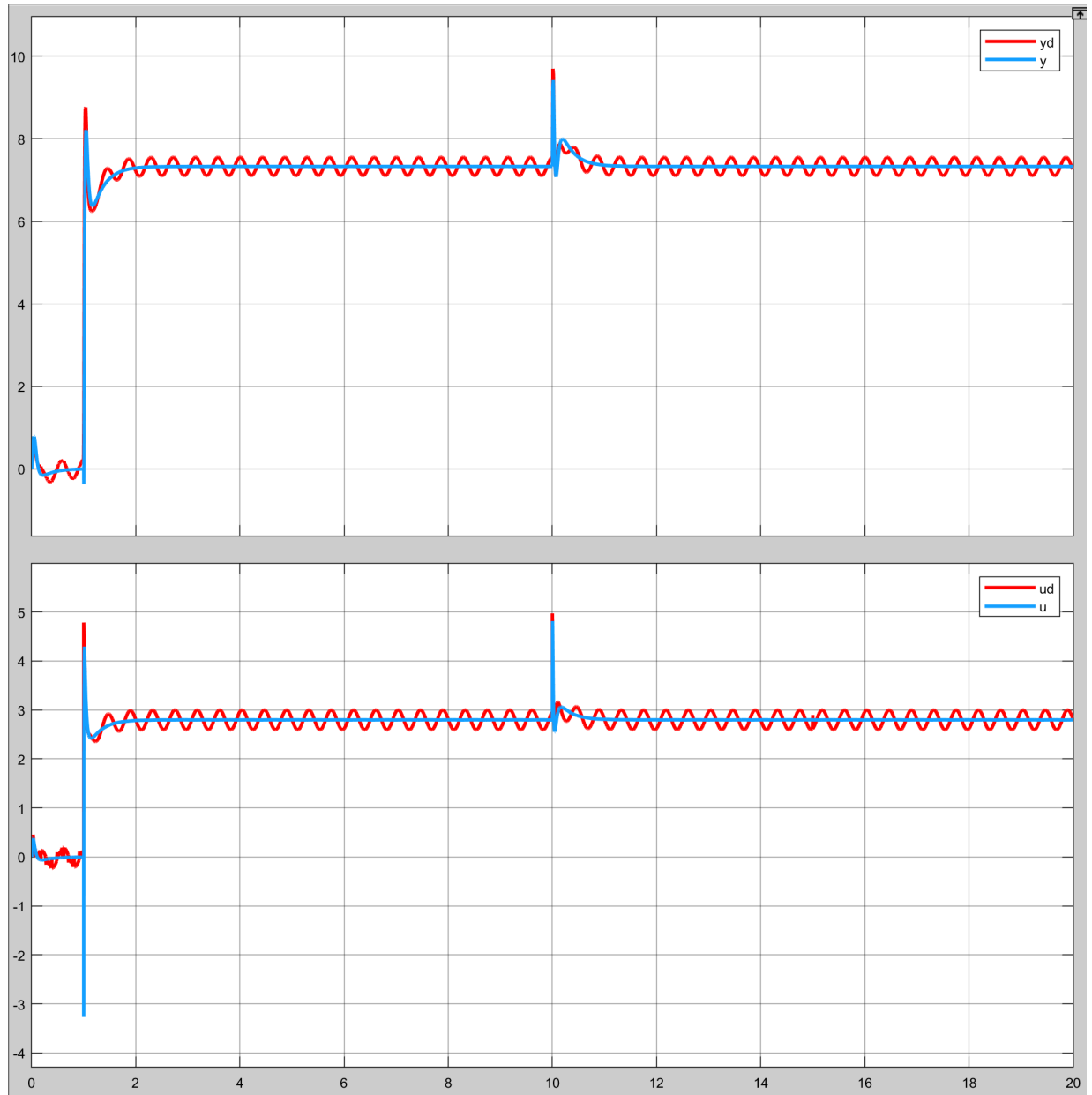


Figure 15: Respuesta del sistema a lazo cerrado frente a las perturbaciones simulado en tiempo continuo (azul) y en tiempo discreto con $T_s = 10ms$ (rojo).

Como se puede observar en la figura 15, la respuesta del modelo con controlador de tiempo continuo rechaza perfectamente las perturbaciones. Mientras que el modelo con controlador en tiempo discreto tiene unas pequeñas variaciones. Esto es debido a que el tiempo de sample no es lo suficientemente pequeño. Si ahora se elige un tiempo de sample de 5 ms, se puede observar que las vibraciones son menores (Figura 16).

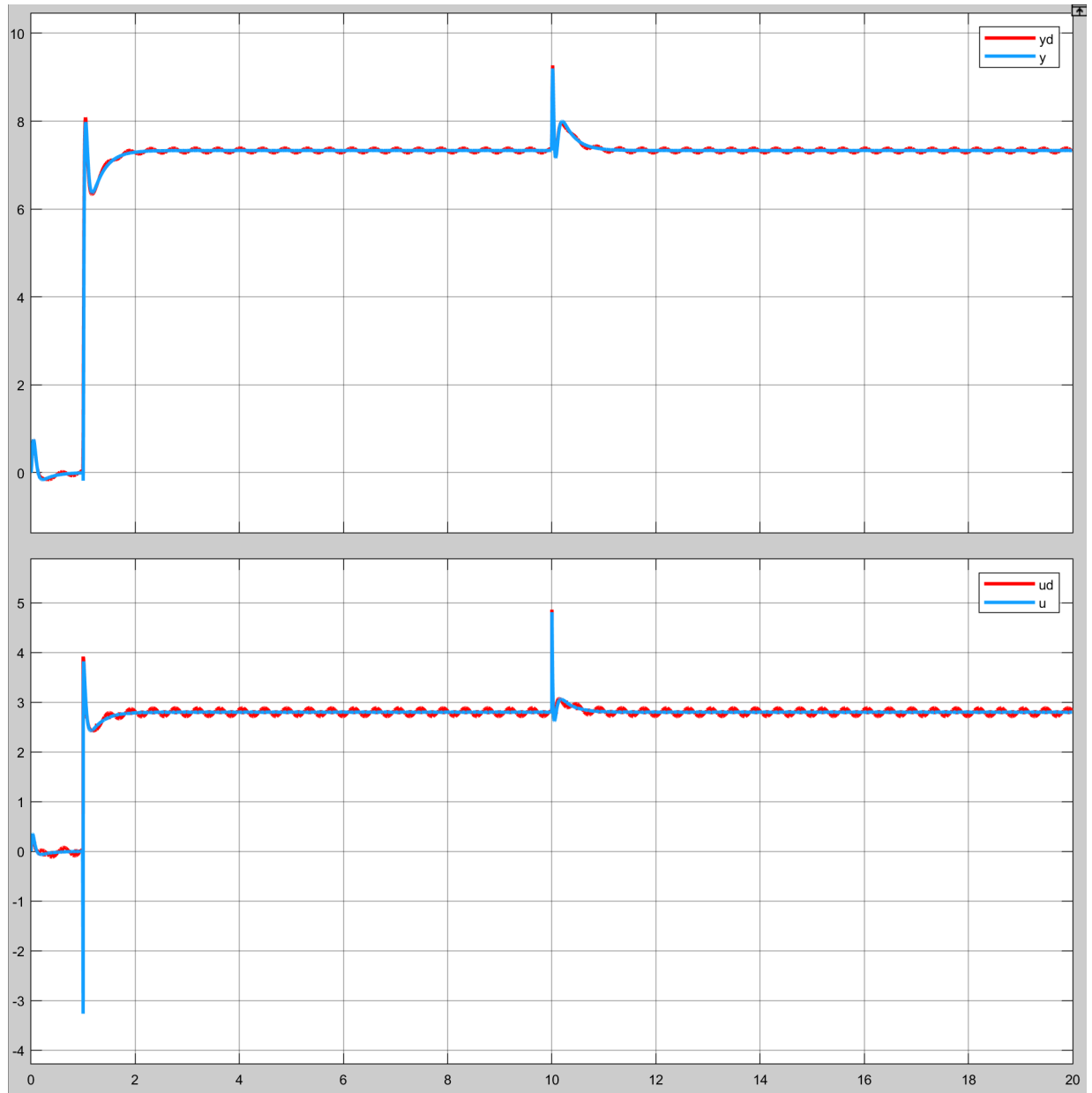
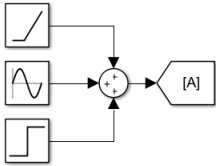


Figure 16: Respuesta del sistema a lazo cerrado frente a las perturbaciones simulado en tiempo continuo (azul) y en tiempo discreto con $T_s = 5ms$ (rojo).

5.1 Mejor Alternativa de Diseño

En caso de que se requiera rechazar una perturbación de tipo rampa (además se las perturbaciones mencionadas), sería trabajoso volver a diseñar un controlador que rechace las perturbaciones a través de loop shaping ya que es un proceso de prueba y error. Ahora, con la finalidad de rechazar esta nueva perturbación (rampa), se utilizará el modelo previamente mostrado (Figura 4). Por lo que se debe diseñar un observador que estime tanto la salida de la planta como las perturbaciones. Esto es muy rápido y sencillo utilizando un código en Matlab (Apéndice A) y simulándolo en Simulink (Figura 17).



Recordando la ecuación 17, el observador tiene la siguiente representación en espacio de estados:

Recordando la ecuación 17, el observador tiene la siguiente representación en espacio de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_p \\ \dot{\hat{x}}_v \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_p - \mathbf{B}_p \mathbf{K}_p - \mathbf{J}_p \mathbf{C}_p & \mathbf{0} \\ -\mathbf{J}_v \mathbf{C}_p & \mathbf{A}_v \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_o} \begin{bmatrix} \hat{x}_p \\ \hat{x}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_p & \mathbf{B}_p \\ \mathbf{J}_v & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ r \end{bmatrix}$$

El mismo observador se ha discretizado con un tiempo de sample de 10 ms y se ha simulado el sistema tanto en tiempo continuo como en tiempo discreto a modo de comparar ambos resultados (Figura 18).

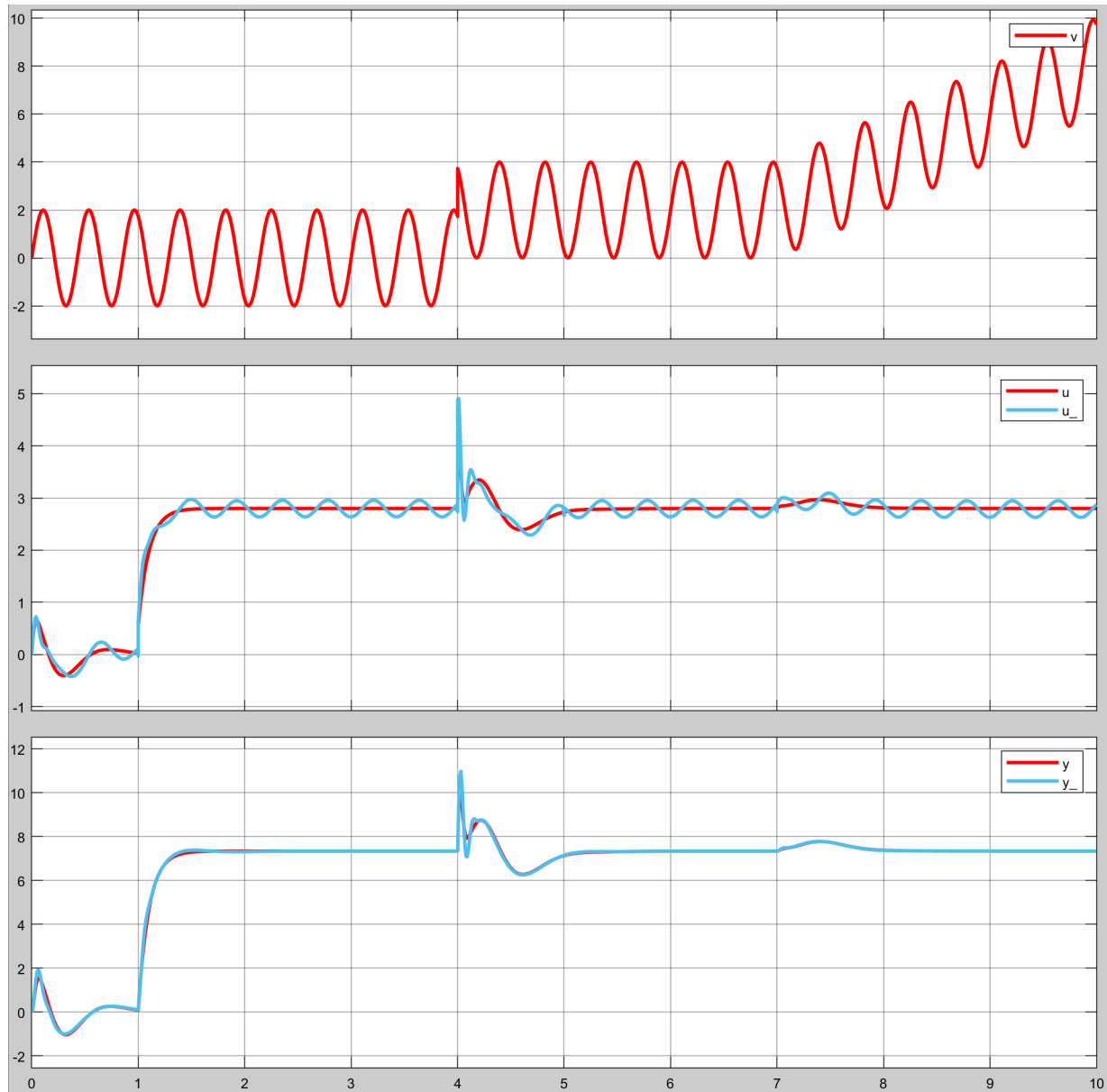


Figure 18: Respuesta del sistema frente a perturbaciones simulado en tiempo continuo (rojo) y en tiempo discreto con $T_s = 10ms$ (celeste).

Se puede observar que los resultados son satisfactorios y que este nuevo controlador ha sido mucho más eficiente que el controlador anterior diseñado por loop shaping.

6 Conclusiones

Se ha demostrado la importancia y el funcionamiento del principio del modelo interno (IMP). Dicho controlador es muy utilizado en robótica, maquinaria industrial y todo tipo de sistemas que requieran un control repetitivo.

Apéndice A

El siguiente código en Matlab ha sido utilizado para diseñar el controlador alternativo mencionado en la sección 5.1. El cual ha resultado ser el mejor controlador en el presente trabajo.

```
1 clear; %clear the workspace.
2 clc;
3 close all;
4
5 ref=70*2*pi/60; %reference speed (7.33 rad/s).
6 s=tf('s');
7 Ts=0.01;
8
9 %% plant.
10 P=2.62/(0.019*s+1);
11
12 [Ap,Bp,Cp,Dp]=ssdata(ss(P)); %plant in state space form.
13 Kp=acker(Ap,Bp,-10); %plant poleplacement gain.
14 T=tf(ss(Ap-Bp*Kp,Bp,Cp,Dp));
15 Kpre=1/evalfr(T,0); %preamplifier (assuming step input).
16 Jp=acker(Ap',Cp',-100)'; %plant observer gain.
17
18 %% disturbances.
19 Vsin=2*ref/(s^2+(2*ref)^2);
20 Vramp=1/s^2;
21 V=[Vsin Vramp];
22
23 [Av,Bv,Cv,Dv]=ssdata(ss(V)); %disturbances in state space form.
24 Jv=acker(Av',Cv',[-10 -10 -10 -10])'; %disturbances observer gain.
25
26 %% observer
27 J=[Jp; Jv];
28 K=[Kp Cv];
29 Ao=[Ap-Bp*Kp-Jp*Cp zeros(size(Ap,1),size(Av,2));-Jv*Cp Av];
30 Bo=[Jp Bp; Jv zeros(size(Jv,1),size(Bp,2))];
31 O=tf(ss(Ao,Bo,K,zeros(size(K,1),size(Bo,2)))); %plant+disturbances observer.
32 [Ao_,Bo_,Co_,Do_]=ssdata(c2d(O,Ts,'zoh')); %discrete plant+disturbances
    observer.
```