

Neural Network Basic Assignment

이름: 임수진

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

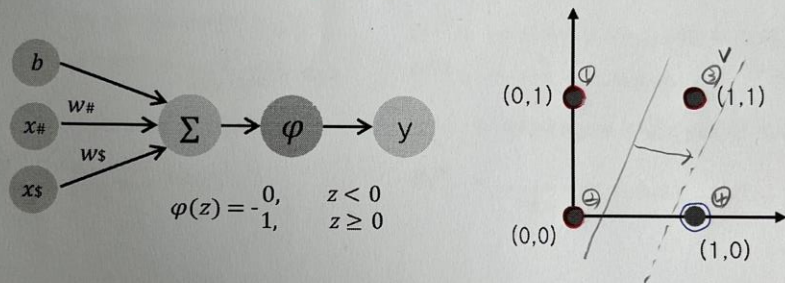
$$\sigma'(z) = \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{1 + e^{-z}} \right)$$

$$= \frac{+e^{-z}}{(1 + e^{-z})^2}$$

$$= \frac{1}{1 + e^{-z}} \cdot \frac{e^{-z}}{1 + e^{-z}} = \sigma(z) \cdot (1 - \sigma(z))$$

$\therefore \sigma'(z) = \sigma(z) \cdot (1 - \sigma(z))$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 \bullet (=1), \bigcirc (=0)을 평면표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. \bullet , \bigcirc 을 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

$b = 0.4$
 $w_{\#} = -0.8$
 $w_s = 0.3$

$p(w_{\#}x_{\#} + w_s x_s + b) = y$

	x_1	x_2	S	y
①	0	1	$0.3 + 0.4 = 0.7$	1
②	0	0	0.4	1
③	1	1	$-0.8 + 0.3 + 0.4 = -0.1$	0
④	1	0	$-0.8 + 0.4 = -0.4$	0

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

$w_i \leftarrow w_i + \eta(y - 0)x_i$

$\eta = 0.05$ 선택

$b = 0.4 + 0.05(1 - 0) \cdot 1 = 0.45$

$w_{\#} = -0.8 + 0.05(1 - 0) \cdot 1 = -0.75$

$w_s = 0.3 + 0.05(1 - 0) \cdot 1 = 0.35$

	x_1	x_2	0	y
①	0	1	1	1
②	0	0	1	1
③	1	1	0	1
④	1	0	0	0

$\leftarrow 0.35 + 0.45 = 0.8$

$\leftarrow 0.45$

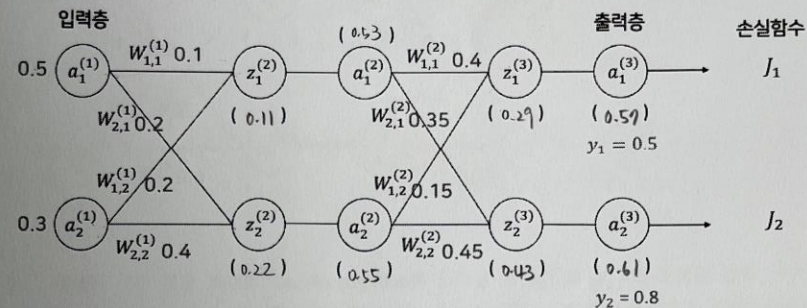
$\leftarrow -0.75 + 0.35 + 0.45 = 0.05$

$\leftarrow -0.75 + 0.45 = -0.30$

\therefore bias와 weight가 업데이트되어

제대로 분류되는 확인

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$z_1^{(2)} = 0.5 \times 0.1 + 0.3 \times 0.2 = 0.11$

$a_1^{(2)} = \sigma(0.11) = \frac{1}{1 + e^{-0.11}} \approx 0.53$

$z_2^{(2)} = 0.5 \times 0.2 + 0.3 \times 0.4 = 0.22$

$a_2^{(2)} = \frac{1}{1 + e^{-0.22}} \approx 0.55$

$z_1^{(3)} = 0.53 \times 0.4 + 0.55 \times 0.15 \approx 0.29$

$a_1^{(3)} = \frac{1}{1 + e^{-0.29}} \approx 0.57$

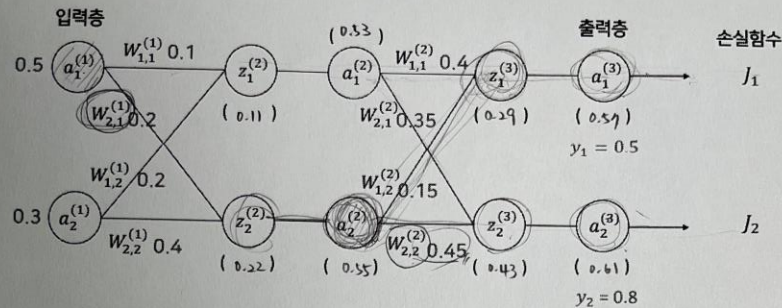
$z_2^{(3)} = 0.53 \times 0.35 + 0.55 \times 0.45 \approx 0.43$

$a_2^{(3)} = \frac{1}{1 + e^{-0.43}} \approx 0.61$

3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$J_1 = \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = 0.0002$

$J_2 = \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805$



3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $W_{2,2}^{(2)}$ 과 $W_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요. 단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $W_{2,1}^{(1)}$ 과 $W_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

④ $W_{2,1}^{(1)}$

$$\frac{\partial J_{total}}{\partial W_{2,1}^{(1)}} = \frac{\partial J_1}{\partial W_{2,1}^{(1)}} + \frac{\partial J_2}{\partial W_{2,1}^{(1)}} = \left(\frac{\partial J_1}{\partial a_1^3} \cdot \frac{\partial a_1^3}{\partial z_1^3} \cdot \frac{\partial z_1^3}{\partial a_2^2} \cdot \frac{\partial a_2^2}{\partial z_2^2} \cdot \frac{\partial z_2^2}{\partial W_{2,1}^{(1)}} \right) + \left(\frac{\partial J_2}{\partial a_2^3} \cdot \frac{\partial a_2^3}{\partial z_2^3} \cdot \frac{\partial z_2^3}{\partial a_2^2} \cdot \frac{\partial a_2^2}{\partial z_2^2} \cdot \frac{\partial z_2^2}{\partial W_{2,1}^{(1)}} \right)$$

① $J_1 = \frac{1}{2} (a_1^3 - y_1)^2$

$\therefore \frac{\partial J_1}{\partial a_1^3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial a_1^3} (a_1^3 - y_1)^2 = (a_1^3 - y_1) = 0.57 - 0.5 = 0.05$

② $\frac{\partial a_1^3}{\partial z_1^3} = \sigma(z_1^3) \cdot (1 - \sigma(z_1^3)) = a_1^3 \cdot (1 - a_1^3) = 0.57 \times (1 - 0.57) \doteq 0.245$

③ $\frac{\partial z_1^3}{\partial a_2^2} = W_{1,2}^2 = 0.15$

④ $\frac{\partial a_2^2}{\partial z_2^2} = \sigma(z_2^2) \cdot (1 - \sigma(z_2^2)) = a_2^2 \cdot (1 - a_2^2) = 0.55 \times (1 - 0.55) \doteq 0.247$

⑤ $\frac{\partial z_2^2}{\partial W_{2,1}^{(1)}} = a_1^1 = 0.5$

①' $\frac{\partial J_2}{\partial a_2^3} = (a_2^3 - y_2) = 0.61 - 0.8 = -0.19$

②' $\frac{\partial a_2^3}{\partial z_2^3} = 0.61 \times (1 - 0.61) \doteq 0.238$

③' $\frac{\partial z_2^3}{\partial a_2^2} = 0.45$

④' $\frac{\partial a_2^2}{\partial z_2^2} = 0.55 \times (1 - 0.55) \doteq 0.247$

⑤' $\frac{\partial z_2^2}{\partial W_{2,1}^{(1)}} = a_1^1 = 0.5$

$\therefore \frac{\partial J_{total}}{\partial W_{2,1}^{(1)}} = (0.05 \times 0.245 \times 0.15 \times 0.247 \times 0.5) + (-0.19 \times 0.238 \times 0.45 \times 0.247 \times 0.5)$
 $\doteq -0.002$

$\therefore W_{2,1}^{(1)} = 0.2 - 0.1 \times (-0.002)$
 $= \underline{0.2002}$

⑤ $W_{2,2}^{(2)}$

$$\frac{\partial J_{total}}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^3} \cdot \frac{\partial a_2^3}{\partial z_2^3} \cdot \frac{\partial z_2^3}{\partial W_{2,2}^{(2)}}$$

① $\frac{\partial J_2}{\partial a_2^3} = (a_2^3 - y_2) = 0.61 - 0.8 = -0.19$

② $\frac{\partial a_2^3}{\partial z_2^3} = 0.61 \times (1 - 0.61) \doteq 0.238$

③ $\frac{\partial z_2^3}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = a_2^2 = 0.55$

$\therefore \frac{\partial J_{total}}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = -0.19 \times 0.238 \times 0.55 \doteq -0.025$

$W_{2,2}^{(2)} = 0.45 - 0.1 \times (-0.025)$
 $= \underline{0.4525}$