

Neural Network Basic Assignment

이름: 권소영

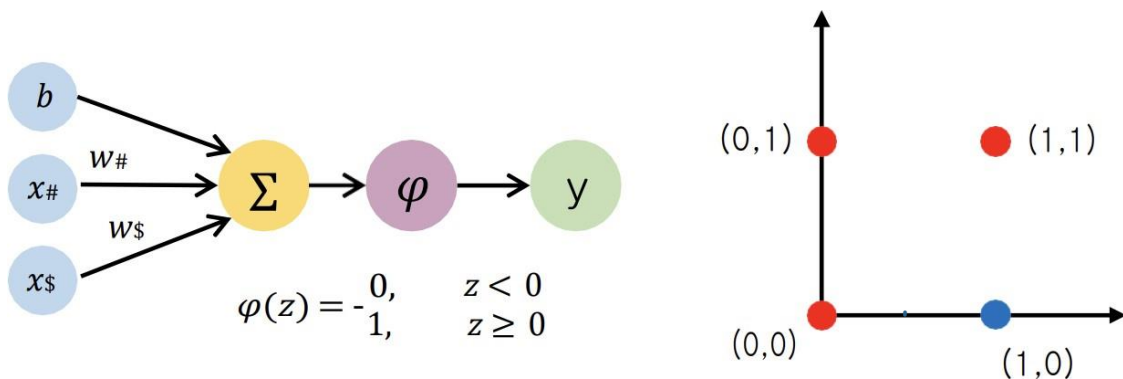
1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\sigma'(z) = \frac{d}{dz} \frac{1}{1 + e^{-z}} = \frac{e^{-z}}{(1 + e^{-z})^2}$$

$$= \frac{1}{1 + e^{-z}} \cdot \frac{e^{-z}}{1 + e^{-z}} = \sigma(z)(1 - \sigma(z))$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ● (=1), ● (=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●을 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

$$w_1 = -1.5 \quad w_2 = 0.55 \quad b = 0.55$$

$$y = Z(w_1 x_1 + w_2 x_2 + b)$$

x_1	x_2	0	\hat{y}
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

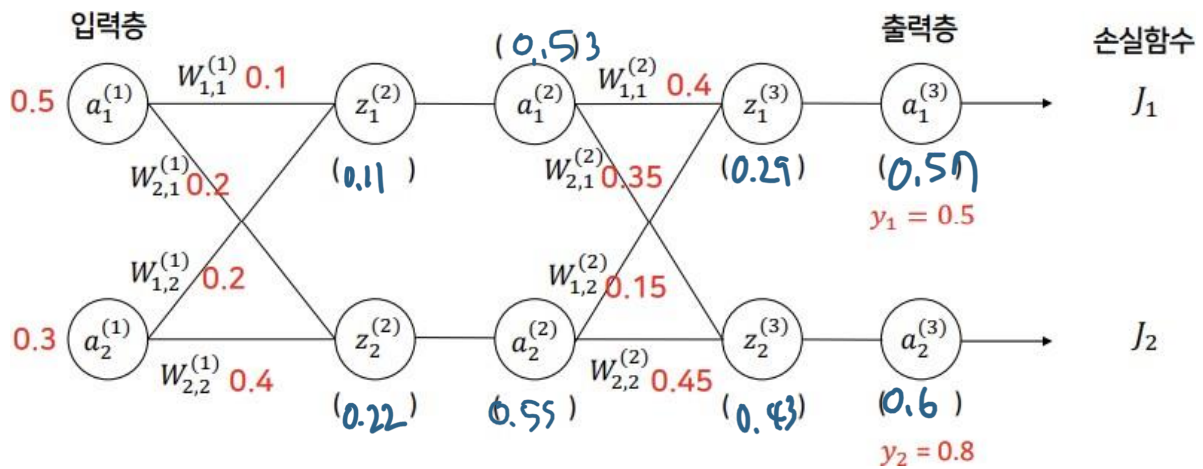
2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

$$\eta = 0.1 \quad b \leftarrow b + 0.1(1 - 0) \times 1 : 0.55 + 0.1 \times 1 = 0.65$$

$$w_1 \leftarrow w_1 + 0.1(1 - 0) \times 1 : -1.5 + 0.1 \times 1 = -1.4$$

$$w_2 \leftarrow w_2 + 0.1(1 - 0) \times 1 : 0.55 + 0.1 \times 1 = 0.65.$$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$z_1^2 = 0.5 \times 0.1 + 0.3 \times 0.2 = 0.11$$

$$z_2^2 = 0.5 \times 0.2 + 0.3 \times 0.4 = 0.22$$

$$a_1^2 = \phi(z_1^2) = 0.53$$

$$a_2^2 = \phi(z_2^2) = 0.55$$

$$z_1^3 = 0.53 \times 0.4 + 0.55 \times 0.15 = 0.29$$

$$z_2^3 = 0.53 \times 0.35 + 0.55 \times 0.45 = 0.43$$

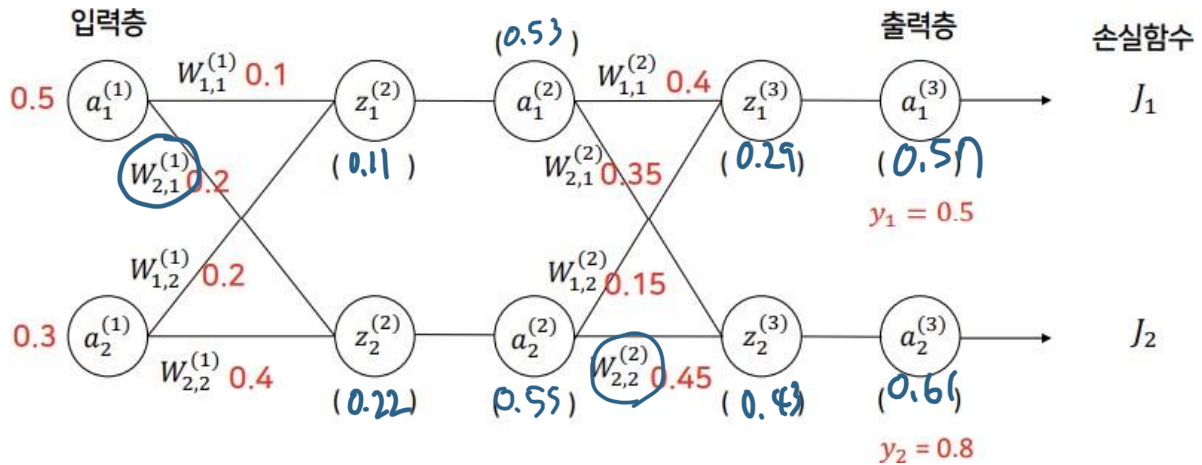
$$a_1^3 = \phi(z_1^3) = 0.57$$

$$a_2^3 = \phi(z_2^3) = 0.61$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (a_1^3 - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = \frac{1}{2} \times 0.049 = 0.0245$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (a_2^3 - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = \frac{1}{2} \times 0.0361 = 0.01805$$



- 3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $w_{2,2}^{(2)}$ 과 $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.
단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $w_{2,1}^{(1)}$ 과 $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\begin{aligned} w_{2,2}^{(2)} &= w_{2,2}^{(2)} - \eta \frac{dJ_2}{dw_{2,2}^{(2)}} \\ &= 0.45 - 0.1 \times (-0.025) \\ &= 0.4525 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dJ_2}{dw_{2,2}^{(2)}} &= \frac{dJ_2}{da_2^{(3)}} \times \frac{da_2^{(3)}}{dz_2^{(3)}} \times \frac{dz_2^{(3)}}{dw_{2,2}^{(2)}} \\ &= (a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)} \times (1 - a_2^{(3)}) \times a_2^2 \\ &= (0.61 - 0.8) \times 0.61 \times (1 - 0.61) \times 0.55 \\ &= -0.19 \times 0.61 \times 0.39 \times 0.55 \\ &= -0.025 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_{2,1}^{(1)} &= w_{2,1}^{(1)} - \eta \frac{dJ_T}{dw_{2,1}^{(1)}} \\ &= 0.2 - 0.1 \times (-0.002) \\ &= 0.2002 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dJ_T}{dw_{2,1}^{(1)}} &= \frac{dJ_T}{da_2^{(3)}} \times \frac{da_2^{(3)}}{dz_2^{(3)}} \times \frac{dz_2^{(3)}}{dw_{2,1}^{(1)}} \\ \frac{dJ_T}{da_2^{(3)}} &= \frac{dJ_1}{dz_1^{(3)}} \times \frac{dz_1^{(3)}}{da_2^{(3)}} + \frac{dJ_2}{dz_2^{(3)}} \times \frac{dz_2^{(3)}}{da_2^{(3)}} \\ &= (a_1^{(3)} - y_1) \cdot a_1 \cdot (1 - a_1^3) \times w_{1,2}^{(2)} + \\ &\quad (a_2^{(3)} - y_2) \cdot a_2 \cdot (1 - a_2^3) \times w_{2,1}^{(1)} = -0.06 \end{aligned}$$

$$\frac{da_2^{(3)}}{dz_2^{(3)}} = a_2^{(3)}(1 - a_2^{(3)}) = 0.246$$

$$\frac{dz_2^{(3)}}{dw_{2,1}^{(1)}} = a_1^{(1)} = 0.5$$

$$\therefore \frac{dJ_T}{dw_{2,1}^{(1)}} = -0.002$$

