

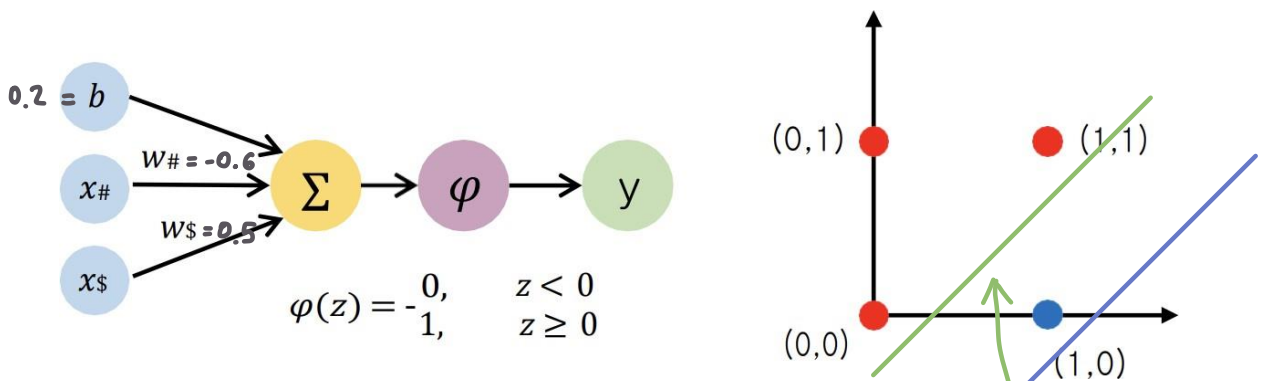
Neural Network Basic Assignment

이름: 이다인

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \sigma(z) &= \frac{d}{dz} (1+e^{-z})^{-1} & \sigma(z) &= \frac{1}{1+e^{-z}} \\ &= (-1)(1+e^{-z})^{-2}(-e^{-z}) \\ &= \frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})^2} = \frac{1+e^{-z}-1}{(1+e^{-z})^2} = \frac{(1+e^{-z})}{(1+e^{-z})^2} - \frac{1}{(1+e^{-z})^2} = \frac{1}{1+e^{-z}} - \frac{1}{(1+e^{-z})^2} \\ &= \frac{1}{1+e^{-z}} \left(1 - \frac{1}{1+e^{-z}} \right) = \boxed{\sigma(z)(1-\sigma(z))} \end{aligned}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ●(=1), ●(=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



$b = 0.2$, $w\# = -0.1$, $w\$ = 0.5$

2-1. ●, ●을 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

Σ	$\varphi(z)$	y
$(0,0) \rightarrow 0(-0.1) + 0(0.5) + 0.2 = 0.2$	\rightarrow	1
$(0,1) \rightarrow 0(-0.1) + 1(0.5) + 0.2 = 0.7$	\rightarrow	1
$(1,0) \rightarrow 1(-0.1) + 0(0.5) + 0.2 = 0.1$	\rightarrow	1
$(1,1) \rightarrow 1(-0.1) + 1(0.5) + 0.2 = 0.6$	\rightarrow	1

잘못분류됨 (Blue circle around the results)

제대로 분류됨! (Green arrow pointing to the plot)

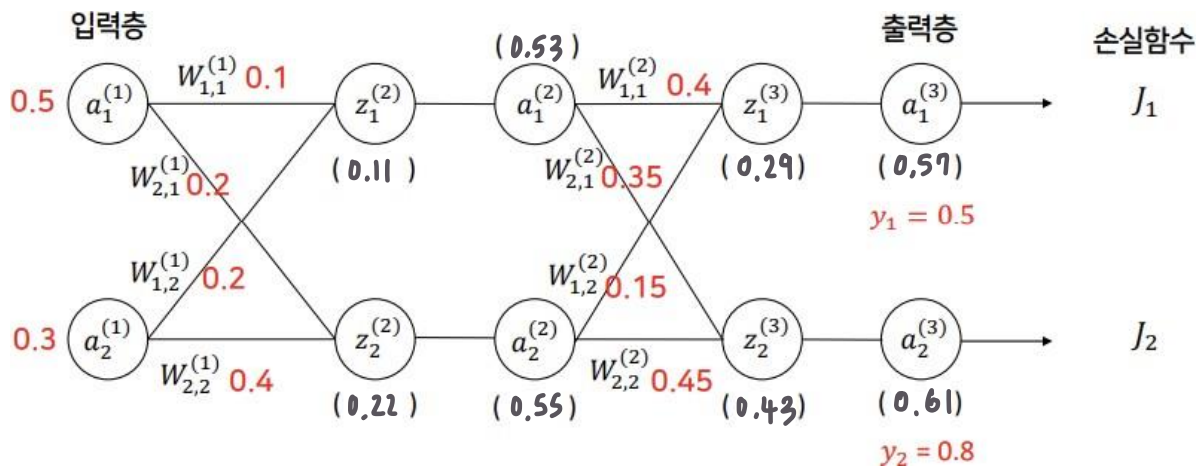
2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

학습률 = 0.05로 설정

Σ	$\varphi(z)$	y
$b \leftarrow 0.2 + 0.05(-1-1) \times 1 = 0.1$		
$w\# \leftarrow -0.1 + 0.05(-1-1) \times 1 = -0.2$		
$w\$ \leftarrow 0.5 + 0.05(-1-1) \times 1 = 0.4$		
$(0,0) \rightarrow 0(-0.2) + 0(0.4) + 0.1 = 0.1$	\rightarrow	1
$(0,1) \rightarrow 0(-0.2) + 1(0.4) + 0.1 = 0.5$	\rightarrow	1
$(1,0) \rightarrow 1(-0.2) + 0(0.4) + 0.1 = -0.1$	\rightarrow	0
$(1,1) \rightarrow 1(-0.2) + 1(0.4) + 0.1 = 0.3$	\rightarrow	1

제대로 분류됨! (Green circle around the results)

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



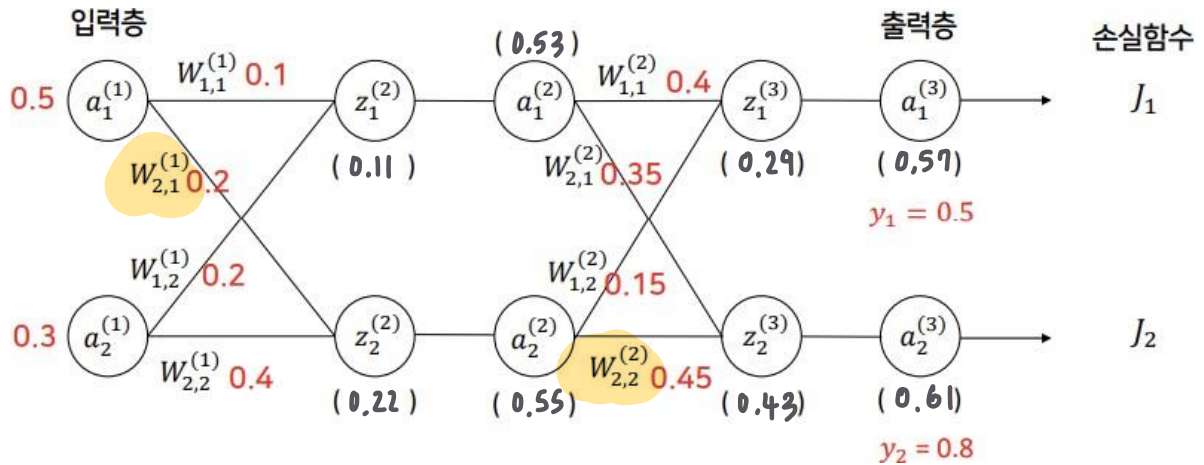
- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$\begin{aligned}
 z_1^{(2)} &\leftarrow a_1^{(1)} \times w_{1,1}^{(1)} + a_2^{(1)} \times w_{1,2}^{(1)} & , \quad a_1^{(2)} &\leftarrow \frac{1}{1 + e^{-0.11}} \doteq 0.53 \\
 &= 0.5 \times 0.1 + 0.3 \times 0.2 = 0.11 \\
 z_2^{(2)} &\leftarrow a_1^{(1)} \times w_{2,1}^{(1)} + a_2^{(1)} \times w_{2,2}^{(1)} & , \quad a_2^{(2)} &\leftarrow \frac{1}{1 + e^{-0.22}} \doteq 0.55 \\
 &= 0.5 \times 0.2 + 0.3 \times 0.4 = 0.22 \\
 z_1^{(3)} &\leftarrow a_1^{(2)} \times w_{1,1}^{(2)} + a_2^{(2)} \times w_{1,2}^{(2)} & , \quad a_1^{(3)} &\leftarrow \frac{1}{1 + e^{-0.29}} \doteq 0.57 \\
 &= 0.53 \times 0.4 + 0.55 \times 0.15 \doteq 0.29 \\
 z_2^{(3)} &\leftarrow a_1^{(2)} \times w_{2,1}^{(2)} + a_2^{(2)} \times w_{2,2}^{(2)} & , \quad a_2^{(3)} &\leftarrow \frac{1}{1 + e^{-0.43}} \doteq 0.61 \\
 &= 0.53 \times 0.35 + 0.55 \times 0.45 \doteq 0.43
 \end{aligned}$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.) 손실함수를 MSE로 가정

$$J_1 = \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = 0.00245$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805$$



3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $w_{2,1}^{(2)}$ 과 $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.
단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $w_{2,1}^{(1)}$ 과 $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

① $w_{2,1}^{(1)}$

$$\frac{\partial J_{total}}{\partial w_{2,1}^{(2)}} = \frac{\partial J_1}{\partial w_{2,1}^{(2)}} + \frac{\partial J_2}{\partial w_{2,1}^{(2)}} = \left(\frac{\partial J_1}{\partial a_1^{(3)}} \times \frac{\partial a_1^{(3)}}{\partial z_1^{(2)}} \times \frac{\partial z_1^{(2)}}{\partial a_2^{(2)}} \times \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} \right) + \left(\frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \times \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial a_2^{(2)}} \times \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} \right)$$

-0.19 0.245 0.45 0.172 0.5

● = $\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial a_1^{(3)}} (a_1^{(3)} - y_1)^2 = (a_1^{(3)} - y_1) = 0.57 - 0.5 = 0.07$

● = $\delta'(z_1^{(2)}) = \delta(z_1^{(2)}) (1 - \delta(z_1^{(2)})) = 0.29 \times 0.71 = 0.206$

● = $w_{1,2}^{(2)} = 0.15$

● = $\delta'(z_2^{(2)}) = \delta(z_2^{(2)}) (1 - \delta(z_2^{(2)})) = 0.22 \times 0.78 = 0.172$

● = $a_1^{(1)} = 0.5$

$$\therefore \frac{\partial J_{total}}{\partial w_{2,1}^{(2)}} = (0.07 \times 0.206 \times 0.15 \times 0.172 \times 0.5) + (-0.19 \times 0.245 \times 0.45 \times 0.172 \times 0.5)$$

$$= -0.002$$

← 학습률

$$\therefore w_{2,1}^{(1)} = w_{2,1}^{(1)} - 0.1 \left(\frac{\partial J_{total}}{\partial w_{2,1}^{(2)}} \right) = 0.2 - 0.1 (-0.002) = 0.2002$$

$$\textcircled{2} W_{2,2}^{(2)}$$

$$\frac{\partial J_1}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial J_1}{\partial a_2^{(3)}} \times \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \times \frac{\partial z_2^{(3)}}{W_{2,2}^{(2)}}$$

$$= (a_2^{(3)} - y_2) \times \sigma(z_2^{(3)}) (1 - \sigma(z_2^{(3)})) \times a_2^{(2)}$$

$$= (0.61 - 0.8) \times (0.43 \times 0.57) \times 0.55$$

$$= -0.026$$

$$\therefore W'_{2,2}^{(2)} = W_{2,2}^{(2)} - 0.1 \left(\frac{\partial J_1}{\partial W_{2,2}^{(2)}} \right) = 0.45 - 0.1(-0.026)$$

$$= 0.4526$$