Übung 1

Freitag, 1. Mai 2020 16:33

A1

$$D_{KL}(p,q) = -\sum_{i=1}^{m} P(X=x_i)\log\left(\frac{Q(X=x_i)}{P(X=x_i)}\right)$$

$$D_{KL}(P(X,Y), P(X)P(Y)) = D_{KL}(P(X)P(Y), P(X,Y))$$

$$\sum_j\sum_i P(X,Y)\lg\left(\frac{P(X)P(Y)}{P(X,Y)}\right) = \sum_j\sum_i P(X)P(Y)\lg\left(\frac{P(X,Y)}{P(X)P(Y)}\right)$$

$$\sum_j\sum_i P(X,Y)\lg(P(X)P(Y)) - \sum_j\sum_i P(X,Y)\lg(P(X,Y)) = \sum_j\sum_i P(X)P(Y)\lg(P(X,Y)) - \sum_j\sum_i P(X)P(Y)\lg(P(X)P(Y))$$

$$\sum_j\sum_i\big(P(X,Y)\lg(P(X)P(Y)) + P(X)P(Y)\lg(P(X)P(Y))\big) = \sum_j\sum_i\big(P(X,Y)\lg(P(X,Y)) + P(X)P(Y)\lg(P(X,Y))\big)$$

$$\sum_j\sum_i\big((P(X,Y)+P(X)P(Y))\cdot\lg(P(X)P(Y))\big) = \sum_j\sum_i\big((P(X,Y)+P(X)P(Y))\cdot\lg(P(X,Y))\big)$$

$$\lg(P(X)P(Y)) = \lg(P(X,Y))$$ nur bei Unabhängigkeit

A2

Indifferenzprinzip:

unterscheidbare Ereignisse, schließen sich gegenseitig aus

→ wenn keine weiteren Infos über Ereignisse → Gleichverteilung

warum sinnvoll gewählt?:

? ? ?

A3

$$D_{KL}(P(X,Y), P(X)\cdot P(Y)) = I(X,Y)$$

$$-\sum_i\sum_j P(X,Y)\lg\left(\frac{P(X)\cdot P(Y)}{P(X,Y)}\right) = H(X) - H(X|Y)$$

$$= -\sum_i P(X)\lg(P(X)) + \sum_i\sum_j P(X,Y)\lg(P(X|Y))$$

$$= -\sum_i P(X)\lg(P(X)) + \sum_i\sum_j P(X,Y)\lg\left(\frac{P(X,Y)}{P(Y)}\right)$$

$$-\sum_i\sum_j P(X,Y)\lg(P(X)P(Y)) + \underline{\sum_i\sum_j P(X,Y)\lg(P(X,Y))} = -\sum_i P(X)\lg(P(X)) + \underline{\sum_i\sum_j P(X,Y)\lg(P(X,Y))} - \sum_i\sum_j P(X,Y)\lg(P(Y))$$

$$-\sum_i\sum_j P(X,Y)\lg(P(X)\cdot P(Y)) = -\sum_i P(X)\lg(P(X)) - \sum_i\sum_j P(X,Y)\lg(P(Y))$$

$$-\sum_i\sum_j\big(P(X,Y)\lg(P(X)P(Y)) - P(X,Y)\lg(P(Y))\big) = -\sum_i P(X)\lg(P(X))$$

$$-\sum_i\sum_j\left(P(X,Y)\cdot\lg\left(\frac{P(X)P(Y)}{P(Y)}\right)\right) = -\sum_i P(X)\lg(P(X))$$

$$-\sum_i\sum_j\big(P(X,Y)\cdot\lg(P(X))\big) =$$

$$\sum_i\lg(P(X))\sum_j P(X,Y) = \sum_i P(X)\lg(P(X))$$

$$\sum\lg(P(X))\cdot P(X) = \sum P(X)\lg(P(X))$$

$$\sum_i \lg(P(x)) \sum_j P(x,y) \qquad = \sum_i P(x) \lg(P(x))$$

$$\sum_i \lg(P(x)) \cdot P(x) \qquad = \sum_i P(x) \lg(P(x))$$