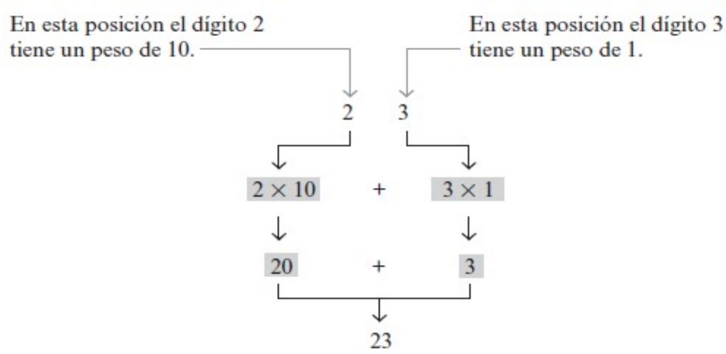
NÚMEROS DECIMALES

En el sistema de numeración decimal cada uno de los **diez dígitos**, de 0 a 9, representa una determinada cantidad.

Como ya sabe, los diez símbolos (dígitos) no se limitan a expresar solamente diez cantidades diferentes, ya que usamos varios dígitos en las posiciones adecuadas dentro de un número para indicar la magnitud de la cantidad. Es posible especificar cantidades hasta nueve antes de quedarse sin dígitos; si se desea especificar una cantidad mayor que nueve, se emplean dos o más dígitos y la posición de cada dígito dentro del número indica la magnitud que representa. Por ejemplo, si deseamos expresar la cantidad veintitrés, usaremos (en sus respectivas posiciones dentro del número) el dígito 2 para representar la cantidad de veinte y el dígito 3 para representar la cantidad de 3, como se ilustra a continuación:



El sistema de numeración decimal es un sistema en base 10.

La posición de cada dígito en un número decimal indica la magnitud de la cantidad representada y se le puede asignar un peso. Los pesos para los números enteros son las potencias positivas de diez, que aumentan de derecha a izquierda, comenzando por $10^0 = 1$.

$. . . 10^5\ 10^4\ 10^3\ 10^2\ 10^1\ 10^0$

Para números fraccionarios, los pesos son las potencias negativas de diez que decrecen de izquierda a derecha comenzando por 10^{-1}.

$10^2\ 10^1\ 10^0,10^{-1}\ 10^{-2}\ 10^{-3}. . .$

↑ Coma decimal

El valor de un número decimal es la suma de los dígitos después de haber multiplicado cada dígito por su peso, como ilustran los Ejemplos 2.1 y 2.2.

EJEMPLO 2.1

Expresar el número decimal 47 como una suma de valores de cada dígito.

Solución Como indican sus respectivas posiciones, el dígito 4 tiene un peso de 10, que es 10^1. El dígito 7 tiene un peso de 1, que es 10^0.

$$47 = (4 \times 10^1) + (7 \times 10^0)$$

$$= (4 \times 10) + (7 \times 1) = \mathbf{40 + 7}$$

Problema relacionado* Determinar el valor de cada dígito en el número 939.

EJEMPLO 2.2

Expresar el número decimal 568,23 como suma de los valores de cada dígito.

Solución

El dígito 5 de la parte entera tiene un peso de 100, que es 10^2, el dígito 6 tiene un peso de 10, que es 10^1, el dígito 8 tiene un peso de 1, que es 10^0; el dígito 2 de la parte fraccionaria tiene un peso de 0,1, es decir, 10^{-1}, y el dígito 3 de la parte fraccionaria tiene un peso de 0,01, que es 10^{-2}.

$$\begin{aligned}568{,}23 &= (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (8 \times 10^0) + (2 \times 10^{-1}) + (3 \times 10^{-2})\\ &= (5 \times 100) + (6 \times 10) + (8 \times 1) + (2 \times 0{,}1) + (3 \times 0{,}01)\\ &= \mathbf{500} + \mathbf{60} + \mathbf{8} + \mathbf{0{,}2} + \mathbf{0{,}03}\end{aligned}$$

Problema relacionado Determinar el valor de cada dígito del número 67,924.

NÚMEROS BINARIOS

El sistema de numeración binario es simplemente otra forma de representar magnitudes. Es menos complicado que el sistema decimal porque sólo emplea dos dígitos. El sistema decimal con sus diez dígitos es un sistema en base diez; el sistema binario con sus dos dígitos es un sistema en base dos. Los dos dígitos binarios (bits) son 1 y 0. La posición de un 1 o un 0 en un número binario indica su peso; o valor dentro del número, del mismo modo que la posición de un dígito decimal determina el valor de ese dígito. Los pesos de un número binario se basan en las potencias de dos.

CONTAR EN BINARIO

Para aprender a contar en el sistema binario, en primer lugar es preciso observar cómo se cuenta en el sistema decimal. Comenzamos en cero y continuamos hasta el nueve antes de quedarnos sin dígitos. Luego, comenzamos con otra posición de dígito (a la izquierda) y continuamos contando desde 10 hasta 99. En este punto, se terminan todas las combinaciones con dos dígitos, por lo que es necesaria una tercera posición de dígito para poder contar desde 100 hasta 999.

Cuando contamos en binario se produce una situación similar, excepto en que sólo disponemos de dos dígitos, denominados bits. Empezamos a contar: 0, 1. En este punto, ya hemos utilizado los dos dígitos, por lo que incluimos otra posición de dígito y continuamos: 10, 11. Ahora, hemos agotado todas las combinaciones de dos dígitos, por lo que es necesaria una tercera posición. Con tres posiciones de dígito podemos continuar contando: 100, 101, 110 y 111. Ahora necesitamos una cuarta posición de dígito para continuar, y así sucesivamente. En la Tabla 2.1 se muestra cómo se cuenta desde cero hasta quince. Observe en cada columna la alternancia de 1s y 0s.

Como puede ver en la Tabla 2.1, se necesitan cuatro bits para contar de 0 a 15. En general, con n bits se puede contar hasta un número igual a $2^n - 1$.

Máximo número decimal = $2^n - 1$

Por ejemplo, con cinco bits (n = 5) podemos contar desde cero hasta treinta y uno.

25 − 1 = 32 − 1 = 31

Con seis bits (n = 6) podemos contar desde cero hasta sesenta y tres.

26 − 1 = 64 − 1 = 63

Número decimal	Número binario			
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

TABLA 2.1

UNA APLICACIÓN

Aprender a contar en binario le ayudará a entender básicamente cómo pueden utilizarse los circuitos digitales para contar sucesos. Puede tratarse de cualquier cosa, desde elementos que contar en una línea de montaje hasta operaciones de recuento en una computadora. Tomemos un sencillo ejemplo para contar las pelotas de tenis que se desplazan por una cinta transportadora hasta meterse en una caja. Supongamos que en cada caja se introducen nueve pelotas.

El contador mostrado en la Figura 2.1 cuenta los pulsos procedentes de un sensor que detecta el paso de una pelota y genera una secuencia de niveles lógicos (señales digitales) en cada una de sus cuatro salidas paralelas. Cada conjunto de niveles lógicos representa un número binario de 4 bits (ALTO (H) = 1 y BAJO (L) = 0), como se indica. Cuando el decodificador recibe estas señales, decodifica cada conjunto de cuatro bits y lo convierte en el correspondiente número decimal en el display de 7 segmentos. Cuando el contador alcanza el estado binario 1001, quiere decir que ha contado nueve pelotas, el display muestra el número 9 y una nueva caja se desplaza por la cinta transportadora. Entonces el contador se pone a cero (0000) y el proceso comienza de nuevo. El número 9 se ha utilizado en interés de la simplicidad de ofrecer un único dígito.

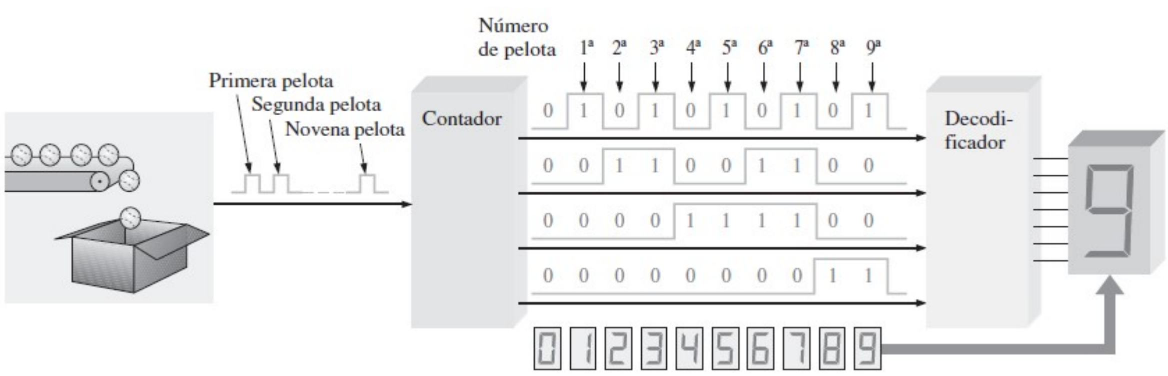


FIGURA 2.1 Ilustración de una sencilla aplicación de recuento binario.

LA ESTRUCTURA DE PESOS DE LOS NÚMEROS BINARIOS

Un número binario es un número con peso. El bit más a la derecha es el LSB (Least Significant Bit, bit menos significativo) en un número binario entero y tiene un peso de $2^0 = 1$. El bit más a la izquierda es el MSB (Most Significant Bit, bit más significativo); su peso depende del tamaño del número binario.

Los números fraccionarios también pueden representarse en el sistema binario colocando bits a la derecha de la coma binaria, del mismo modo que los números decimales fraccionarios se colocan a la derecha de la coma decimal. En un número binario con parte fraccionaria, el bit más a la izquierda es el MSB y tiene un peso de 2^{-1} = 0,5. Los pesos fraccionarios de los respectivos bits decrecen de izquierda a derecha según las potencias negativas de dos para cada bit.

La estructura de pesos de un número binario es:

$2^{n-1} \ldots 2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0 , 2^{-1}\ 2^{-2} \ldots 2^{-n}$

Coma binaria donde n es el número de bits a partir de la coma binaria. Por tanto, todos los bits a la izquierda de la coma binaria tienen pesos que son potencias positivas de dos, como previamente se ha visto para los números enteros. Todos los bits situados a la derecha de la coma binaria tienen pesos que son potencias negativas de dos, o pesos fraccionales.

Las potencias de dos y sus pesos decimales equivalentes para un número entero binario de 8 bits y un número binario fraccionario de 6 bits se muestran en la Tabla 2.2. Observe que el peso se duplica para cada potencia positiva de dos y que se reduce a la mitad para cada potencia negativa de dos. Puede ampliar fácilmente esta tabla duplicando el peso de la potencia positiva de dos más significativa y dividiendo por dos el peso de la potencia negativa de dos menos significativa; por ejemplo, 29 = 512 y 2-7 = 0,0078125.

Potencias positivas de dos (números enteros)									Potencias negativas de dos (números fraccionarios)					
2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}
256	128	64	32	16	8	4	2	1	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	1/64
									0,5	0,25	0,125	0,0625	0,03125	0,015625

TABLA 2.2 Pesos binarios.

CONVERSIÓN BINARIO A DECIMAL

El valor decimal de cualquier número binario puede hallarse sumando los pesos de todos los bits que están a 1 y descartando los pesos de todos los bits que son 0.

EJEMPLO 2.3

Convertir el número entero binario 1101101 a decimal.

Solución Se determina el peso de cada bit que está a 1, y luego se obtiene la suma de los pesos para obtener el número decimal.

Peso: $2^6\ 2^5\ 2^4\ 2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$

Número binario: 1 1 0 1 1 0 1

$$1101101 = 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0$$
$$= 64 + 32 + 8 + 4 + 1 = \mathbf{109}$$

Problema relacionado Convertir el número binario 10010001 a decimal.

EJEMPLO 2.4

Convertir el número binario fraccionario 0,1011 a decimal.

Solución Se determina el peso de cada bit que está a 1, y luego se suman los pesos para obtener la fracción decimal.

Peso: $2^{-1}\ 2^{-2}\ 2^{-3}\ 2^{-4}$

Número binario: 0, 1 0 1 1

$$0{,}1011 = 2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-4}$$
$$= 0{,}5 + 0{,}125 + 0{,}0625 = \mathbf{0{,}6875}$$

Problema relacionado Convertir el número binario 10,111 a decimal.

CONVERSIÓN DECIMAL A BINARIO

En la Sección anterior hemos aprendido a convertir un número binario en su número decimal equivalente. Ahora vamos a estudiar dos formas de convertir un número decimal en un número binario.

MÉTODO DE LA SUMA DE PESOS

Una forma de hallar el número binario equivalente a un número decimal determinado consiste en determinar el conjunto de pesos binarios cuya suma es igual al número decimal. Una forma fácil de recordar los pesos binarios es que el peso más bajo es 1, es decir 2^0, y que duplicando cualquier peso, se obtiene el siguiente peso superior; por tanto, la lista de los siete primeros pesos binarios será: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, como verá en una sección posterior. Por ejemplo, el número decimal 9 puede expresarse como la suma de pesos binarios siguiente: 9 = 8 +1 o $9 = 2^3 + 2^0$

Colocando los 1s en las posiciones de pesos apropiadas, 2^3 y 2^0, y los 0s en las posiciones 2^2 y 2^1 se determina el número binario correspondiente al decimal 9.

2^3 2^2 21 2^0

1 0 0 1 Número binario para el decimal 9

EJEMPLO 2.5

Convertir a binario los siguientes números decimales:

(a) 12 (b) 25 (c) 58 (d) 82

Solución

(a) $12 = 8 + 4 = 2^3 + 2^2 \longrightarrow$ **1100**

(b) $25 = 16 + 8 + 1 = 2^4 + 2^3 + 2^0 \longrightarrow$ **11001**

(c) $58 = 32 + 16 + 8 + 2 = 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^1 \longrightarrow$ **111010**

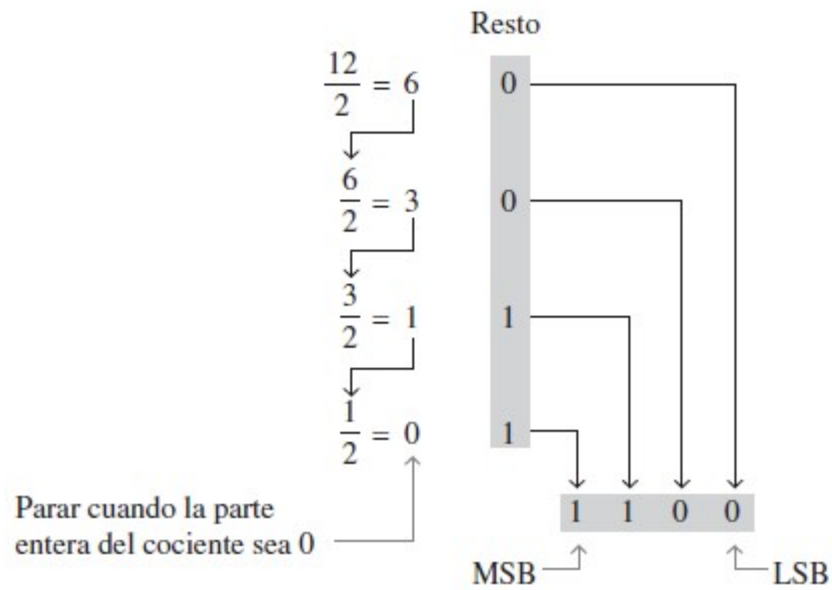
(d) $82 = 64 + 16 + 2 = 2^6 + 2^4 + 2^1 \longrightarrow$ **1010010**

Problema relacionado Convertir a binario el número decimal 125.

MÉTODO DE LA DIVISIÓN SUCESIVA POR 2

Un método sistemático para convertir a binario números enteros decimales es el proceso de la división sucesiva por dos. Por ejemplo, para convertir el número decimal 12 a binario, comenzamos dividiendo 12 entre 2. A continuación, cada cociente resultante se divide entre dos hasta obtener un cociente cuya parte entera sea igual a 0. Los restos generados en cada división forman el número binario.

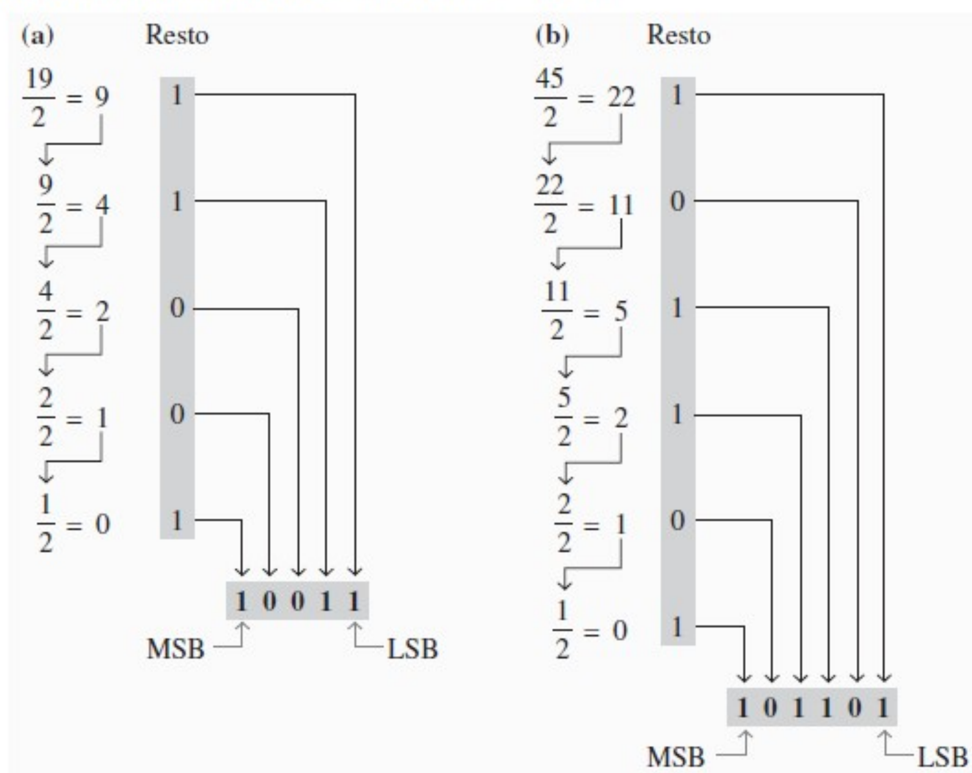
El primer resto es el bit menos significativo (LSB) del número binario y el último resto es el bit más significativo (MSB). Este procedimiento se muestra en los pasos siguientes para la conversión a binario del número decimal 12.



EJEMPLO 2.6

Convertir a binario los siguientes números decimales: **(a)** 19 **(b)** 45

Solución



Problema relacionado Convertir a binario el número decimal 39.

NÚMEROS HEXADECIMALES

El sistema de numeración hexadecimal consta de dieciséis caracteres y se usan fundamentalmente como una forma simplificada de representar o escribir los números binarios, ya que es muy fácil la conversión entre binario y hexadecimal. Como probablemente habrá comprobado, los números binarios largos son difíciles de leer y escribir, ya que es fácil omitir o transponer un bit. Puesto que las computadoras y microprocesadores sólo entienden los 1s y los 0s, es necesario emplear estos dígitos cuando se programa en “lenguaje máquina”. Imagine tener que escribir una instrucción de sesenta bits para un sistema de microprocesador utilizando 1s y 0s. Es mucho más efectivo utilizar los números hexadecimales. El sistema hexadecimal se usa frecuentemente en computadoras y aplicaciones de microprocesadores.

El sistema hexadecimal es un sistema en base dieciséis, es decir, está formado por 16 caracteres numéricos y alfabéticos. La mayoría de los sistemas digitales procesan grupos de datos binarios que son múltiplos de cuatro bits, lo que hace al número hexadecimal muy adecuado, ya que cada dígito hexadecimal se representa mediante un número binario de 4 bits, como se puede ver en la Tabla 2.3.

Decimal	Binario	Hexadecimal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

TABLA 2.3

Diez dígitos numéricos y seis caracteres alfabéticos forman el sistema de numeración hexadecimal. El uso de las letras A, B, C, D, E y F para representar números puede parecer extraño al principio, pero tenga en mente que cualquier sistema de numeración es sólo un conjunto de símbolos secuenciales. Si comprende qué cantidades representan estos símbolos, entonces la forma de los símbolos en sí tiene poca importancia, una vez que se haya acostumbrado a utilizarlos. Utilizaremos el subíndice 16 para designar a los números hexadecimales y evitar así cualquier confusión con los números decimales. En ocasiones, puede ver la letra “h” detrás de un número hexadecimal.

CONVERSIÓN BINARIO-HEXADECIMAL

La conversión de un número binario en hexadecimal es un procedimiento muy sencillo. Simplemente se parte el número binario en grupos de 4 bits, comenzando por el bit más a la derecha, y se reemplaza cada grupo de 4 bits por su símbolo hexadecimal equivalente.

EJEMPLO 2.24

Convertir a hexadecimal los siguientes números binarios:

(a) 1100101001010111 **(b)** 111111000101101001

Solución

(a) $\underbrace{1100}_{C}\,\underbrace{1010}_{A}\,\underbrace{0101}_{5}\,\underbrace{0111}_{7} = CA57_{16}$

(b) $\underbrace{0011}_{3}\,\underbrace{1111}_{F}\,\underbrace{0001}_{1}\,\underbrace{0110}_{6}\,\underbrace{1001}_{9} = \mathbf{3F169_{16}}$

En el apartado (b) se han añadido dos ceros para completar el grupo de 4 bits de la izquierda.

Problema relacionado Convertir el número binario 1001111011110011100 a hexadecimal.

CONVERSIÓN HEXADECIMAL-BINARIO

Para convertir un número hexadecimal en un número binario se realiza el proceso inverso, reemplazando cada símbolo hexadecimal por el grupo de cuatro bits adecuado. Debería estar claro que es mucho más fácil tratar con un número hexadecimal que con el número binario equivalente. Puesto que la conversión también es fácil, el sistema hexadecimal se usa ampliamente para representar los números binarios en programación, salidas de impresora y displays.

EJEMPLO 2.25

Determinar los números binarios correspondientes a los siguientes números hexadecimales:

(a) $10A4_{16}$ **(b)** $CF8E_{16}$ **(c)** 9742_{16}

Solución

(a) $\underbrace{1}_{1}\,\underbrace{0}_{0000}\,\underbrace{A}_{1010}\,\underbrace{4}_{0100}$ → **1 0000 1010 0100**

(b) $\underbrace{C}_{1100}\,\underbrace{F}_{1111}\,\underbrace{8}_{1000}\,\underbrace{E}_{1110}$ → **1100 1111 1000 1110**

(c) $\underbrace{9}_{1001}\,\underbrace{7}_{0111}\,\underbrace{4}_{0100}\,\underbrace{2}_{0010}$ → **1001 0111 0100 0010**

En el apartado (a), el MSB se entiende que tiene tres ceros delante del 1 para formar un grupo de 4 bits.

Problema relacionado Convertir el número hexadecimal 6BD3 a binario.

Un método para encontrar el equivalente decimal de un número hexadecimal es, primero, convertir el número hexadecimal a binario, y después, el binario a decimal.

EJEMPLO 2.26

Convertir los siguientes números hexadecimales a decimal:

(a) $1C_{16}$ **(b)** $A85_{16}$

Solución Recuerde que primero se hace la conversión del número hexadecimal a binario y luego a decimal.

(a) 1 C

$$\underbrace{0001}_{1}\underbrace{1100}_{C} = 2^4 + 2^3 + 2^2 = 16 + 8 + 4 = \mathbf{28_{10}}$$

(b) A 8 5

$$\underbrace{1010}_{A}\underbrace{1000}_{8}\underbrace{0101}_{5} = 2^{11} + 2^9 + 2^7 + 2^2 + 2^0 = 2048 + 512 + 128 + 4 + 1 = \mathbf{2693_{10}}$$

Problema relacionado Convertir a decimal el número hexadecimal 6BD.

Otro método para convertir un número hexadecimal a su equivalente decimal es multiplicar el valor decimal de cada dígito hexadecimal por su peso, y luego realizar la suma de estos productos. Los pesos de un número hexadecimal crecen según las potencias de 16 (de derecha a izquierda). Para un número hexadecimal de 4 dígitos, los pesos son:

16^3 16^2 16^1 16^0

4096 256 16 1

EJEMPLO 2.27

Convertir los siguientes números hexadecimales a decimal:

(a) $E5_{16}$ (b) $B2F8_{16}$

Solución En la Tabla 2.3 puede ver que las letras A hasta F representan los números decimales 10 hasta 15, respectivamente.

(a) $E5_{16} = (E \times 16) + (5 \times 1) = (14 \times 16) + (5 \times 1) + 224 + 5$

$= \mathbf{229_{10}}$

(b) $B2F8_{16} = (B \times 4096) + (2 \times 256) + (F \times 16) + (8 \times 1)$

$= (11 \times 4096) + (2 \times 256) + (15 \times 16) + (8 \times 1)$

$= 45.056 + 512 + 240 + 8$

$= \mathbf{45.816_{10}}$

Problema relacionado Convertir $60A_{16}$ a decimal.

CONVERSIÓN DECIMAL-HEXADECIMAL

La figura muestra cómo convertir 2B6 a número decimal, a través de un proceso que ya conocemos.

El 2 está en el lugar de los 256, por lo que 2 x 256 = 512, que se escribe en el renglón de los decimales. El digito hexadecimal B aparece en la columna de los 16. Hay que recordar que el B hexadecimal corresponde al 11 decimal, lo que significa que multiplicando 11 x 16 obtenemos 176 como resultado, que se suma al 512 del renglón de decimales de la figura mencionada. La columna de las unidades muestra que hay 6 de ellas, por lo tanto, se suma un 6 al total de la línea de los decimales, obteniendo como resultado final (512 + 176 + 6 = 694) 694.

Potencias de 16	16^2		16^1		16^0	
Valor de posición	256		16		1	
Número hexadecimal	2		B		6	
	256 × 2		16 × 11		1 × 6	
Decimal	512	+	176	+	6	= 694_{10}

a) Conversión de hexadecimal a decimal

BIBLIOGRAFÍA:

• Principios Digitales - Roger Tokheim