

中山大学本科生期末考试

考试科目：《图论及其应用》

学年学期：2020 学年第二学期

姓 名：_____

学院/系：计算机学院

学 号：_____

考试方式：闭卷

年级专业：_____

考试时长：120 分钟

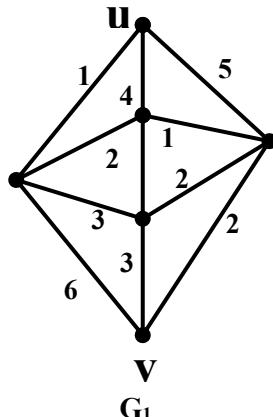
班 别：_____

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条：“考试作弊者，不授予学士学位。”

-----以下为试题区域，考生请在答题纸上作答-----

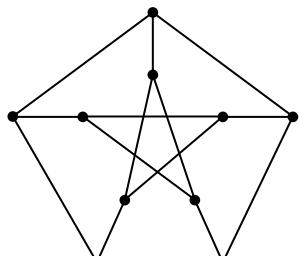
一. 填空题(每空 2 分, 共 12 分)

1. 若自补图 G 的顶点数是 n , 则 G 的边数 $m(G) = \underline{\hspace{2cm}}$;
2. 若图 $G_1 = (n_1, m_1)$, $G_2 = (n_2, m_2)$, 则它们的联图 $G = G_1 \vee G_2$ 的顶点数 = $\underline{\hspace{2cm}}$;
边数 = $\underline{\hspace{2cm}}$;
3. 下图 G_1 中 u 与 v 间的最短路的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$;



4. 设 $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 是图 G 的推广的邻接矩阵, 则 $A^k = (a_{ij}^{(k)})_{n \times n}$ (k 是正整数) 的 $a_{ij}^{(k)}$ 表示的意义为 $\underline{\hspace{5cm}}$;
5. 三角形图的生成树的棵数为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

6. G_2 的点连通度与边连通度分别为_____;



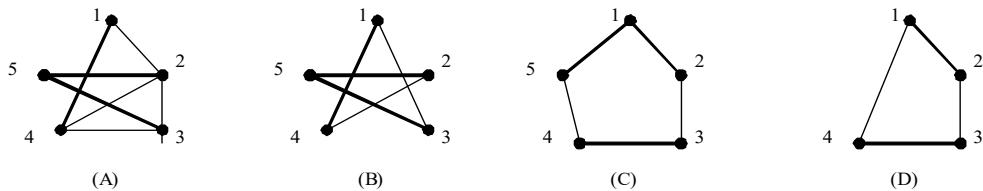
G_2

二. 单项选择(每题 2 分, 共 12 分)

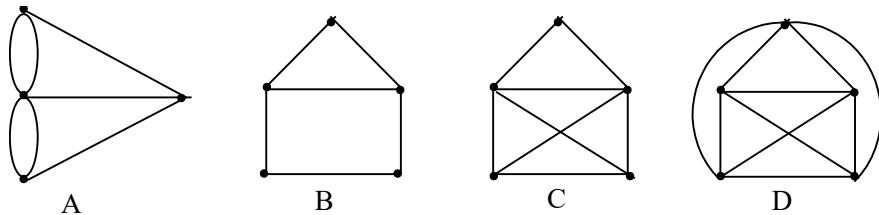
1. 下面命题正确的是()

- (A) 任意一个非负整数序列均是某图的度序列;
- (B) 设非负整数序列 $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_n)$, 则 π 是图序列当且仅当 $\sum_{i=1}^n d_i$ 为偶数;
- (C) 若非负整数序列 $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ 是图序列, 则 π 对应的不同构的图一定唯一;
- (D) n 阶图 G 和它的补图 \bar{G} 有相同的频序列.

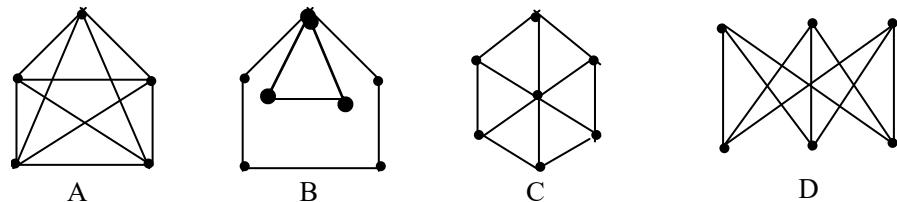
2. 设 $V(G) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $E(G) = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 1)\}$ 则图 $G = (V, E)$ 的补图是()



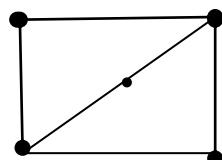
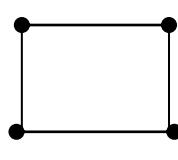
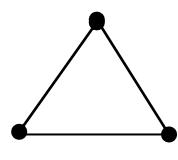
3. 下列图中, 是欧拉图的是()



4. 下列图中, 不是哈密尔顿图的是()



5. 下列图中，不是偶图的是（）

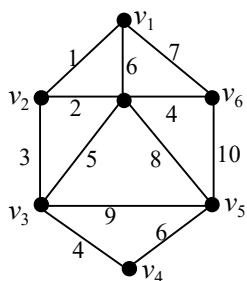


6. 下列说法中正确的是（）

- (A) 任意一个图均存在完美匹配；
- (B) k ($k \geq 1$) 正则偶图一定存在完美匹配；
- (C) 匈牙利算法不能求出偶图的最大匹配，只能用它求偶图的完美匹配；
- (D) 序列 (7, 5, 4, 3, 3, 2) 不是任意图的度序列。

三、(10分) 设图 G 的阶为 14, 边数为 27, G 中每个顶点的度只可能为 3, 4 或 5, 且 G 有 6 个度为 4 的顶点。问 G 中有多少度为 3 的顶点？多少度为 5 的顶点？

四、(18分) 在下面边赋权图中求：(1) 每个顶点到点 v_1 的距离 (只需要把距离结果标在相应顶点处，不需要写出过程)；(2) 在该图中求出一棵最小生成树，并给出最小生成树权值 (不需要中间过程，用波浪线在图中标出即可)；(3) 构造一条最优欧拉环游。



五、(8分) 每棵非平凡树至少有两片树叶。

六、(8分) 设 d_1, d_2, \dots, d_n 是 n 个不同的正整数，求证：序列 $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ 不能是简单图的度序列。

七、(8分) 设 G 与其补图 \bar{G} 的边数分别为 m_1, m_2 , 求 G 的阶数。

八、(12分) 今有 a, b, c, d, e, f, g 七个人围圆桌开会, 已知: a 会讲英语, b 会讲英语和汉语, c 会讲英语、意大利语和俄语, d 会讲日语和汉语, e 会讲德语和意大利语, f 会讲法语、日语和俄语, g 会讲法语与德语。给出一种排座方法, 使每个人能够和他身边的人交流(用图论方法求解)。

九、(12分) 来自亚特兰大, 波士顿, 芝加哥, 丹佛, 路易维尔, 迈阿密, 以及纳什维尔的7支垒球队受邀请参加比赛, 其中每支队都被安排与一些其它队比赛(安排如下所示)。每支队同一天最多进行一场比赛。建立一个具有最少天数的比赛时间表。

亚特兰大: 波士顿, 芝加哥, 迈阿密, 纳什维尔

波士顿: 亚特兰大, 芝加哥, 纳什维尔

芝加哥: 亚特兰大, 波士顿, 丹佛, 路易维尔

丹佛: 芝加哥, 路易维尔, 迈阿密, 纳什维尔

路易维尔: 芝加哥, 丹佛, 迈阿密

迈阿密: 亚特兰大, 丹佛, 路易维尔, 纳什维尔

纳什维尔: 亚特兰大, 波士顿, 丹佛, 迈阿密

(要求用图论方法求解)